

## Focail thábhachtacha

feidhm líneach    modh na hidirlíne    graif chomhréireacha  
 feidhm chearnach    parabóil    an dara difríocht    uasluach    íosluach  
 méadaitheach    laghdaitheach    feidhm easpóntúil

## Mír 17.1 Feidhmeanna líneacha a ghrafadh

Cuir i gcás an fheidhm  $f(x) = 3x + 2$ , áit a bhfuil  $0 \leq x \leq 4$ . Déanfaimid tábla luachanna do  $x$  agus gheobhaimid na luachanna comhfhreagraacha do  $f(x)$  nó  $y$ .

Ionchuir	Riail	Aschuir	Cúplaí (ionchur, aschur)
$x$	$3x + 2$	$y$	
0	$3(0) + 2$	2	(0, 2)
1	$3(1) + 2$	5	(1, 5)
2	$3(2) + 2$	8	(2, 8)
3	$3(3) + 2$	11	(3, 11)
4	$3(4) + 2$	14	(4, 14)

**Nóta:** Tá patrún líneach ag tacar na n-aschur 2, 5, 8, 11, 14

+3 +3 +3 +3... is tairiseach í an chéad difríocht

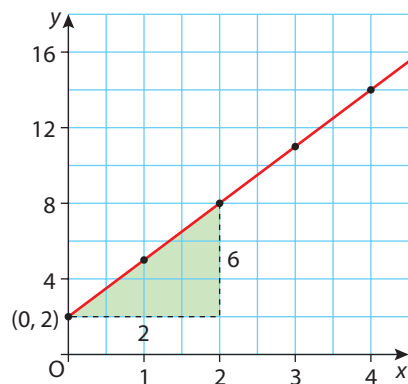
Tá graf  $f(x) = 3x + 2$  breactha ar dheis.

Ón líne, feicimid gurb é  $\frac{6}{2} = 3$  an fhána.

Is ionann seo agus an difríocht thairiseach idir na haschuir.

Uaidh seo, feicimid go seasann an difríocht thairiseach don fhána.

I gcás na líne  $y = 3x + 2$ , is é 3 fána na líne agus trasnaíonn an líne an  $y$ -ais ag (0, 2).



Taispeánann an líne freisin gur **méadaitheach** (i.e. ag méadú) atá an fheidhm, mar go bhfuil an y-luach ag méadú go tairiseach de 3 in aghaidh gach méadaithe d'aonad ar na x-luachanna.

### Sampla 1

Graf an fheidhm  $f(x) = 2x - 4$  san fhearann  $-1 \leq x \leq 4$ .

Déan iad seo amach ón ngraf

- (i)  $f(3)$     (ii) an luach ar  $x$  a fhágann  $f(x) = -2$     (iii) fána na líne.

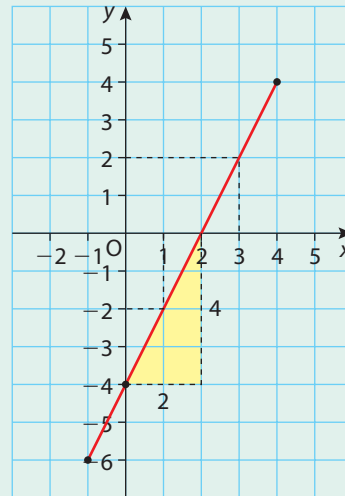
Chun trí phointe a fháil, roghnóimid an luach is lú agus an luach is mó ar  $x$  san fhearann tugtha agus luach amháin ar  $x$  atá idir eatarthu.

$x$	$2x - 4$	$y$
-1	-2 - 4	-6
0	0 - 4	-4
4	8 - 4	4

Is iad seo na trí phointe:  $(-1, -6)$ ,  $(0, -4)$  agus  $(4, 4)$ .

Ceangail na pointí seo le chéile chun líne a chruthú.

- (i) Seasann  $f(3)$  don y-luach nuair atá  $x = 3$ .  
Ón ngraf seo, is é seo 2 i.e.  $f(3) = 2$ .
- (ii)  $f(x) = -2 \Rightarrow y = -2$ .  
Is é  $x = 1$  luach  $x$  sa ggraf nuair atá  $y = -2$ .
- (iii) Ón triantán buí, is é fána na líne ná  $\frac{4}{2} = 2$ .



### Líne a tharraingt ar mhodh na hidirlíne

Más san fhoirm  $3x - 4y = 12$ , cuir i gcás, a bhíonn cothromóid líne, is áisiúla an dá phointe a dhéanamh amach san áit ina dtrasnaíonn an líne an  $x$ -ais agus an  $y$ -ais.

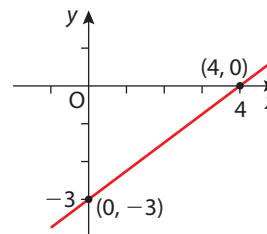
$$3x - 4y = 12$$

$$x = 0 \Rightarrow 0 - 4y = 12 \Rightarrow y = -3$$

$\therefore$  is pointe amháin ar an líne é  $(0, -3)$ .

$$y = 0 \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow x = 4$$

$\therefore$  is pointe eile ar an líne é  $(4, 0)$ .



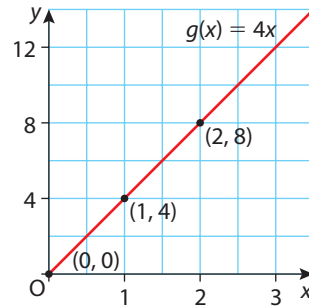
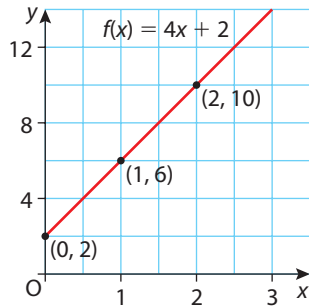
Ceanglaítear na pointí seo agus sin agat an líne atá ag teastáil.

**Modh na hidirlíne** a thugtar ar an modh seo, go hiondúil.

## Graif chomhréireacha agus neamhchomhréireacha

Sna graif thíos, tá dhá fheidhm  $f(x) = 4x + 2$  agus  $g(x) = 4x$ .

Taispeántar trí phointe ar an dá líne.

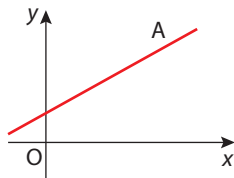


- › Tá an dá fheidhm ag méadú ar an ráta céanna (an dá fhána = 4).
- › Tá na hionaid tosaigh difriúil.
- › Tá gach aschur in  $g(x)$  i gcomhréir leis an ionchur i.e., (1, 4), (2, 8) ... is ionann gach aschur agus ceithre oiread an ionchuir.  
Mar sin, deirimid gur **graf i gcomhréir dhíreach** é graf  $y = g(x)$ .
- › Is trí chúpla de  $f(x)$  iad (0, 2), (1, 6) agus (2, 10).  
Tabhair faoi deara gurb ionann an t-aschur 6 agus 6 oiread an ionchuir 1.  
Ach, ní ionann an t-aschur 10 agus 6 oiread an ionchuir 2.  
Léiríonn sé seo **nach** graf i gcomhréir dhíreach é graf  $f(x)$ .

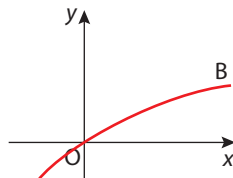
Graif chomhréireacha

I gcás graf atá i gcomhréir dhíreach,  
(i) beidh an bunphointe (0, 0) ann  
(ii) beidh sé líneach.

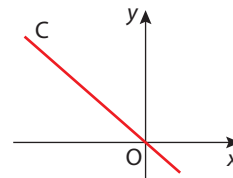
Seo trí ghraf, A, B agus C.



Níl A i gcomhréir dhíreach mar nach dtéann sé trí (0, 0).



Níl B i gcomhréir dhíreach mar go bhfuil cuar ann i.e. níl sé líneach.



Tá C i gcomhréir dhíreach mar go bhfuil sé líneach agus go bhfuil (0, 0) ann.

## Cleachtadh 17.1

1. Cóipeáil agus comhlánaigh an tábla ar dheis agus úsáid an tábla chun graf na líne  $y = 2x - 3$  san fhearann  $-1 \leq x \leq 4$  a tharraingt.

$x$	$2x - 3$	$y$
-1		
0		
1		
2		
3		
4		

2. Tarraing graf  $f(x) = 2x - 5$  san fhearann  $0 \leq x \leq 5$ .

3. Cóipeáil agus comhlánaigh an tábla ar dheis agus uaidh sin, tarraing graf na feidhme  $f(x) = 3x - 4$  san fhearann  $-1 \leq x \leq 3$ .

$x$	$3x - 4$	$y$
-1		
0		
3		

4. Tarraing graf na feidhme  $f(x) = 6 - x$  san fhearann  $0 \leq x \leq 6$  gan ach trí phointe ar an líne a aimsiú.

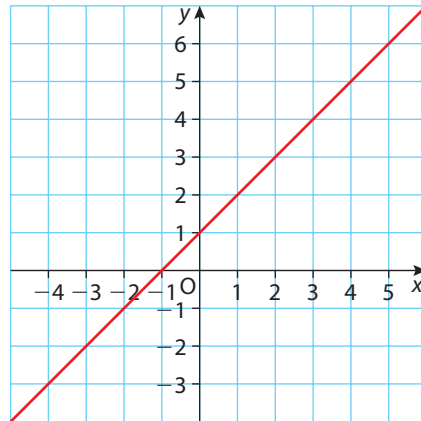
5. Tarraing graf na feidhme  $f(x) = 2x - 2$  san fhearann  $-2 \leq x \leq 3$ .

6. Ar dheis, feictear graf na feidhme  $y = f(x)$ .

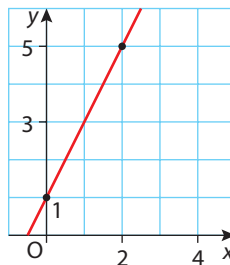
Úsáid an graf chun iad seo a scríobh síos:

- (i)  $f(3)$     (ii)  $f(0)$     (iii)  $f(-4)$   
 (iv) luach  $x$  nuair atá  $f(x) = -2$   
 (v) luach  $x$  nuair atá  $f(x) = 6$ .

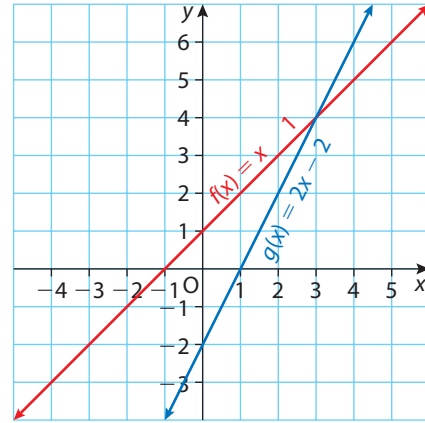
Úsáid an ghreille chun fána na líne a scríobh. An méadaitheach (i.e. ag méadú) nó laghdaitheach (i.e. ag laghdú) atá an fheidhm  $f(x)$ ? Mínigh do fhreagra.



7. Úsáid an ghreille sa léaráid ar dheis chun fána na líne a scríobh síos. Anois, sloinn cothromóid na líne san fhoirm  $y = mx + c$ .



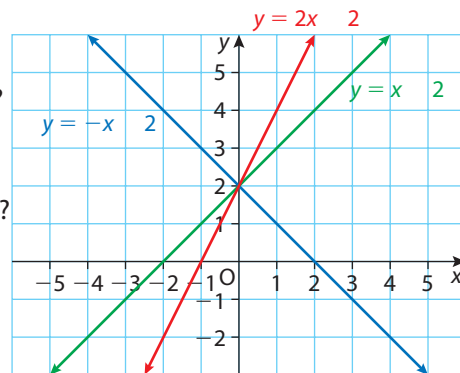
8. Sa léaráid ar dheis, feictear graif dhá líne,  $f(x) = x + 1$  agus  $g(x) = 2x - 2$ .
- Scríobh síos pointe trasnaithe an dá líne.
  - Cad é brí na cothromóide  $f(x) = g(x)$  sa chás seo?
  - Réitigh an chothromóid  $x + 1 = 2x - 2$ . An bhfuil baint ar bith idir an luach a fuair tú ar  $x$  agus pointe trasnaithe an dá líne?
  - Seachas a ngraif a tharraingt, cén bealach eile inar féidir pointe trasnaithe dhá líne a fháil?
  - Má tá an luach céanna ag  $f(k)$  agus  $g(k)$ , scríobh síos luach  $k$ .



9. Ar an léaráid chéanna, tarraing na línte  $y = 5 - x$  agus  $y = 2x - 4$ , san fhearann  $0 \leq x \leq 4$ . Úsáid do ghraf chun pointe trasnaithe an dá líne a aimsiú agus a scríobh síos.
10. Ach na cúplaí  $(*, 0)$  agus  $(0, *)$  a fháil, tarraing graf den líne  $y = 4 - 2x$ .
11. Úsáid modh na hidirlíne chun graf na líne  $3x + 2y = 6$  a tharraingt.
12. Ídionn carr peitreal ar ráta 1 lítear in aghaidh 10 km. Cói-peáil agus comhlánaigh an tábla thíos chun ídiú peitрил an chairr thar thuras 50 km a thaispeáint.

Fad	0	10	20	30	40	50
Ídiú peitрил	0					

- Tarraing graf chun an t-eolas seo a léiriú.
  - An bhfuil an graf i gcomhréir dhíreach? Mínigh do fhreagra.
  - Roghnaigh dhá luach (ionchur, aschur) agus uaidh sin, faigh cothromóid na líne.
  - Úsáid an chothromóid a fuair tú chun ídiú cairr do thuras 75 km a aimsiú.
13. Grafadh na línte  $y = x + 2$ ,  $y = -x + 2$  agus  $y = 2x + 2$  ar na haiseanna céanna ar dheis.
- Cén chaoi ina bhfuil na línte cosúil le chéile?
  - Cén chaoi ina bhfuil na cothromóidí líneacha cosúil le chéile?
  - Cén chaoi ina bhfuil na línte difriúil le chéile?
  - Cén chaoi ina bhfuil na cothromóidí líneacha difriúil le chéile?
  - Cé acu feidhm atá laghdaitheach?
  - Cé acu feidhm atá ag méadú ar ráta níos tapúla?



14. Sainíonn  $f(x) = 4x - 3$  feidhm.

Scríobh amach tábla d'ionchuir agus d'aschuir do  $f(x)$  ó  $x = -2$  go  $x = 4$ .

An bhfuil na chéad difríochtaí idir na haschuir tairiseach?

Mínigh an fáth ar feidhm líneach í.

15. Maireann piongainí in aeráidí an-fhuar.

Tugann an riail  $T = -0.5t - 1$  an teocht  $T^\circ\text{C}$  ag coilíneacht piongainí,  $t$  uair an chloig tar éis meán oíche.

$t$	0	1	2	3	4	5	6
$T$	0						

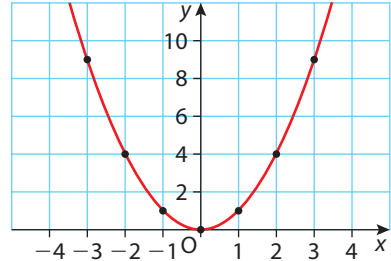
- (i) Comhlánaigh an tábla, a thugann an teocht suas go dtí 6 a.m..
- (ii) Ar thacar aiseanna de do chuid féin, breac na pointí, ag úsáid na gcomhordanáidí a thugann na luachanna sa tábla duit.
- (iii) Ceangail na pointí breactha le líne dhíreach. Ná lean leis an líne.
- (iv) Ón ngraf, léigh an teocht ag 5.30 a.m..
- (v) Úsáid an riail a cheanglaíonn  $T$  le  $t$  chun an teocht bheacht ag 5.30 a.m. a fháil.
16. Tugtar dhá phlanda lus na gréine d'Eoin. Tá planda amháin 16 cm ar airde agus tá an ceann eile 24 cm ar airde. Tomhaiseann Eoin airde na bplandaí ag an am céanna gach lá ar feadh seachtaine.
- Tugann sé faoi deara go bhfásann an planda a bhí 16 cm 4 cm in aghaidh an lae, agus go bhfásann an planda a bhí 24 cm 3.5 cm in aghaidh an lae.
- (i) Déan amach tábla a thaispeánann airde an dá phlanda gach lá ar feadh seachtaine, ag tosú ar an lá a fuair Eoin iad.
- (ii) Tóg dhá ionchur agus dhá aschur agus uaidh sin, scríobh dhá chothromóid – ceann in aghaidh an phlanda – san fhoirm  $k = \square d + \square$ , áit arb é  $k$  airde an phlanda ina cm agus arb é  $d$  lá na seachtaine (1 go dtí 7).
- (iii) Glacann Eoin leis go leanfaidh na plandaí orthu ag fás ar an ráta céanna. Tarraing graif a thaispeánfaidh airde an dá phlanda thar an gcéad 28 lá. (Bíodh 1 aonad = 5 lá ar an  $x$ -ais.)
- (iv) (a) Ó do léaráid, scríobh síos pointe trasnaithe an dá ghráf.  
(b) Mínigh cad is ciall leis an bpointe trasnaithe maidir leis an dá phlanda.
- (v) Is féidir an pointe trasnaithe a fháil ach an graf a léamh nó ailgéabar a úsáid. Luaigh buntáiste amháin a bhaineann le hailgéabar a úsáid chun é a fháil.
- (vi) B'fhéidir nach bhfuil samhail Eoin d'fhás na bplandaí ceart. Luaigh teorannú amháin den tsamhail a mbeadh tionchar aige ar an bpointe trasnaithe agus ar a chiallú.

## Mír 17.2 Graif d'fheidhmeanna cearnacha

Is **feidhm chearnach** í feidhm mar  $f(x) = x^2 - 3x + 4$ , áit arb é 2 an chumhacht is airde de  $x$ .

Is é  $f(x) = x^2$  an fheidhm chearnach is simplí. Má úsáidimid luachanna ionchuir ó  $-3$  go dtí 3, gheobhaimid na luachanna aschuir a thaispeántar sa tábla thíos.

<b>x</b>	-3	-2	-1	0	1	2	3
<b>y</b>	9	4	1	0	1	4	9



Is iad seo na pointí atá ar an gcuair seo:

$(-3, 9), (-2, 4), (-1, 1), (0, 0), (1, 1), (2, 4), (3, 9)$ .

Nuair a cheanglaítear na pointí seo le chéile, cruthaítear cuair mín ar a dtugtar **parabóil**.

Tá an graf thuas siméadrach ar an  $y$ -ais.

Mar gheall air sin, **ais na siméadrachta** a thugtar ar an  $y$ -ais.

## Graf d'fheidhm chearnach a tharraingt

Chun graf d'fheidhm chearnach a tharraingt, tógaimid líon tugtha de  $x$ -luachanna agus faighimid na luachanna  $f(x)$  (nó  $y$ -luachanna) comhfhreagracha agus breacaimid na pointí a thagann astu sin.

Nuair a iarrtar orainn graf feidhme a tharraingt, tugtar dúinn na  $x$ -luachanna atá le húsáid go hiondúil. Is mar seo a scríobhtar luachanna  $x$  ó  $-2$  go dtí 3:  $-2 \leq x \leq 3$ .

Sa sampla thíos, tugtar na céimeanna a úsáidtear chun graf cearnach a tharraingt.

### Sampla 1

Tarraing graf na feidhme  $f(x) = x^2 - 2x - 3$  san fhearann  $-2 \leq x \leq 4$ .

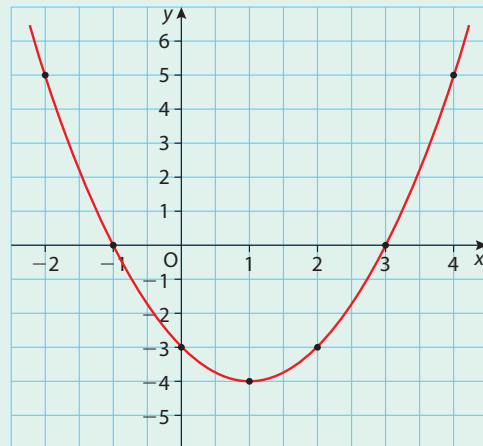
Leagaimid amach tábla d'ordphéirí mar seo:

Nuair a ghraifimid na hordphéirí seo, faighimid an cuair seo a leanas:

<b>x</b>	<b><math>x^2 - 2x - 3</math></b>	<b>y</b>
-2	$4 + 4 - 3$	5
-1	$1 + 2 - 3$	0
0	$0 + 0 - 3$	-3
1	$1 - 2 - 3$	-4
2	$4 - 4 - 3$	-3
3	$9 - 6 - 3$	0
4	$16 - 8 - 3$	5

Is iad seo na hordphéirí:

$(-2, 5), (-1, 0), (0, -3), (1, -4), (2, -3), (3, 0), (4, 5)$ .



## Feidhmeanna a ghrafadh nuair a bhíonn comhéifeacht $x^2$ diúltach —

Má tá comhéifeacht  $x^2$  diúltach i bhfeidhm chearnach, e.g.  $f(x) = -3x^2 + 4$ , beidh an cruth ar dheis ar ghraf na feidhme.



$x^2$  diúltach

### Sampla 2

Tarraing graf na feidhme  $f(x) = -x^2 + 3x + 4$  san fhearann  $-2 \leq x \leq 5$  trí thábla luachanna a leagan amach.

Úsáid do thábla chun a thaispeáint go bhfuil na dara difríochtaí idir na haschuir tairiseach agus scríobh síos luach an tairisigh seo.

Taispeántar thíos tábla na luachanna, agus na chéad agus na dara difríochtaí idir na haschuir.

$x$	$-x^2 + 3x + 4$	$y$
-2	$-4 - 6 + 4$	-6
-1	$-1 - 3 + 4$	0
0	$0 + 0 + 4$	4
1	$-1 + 3 + 4$	6
2	$-4 + 6 + 4$	6
3	$-9 + 9 + 4$	4
4	$-16 + 12 + 4$	0
5	$-25 + 15 + 4$	-6

An chéad difríocht    An dara difríocht

6	
4	2
2	2
0	2
2	2
4	2
6	2

Is iad seo na pointí atá ag teastáil:

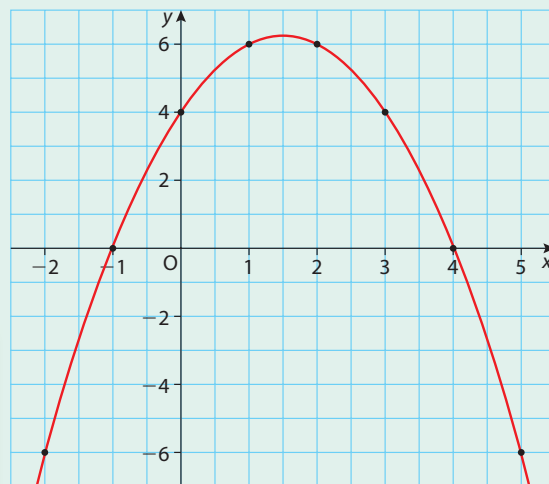
$(-2, -6)$ ,  $(-1, 0)$ ,  $(0, 4)$ ,  $(1, 6)$ ,  
 $(2, 6)$ ,  $(3, 4)$ ,  $(4, 0)$ ,  $(5, -6)$ .

Taispeántar graf na feidhme.

Ón tábla thuas, tá na dara difríochtaí tairiseach.

Is é 2 an tairiseach seo.

I bhfeidhm chearnach, bíonn an dara difríocht idir na luachanna aschuir tairiseach i gcónaí.





## Cleachtadh 17.2

1. Comhlánaigh an tábla ar dheis agus uaidh sin, tarraing graf na feidhme  $f(x) = x^2 - 4$  san fhearann  $-3 \leq x \leq 3$ .

$x$	$x^2 - 4$	$y$
-3		
-2		
-1		
0		
1		
2		
3		

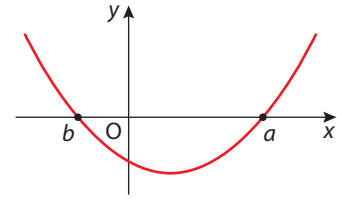
2. Tarraing graf na feidhme  $f: x \rightarrow x^2 - 4x$  san fhearann  $-1 \leq x \leq 4$ .
3. Tarraing graf na feidhme  $f(x) = x^2 + x - 2$  san fhearann  $-3 \leq x \leq 3$ .
4. Tarraing graf na feidhme  $f(x) = 2x^2 - x - 3$  san fhearann  $-2 \leq x \leq 3$ .
5. Tarraing graf na feidhme  $f(x) = 2x^2 + 3x - 4$  san fhearann  $-3 \leq x \leq 2$ .
6. Sainíonn  $f(x) = 2x^2 - 5x - 3$  feidhm.  
Leag amach tábla de na luachanna ionchuir agus aschuir do  $x = -2$  go  $x = 4$ .  
Scríobh síos na chéad difríochtaí agus na dara difríochtaí idir na luachanna aschuir.  
Scríobh síos luach an dara difríocht.  
Cén bhaint atá ag an dara difríocht seo le comhéifeacht  $x^2$  san fheidhm thugtha?
7. Má shainíonn  $f(x) = 4x^2 - 3x + 5$  feidhm, cad í an dara difríocht idir na haschuir?
8. Tarraing graf na feidhme  $y = -x^2$  san fhearann  $-2 \leq x \leq 2$ .
9. Tarraing graf na feidhme  $f: x \rightarrow -x^2 + 2x + 3$  san fhearann  $-2 \leq x \leq 4$ .  
Úsáid do ghraf chun comhordanáidí na bpointí ina dtrasnaíonn an graf an  $x$ -ais a fháil.

## Mír 17.3 Graif chearnacha a úsáid agus brí a bhaint astu

### 1. Brí na cothromóide $f(x) = 0$

Taispeánann an graf ar dheis an cuar  $f(x) = 2x^2 - 2x - 3$  ag trasnú na  $x$ -aise ag  $a$  agus  $b$ .

Is iad  $x$ -luachanna na bpointí seo fréamhacha na cothromóide cearnaí gaolta  $x^2 - 2x - 3 = 0$ .  
Cén fáth sin?



Is féidir  $f(x) = x^2 - 2x - 3$  a scríobh mar  $y = x^2 - 2x - 3$  freisin.

Nuair atá  $y = 0$ , tá  $x^2 - 2x - 3 = 0$ .

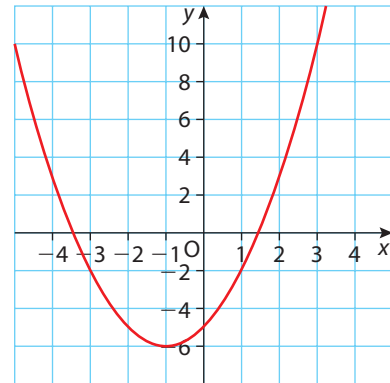
Is ainm eile ar an  $x$ -ais é  $y = 0$ .

Mar sin, tugann réiteach na cothromóide  $x^2 - 2x - 3$   $x$ -luachanna na bpointí ina dtrasnaíonn an cuar an  $x$ -ais.

Is é an cuar ar dheis graf na feidhme  $f(x) = x^2 + 2x - 5$ .

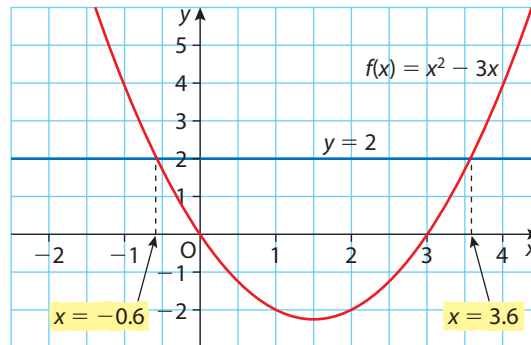
Faighimid fréamhacha na cothromóide  $x^2 + 2x - 5 = 0$  ach  $x$ -luachanna na bpointí ina dtrasnaíonn an graf an  $x$ -ais a léamh ón ngraf.

Is iad  $x = -3.5$  agus  $x = 1.5$  na luachanna seo.



### 2. An chothromóid $f(x) = k$ , áit a bhfuil $k \in \mathbb{R}$

Tá graf na feidhme  $f(x) = x^2 - 3x$  thíos.



Is féidir an graf seo a úsáid chun an chothromóid  $f(x) = 2$  nó  $y = 2$  a réiteach ach an líne  $y = 2$  a tharraingt agus ansin  $x$ -luachanna na bpointí ina dtrasnaíonn an líne  $y = 2$  an cuar a léamh ón ngraf.

Is iad  $x = -0.6$  nó  $x = 3.6$  na luachanna seo.

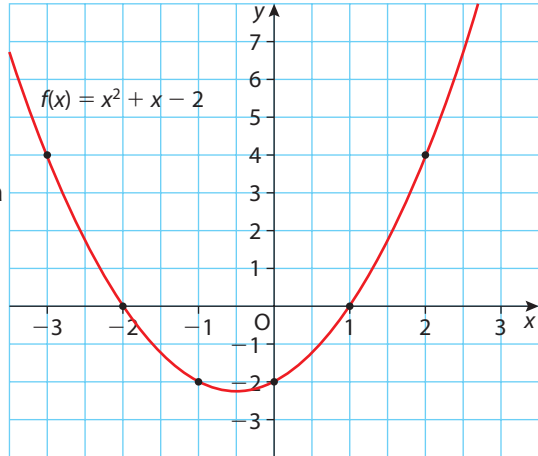
### 3. Cén uair a bhíonn feidhm deimhneach nó diúltach?

Féach ar dheis graf den fheidhm  $f(x) = x^2 + x - 2$ .

Deirtear go mbíonn an fheidhm **diúltach** nuair a bhíonn an cuar **faoi bhun** na  $x$ -aise. Bíonn sí diúltach mar go mbíonn luachanna  $f(x)$  (nó na  $y$ -luachanna) diúltach.

Mar sin bíonn an fheidhm diúltach i gcás  $-2 < x < 1$ .

Bíonn an fheidhm **deimhneach** i gcás  $x < -2$  nó  $x > 1$ .

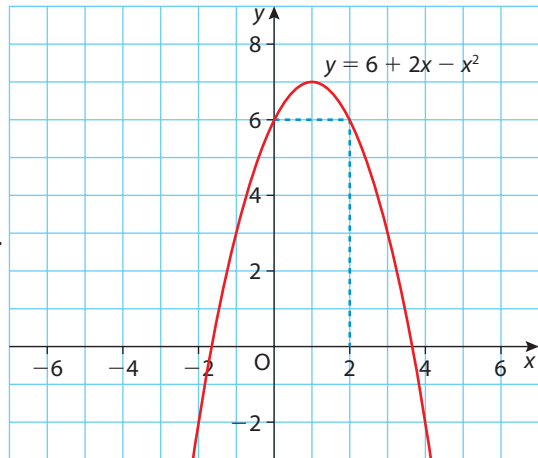


### 4. $f(k)$ a aimsiú ón ngraf

Féach thíos graf den fheidhm  $y = 6 + 2x - x^2$ .

Is é  $f(2)$  luach  $y$  nuair atá  $x = 2$ .

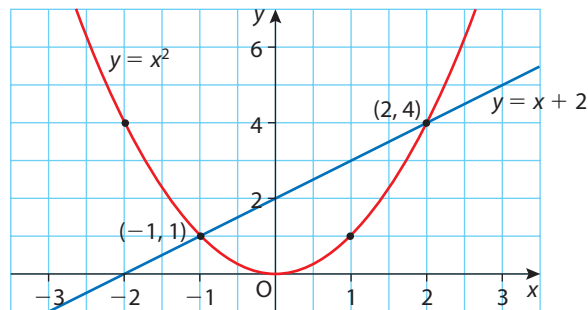
Chun  $f(2)$  a aimsiú, tarraingímid an líne  $x = 2$  agus ansin léimid  $y$ -luach an phointe ina dtrasnaíonn an líne seo an cuar. Is é 6 an  $y$ -luach seo, i.e.  $f(2) = 6$ .



### 5. Graif a thrasnaíonn a chéile

Féach thíos graif de na feidhmeanna seo,

$$f(x) = x^2 \text{ (i.e. } y = x^2\text{)} \text{ agus } g(x) = x + 2 \text{ (i.e. } y = x + 2\text{)}.$$



Tabhair faoi deara gur ag na pointí  $(-1, 1)$  agus  $(2, 4)$  a thrasnaíonn an cuar  $f(x)$  agus an líne  $g(x)$  a chéile. Mar seo atá ag na pointí trasnaithe sin:  $f(x) = g(x)$ , i.e.  $x^2 = x + 2$ .

Anois réiteoidimid an chothromóid  $x^2 = x + 2$ .

$$\begin{aligned} x^2 = x + 2 &\Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \\ &\Rightarrow (x + 1)(x - 2) = 0 \\ &\Rightarrow x + 1 = 0 \text{ nó } x - 2 = 0 \text{ i.e. } x = -1 \text{ nó } x = 2. \end{aligned}$$

Tabhair faoi deara gurb iad seo  $x$ -luachanna na bpointí ina dtrasnaíonn an dá ghraf a chéile.

*Cuimhnigh*

Más dhá fheidhm iad  $f(x)$  agus  $g(x)$ , is féidir an chothromóid  $f(x) = g(x)$  a réiteach ach graif na bhfeidhmeanna a tharraingt ar comhscála agus ar na haiseanna céanna, agus  $x$ -luachanna phointí trasnaithe na ngraf a scríobh síos.

Is féidir linn, freisin, an cuar thuas a úsáid chun an chothromóid  $f(x) < g(x)$  a réiteach. Seasann  $f(x) < g(x)$  don chuid sin den ghraf ina bhfuil an cuar  $f(x)$  faoi bhun na líne  $g(x)$ .

Ón ngraf, tá an cuar faoi bhun na líne ó  $x = -1$  go dtí  $x = 2$ .

Mar sin,  $f(x) < g(x)$  i gcás  $-1 < x < 2$ .

## 6. Uasluachanna agus íosluachanna

Ar dheis, feictear graf na feidhme

$$y = x^2 - 2x - 3.$$

An **t-íosphointe** nó an **t-íosphointe casaidh**

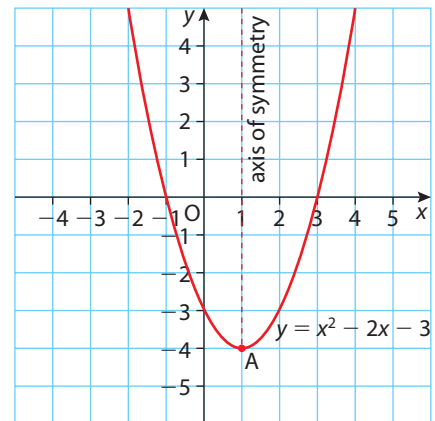
a thugtar ar an bpointe A.

Seo é an pointe  $(1, -4)$ .

An **t-íosluach** a thugtar ar  $y$ -luach an phointe seo.

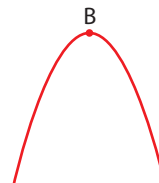
Sa ghraf seo, is é  $-4$  an t-íosluach.

Is é  $x = 1$  cothromóid ais siméadrachta an chuir seo.



Má bhíonn comhéifeacht  $x^2$  diúltach i bhfeidhm áirithe, beidh an cruth a thaispeántar ar dheis ar an gcuar.

Beidh **uasphointe casaidh** (an pointe B) ag an gcuar seo.



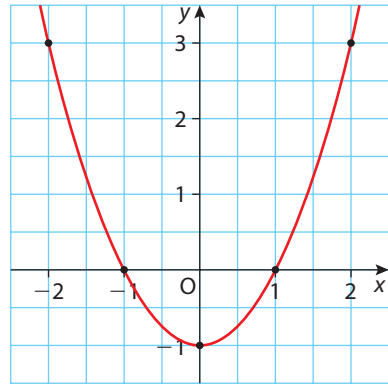
## Cleachtadh 17.3

1. Is é an cuar ar dheis graf na feidhme

$$f(x) = x^2 - 1.$$

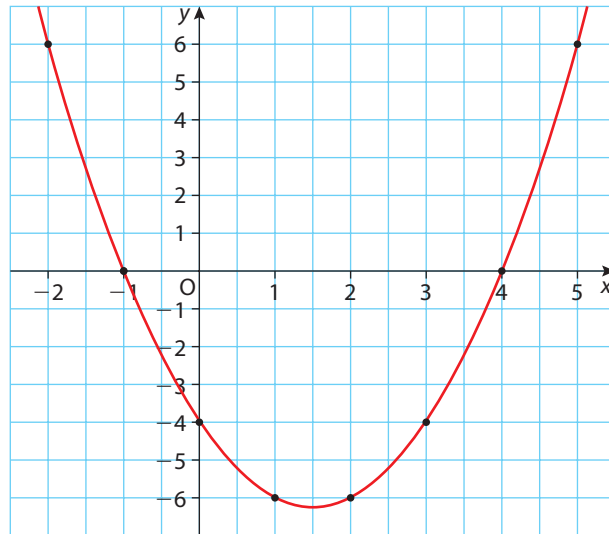
Úsáid an graf chun iad seo a aimsiú:

- luach  $f(x)$  nuair atá  $x = 2$
- luach  $f(x)$  nuair atá  $x = -2$
- íosphointe an chuais
- na luachanna ar  $x$  nuair atá  $f(x) = 0$
- na luachanna ar  $x$  nuair atá  $f(x) = 3$ .



2. Taispeántar thíos graf na feidhme

$$f(x) = x^2 - 3x - 4 \text{ san fhearann } -2 \leq x \leq 5.$$

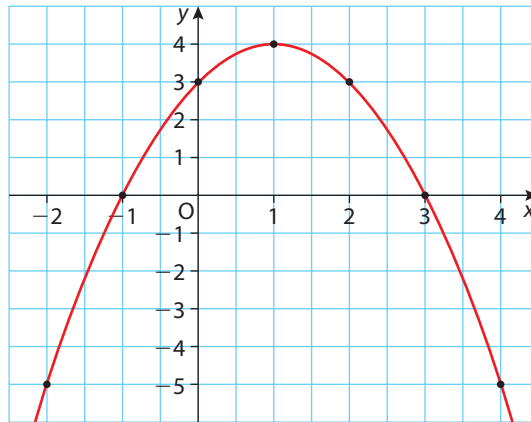


Úsáid an graf thuas chun iad seo a aimsiú:

- na luachanna ar  $x$  a fhágann  $f(x) = 0$
- na luachanna ar  $x$  a fhágann  $f(x) = 6$
- na luachanna ar  $x$  a fhágann  $f(x) = -4$
- luach  $f(2)$
- luach  $f\left(\frac{1}{2}\right)$
- comhordanáidí íosphointe an chuais
- íosluach  $f(x)$ .

**3.** Taispeántar thíos graf na feidhme

$$f: x \rightarrow 3 + 2x - x^2, \text{ i gcás } -2 \leq x \leq 4, x \in \mathbb{R}.$$



Úsáid an graf chun iad seo a scríobh síos:

- (i) fréamhacha na cothromóide  $f(x) = 0$
- (ii) na luachanna ar  $x$  a fhágann  $f(x) = 3$
- (iii) luach  $f\left(2\frac{1}{2}\right)$
- (iv) uasluach  $f(x)$
- (v) comhordanáidí uasphointe  $f(x)$
- (vi) raon na luachanna ar  $x$  a fhágann gur méadaitheach atá  $f(x)$
- (vii) raon na luachanna ar  $x$  a fhágann go bhfuil  $f(x)$  deimhneach
- (viii) cothromóid ais siméadrachta an chuir.

**4.** Tarraing graf na feidhme  $f(x) = 2x^2 - x - 3$  san fhearann  $-2 \leq x \leq 3$ .

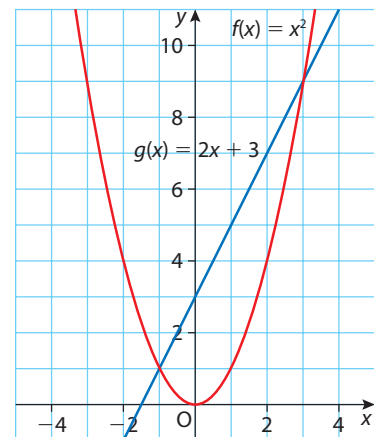
Úsáid do ghráf chun iad seo a aimsiú:

- (i) na luachanna ar  $x$  a fhágann  $f(x) = 0$
- (ii) na luachanna ar  $x$  a fhágann  $f(x) = 6$
- (iii) comhordanáidí íospointe an chuir
- (iv) na luachanna ar  $x$  a fhágann  $f(x) < 0$ .

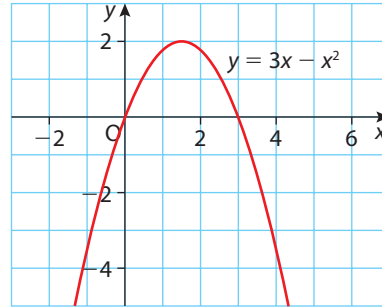
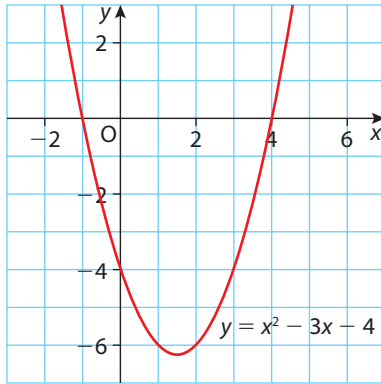
**5.** Taispeántar ar dheis graif na bhfeidhmeanna

$$f(x) = x^2 \text{ agus } g(x) = 2x + 3.$$

- (i) Scríobh síos comhordanáidí na bpointí ina dtrasnaíonn an cuar agus an líne a chéile.
- (ii) Réitigh an chothromóid  $x^2 = 2x + 3$
- (iii) Cén ceangal atá idir na freagraí in (i) agus (ii) thuas?
- (iv) Mínigh brí na cothromóide  $f(x) = g(x)$ .
- (v) Úsáid an graf chun raon na luachanna ar  $x$  a fhágann  $f(x) < g(x)$  a fháil.



6. Seo dhá ghraf:



Úsáid na graif chun na cothromóidí seo a réiteach:

- (i)  $3x - x^2 = 0$
- (ii)  $x^2 - 3x - 4 = 0$
- (iii)  $3x - x^2 = -3$
- (iv)  $x^2 - 3x - 4 = -2$ .

7. Ar comhscála agus ar na haiseanna céanna, graf na feidhmeanna  $f: x \rightarrow x^2 + 3x - 3$  agus  $g: x \rightarrow x - 2$  san fhearann  $-4 \leq x \leq 2, x \in \mathbb{R}$ .

Úsáid na graif chun meastachán a dhéanamh ar:

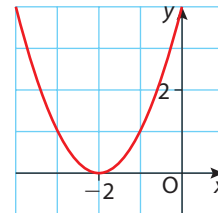
- (i) fréamhacha na cothromóide  $x^2 + 3x - 3 = 0$
- (ii) fréamhacha na cothromóide  $x^2 + 3x - 3 = -2$
- (iii) fréamhacha na cothromóide  $f(x) = g(x)$
- (iv) íoslúach  $f(x)$ .

Cén chiall atá le  $f(x) < g(x)$ ?

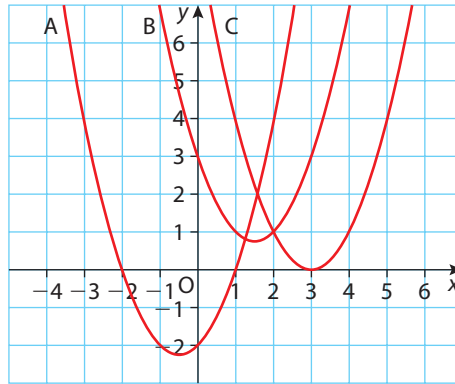
Anois úsáid do ghraf chun raon na luachanna ar  $x$  a fháil, a fhágann  $f(x) < g(x)$ .

8. Is é  $y = (x + 2)^2$  cothromóid an chuir ar dheis.

- (i) Réitigh an chothromóid  $(x + 2)^2 = 0$ .
- (ii) An bhfuair tú luach amháin nó dhá luach ar  $x$ ?
- (iii) Mura bhfuair tú ach aon luach amháin, **ilfhréamh** a thugtar ar an luach a fuair tú ar  $x$ .  
Mínigh conas a léiríonn an graf an ilfhréamh seo.



9. Taispeánann an léaráid thíos graif  $y = x^2 + x - 2$ ,  $y = x^2 - 6x + 9$  agus  $y = x^2 - 3x + 3$ .



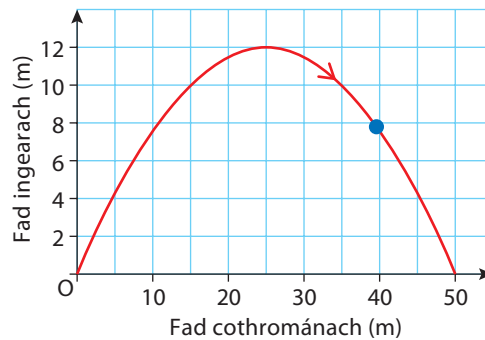
- Trí  $x = 0$  (nó aon luach eile ar  $x$ ) a chur isteach i ngach cothromóid, oibrigh amach cé acu graf a fhreagraíonn do na cothromóidí, faoi seach.
- Cé acu feidhm a bhfuil ilfhréamh aici?
- Úsáid an graf chun an chothromóid seo a réiteach:

$$x^2 + x - 2 = x^2 - 6x + 9.$$

### Mír 17.4 Graif chearnacha agus fadhbanna praiticiúla —

A lán fadhbanna ón ngnáthshaol, mar shampla eitilt liathróid ghailf a fháil nó an t-achar a uasmhéadú i gcás dronuilleog a bhfuil imlíne ar leith aici, is féidir leas a bhaint as cothromóidí cearnacha chun iad a shamhaltú.

Taispeánann an léaráid thíos airde liathróide, a caitheadh san aer, os cionn na talún.



Ón ngraf, feictear

- go sroicheann an liathróid airde 12 m
- go dtuirlingíonn an liathróid 50 m chun siúil ón ionad ónar caitheadh í.



## Sampla 1

Glac leis go bhfuil  $f(x) = 4 - 3x - x^2$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ,  
Cóipeáil agus comhlánaigh an tábla ar dheis.

Tarraing graf  $f(x)$  san fhearann  $-5 \leq x \leq 2$ .

Má sheasann an graf don teocht, ina  $C^\circ$ , a  
tomhaiseadh gach dhá uair an chloig idir 6 a.m.  
( $x = -5$ ) agus 8 p.m. ( $x = 2$ ) i gcathair ar leith,  
úsáid an graf chun iad seo a mheas:

- an teocht ag 11 a.m.
- an t-am a raibh an teocht is airde ann
- na hamanna a raibh an teocht ag  $3^\circ C$
- an líon uaireanta an chloig a raibh an teocht ag an reophointe nó os a chionn.

Tá an tábla comhlánaithe le feiceáil ar dheis.

Is iad seo na pointí ar an ngraf:

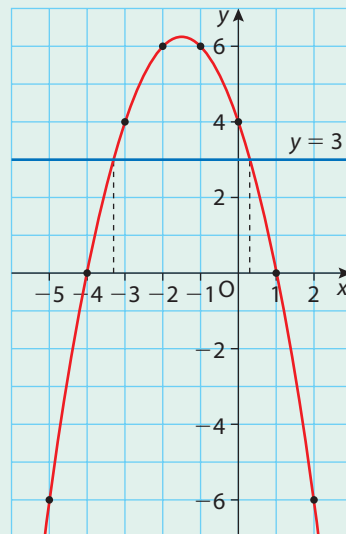
$(-5, -6)$ ,  $(-4, 0)$ ,  $(-3, 4)$ ,  $(-2, 6)$ ,  
 $(-1, 6)$ ,  $(0, 4)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(2, -6)$ .

Taispeántar an graf thíos ar dheis.

- Seasann  $x = -2\frac{1}{2}$  do 11 a.m.  
Is ionann an teocht ag  $x = -2\frac{1}{2}$  agus  
y-luach an phointe ina dtrasnaíonn an  
líne ingearach trí  $x = -2\frac{1}{2}$  an cuar.  
 $\therefore$  is é  $5.2^\circ C$  an teocht ag 11 a.m.
- Tá an teocht is airde ann nuair atá  $x = -1.5$ .  
Is é 1 p.m. an t-am ag  $x = -1.5$   
 $\therefore$  tá an teocht is airde ann ag 1 p.m.
- Bíonn an teocht ag  $3^\circ C$  nuair a bhíonn  
 $x = -3.3$  nó  $x = 0.3$   
Ag  $x = -3.3$ , is é 9.24 a.m. an t-am.  
Ag  $x = 0.3$ , is é 4.36 p.m. an t-am  
 $\therefore$  bíonn an teocht ag  $3^\circ C$  ag 9.24 a.m.  
agus 4.36 p.m.
- Bíonn an teocht os cionn an reophointe  
nuair a bhíonn  $y > 0$ .  $y > 0$  ó  $x = -4$  go  $x = 1$ .  
Ag  $x = -4$ , is é 8 a.m. an t-am.  
Ag  $x = 1$ , is é 6 p.m. an t-am.  
Bíonn an teocht os cionn an reophointe ar  
feadh 10 n-uair an chloig.

x	$4 - 3x - x^2$	y
-5	$4 + 15 - 25$	-6
-4		
-3		
-2		
-1		
0		
1	$4 - 3 - 1$	0
2		

x	$4 - 3x - x^2$	y
-5	$4 + 15 - 25$	-6
-4	$4 + 12 - 16$	0
-3	$4 + 9 - 9$	4
-2	$4 + 6 - 4$	6
-1	$4 + 3 - 1$	6
0	$4 + 0 + 0$	4
1	$4 - 3 - 1$	0
2	$4 - 6 - 4$	-6



## Cleachtadh 17.4

1. Ar dheis, feictear graf na feidhme

$$f(x) = -x^2 + 4x + 12.$$

Úsáid an graf chun iad seo a scríobh:

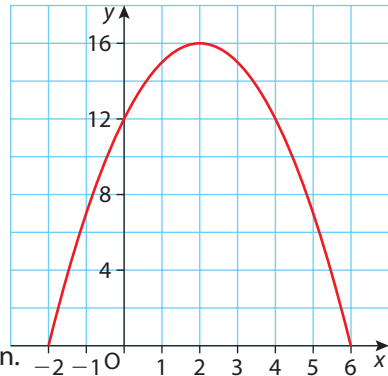
- (i)  $f(1)$
- (ii) na luachanna ar  $x$  a fhágann  $f(x) = 12$
- (iii) cothromóid ais na siméadrachta.

Seasann  $f(x)$  do líon na dtacsaithe ag stad tacsaithe óna 6 a.m. ( $x = -2$ ) go dtí 10 p.m. ( $x = 6$ ).

Seasann gach aonad ar an  $x$ -ais do 2 uair an chloig agus seasann gach aonad ar an  $y$ -ais do thacsáí amháin.

Úsáid an graf chun iad seo a mheas:

- (iv) líon na dtacsaithe ag an stad ag meán lae
- (v) na hamanna a raibh 14 thacsáí ag an stad
- (vi) an líon uaireanta an chloig a raibh 10 dtacsáí nó níos mó ag an stad.



2. Ar dheis, grafadh an fheidhm

$$f(x) = 7 + 5x - 2x^2$$

san fhearann  $-1 \leq x \leq 4$ .

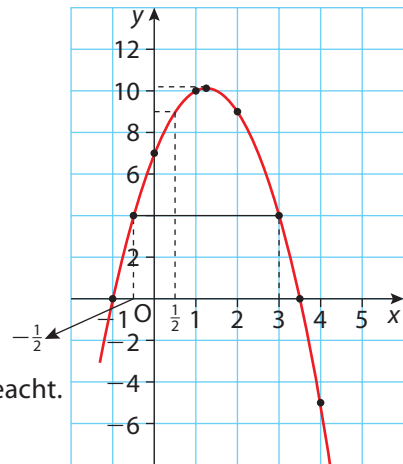
Úsáid an graf chun

$$7 + 5x - 2x^2 = 0 \text{ a réiteach.}$$

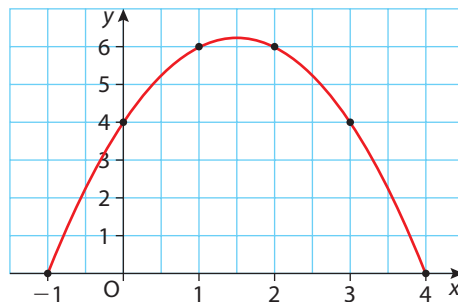
Is é  $f(x)$  an airde, i méadair, a shroich cáithnín a scaoileadh ó thalamh mhín ag an bpointe ina bhfuil  $x = -1$ . Seasann an  $x$ -ais do thalamh mhín. Ón am ar scaoileadh é go dtí gur bhuail sé an talamh arís, bhí an cáithnín ag taisteal ar feadh 4.5 soicind go beacht.

Úsáid an graf chun iad seo a mheas:

- (i) an uasairde a shroich an cáithnín
- (ii) an airde a shroich sé i ndiaidh 1.5 soicind ag taisteal
- (iii) líon na soicindí a raibh an cáithnín 4 m nó níos mó os cionn na talún.



3. Tá graf na feidhme  $f(x) = 4 + 3x - x^2$  san fhearann  $-1 \leq x \leq 4$ .



Seasann an graf do líon na gcarranna i gcarrchlós idir 9 a.m. agus meán oíche.  
 Seasann gach aonad ar an  $y$ -ais do 100 carr.  
 Seasann gach aonad ar an  $x$ -ais do 3 uair an chloig, áit á bhfuil  
 $-1 = 9$  a.m.,  $0 = 12$  meán lae,  $1 = 3$  p.m. ... agus araile.

Úsáid an graf chun iad seo a mheas:

- (i) líon na gcarranna sa charrchlós ag 1.30 p.m.
- (ii) na hamanna a raibh 400 carr sa charrchlós
- (iii) an t-am a raibh an líon ba mhó carranna sa charrchlós.  
 Scríobh síos an líon seo.
- (iv) na hamanna nach raibh carr ar bith sa charrchlós.

- 4.** Tá 16 mhéadar de chlaí ag feirmeoir chun buaile dhronuilleogach a dhéanamh do chaoirigh. Má tá taobh amháin den bhuaile  $x$  méadar ar fad, taispeáin go dtugann  $A(x) = 8x - x^2$  achar  $A$ .

Tarraing graf  $A(x)$  san fhearann  $0 \leq x \leq 8$ .

Úsáid do ghraf chun iad seo a mheas:

- (i) achar na buaile nuair atá  $x = 2.5$
- (ii) an t-achar is mó is féidir, agus luach  $x$  sa chás sin
- (iii) an dá luach ar  $x$  a fhágann achar  $12 \text{ m}^2$ .

- 5.** Tarraing graf na feidhme  $f: x \rightarrow 6x - x^2$  san fhearann  $0 \leq x \leq 6$ .

Seasann  $f(x)$  don airde, i méadair, a shroich liathróid ghailf ón am ar buaileadh í ( $x = 0$ ) go dtí gur bhuaill sí an talamh ( $x = 6$ ).

Má sheasann gach aonad ar an  $x$ -ais do shoicind amháin agus gach aonad ar an  $y$ -ais do 5 mhéadar, úsáid do ghraf chun iad seo a mheas:

- (i) an airde is mó a shroich an liathróid ghailf
- (ii) airde na liathróide gailf tar éis  $1\frac{1}{2}$  soicind
- (iii) an méid soicindí a bhí caite nuair a bhí an liathróid 10 méadar os cionn na talún
- (iv) an méid soicindí a thóg sé ar an liathróid a huasairde a shroicheadh.

- 6.** Tugann an fhoirmle  $a = 3r^2$  achar ciorcail, go garbh.

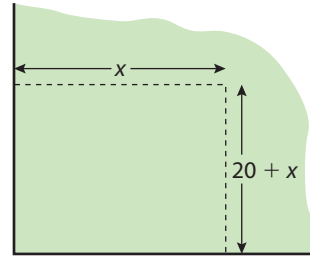
- (i) Cóipeáil agus comhlánaigh an tábla ar dheis agus tarraing graf den fheidhm i gcás  $0 \leq r \leq 3$ .
- (ii) Úsáid do ghraf chun meastachán a fháil ar achar ciorcail ar gá dó 2.5 m.
- (iii) Má tá achar  $10 \text{ m}^2$  ag ciorcal, úsáid an graf chun fad a gha a mheas.
- (iv) Déan cinnte de go bhfuil do fhreagraí ar (ii) agus (iii) ceart trí leagan cruinn na foirmle d'achar ciorcail a úsáid (i.e.  $A = \pi r^2$ ).

$r$	$3r^2$	$A$
0		
1	3	3
2		
3		

7. Tá 20 m de chlaí ag feirmeoir.

Teastaíonn uaidh é a úsáid chun buaile dhronuilleogach a dhéanamh i gcúinne páirce, mar a fheictear sa léaráid.

- (i) Scríobh síos slonn don achar,  $A \text{ m}^2$ , a bheidh iata ag an gclaí.
- (ii) Breac graf  $A$  do na luachanna ar  $x$  idir 0 agus 20.
- (iii) Cad iad na luachanna ar  $x$  a thugann achar  $40 \text{ m}^2$ ?
- (iv) Cén raon luachanna ar  $x$  a thugann achar iata a bheadh níos mó ná  $90 \text{ m}^2$ ?
- (v) Cad é an t-achar is mó is féidir leis an bhfeirmeoir a iamh?  
Cad iad na faid chlaí a theastóidh don uasachar seo?



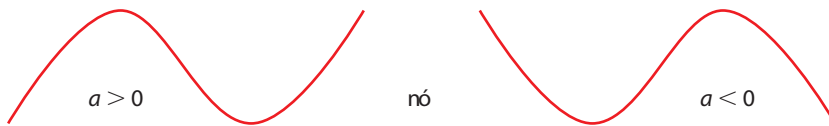
## Mír 17.5 Feidhmeanna ciúbacha

San fhoirm seo a leanas is gnách le feidhmeanna ciúbacha a bheith:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, \text{ áit a bhfuil } a, b, c \text{ agus } d \in \mathbb{R}.$$

Is gnách gur cuar rialta agus dhá phointe casaidh a bhíonn i ngraf d'fheidhm chiúbach

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ , mar seo a leanas:



Agus graf d'fheidhm chiúbach á tharraingt againn, is gnách go dtugtar tacar luachanna ionchuir dúinn – an fearann a thugtar air sin.

Cuirimid tábla le chéile ansin go ríomhfaimid na haschuir nó na y-luachanna.

Tá na céimeanna a úsáidtear chun an tábla a **thógáil** agus an graf a tharraingt le feiceáil sa sampla oibrithe thíos.

### Sampla 1

Tarraing graf na feidhme  $f: x \rightarrow x^3 - 3x^2 - x + 3$ , san fhearann  $-2 \leq x \leq 4$ .

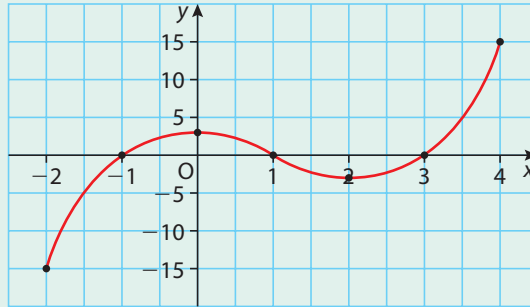
Mar seo a chuirimid le chéile tábla d'ordphéirí:

$x$	$x^3 - 3x^2 - x + 3$	$y$
-2	$-8 - 12 + 2 + 3$	-15
-1	$-1 - 3 + 1 + 3$	0
0	$0 - 0 - 0 + 3$	3
1	$1 - 3 - 1 + 3$	0
2	$8 - 12 - 2 + 3$	-3
3	$27 - 27 - 3 + 3$	0
4	$64 - 48 - 4 + 3$	15

Is iad seo na hordphéirí:

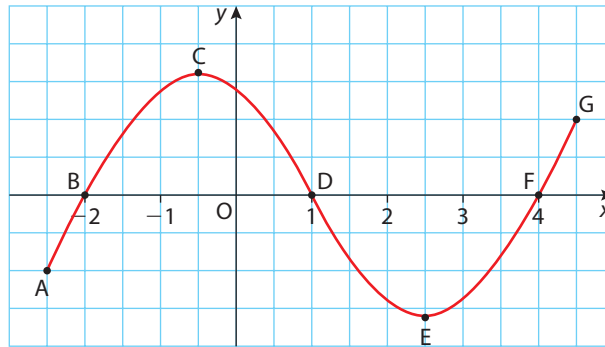
$(-2, -15), (-1, 0), (0, 3), (1, 0),$   
 $(2, -3), (3, 0), (4, 15).$

Breacaimid na pointí sin go bhfaighimid cuar rialta agus dhá phointe casaidh air, mar atá le feiceáil thíos:



## Gnéithe a bhaineann le graf d'fheidhm chiúbach

Seo léaráid de ghnáthghraf d'fheidhm chiúbach  $y = f(x)$ .



Ní mór cuimhneamh ar na pointí seo agus graif d'fheidhmeanna ciúbacha á láimhseáil againn.

- Uasphointe casaidh** a thugtar ar an bpointe C.  
**Íosphointe casaidh** a thugtar ar an bpointe E.
- Deimhneach** a bhíonn an graf [i.e.  $f(x)$ ] agus é os cionn na  $x$ -aise, agus **diúltach** a bhíonn sé faoi bhun na  $x$ -aise.  
 $\Rightarrow$  deimhneach a bhíonn  $f(x)$  i gcás na  $x$ -luachanna ó B go dtí D agus ó F go dtí G.  
 Diúltach a bhíonn an graf i gcás na  $x$ -luachanna ó A go dtí B agus ó D go dtí F.
- Ach an graf á scrúdú ó **chlé go deas**, deirimid gur **méadaitheach** atá  $f(x)$  agus an cuar ag éirí, agus gur **laghdaitheach** atá sí agus an cuar ag titim.
  - Diúltach méadaitheach** atá an fheidhm  $f(x)$  ó A go B (i.e. ó  $x = -2\frac{1}{2}$  go dtí  $x = -2$ ).
  - Deimhneach méadaitheach** atá an fheidhm  $f(x)$  ó B go C (i.e. ó  $x = -2$  go dtí  $x = -\frac{1}{2}$ ).
  - Deimhneach laghdaitheach** atá an fheidhm  $f(x)$  ó C go D (i.e. ó  $x = -\frac{1}{2}$  go dtí  $x = 1$ ).

- (iv) **Diúltach laghdaitheach** atá an fheidhm  $f(x)$  ó D go E (i.e. ó  $x = 1$  go dtí  $x = 2\frac{1}{2}$ ).
  - (v) **Diúltach méadaitheach** atá an fheidhm  $f(x)$  ó E go F (i.e. ó  $x = 2\frac{1}{2}$  go dtí  $x = 4$ ).
  - (vi) **Deimhneach méadaitheach** atá an fheidhm  $f(x)$  ó A go B (i.e. ó  $x = 4$  go dtí  $x = 4\frac{1}{2}$ ).
4. Is ionann na réitigh ar an gcothromóid  $f(x) = 0$  agus  $x$ -luachanna na bpointí ina dtrasnaíonn an cuar an  $x$ -ais.  
Sa ghraf thuas,  $f(x) = 0 \Rightarrow x = -2, x = 1$  agus  $x = 4$ .

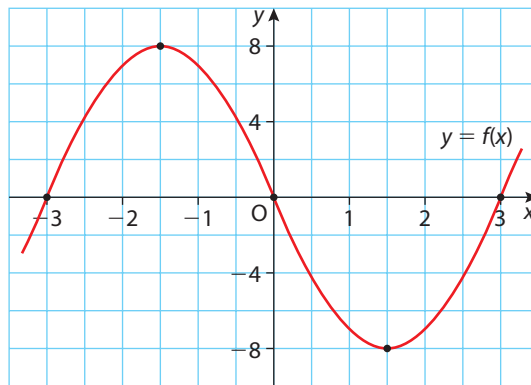
### Cleachtadh 17.5

1. Cóipeáil agus comhlánaigh an tábla ar dheis.

Úsáid an tábla seo chun graf na feidhme  $f(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3$  a tharraingt san fhearann  $-4 \leq x \leq 2, x \in \mathbb{R}$ .

$x$	$x^3 + 3x^2 - x - 3$	$y$
-4	$-64 + 36 + 4 - 3$	-27
-3		
-2		
-1		
0		
1		
2		

- 2. Tarraing graf na feidhme  $y = x^3 - 2x^2 - 4x$  san fhearann  $-2 \leq x \leq 4, x \in \mathbb{R}$ .
- 3. Graf an fheidhm  $f(x) = x^3 - 5x + 2$  san fhearann  $-3 \leq x \leq 3, x \in \mathbb{R}$ .
- 4. Taispeánann an léaráid thíos graf na feidhme  $y = f(x)$ .



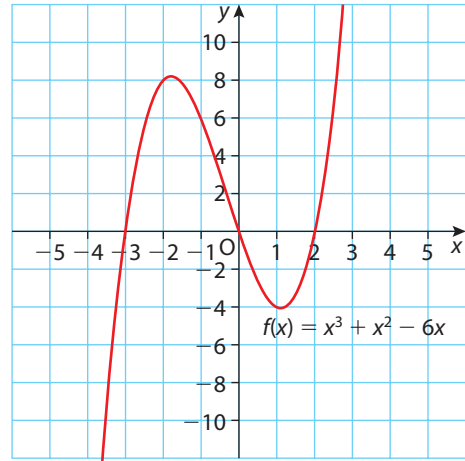
Úsáid an graf chun iad seo a scríobh síos:

- (i) fréamhacha na cothromóide  $f(x) = 0$
- (ii) fearann na luachanna ar  $x$  a fhágann  $f(x)$  deimhneach
- (iii) na luachanna ar  $x$  a fhágann  $f(x)$  deimhneach laghdaitheach
- (iv) comhordanáidí an uasphointe casaidh
- (v) comhordanáidí an íosphointe casaidh.

5. Taispeánann an léaráid ar dheis graf na feidhme  $f(x) = x^3 + x^2 - 6x$ .

Úsáid an graf chun iad seo a scríobh síos:

- fréamhacha na cothromóide  $f(x) = 0$
- comhordanáidí an íospointe casaidh
- na luachanna ar  $x$  a fhágann  $f(x)$  deimhneach
- na luachanna ar  $x$  a fhágann  $f(x)$  diúltach laghdaitheach.



6. Má tá  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 7x - 3$ , cóipeáil an tábla seo a leanas agus comhlánaigh é:

$x =$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x) =$	-7					-7		21

Tarraing graf na feidhme

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - 7x - 3 \text{ san fhearann } -4 \leq x \leq 3, x \in \mathbb{R}.$$

Úsáid do ghraf chun iad seo a mheas:

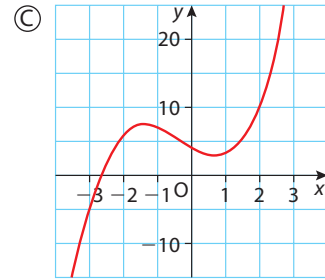
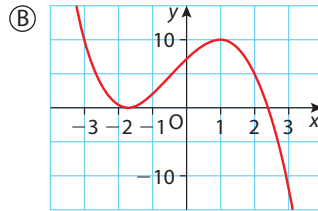
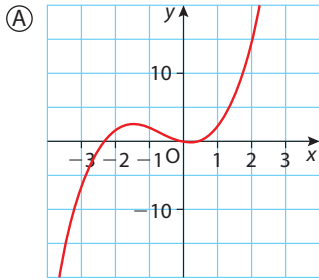
- fréamhacha na cothromóide  $f(x) = 0$
- fearann na luachanna ar  $x$  a fhágann  $f(x)$  laghdaitheach
- comhordanáidí an íospointe casaidh.

7. Cóipeáil agus comhlánaigh tábla na luachanna ar  $y$  i gcás  $y = 6x + x^2 - x^3$ .

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y$		0	-4			8	0	

- Tarraing graf den fheidhm  $y = 6x + x^2 - x^3$  san fhearann  $-3 \leq x \leq 4$ .
- Cén difríocht atá idir an graf seo agus na graif a tharraing tú go dtí seo?
- Scríobh amach fréamhacha na cothromóide  $y = 0$ .
- Úsáid do ghraf chun comhordanáidí an íospointe casaidh a mheas.
- Cad iad na luachanna ar  $x$  a fhágann  $y$  diúltach laghdaitheach?

8. Seo iad na graif le haghaidh trí fheidhm chiúbacha,  $f(x) = \dots$



- (i) Cé acu graf a thaispeánann feidhm ina bhfuil comhéifeacht  $x^3$  diúltach?
- (ii) Cé acu graf nach bhfuil ach aon fhréamh réadach amháin don chothromóid  $f(x) = 0$  ann?
- (iii) Cé acu graf ina bhfuil  $f(x)$  deimhneach i gcás  $-2.5 < x < 0$ ?
- (iv) Cé acu graf atá diúltach laghdaitheach i gcás  $x > 2.4$ ?

9. Má tá  $f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 5x - 6$ , comhlánaigh an tábla seo a leanas:

$x =$	-2	-1	0	1	2	3
$f(x) =$		-6				-18

Tarraing graf na feidhme  $f: x \rightarrow -2x^3 + 3x^2 + 5x - 6$  san fhearann  $-2 \leq x \leq 3$ .

Úsáid do ghraf chun iad seo a mheas:

- (i) fréamhacha na cothromóide  $f(x) = 0$
- (ii) comhordanáidí an uasphointe casaidh
- (iii) na luachanna ar  $x$  a d'fhágfadh  $f(x) > 0$
- (iv) na luachanna ar  $x < 0$  a d'fhágfadh  $f(x)$  diúltach laghdaitheach.

10. Meaitseáil gach ceann de na sracghraif thíos le ceann amháin de na cothromóidí a tugadh.

$y = x^3 - x^2$

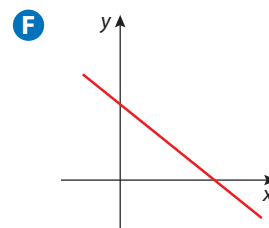
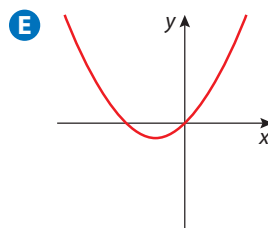
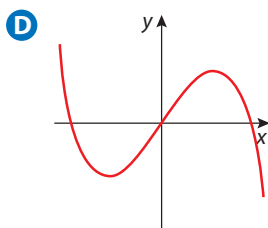
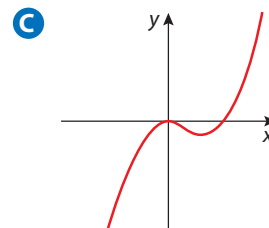
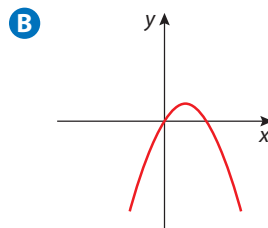
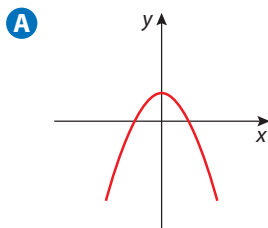
$y = 1 - x^2$

$y = x - x^2$

$y = -\frac{3}{4}x + 3$

$y = x^2 + 3x$

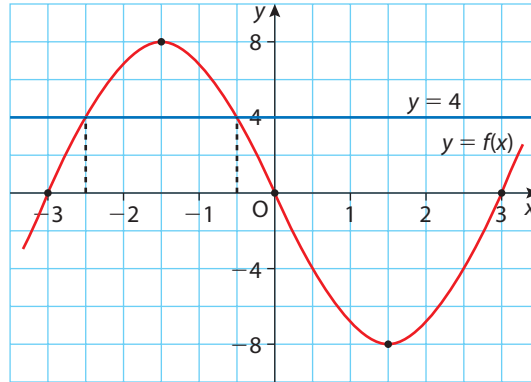
$y = 9x - x^3$





## Mír 17.6 Graif d'fheidhmeanna ciúbacha a úsáid

Léiríonn an graf thíos an fheidhm  $f(x) = x^3 - 9x$ .



Sa mhír roimhe seo, taispeánadh gurb ionann réitigh na cothromóide  $f(x) = 0$  agus na  $x$ -luachanna na bpointí ina dtrasnaíonn an cuar an  $x$ -ais.

Ón ngraf, is iad  $x = -3, 0$  agus  $3$  na réitigh ar  $f(x) = 0$ .

### Conas an chothromóid $f(x) = 4$ a réiteach

Is féidir an graf a tugadh dúinn a úsáid chun an chothromóid  $f(x) = 4$  a réiteach ach an líne  $y = 4$  a tharraingt agus ansin  $x$ -luachanna na bpointí ina dtrasnaíonn an líne an cuar a léamh ón ngraf. Ón ngraf, is meastachán ar na luachanna sin iad seo:

$$x = -2.5 \text{ nó } x = -0.5.$$

Má tharraingítear feidhm eile  $g(x)$  ar comhscála agus ar na haiseanna céanna, ansin is ionann  $x$ -luachanna na bpointí ina dtrasnaíonn na graif a chéile agus réitigh na cothromóide  $f(x) = g(x)$ .

### Cothromóidí a bhaineann leis an ngraf a réiteach

Má tharraingimid an graf  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 4$ , conas a úsáidfimid an graf chun an chothromóid  $x^3 - 2x^2 + 5x - 6 = 0$  a réiteach?

Tabhair faoi deara gur féidir an dara cothromóid a shloinneadh mar

$$\text{An chéad chothromóid} = 2$$

$$\text{i.e. } x^3 - 2x^2 + 5x - 4 = 2.$$

Chun na réitigh ar an gcothromóid seo a fháil, tarraingimid an líne  $y = 2$  agus léimid  $x$ -luachanna na bpointí ina dtrasnaíonn an líne seo an cuar  $y = f(x)$ .

## Sampla 1

Tarraing graf na feidhme  $y = x^3 - 2x + 5$  san fhearann  $-2 \leq x \leq 4$ .

Úsáid do ghráf chun na cothromóidí seo a réiteach:

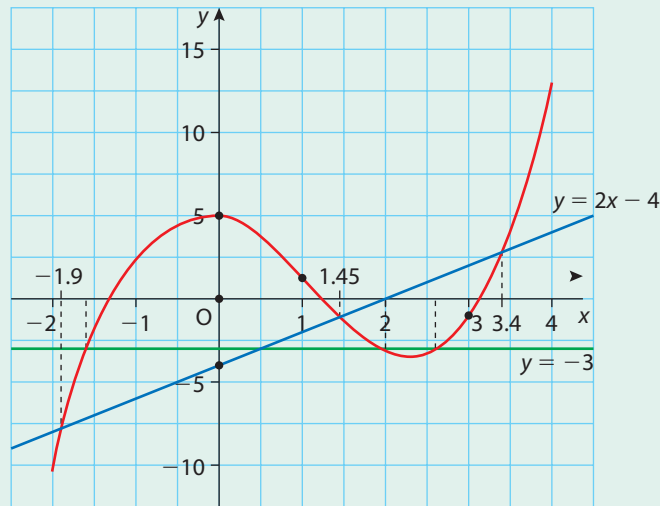
- (i)  $x^3 - 3x^2 - 2x + 5 = -3$   
 (ii)  $x^3 - 3x^2 - 2x + 5 = 2x - 4$

Leagaimid amach tábla na n-ordphéirí mar seo:

$x$	$x^3 - 3x^2 - 2x + 5$	$y$
-2	$-8 - 12 + 4 + 5$	-11
-1	$-1 - 3 + 2 + 5$	3
0	$0 - 0 - 0 + 5$	5
1	$1 - 3 - 2 + 5$	1
2	$8 - 12 - 4 + 5$	-3
3	$27 - 27 - 6 + 5$	-1
4	$64 - 48 - 8 + 5$	13

Is iad na pointí ar an gcuar ná:  $(-2, -11), (-1, 3), (0, 5), (1, 1), (2, -3), (3, -1), (4, 13)$ .

Léirítear an graf thíos:



- (i) Faightear réiteach na cothromóide  $x^3 - 3x^2 - 2x + 5 = -3$  ach  $x$ -luachanna na bpointí ina dtrasnaíonn an cuar agus an líne  $y = -3$  a chéile a fháil. Tarraingimid anois an líne  $y = -3$  agus léimid  $x$ -luachanna na bpointí ina dtrasnaíonn sí an cuar, mar a léirítear.

$$\Rightarrow x = -1.6, 2 \text{ agus } 2.6.$$

(ii) Tá an chothromóid  $x^3 - 3x^2 - 2x + 5 = 2x - 4$  san fhoirm  $f(x) = g(x)$ .

Anseo  $g(x) = 2x - 4$ .

Anois tarraingimid graf  $y = 2x - 4$ .

Is dhá phointe ar an líne iad  $(0, -4)$  agus  $(2, 0)$ .

Taispeántar an líne seo ar an ngraf.

Ón ngraf, is léir go dtrasnaíonn an cuar agus an líne a chéile ag na pointí ina bhfuil

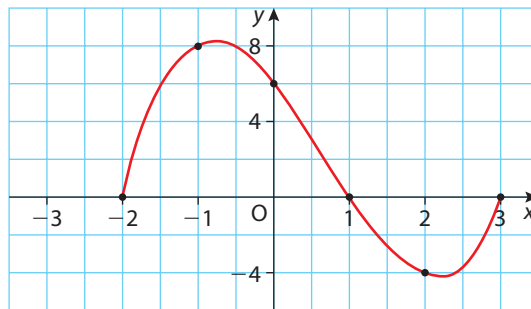
$$x = -1.9, 1.45 \text{ agus } 3.4.$$

Mar sin,  $x^3 - 3x^2 - 2x + 5 = 2x - 4$

$$\Rightarrow x = -1.9, x = 1.45 \text{ nó } x = 3.4.$$

## Cleachtadh 17.6

1. Féach thíos graf na feidhme  $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$  san fhearann  $-2 \leq x \leq 3, x \in \mathbb{R}$ .



Úsáid an graf chun iad seo a scríobh, san fhearann a tugadh:

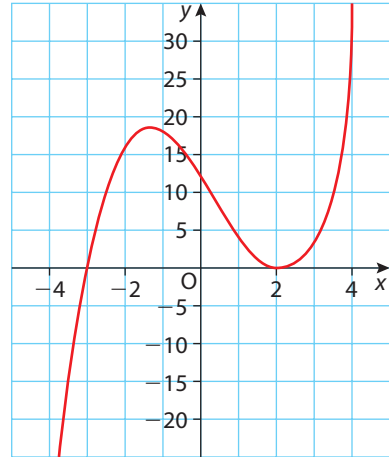
- fréamhacha na cothromóide  $f(x) = 0$
  - na luachanna ar  $x$  a d'fhágfadh  $f(x) \geq 0$
  - comhordanáidí an uasphointe casaidh
  - fréamhacha na cothromóide  $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 2$
  - fréamhacha na cothromóide  $x^3 - 2x^2 - 5x = 0$ .
2. Tarraing graf den fheidhm  $f(x) = 2x^3 - x^2 - 8x + 4$  san fhearann  $-2 \leq x \leq 3$ .  
Ó do ghraf, faigh, chomh cruinn agus is féidir leat, fréamh(acha) na gcothromóidí a leanas:
- $f(x) = 0$
  - $2x^3 - x^2 - 8x - 4 = -3$
  - $2x^3 - x^2 - 8x - 6 = 0$ .

**3.** Seo thíos graf na feidhme

$$y = x^3 - x^2 - 8x + 12.$$

Úsáid an graf chun iad seo a mheas:

- (i) fréamhacha na cothromóide  $y = 0$
- (ii) fréamhacha na cothromóide  $x^3 - x^2 - 8x + 12 = 5$
- (iii) na luachanna ar  $x$  a d'fhágfadh  $y > 0$
- (iv) an raon luachanna ar  $x$  a fhágann  $y$  deimheach laghdaitheach
- (v) ilfhréamh na cothromóide  $x^3 - x^2 - 8x + 12 = 0$ .



**4.** Tarrainn graf den fheidhm  $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$  san fhearann  $-4 \leq x \leq 2, x \in \mathbb{R}$ .

Ó do ghraf, aimsigh, chomh cruinn agus is féidir leat,

- (i) fréamhacha na cothromóide  $f(x) = 0$
- (ii) fréamh réadach na cothromóide  $x^3 + 4x^2 + x - 9 = 0$
- (iii) na luachanna ar  $x$  a fhágann  $f(x) < 0$
- (iv) na luachanna ar  $x$  a fhágann  $f(x)$  laghdaitheach
- (v) fréamhacha na cothromóide  $x^3 + 4x^2 + x - 6 = 2x + 4$ .

**5.** Seo thíos graf na feidhme

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x.$$

Úsáid an graf chun iad seo a mheas:

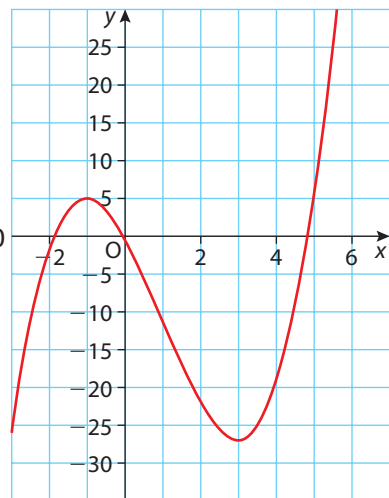
- (i)  $f(3)$
- (ii) an t-uasphointe casaidh
- (iii) fréamhacha na cothromóide  $x^3 - 3x^2 - 9x = -20$
- (iv) an raon luachanna ar  $x$  a fhágann  $f(x)$  laghdaitheach.

Mínigh an fáth nach bhfuil ach aon fhréamh

amháin leisan gcothromóid  $f(x) = 10$ .

Mínigh an fáth a bhfuil trí fhréamh leis an

gcothromóid  $f(x) = -10$ .



**6.** Tarrainn graf na feidhme  $f(x) = 3x - x^3$  san fhearann  $-2 \leq x \leq 2$ .

Úsáid do ghraf chun na cothromóidí seo a réiteach:

- (i)  $-x^3 + 3x = 0$
- (ii)  $-x^3 + 3x + 1 = 0$
- (iii)  $-x^3 + 3x = x + 1$ .

7. Tá feidhm  $f(x)$  san fhoirm  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ , áit a bhfuil  $a$  deimhneach. Tarraing sceitse garbh de  $f(x)$  ag glacadh leis go sásaíonn  $y = f(x)$  na coinníollacha seo:
- $f(1) = 0$  agus  $f(9) = 0$
  - Is pointí casaidh iad  $(1, 0)$  agus  $(5, -10)$ .

Úsáid do ghraf chun iad seo a aimsiú:

- an raon luachanna ar  $x$  a fhágann  $f(x) < 0$  nuair atá  $x > 1$
- an raon luachanna ar  $y$  a fhágann  $f(x)$  diúltach laghdaitheach.

8. Bíodh  $f(x) = 2x^3 - 5x^2 - 4x + 3$  i gcás  $x \in \mathbb{R}$   
Cóipeáil agus comhlánaigh an tábla thíos:

$x$	-1.5	-1	0	1	2	3	3.5
$f(x)$	-9						13.5

Tarraing graf de  $f(x) = 2x^3 - 5x^2 - 4x + 3$  san fhearann  $-1.5 \leq x \leq 3.5$ .

Úsáid do ghraf chun iad seo a scríobh síos:

- comhordanáidí an íospointe casaidh
- fréamhacha na cothromóide  $f(x) = 0$
- fréamhacha na cothromóide  $2x^3 - 5x^2 - 4x = 0$

Scríobh an chothromóid  $2x^3 - 5x^2 - 6x + 6 = 0$  san fhoirm

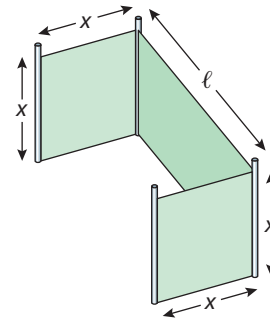
$$2x^3 - 5x^2 - 4x + 3 = ax + b, \quad a, b \in \mathbb{Z}.$$

Uaidh sin, úsáid do ghraf chun réitigh na cothromóide

$$2x^3 - 5x^2 - 6x + 6 = 0 \text{ a mheas.}$$

9. Tá dhá fhoirceann chearnógacha ar fhoscadh gaoithe scanbháis;  $x$  méadar ar fad atá gach taobh den fhoirceann agus tá cúl dronuilleogach ar an bhfoscadh atá  $\ell$  méadar ar fad.  $9 \text{ m}^2$  is ea achar an chanbháis.

- Taispeáin go bhfuil  $\ell = \frac{9}{x} - 2x$ , agus uaidh sin, taispeáin gurb é  $9x - 2x^3$  an toirt iata,  $V \text{ m}^3$ .
- Breac an graf  $V$  in aghaidh  $x$  i gcás  $0 \leq x \leq 3$ .
- (a) Úsáid do ghraf chun an luach ar  $x$  a fháil a fhágann go bhfuil an toirt is mó is féidir bheith ann agat.  
(b) Ón ngraf, cad é an toirt is mó seo?



## Mír 17.7 Feidhmeanna easpóntúla a ghráfadh

Féach ar an bhfeidhm  $f(x) = 2^x$ .

San fheidhm seo, is mar chumhacht a shloinntear an athróg  $x$ .

**Feidhm easpóntúil** a thugtar ar fheidhm ina sloinntear an athróg mar chumhacht.

Seo roinnt feidhmeanna easpóntúla eile:

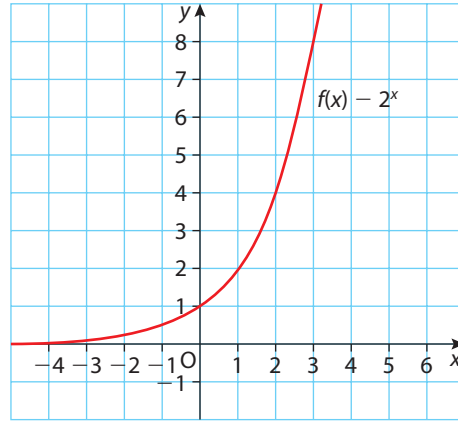
- $f(x) = 3^x$
- $f(x) = 3.2^x$
- $f(x) = 2.3^{-x}$

Chun graf  $f(x) = 2^x$  a tharraingt, leagaimid amach tábla ionchur agus aschur ó  $x = -2$  go dtí  $x = 3$ .

$x$	$2^x$	$y$
-2	$2^{-2} = \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
-1	$2^{-1} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
0	$2^0 = 1$	1
1	$2^1 = 2$	2
2	$2^2 = 4$	4
3	$2^3 = 8$	8

Is ionann uimhir ar bith i gcumhacht a náid agus 1.

Taispeántar graf  $f(x) = 2^x$  thíos.



- ▶ Tabhair faoi deara go n-éiríonn an cuar go han-ghéar. Má thógaimid luachanna eile ar  $x$ , e.g.  $x = 4, 5, 6, \dots$ , gheobhaimid na  $y$ -luachanna seo:  $2^4 = 16$ ;  $2^5 = 32$ ;  $2^6 = 64, \dots$  Éiríonn cuair feidhmeanna mar  $f(x) = 2^x$ ,  $f(x) = 3^x$ ,  $f(x) = 4^x$  go han-tapa.
- ▶ Beidh an pointe  $(0, 1)$  ar chuar aon fheidhme atá san fhoirm  $f(x) = a^x$  mar gurb ionann uimhir ar bith i gcumhacht a náid agus 1.
- ▶ Gluaisfidh an cuar níos giorra agus níos giorra don  $x$ -ais ach ní bhuailfidh sé í go brách.

### Sampla 1

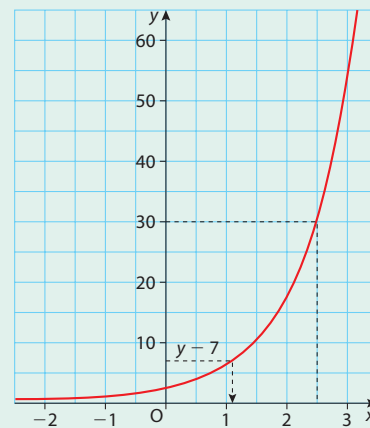
Tarraing graf na feidhme  $f(x) = 2.3^x$  san fhearann  $-2 \leq x \leq 3$ .

- Úsáid do ghráf chun meastachán a fháil ar  $f(2.5)$
- Úsáid do ghráf freisin chun an luach ar  $x$  a fháil a fhágann  $f(x) = 7$ .

Leagaimid amach tábla luachanna do  $f(x) = 2.3^x$ ,  $-2 \leq x \leq 3$ .

$x$	$2.3^x$	$y$
-2	$2.3^{-2}$	$\frac{2}{9}$
-1	$2.3^{-1}$	$\frac{2}{3}$
0	$2.3^0$	2
1	$2.3^1$	6
2	$2.3^2$	18
3	$2.3^3$	54

Taispeántar an graf ar dheis.



- (i) Chun  $f(2.5)$  a fháil, tarraing líne ingearach  $x = 2.5$  go mbuaileann sí an cuar. Is é 30 y-luach an phointe trasnaithe.  
 $\therefore f(2.5) = 30$
- (ii) Chun an luach ar  $x$  a fháil a fhágann  $f(x) = 7$ , tarraing an líne  $y = 7$  agus léigh  $x$ -luach phointe trasnaithe na líne seo agus an chuair. Is é  $x = 1.1$  an luach seo.

## Sampla 2

Tarraing graf na feidhme  $f(x) = 10 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$  san fhearann  $0 \leq x \leq 4$ .

- (i) Úsáid do ghráf chun meastachán a fháil ar  $f(0.5)$ .  
 (ii) Úsáid do ghráf chun an chothromóid  $f(x) = 3$  a réiteach.

Leagaimid amach tábla luachanna ionchuir do  $x = 0$  go dtí  $x = 4$ .

$x$	$10\left(\frac{1}{2}\right)^x$	$y$
0	$10\left(\frac{1}{2}\right)^0$	10
1	$10\left(\frac{1}{2}\right)^1$	5
2	$10\left(\frac{1}{2}\right)^2$	2.5
3	$10\left(\frac{1}{2}\right)^3$	1.25
4	$10\left(\frac{1}{2}\right)^4$	0.625



- (i) Chun  $f(0.5)$  a fháil, tarraing líne ingearach ó 0.5 ar an  $x$ -ais go dtrasnaíonn sí an cuar. Is é 7 y-luach an phointe seo.  
 $\therefore f(0.5) = 7$
- (ii) Chun an luach ar  $x$  a fháil a fhágann  $f(x) = 3$  a fháil, tarraing an líne  $y = 3$  agus léigh  $x$ -luach an phointe ina dtrasnaíonn an líne seo an cuar. Is é  $x = 1.7$  an luach seo.  
 $\therefore f(x) = 3 \Rightarrow x = 1.7$ .

## Cleachtadh 17.7

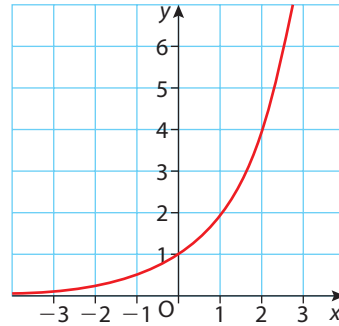
1. Seo graf  $f(x) = 2^x$ .

Úsáid an graf chun iad seo a scríobh síos:

- (i)  $f(0)$       (ii)  $f(1)$       (iii)  $f(1.5)$ .

Ní thaispeántar  $f(3)$  ar an ngraf.

- (iv) Cad é  $f(3)$ ?  
 (v) Cén luach ar  $x$  a fhágann  $f(x) = 5$ ?



2. Cóipeáil agus comhlánaigh an tábla thíos agus ansin tarraing graf na feidhme  $f(x) = 3^x$ .

$x$	-2	-1	0	1	2	3
$3^x$		$\frac{1}{3}$				

Úsáid an graf chun iad seo a scríobh síos:

- (i)  $f(1.5)$   
 (ii) An luach ar  $x$  a fhágann  $f(x) = 4$ .

3. Cóipeáil agus comhlánaigh an tábla thíos.

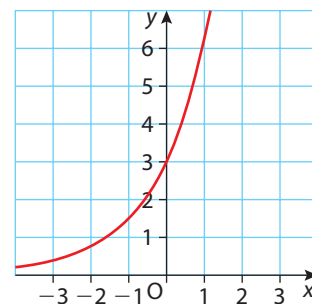
$x$	-2	-1	0	1	2
$2^x$	$\frac{1}{4}$				
$4.2^x$	1				

Úsáid an tábla chun sceitse a tharraingt den fheidhm  $f(x) = 4.2^x$  san fhearann  $-2 \leq x \leq 2$ .

Úsáid do ghráf chun meastachán a fháil ar  $f(0.5)$ .

4. Ar dheis, feictear graf  $f(x) = k \cdot 2^x$ , áit a bhfuil  $k \in \mathbb{N}$ .

- (i) Scríobh síos luach  $k$ .  
 (ii) Ní thaispeántar  $f(2)$  ar an ngraf.  
 Cad é  $f(2)$ ?  
 (iii) Úsáid an graf chun an luach ar  $x$  a fhágann  $f(x) = 1$  a fháil.





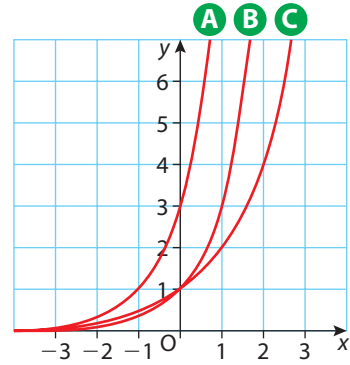
5. Ar dheis, léirítear trí ghraf (A), (B) agus (C)

Meitseáil gach graf le ceann amháin de na feidhmeanna thíos.

$$f(x) = 2^x$$

$$f(x) = 3^x$$

$$f(x) = 3.3^x$$



6. Cóipeáil agus comhlánaigh an tábla thíos agus uaidh sin, tarraing graf na feidhme  $f(x) = 3^{-x}$  san fhearann  $-2 \leq x \leq 3$ .

$x$	-2	-1	0	1	2	3
$f(x) = 3^{-x}$						

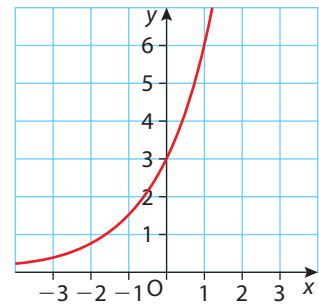
Úsáid do ghraf chun meastachán a dhéanamh ar

- (i)  $f(-1.5)$       (ii) an luach ar  $x$  nuair atá  $f(x) = 4$ .

7. Tá graf na feidhme  $f(x) = a \cdot b^x$  ar dheis.

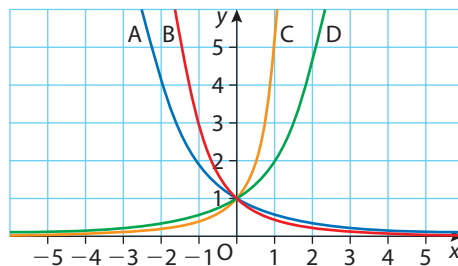
Cóipeáil agus comhlánaigh an tábla thíos agus úsáid an tábla agus an graf chun luachanna  $a$  agus  $b$  a fháil.

$x$	$f(x) = a \cdot b^x$	$y$
0		
1		



8. Taispeánann an léaráid thíos graif

$$y = 2^x, y = 5^x, y = \left(\frac{1}{2}\right)^x \text{ agus } y = 3^{-x}.$$

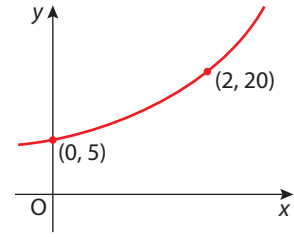


Úsáid luachanna éagsúla ar  $x$  agus na  $y$ -luachanna comhfheagracha chun gach ceann de na graif a mheitseáil lena chothromóid.

9. Dúradh le hAodh gurb é an graf ar dheis graf na feidhme

(a)  $f(x) = k \cdot 2^x$  nó (b)  $f(x) = k \cdot 3^x$ .

- (i) Faigh luach  $k$ .
- (ii) Cé acu ceann den dá fheidhm a léiríonn an cuar?



10. Téann an cuar  $y = a(2^x)$  tríd an bpointe (1, 3).

Faigh luach  $a$ .

11. Téann an cuar  $y = a(b^x)$  trí na pointí (1, 10) agus (3, 250).

Faigh luach  $a$  agus luach  $b$ .

12. Is trí fheidhm iad  $f: x \rightarrow 2x + 3$ ,  $g: x \rightarrow x^2 + 3$ , agus  $h: x \rightarrow 3(2^x)$ .

Tábla A

x	y
0	3
1	6
2	12
3	24
4	48

Tábla B

x	y
0	3
1	5
2	7
3	9
4	11

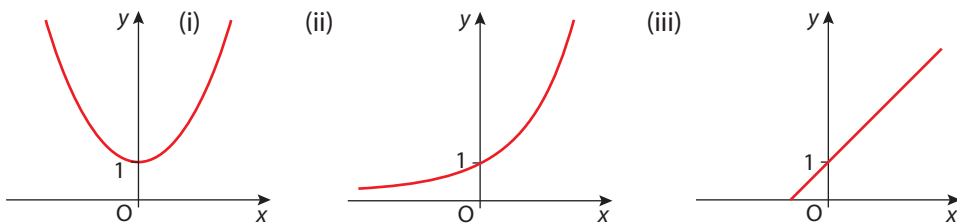
Tábla C

x	y
0	3
1	4
2	7
3	12
4	19

- (i) Meaitseáil tábla na n-ionchur leis an bhfeidhm cheart.
- (ii) Cé acu feidhm atá ag méadú ar an ráta is tapúla?

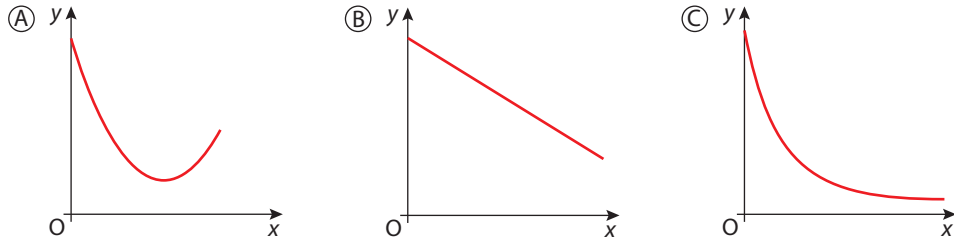
13. Is trí fheidhm iad A:  $y = 2^x$ ; B:  $y = 2x + 1$ ; C:  $y = x^2 + 1$ .

Meaitseáil gach ceann de na graif thíos lena fheidhm.



14. Seo trí ráiteas agus trí ghraf:

- (i) Laghdaíonn luach cairr, a bhfuil luach €60 000 air, de €10 000 in aghaidh na bliana.
- (ii) Thit praghasanna tithíochta 10% in aghaidh na bliana le ceithre bliana anuas.
- (iii) Léimeann léimneoir buinsithe ó dhroichead. Déantar a hairde os cionn na talún a thaifeadadh gach soicind.



Meitseáil gach ceann de na ráitis lena ghraf agus mínigh do fhreagra i ngach cás.

15. Sainítear na feidhmeanna  $f$  agus  $g$  mar seo:

$$f: x \rightarrow 3^x \text{ agus } g: x \rightarrow 4x^2 + 1 \text{ san fhearann } 0 \leq x \leq 5.$$

- (i) Cén sórt feidhme í  $f$ ?
- (ii) Cén sórt feidhme í  $g$ ?
- (iii) Cé acu feidhm atá ag méadú ar ráta níos tapúla idir  $x = 0$  agus  $x = 3$ ?
- (iv) Cé acu feidhm atá ag méadú ar ráta níos tapúla idir  $x = 3$  agus  $x = 5$ ?

16. Sainítear na feidhmeanna  $f$  agus  $g$  mar seo:

$$f: x \rightarrow 2^x, g: x \rightarrow 9x - 3x^2 - 1.$$

Comhlánaigh an tábla thíos agus úsáid é chun graif na bhfeidhmeanna  $f$  agus  $g$  i gcás  $0 \leq x \leq 3$  a tharraingt.

$x$	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
$f(x)$							
$g(x)$							

- (i) Úsáid do ghraf chun na luach(anna) ar  $x$  a mheas a fhágann

$$2^x = 9x - 3x^2 - 1.$$

- (ii) Má tá  $2^k = 6$ , úsáid do ghraf chun luach  $k$  a mheas.

## Cuir triail ort féin 17

1. (a) Tarraing graf na feidhme  $f(x) = 3x - 1$  san fhearann  $-2 \leq x \leq 3$ .

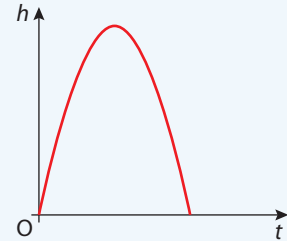
Úsáid do ghraf chun iad seo a mheas:

- (i)  $f(-1.5)$       (ii) an luach ar  $x$  nuair atá  $y = 3.5$ .

- (b) Sa léaráid ar dheis, feictear conair roicéid a scaoiltear san aer.

Tugann  $h = 30t - t^2$  airde,  $h$  méadar, an roicéid tar éis  $t$  soicind.

- (i) Cé mhéad soicind a mhaireann eitilt an roicéid?  
 (ii) Cad é an uasairde a shroicheann an roicéad?



- (c) Má tá  $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 4$ , cóipeáil agus comhlánaigh an tábla a leanas:

$x =$	-2	-1	0	1	2	3	3.5
$f(x) =$	-2					-2	4.9

Tarraing graf den fheidhm  $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 4$  san fhearann  $-2 \leq x \leq 3.5$ .

Úsáid do ghraf chun iad seo a fháil:

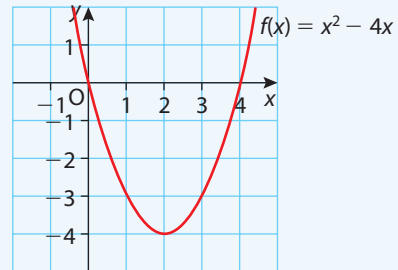
- (i) fréamhacha na cothromóide  $f(x) = 0$   
 (ii) na luachanna ar  $x$  a fhágann  $f(x) < 0$  agus  $(x) > 0$   
 (iii) comhordanáidí an íospointe casaidh  
 (iv) na luachanna ar  $x$  a fhágann  $f(x)$  diúltach laghdaitheach  
 (v) fréamhacha na cothromóide  $y = 4$   
 (vi) luach  $f(-1.5)$

2. (a) Feictear ar dheis graf na feidhme

$$f(x) = x^2 - 4x.$$

Úsáid an cuar chun iad seo a scríobh síos:

- (i)  $f(3.5)$   
 (ii) na luachanna ar  $x$  a fhágann  $f(x) = -3$   
 (iii) íosluach  $f(x)$   
 (iv) cothromóid ais siméadrachta an chuir.



- (b) Meaitseáil gach ceann de na graif ar an gcéad leathanach eile le ceann de na cothromóidí thíos.

$$y = kx$$

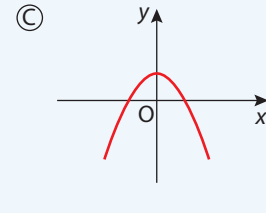
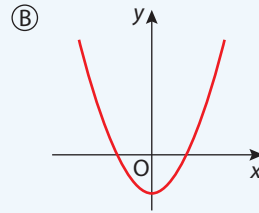
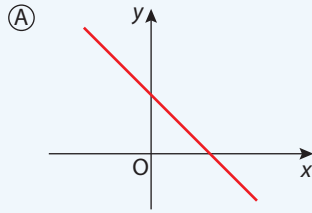
$$y = x^2 - k$$

$$y = k - x^2$$

$$y = k - x$$

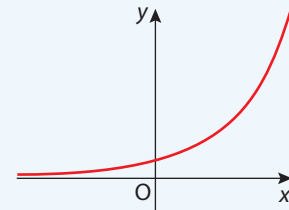
I gcás gach cothromóide, is uimhir dheimhneach é  $k$ .

(Ní úsáidfear ceann amháin de na cothromóidí.)



(c) Feictear sceitse an chuair  $y = x^3$  sa léaráid.

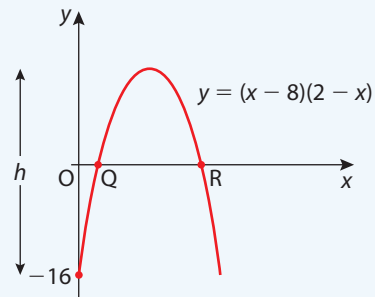
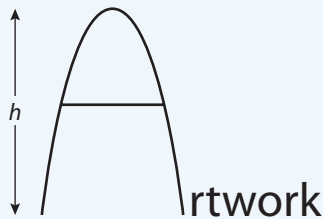
- (i) Scríobh síos comhordanáidí an phointe ina dtrasnáíonn an cuar an  $y$ -ais.
- (ii) Déan cóip den léaráid agus cuir na sceitsí seo léi:
  - (a)  $2 \times 3^x$
  - (b)  $5 \times 3^x$ .



3. (a) Seasann an chothromóid  $y = ax + b$  do líne dhíreach. Tarraing graf de líne dhíreach fhéideartha chun an chothromóid seo a léiriú nuair atá  $a = 0$  agus  $b > 0$ .

(b) Tá an chuid chuar den litir A sa lógó *Artwork* i gcruth parabóile.

Is é  $y = (x - 8)(2 - x)$  cothromóid na parabóile seo.



- (i) Scríobh síos comhordanáidí Q agus R.
- (ii) Ríomh  $h$ , airde na litreach A.(c)

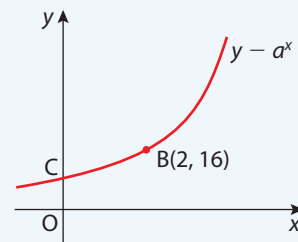
Taispeántar cuid den ghraf  $y = a^x$ , áit a bhfuil  $a > 0$ .

Gearrann an graf an  $y$ -ais ag C.

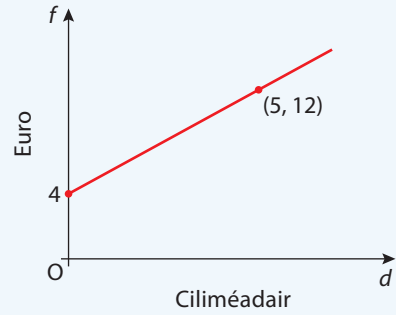
- (i) Scríobh síos comhordanáidí C.

Is é (2, 16) an pointe B.

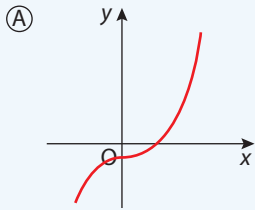
- (ii) Ríomh luach  $a$ .



4. (a) Maidir le táillí tacsáí, bíonn táille €4 i gceist don 'ghlaoch amach' agus ráta seasta in aghaidh an chiliméadair. Taispeánann an graf an táille,  $f$  euro, ar thuras  $d$  chiliméadar. Is é €12 an táille tacsáí ar thuras 5 chiliméadar. Faigh cothromóid na líne díre i dtéarmaí  $d$  agus  $f$ . Úsáid an chothromóid chun costas turas 20 km a fháil.

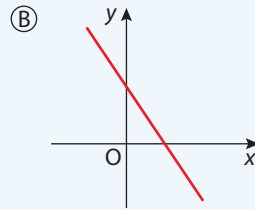


- (b) Meaitseáil na graif thíos lena gcothromóidí. Déan sceitse de ghráf na cothromóide breise.

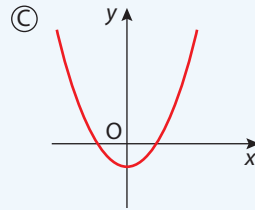


$x = 4$

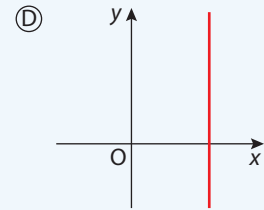
$y = x^2 - x - 6$



$y = 5$



$y = x^3 - 1$



$y = 3 - 2x$

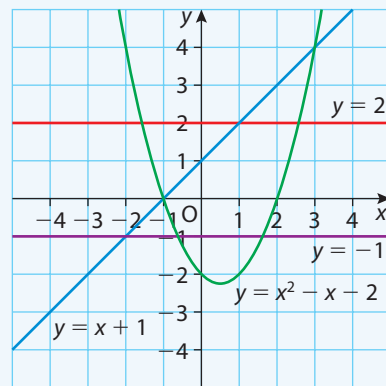
- (c) Cóipeáil agus comhlánaigh an tábla a leanas.

$x$	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$2^x$	0.125			1		4			

- (i) Úsáid na luachanna i do thábla chun an graf  $y = 2^x$  a tharraingt. Úsáid scála 1 cm do 1 aonad ar an  $x$ -ais agus 1 cm do 5 aonad ar an  $y$ -ais.  
(ii) Úsáid do ghráf chun an chothromóid  $2^x = 5$  a réiteach.

5. (a) Léirítear roinnt graf ar dheis. Úsáid na graif seo chun meastachán a fháil ar réitigh na gcothromóidí seo:

- (i)  $x^2 - x - 2 = 2$   
(ii)  $x^2 - x - 2 = -1$   
(iii)  $x^2 - x - 2 = x + 1$



- (b) Ríomhann an fhoirmle

$$y = 4x(140 - x),$$

brabús comhlachta a fhoilsíonn irisleabhar, áit arb é  $y$  an brabús (ina euro) agus arb é  $x$  praghas díola na hirise (ina euro).

Léiríonn an graf ar dheis an brabús  $y$  in aghaidh an phraghais díola  $x$ .

Ríomh an t-uasbrabús is féidir leis an gcomhlacht a dhéanamh ón iris a dhíol.



- (c) Is graf den fheidhm

$$f(x) = x^2 - 2x - 3$$

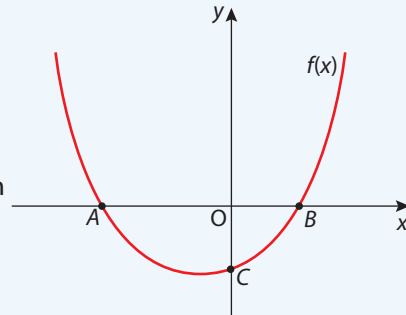
é an cuar ar dheis.

(i) Scríobh síos comhordanáidí  $A$ ,  $B$  agus  $C$ .

(ii) Scríobh síos na luachanna ar  $x$  a fhágann

$$f(x) \leq 0.$$

(iii) Má tá  $f(k) = -3$ , faigh dhá luach ar  $k$ .



6. (a) Sa tábla thíos, feictear an costas a bhaineann le tonnchlár a thógáil ar cíos ar feadh líon áirithe laethanta.

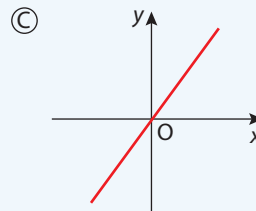
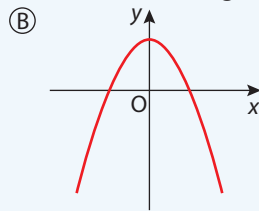
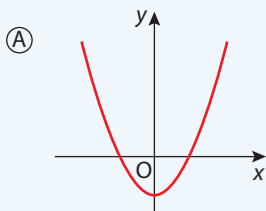
<b>Laethanta <math>t</math></b>	3	4	5	6
<b>Costas €<math>C</math></b>	50	60	70	80

(i) Ach aon dá chúpla a úsáid, scríobh síos cothromóid na líne a nascann an costas € $C$  leis an líon laethanta  $t$ .

(ii) Úsáid an chothromóid chun costas an tonnchlár a thógáil ar cíos ar feadh coicíse a ríomh.

- (b) Cé acu sracghraf a ghabhann leis na cothromóidí, faoi seach?

Tabhair cúiseanna le do chuid freagraí.



$$y = 2x$$

$$y = x^2 - 2$$

$$y = 2 - x^2$$

$$y = x^2 + 2$$

- (c) Tarraing graf na feidhme  $f(x) = x^3 - 5x + 1$  san fhearann  $-3 \leq x \leq 3$ .

Úsáid an graf chun iad seo a mheas:

(i) fréamhacha na cothromóide  $f(x) = 0$

(ii) na luachanna ar  $x$  a fhágann  $f(x) > 0$  nuair atá  $x < 0$

(iii)  $f(-2.5)$

(iv) fréamhacha na cothromóide  $f(x) = 1$ .

Mínigh go hailgéabrach an fáth a dtugann ceann de na fréamhacha a fuair tú in

(iv) garluach ar  $\sqrt{5}$ .

## Achoimre ar phríomhphointí...

1. **Feidhm líneach** a thugtar ar fheidhm mar  $f(x) = 3x + 2$  mar gur líne dhíreach é graf na feidhme sin.  
Má bhíonn graf feidhm líneach san fhoirm  $y = mx + c$ , is é  **$m$  an fhána** agus trasnaíonn an líne an  $y$ -ais ag an bpointe  $(0, c)$ .

2. Is líne dhíreach tríd an mbunphointe i gcónaí é graf **i gcomhréir dhíreach**.

3. Is slonn san fhoirm  $ax^2 + bx + c$  í **feidhm chearnach**, áit arb é  $x^2$  an chumhacht is airde de  $x$ .

**Parabóil** a thugtar ar ghraf feidhm chearnach. Bíonn ceann de na cruthanna seo ar an ngraf.

$$y = ax^2 + bx + c, \\ a > 0$$

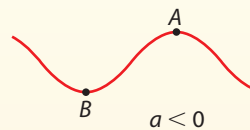
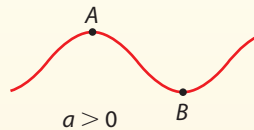


$$y = ax^2 + bx + c, \\ a < 0$$

Is iad na luachanna ar  $x$  ina ngearrann an graf an  $x$ -ais na **réitigh** ar chothromóid chearnach.

4. Is slonn san fhoirm  $ax^3 + bx^2 + cx + d$  í **feidhm chiúbach**, áit arb é  $x^3$  an chumhacht is airde de  $x$ .

Bíonn ceann de na cruthanna seo ar ghraf feidhm chiúbach.



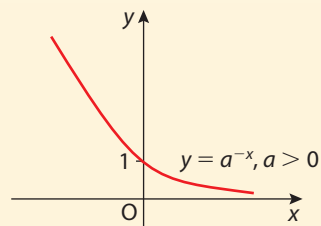
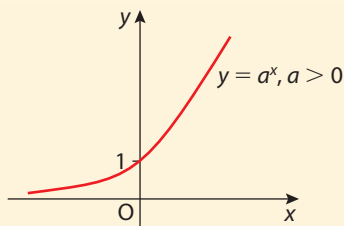
**Uasphointe casaidh** a thugtar ar an bpointe  $A$ .

**Íosphointe casaidh** a thugtar ar an bpointe  $B$ .

5. Más dhá fheidhm iad  $f(x)$  agus  $g(x)$ , is féidir an chothromóid  $f(x) = g(x)$  a réiteach ach graif na bhfeidhmeanna a tharraingt ar na haiseanna céanna agus ar comhscála agus ansin  $x$ -luachanna **phointí trasnaithe** an dá ghraf a scríobh síos.

6. Is feidhm san fhoirm  $y = a^x$  nó  $y = a^{-x}$  í **feidhm easpóntúil**, i gcás  $a > 0$ .

Bíonn ceann den dá chruth seo ar **ghraf** feidhm easpóntúil.



Trasnaíonn na graif an  $y$ -ais ag  $(0, 1)$ , ó tá  $a^0 = 1$  i gcás gach luacha ar  $a$ .