



Eagrán Nua

Tionscadal Mata

Téacs & Trialacha **3**

**Matamaitic na hArdteistiméireachta,
an Gnáthleibhéal
Snáitheanna 1–5**



O. D. Morris • Paul Cooke • Paul Behan

 AN GÚM





Is aistriúchán é seo ar:
Texts & Tests 3, Leaving Certificate Ordinary Level Maths, Strands 1–5

An Leagan Béarla

© O.D. Morris, Paul Cooke, Paul Behan, 2012

An Leagan Gaeilge

© Foras na Gaeilge, 2013

Aistritheoirí: Diarmuid Clifford, Bairbre Ní Ógáin, Muireann Ní Chuív & Edel Ní Chorráin
Eagrán uasdátaithe 2024

ISBN 978-1-85791-993-6

Dearadh: Identikit Design
Leagan amach: Oldtown & Identikit Design

W&G Baird a chlóbhuail in Éirinn

Á fhoilsiú i gcomhar leis an gComhairle um Oideachas Gaeltachta agus Gaelscolaíochta (COGG)

Gach ceart ar cosaint. Ní ceadmhach aon chuid den fhoilseachán seo a atáirgeadh, a chur i gcomhad athfhála, ná a tharchur ar aon mhodh ná slí, bíodh sin leictreonach, meicniúil, bunaithe ar fhótachóipeáil, ar thaifeadadh nó eile, gan cead a fháil roimh ré ón bhfoilsitheoir.

Foilseacháin an Ghúim a cheannach:

Siopaí

An Siopa Leabhar (01) 478 3814

An Siopa Gaeilge (074) 973 0500

An Ceathrú Póilí (028) 90 322 811

Ar líne

www.litriocht.com

www.siopagaeilge.ie

www.cnagsiopa.com

www.siopa.ie

www.cic.ie

www.iesltd.ie

Téarmaí: www.tearma.ie

An Gúm, 63–66 Sráid Amiens, Baile Átha Cliath 1



Clár

| | |
|---|-----------|
| 1. An tAilgéabar 1 | 1 |
| 1.1 Ag obair le huimhreacha diúltacha | 1 |
| 1.2 Sloinn ailgéabracha a shimpliú | 3 |
| 1.3 Luachanna slonn a fháil | 5 |
| 1.4 Cothromóidí líneacha a réiteach | 6 |
| 1.5 Cothromóidí líneacha ina bhfuil codáin a réiteach | 8 |
| 1.6 Codáin ailgéabracha a shuimiú | 9 |
| 1.7 Éagothromóidí líneacha | 11 |
| 1.8 Cothromóidí comhuaineacha | 14 |
| 1.9 Fadhbanna agus graif | 17 |
| 1.10 Ábhar foirmle a athrú | 19 |
| Cuir triail ort féin 1 | 22 |
| 2. An tAilgéabar 2: Cothromóidí Cearnacha | 25 |
| 2.1 Sloinn chearnacha a fhachtóiriú | 25 |
| 2.2 Fachtóirí a úsáid chun cothromóidí cearnacha a réiteach | 27 |
| 2.3 Cothromóidí cearnacha ina bhfuil codáin a réiteach | 30 |
| 2.4 Foirmle na cothromóide cearnaí a úsáid | 31 |
| 2.5 Cothromóidí comhuaineacha – ceann líneach, ceann cearnach | 33 |
| 2.6 Cothromóidí cearnacha a cheapadh | 35 |
| 2.7 Dlíthe na séan | 36 |
| 2.8 Cothromóidí a bhfuil séana iontu | 40 |
| 2.9 Surdaí a láimhseáil | 42 |
| 2.10 Cothromóidí a bhfuil surdaí iontu | 44 |
| Cuir triail ort féin 2 | 46 |
| 3. An Chéimseata Chomhordanáideach – An Líne | 49 |
| 3.1 An plána a chomhordanáidiú | 49 |
| 3.2 An fad idir dhá phointe | 51 |
| 3.3 Lárphointe mírlíne | 54 |
| 3.4 Fána líne | 55 |
| 3.5 Cothromóid líne | 59 |
| 3.6 An chothromóid $y = mx + c$ | 62 |
| 3.7 Línte comhthreomhara agus ingearacha | 64 |
| 3.8 Línte a léiriú ar ghraf | 66 |
| 3.9 Pointe trasnaithe dhá líne | 69 |
| 3.10 Achar triantáin | 71 |
| Cuir triail ort féin 3 | 73 |



| | |
|--|------------|
| 4. Sonraí a Bhailiú agus Sampláil | 77 |
| 4.1 Cineálacha sonraí | 78 |
| 4.2 Sonraí catagóireacha | 80 |
| 4.3 Sonraí a bhailiú | 82 |
| 4.4 Ceistneoirí | 85 |
| 4.5 Sampláil | 90 |
| Cuir triail ort féin 4 | 95 |
| | |
| 5. An Uimhríocht | 98 |
| 5.1 Codáin – deachúlacha – figiúirí bunúsacha | 98 |
| 5.2 Cóimheas agus comhréir | 101 |
| 5.3 Céatadáin | 104 |
| 5.4 Earráid chéatadánach | 108 |
| 5.5 Idirbhearta airgeadra | 111 |
| 5.6 Cáin ioncaim | 113 |
| 5.7 Ús iolraithe | 117 |
| 5.8 Luas – fad slí – am | 124 |
| 5.9 Ag obair le huimhreacha san fhoirm chaighdeánach | 129 |
| Cuir triail ort féin 5 | 133 |
| | |
| 6. An Dóchúlacht | 137 |
| 6.1 An dóchúlacht agus an tseansúlacht | 137 |
| 6.2 Teagmhais agus fothorthaí | 140 |
| 6.3 Dhá theagmhas – spásanna samplacha a úsáid | 145 |
| 6.4 Dóchúlachtaí a mheas ó thurgnaimh | 148 |
| 6.5 Teagmhais chomheisiatacha – riail an tsuimithe | 154 |
| 6.6 Léaráidí Venn a úsáid | 157 |
| 6.7 Riail an iolraithe – trialacha Bernoulli | 160 |
| 6.8 Léaráidí crainn | 166 |
| 6.9 Luach ionchais | 170 |
| 6.10 Bunphrionsabal an chomhairimh | 174 |
| 6.11 Iomalartuithe | 177 |
| Cuir triail ort féin 6 | 181 |
| | |
| 7. Uimhreacha Coimpléascacha | 186 |
| 7.1 Uimhchórais | 186 |
| 7.2 Uimhreacha coimpléascacha | 189 |
| 7.3 Uimhreacha coimpléascacha a shuimiú agus a dhealú | 190 |
| 7.4 Uimhreacha coimpléascacha a iolrú | 192 |
| 7.5 Uimhreacha coimpléascacha a roinnt | 193 |
| 7.6 Léaráid Argand | 195 |
| 7.7 Modal uimhir choimpléascach | 196 |
| 7.8 Uimhreacha coimpléascacha atá cothrom lena chéile | 198 |
| 7.9 Cothromóidí cearnacha a bhfuil fréamhacha coimpléascacha leo | 199 |
| 7.10 Uimhreacha coimpléascacha agus claochluithe | 200 |
| Cuir triail ort féin 7 | 205 |





| | |
|---|------------|
| 8. Tomhais ar Shuíomh agus ar Leathadh | 208 |
| 8.1 Múd – Airmheán – Meán | 208 |
| 8.2 Raon agus inathraitheacht | 212 |
| 8.3 Cén meán staitistiúil ba cheart a úsáid? | 217 |
| 8.4 Dáileadh minicíochta | 220 |
| 8.5 Dáileadh minicíochta grúpáilte | 223 |
| 8.6 An diall caighdeánach | 225 |
| Cuir triail ort féin 8 | 232 |
| 9. Achar agus Toirt | 235 |
| 9.1 Imlíne agus achar triantán agus ceathairshleasán | 235 |
| 9.2 Ciorcail agus teascóga | 240 |
| 9.3 Solaid dhronuilleogacha – priosmaí | 244 |
| 9.4 Sorcóirí agus sféir | 251 |
| 9.5 An cón | 256 |
| 9.6 Fadhbanna atá níos deacra | 261 |
| 9.7 An Riail Thraipéasóideach | 264 |
| Cuir triail ort féin 9 | 271 |
| 10. Patrúin agus Seichimh | 276 |
| 10.1 Patrúin san uimhreas | 276 |
| 10.2 An nú téarma i seicheamh | 278 |
| 10.3 Seichimh a fhaightear ó chruthanna | 280 |
| 10.4 Seichimh chomhbhreise | 284 |
| 10.5 Luach a agus luach d a fháil | 288 |
| 10.6 Sraitheanna comhbhreise | 291 |
| 10.7 Seichimh chearnacha | 295 |
| Cuir triail ort féin 10 | 299 |
| 11. An Chéimseata 1 | 302 |
| 11.1 Súil siar ar uillinneacha agus ar thriantáin | 302 |
| 11.2 Achar triantán agus comhthreomharán | 309 |
| 11.3 Triantáin agus cóimheasa | 313 |
| 11.4 Teoirimí a bhaineann le ciorcail | 320 |
| 11.5 Cruthuithe foirmiúla ar theoirimí | 325 |
| Cuir triail ort féin 11 | 332 |
| 12. An Chéimseata Chomhordanáideach – An Ciorcal | 336 |
| 12.1 Cothromóid chiorcail dar lárphointe $(0, 0)$ | 336 |
| 12.2 Pointí agus ciorcail | 339 |
| 12.3 Cothromóid chiorcail dar lárphointe (h, k) agus dar ga r | 341 |
| 12.4 Pointí trasnaithe líne agus ciorcail | 345 |
| 12.5 Ciorcal a thrasnaíonn na haiseanna | 347 |
| Cuir triail ort féin 12 | 349 |
| 13. Sonraí a Chur i Láthair | 353 |
| 13.1 Barrachairteacha agus píchairteacha | 353 |
| 13.2 Histeagraim | 360 |
| 13.3 Cruth an dáilte | 363 |





| | | |
|------------|--|------------|
| 13.4 | Léaráidí gais is duillí | 367 |
| 13.5 | Scaipghraif | 375 |
| 13.6 | Comhghaolmhaireacht a thomhas | 382 |
| 13.7 | Gaolta cúisíocha agus comhghaolmhaireacht Cuir triail ort féin 13 | 384 388 |
| 14. | An Triantánacht | 392 |
| 14.1 | Teoirim Phótagarás | 392 |
| 14.2 | Cóimheas an tsínis, an chomhshínis, agus an tangaint | 395 |
| 14.3 | Áireamhán a úsáid | 397 |
| 14.4 | Triantáin dhronuilleacha a réiteach | 398 |
| 14.5 | Achar triantáin | 403 |
| 14.6 | Riail an tSínis | 406 |
| 14.7 | Riail an Chomhshínis | 410 |
| 14.8 | Na huillinneacha 30°, 45° agus 60° | 415 |
| 14.9 | Achar teascóige – fad stua | 417 |
| 14.10 | Cóimheasa uillinneacha atá níos mó ná 90° Cuir triail ort féin 14 | 421 425 |
| 15. | An Chéimseata 2 – Méaduithe agus Tógálacha | 430 |
| 15.1 | Méaduithe | 430 |
| 15.2 | Tógálacha Cuir triail ort féin 15 | 439 448 |
| 16. | Feidhmeanna | 452 |
| 16.1 | Feidhmeanna | 452 |
| 16.2 | Oibríochtaí ina bhfuil feidhmeanna | 458 |
| 16.3 | Comhéifeachtaí anaithnide a fháil Cuir triail ort féin 16 | 462 467 |
| 17. | Feidhmeanna a Ghrafadh | 470 |
| 17.1 | Graif d'fheidhmeanna líneacha | 470 |
| 17.2 | Graif d'fheidhmeanna cearnacha | 476 |
| 17.3 | Graif chearnacha a úsáid agus brí a bhaint astu | 479 |
| 17.4 | Graif chearnacha agus fadhbanna praiticiúla | 485 |
| 17.5 | Feidhmeanna ciúbacha | 489 |
| 17.6 | Graif d'fheidhmeanna ciúbacha a úsáid | 494 |
| 17.7 | Feidhmeanna easpóntúla a ghrafadh Cuir triail ort féin 17 | 498 505 |
| 18. | An Calcalas | 510 |
| 18.1 | Fána líne | 510 |
| 18.2 | Fána chuir | 514 |
| 18.3 | Tadhlaith agus cuair | 517 |
| 18.4 | Uaspointí casaidh agus íospointí casaidh | 520 |
| 18.5 | Léiriú grafach ar fheidhm na fána | 527 |
| 18.6 | Rátaí athraithe | 533 |
| 18.7 | Uasluachanna Cuir triail ort féin 18 | 540 543 |



19. Staitisticí Infeireacha

| | | |
|------|--|-----|
| 19.1 | An dáileadh normalach agus an Riail Eimpíreach | 547 |
| 19.2 | Lamháil earráide – eatraimh mhuiníne | 552 |
| 19.3 | Tástáil hipitéise | 556 |
| | Cuir triail ort féin 19 | 562 |

Freagraí

564





Réamhrá

Is é atá san eagrán nua seo de **Téacs & Trialacha 3** ná eagrán iomlánaithe den leabhar a foilsíodh in 2013. Tá caibidil bhreise san eagrán seo, is é sin, Caibidil 19 Staitisticí Infeireacha. Cuimsíonn Téacs & Trialacha 3 cúrsa uile Mhatamaitic na hArdteistiméireachta ar an nGnáthleibhéal. Léiríonn an leabhar an cur chuige ginearálta i leith theagasc na matamaitice mar atá beartaithe i d**Tionscadal Mata**. Spreagann sé ní hamháin forbairt ar eolas agus scileanna matamaiticiúla na ndaltaí, ach forbairt ar an tuiscint a theastaíonn chun na scileanna sin a chur i bhfeidhm.

Tá réimse sármhaith ceisteanna ar gach topaic ar fáil, ceisteanna atá scríofa le samhlaíocht agus a thabharfaidh dúshlán na ndaltaí. Cabhróidh na ceisteanna leis na daltaí chun an méid atá siad a dhéanamh a thuiscint agus chun a gcuid scileanna i réiteach fadhbanna a fhorbairt. Tá dóthain ceisteanna a chuimsíonn gach pointe ar an scála deacrachta curtha na fáil chun riachtanais beagnach gach dalta ag an leibhéal seo a shásamh.

An dearadh spreagúil lándaite, mar aon leis an méid mór léaráidí dea-thógtha, ba cheart go gcabhróidís le tuiscint na ndaltaí ar an topaic a bhfuil siad ag déanamh staidéar uirthi. Ag tús gach caibidle tá liosta dar teideal **Focail Thábhachtacha**. Beifear ag súil leis go mbeidh na focail sin ar eolas ag na daltaí agus tuiscint acu orthu faoin am a mbíonn an chaibidil críochnaithe. I ngach caibidil tá mír dar teideal **Cuir triail ort féin** ina ndéantar comhdhlúthú agus athbhreithniú cuimsitheach ar ábhar na caibidle. Cabhróidh an mhír **Achoimre ar na Príomhphointí** atá i ndeireadh gach caibidle na bunfhíricí agus na foirmlí tábhachtacha a mheabhúr do dhaltaí.

Leanann an leabhar seo ar aghaidh ó chúrsa nua an Teastais Shóisearaigh ar bhealach loighiciúil struchtúrtha. Déantar gach iarracht chun freastal ar riachtanais na ndaltaí agus na deacrachtaí a bhíonn rompu agus iad ag dul ar aghaidh ó chúrsa an Teastais Shóisearaigh go dtí an Ardteistiméireacht. Sna caibidlí tosaigh caitear súil siar ar chuid den ábhar ar a ndearnadh staidéar ag leibhéal an Teastais Shóisearaigh, bunscileanna riachtanacha nach mbeadh greim ceart ag daltaí orthu go fóill, b'fhéidir.

O.D. Morris
Paul Cooke
Paul Behan



An tAilgéabar 1

caibidil

1

Focail thábhachtacha

slánuimhreacha slonn téarma athróg tairiseach comhéifeacht
luach a fháil cothromóid líneach éagothromóid líneach
cothromóidí comhuaineacha trasnú ábhar foirmle

Mír 1.1 Ag obair le huimhreacha diúltacha

Tacar na **slánuimhreacha** a thugtar ar thacar na slánuimhreacha idir dheimhneach agus diúltach mar aon le náid. Leis an gceannlitir **Z** a chuirtear in iúl é.

Cuideoidh na samplaí seo a leanas leat na bunrialacha a bhaineann le bheith ag obair le slánuimhreacha a thabhairt chun cuimhne.

Samplaí

1. Chun slánuimhreacha a bhfuil an comhartha céanna acu a shuimiú, suimimid na huimhreacha agus coinnimid an comhartha
(i) $8 + 4 = 12$
(ii) $-3 - 7 = -10$
2. Chun slánuimhreacha nach bhfuil an comhartha céanna acu a shuimiú, coinnimid comhartha na huimhreach is mó (i.e. an uimhir atá níos mó nuair nach mbactar leis na comharthaí) agus ansin dealaímid an uimhir is lú ón uimhir is mó
(i) $-3 + 8 = 5$
(ii) $4 - 10 = -6$
3. Agus slánuimhreacha á n-iolrú nó á roinnt,
(a) nuair is ionann na comharthaí, toradh deimhneach a bhíonn ann (i) $-5 \times (-4) = 20$
(b) nuair nach ionann na comharthaí, toradh diúltach a bhíonn ann (ii) $-3 \times 6 = -18$
(iii) $7 \times (-4) = -28$

Lúbíní a bhaint

- (i) $3(4 + 5) = 3 \times 4 + 3 \times 5$
 $= 12 + 15 = 27$
- (ii) $5(7 - 3) = 5 \times 7 - 5 \times 3$
 $= 35 - 15 = 20$
- (iii) $-3(7 - 2) = -3 \times 7 + (-3)(-2)$
 $= -21 + 6 = -15$

Sna samplaí seo, iolraímid gach uimhir taobh istigh de na lúbíní faoin uimhir taobh amuigh de na lúbíní.

1



Ord na n-oibríochtaí

Féach ar an mbosca thíos. Cabhróidh sé leat cuimhneamh ar an ord inar ceart oibríochtaí measctha a dhéanamh agus uimhríocht nó ailgéabar ar bun agat.

| | | | | | |
|----------|------------------------|----------|----------|----------|----------|
| L | C | I | R | S | D |
| Lúibíní | Cumhachtaí nó séana | Iolrú | Roinnt | Suimiú | Dealú |

B'fhéidir go mbeadh sé seo ina chabhair agus tú ag iarraidh cuimhneamh ar ord na n-oibríochtaí:
LCIRSD: 'Las coinneal i roinnt seomraí dorcha'

- Samplaí**
- (i) $3 + (5 \times 4) = 3 + 20 = 23$
 - (ii) $5 + 4 + 3(10 - 4) = 9 + 3(6) = 9 + 18 = 27$
 - (iii) $(10 \times 3 - 20) \times 6 = (30 - 20) \times 6$
 $= 10 \times 6 = 60$
 - (iv) $6^2 + (6 - 2)^2 \times 5 = 36 + (4)^2 \times 5$
 $= 36 + 16 \times 5 = 36 + 80 = 116$
 - (v) $4^2 \times 2 - (-7 + 2) = 16 \times 2 - (-5)$
 $= 32 + 5 = 37$

$$-(-5) = 5$$

Cleachtadh 1.1

Scríobh gach ceann díobh seo mar shlánuimhir amháin:

- | | | |
|--|--|--|
| 1. $8 - 3$ | 2. $-7 + 3$ | 3. $-7 - 3 + 4$ |
| 4. $12 + 4 - 8$ | 5. $15 - 3 - 9$ | 6. $14 - 3 - 7$ |
| 7. $-8 + 4 + 7$ | 8. $5 - 9 + 8$ | 9. $-3 + 7 + 6$ |
| 10. $6 - 12 + 8$ | 11. $-3 - 2 - 7$ | 12. $-9 + 16 - 10$ |
| 13. $-3 - 7 + 12$ | 14. $-9 - 4 + 6$ | 15. $-5 - 8 + 9$ |
| 16. 12×6 | 17. -5×6 | 18. $6 \times (-7)$ |
| 19. $-8 \times (-6)$ | 20. $-7 \times (-9)$ | 21. -9×7 |
| 22. $6 \times 2 \times (-3)$ | 23. $4 \times (-3) \times (-2)$ | 24. $(-3) \times (-4) \times (-2)$ |
| 25. $\frac{18}{6}$ | 26. $\frac{-12}{4}$ | 27. $\frac{-36}{-9}$ |
| 28. $\frac{63}{-7}$ | 29. $\frac{-6 \times 3}{9}$ | 30. $\frac{9 \times (-6)}{2}$ |
| 31. $\frac{(-8) \times (-6) \times 3}{-12}$ | 32. $\frac{-2 \times 9 \times (-4)}{8}$ | 33. $\frac{-5 \times 4 \times 9}{-6}$ |

Bain úsáid as ord ceart na n-oibríochtaí chun gach ceann díobh seo a leanas a shimpliú:

- | | | |
|-----------------------------|-----------------------------|----------------------------|
| 34. $3 \times 6 + 3$ | 35. $5 \times 7 - 8$ | 36. $35 \div 5 - 6$ |
|-----------------------------|-----------------------------|----------------------------|





37. $5 \times 6 - 4 \times 3$

38. $32 - 8 \times (-5)$

39. $(16 - 4) \div 2 + 5$

40. $4 \times (-2) - (7 - 15)$

41. $\frac{4 \times (7 - 2)}{5}$

42. $\frac{8 \times (7 - 4)}{1 - (5 - 10)}$

43. $\frac{-8 \times (-3) \times 6}{-12}$

44. $15 + 6 \div 2 - 24$

45. $(16 - 4) \div 2 - 8$

46. Faigh an uimhir atá ar iarraidh i ngach ceann díobh seo:

(i) $-5 \times 3 \times \square = 30$

(ii) $6 + 2 \times \square = -2$

(iii) $(\square - 5) \times 3 = -9$

(iv) $4 + 2 \times \square = 14$

(v) $\square - (-3) \times (-2) = -4$

(vi) $12 + \square \times (-2) = 0$

Mír 1.2 Sloinn ailgéabracha a shimpliú

Slonn a thugtar ar $2x^2 - 3x + 4$ san ailgéabar.

Trí **théarma** atá sa slonn sin agus an comhartha móide nó an comhartha lúide eatarthu.

Athróg a thugtar ar an litir x mar gur féidir luachanna difriúla a bheith air i sloinn eile.

Tairiseach a thugtar ar an uimhir 4 mar nach n-athraíonn a luach.

Comhéifeacht x a thugtar ar an uimhir -3 a thagann roimh an x .

Is é 2 comhéifeacht x^2 .

Téarmaí cosúla

Seo roinnt **téarmaí cosúla**:

(i) $2x$ agus $3x$

(ii) $2x^2$ agus $3x^2$

(iii) $3ab$ agus $-6ab$.

Is téarmaí cosúla iad sin mar go bhfuil an litir chéanna iontu, nó an chumhacht chéanna den litir chéanna iontu, nó an grúpa céanna litreacha iontu.

Ní téarmaí cosúla iad $3ab$ agus $3ac$.

Ní téarmaí cosúla $3x^2$ agus $3x$ ach an oiread, mar nach ionann na cumhachtaí a bhaineann leo.

Ní féidir ach téarmaí cosúla a shuimiú nó a dhealú.

Sampla 1

Simpligh gach ceann díobh seo

(i) $2x - 3y + 4 - 3x + 5y - 2$

(ii) $3x^2 - 2xy + y^2 - 5xy + x^2 - 3y^2$

(i) $2x - 3y + 4 - 3x + 5y - 2 = 2x - 3x - 3y + 5y + 4 - 2$
 $= -x + 2y + 2$

(ii) $3x^2 - 2xy + y^2 - 5xy + x^2 - 3y^2 = 3x^2 + x^2 - 2xy - 5xy + y^2 - 3y^2$
 $= 4x^2 - 7xy - 2y^2$



Sampla 2

- (i) Bain na lúbíní agus simpligh $(2x - 3)(x + 5)$.
(ii) Simpligh uaidh sin $2(3x^2 - 2x + 4) - (2x - 3)(x + 5)$.

$$\begin{aligned}(i) (2x - 3)(x + 5) &= 2x(x + 5) - 3(x + 5) \\ &= 2x^2 + 10x - 3x - 15 \\ &= 2x^2 + 7x - 15\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(ii) 2(3x^2 - 2x + 4) - (2x - 3)(x + 5) &\quad \dots \text{ó (i) thuas} \\ &= 6x^2 - 4x + 8 - (2x^2 + 7x - 15) \\ &= 6x^2 - 4x + 8 - 2x^2 - 7x + 15 \\ &= 6x^2 - 2x^2 - 4x - 7x + 8 + 15 \\ &= 4x^2 - 11x + 23\end{aligned}$$

Cleachtadh 1.2

Simpligh gach ceann de na sloinn seo a leanas:

1. $4x + 3x + 6x$

2. $7x - 4x$

3. $3a + 8a - 4a$

4. $5a - 3a + 4a$

5. $a - 2a + 3a - a$

6. $6y - 7y + 5y - 2y$

7. $6x^2 + 4x^2 - 5x^2$

8. $x^2 + 3x + 2x^2 - 5x$

9. $3a^2 + b + 4a^2 - 3b$

10. $3x - 7 - 5x + 9$

11. $5a - 4 - a + 8$

12. $9x^2 + 6 - 3x^2 - 8$

13. Bain amach na lúbíní agus simpligh gach ceann díobh seo:

(i) $(x + 4)(x + 3)$

(ii) $(2x + 3)(x + 1)$

(iii) $(x + 4)(2x - 3)$

(iv) $(2x - 2)(x + 5)$

(v) $(3x - 1)(2x + 5)$

(vi) $(2x - 3)(x - 6)$

14. Bain amach na lúbíní agus simpligh gach ceann díobh seo:

(i) $3x - 5 + 4(4x - 3)$

(ii) $3x(x - 4) - x(x + 5)$

(iii) $3(2x - 4) - (5x - 2)$

(iv) $2(x^2 + 4x - 1) - 2x + 5$

15. Forbair agus simpligh gach ceann díobh seo:

(i) $(x + 2)^2$

(ii) $(x - 3)^2$

(iii) $(2x + 3)^2$

(iv) $(3x - 2)^2$

16. Cóipeáil agus críochnaigh gach ceann díobh seo:

(i) $3(\square + 5) = 6x + 15$

(ii) $4(\square - a) = 8 - 4a$

(iii) $5(\square - 3) = 20x - \square$

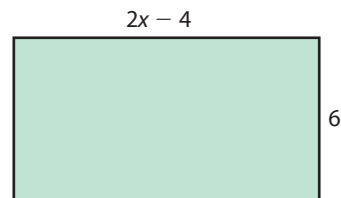
(iv) $2(\square + \square) = 8x + 16$

17. Cé acu de na sloinn seo a thugann achar na dronuilleoige?

$12x - 4$

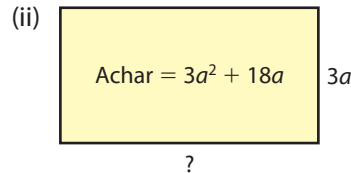
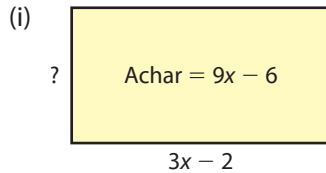
$2x - 24$

$12x - 24$



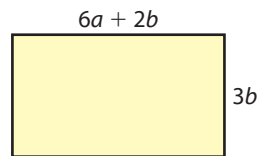


18. I gcás gach crutha, scríobh slonn le haghaidh an fhaid atá ar iarraidh:



19. Scríobh agus simpligh slonn le haghaidh

- (i) achar
- (ii) imlíne na dronuilleoige ar dheis.



20. Simpligh: $(3x - 2)(x + 5) - 2(x^2 - 3x + 7)$.

Mír 1.3 Luachanna slonn a fháil

D'fhoghlaim tú an méid seo san ailgéabar roimhe seo:

- (i) $3x = 3 \times x$
- (ii) $2ab = 2 \times a \times b$
- (iii) $x^2 = x \times x$
- (iv) $2a^2 = 2 \times a \times a$

Agus muid ag cuimhneamh ar (i), (ii), (iii) agus (iv) thuas, gheobhaimid luachanna slonn anois ach uimhreacha a chur isteach in áit na litreacha nó na n-athróg sa slonn.

Sampla 1

- (i) Faigh luach $2x^2 - 3y^2$ nuair atá $x = 3$ agus $y = 2$.
- (ii) Faigh luach $3x^2 - 5x + 6$ nuair atá $x = -2$.

(i) $2x^2 - 3y^2 = 2(3)^2 - 3(2)^2$...nuair atá $x = 3$ agus $y = 2$
 $= 2(9) - 3(4)$
 $= 18 - 12 = 6$

(ii) $3x^2 - 5x + 6 = 3(-2)^2 - 5(-2) + 6$
 $= 3(4) + 10 + 6$
 $= 12 + 10 + 6 = 28$

Cearnaigh sula n-iolraíonn tú i gcónaí.

Cleachtadh 1.3

Faigh luach gach ceann díobh seo a leanas:

- 1. $3x - 7$ nuair atá $x = 5$
- 2. $3x + 4$ nuair atá $x = -2$
- 3. $3x + 2y$ nuair atá $x = 2$ agus $y = 3$
- 4. $2a + b$ nuair atá $a = 3$ agus $b = -2$
- 5. $x^2 + 4x$ nuair atá $x = 3$
- 6. $2x^2 - 8$ nuair atá $x = 4$



7. $2x^2 - 6x + 4$ nuair atá $x = 1$ 8. $3x^2 - 5x$ nuair atá $x = -2$
9. $3x^2 - x + 5$ nuair atá $x = -2$ 10. $3x^2 + y^2$ nuair atá $x = 2$ agus $y = -3$
11. $3(x^2 - 2)$ nuair atá $x = 5$ 12. $3(x - 2y)$ nuair atá $x = -1$ agus $y = 2$
13. Cén luach atá ar gach slonn nuair atá $x = -4$?
- (i) $2x^2 + 1$ (ii) $3(2x + 1)$ (iii) $\frac{x^2}{2} - 1$ (iv) $\frac{x^2 - 8}{4}$

14. **A** **B** **C** **D** **E** **F**

| | | | | | |
|------------|--------------|---------------------|-----------|-------------|---------------------|
| $2(t - 5)$ | $2(t^2 - 7)$ | $\frac{4t + 3}{-5}$ | $5 - t^2$ | $3t^2 - 11$ | $\frac{3t - 17}{2}$ |
|------------|--------------|---------------------|-----------|-------------|---------------------|

- (i) Nuair atá $t = 3$, is é -4 an luach atá ar thrí cinn de na sloinn thuas.
Faigh na sloinn sin.
- (ii) Nuair atá $t = -2$, tá an luach céanna ar thrí cinn de na sloinn thuas.
Faigh na sloinn sin.

15. Faigh luach gach ceann díobh seo a leanas:

- (i) $\frac{5x - 3}{2}$ nuair atá $x = 5$ (ii) $\frac{10 - 6h}{5}$ nuair atá $h = 5$
- (iii) $\frac{10 - 2x}{1 - x}$ nuair atá $x = -3$ (iv) $\frac{3x - 4}{x - 5}$ nuair atá $x = -6$

Mír 1.4 Cothromóidí líneacha a réiteach

Is sampla de **chothromóid** é $3x - 5 = 7$ mar go bhfuil an comhartha = ann.

Chun cothromóid a réiteach, ní mór teacht ar luach na hathróige a fhágann go bhfuil an chothromóid fíor.

Léiríonn an dá shampla seo a leanas na céimeanna a bhaineann le cothromóid líneach a réiteach.

Sampla 1

Réitigh an chothromóid $5x - 3 = 2x + 9$.

$$\begin{aligned} 5x - 3 &= 2x + 9 \\ \Rightarrow 5x - 3 + 3 &= 2x + 9 + 3 && \dots \text{cuir 3 leis an dá thaobh} \\ \Rightarrow 5x &= 2x + 12 \\ \Rightarrow 5x - 2x &= 2x - 2x + 12 && \dots \text{bain 2x ón dá thaobh} \\ \Rightarrow 3x &= 12 \\ \Rightarrow x &= 4 && \dots \text{roinn an dá thaobh ar 3} \end{aligned}$$

Sampla 2

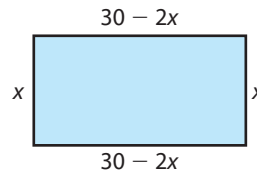
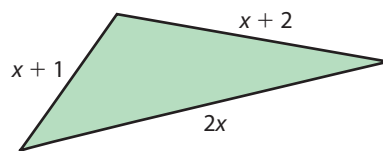
Réitigh an chothromóid $5(2x - 4) = 3(2x - 1) - 1$.

$$\begin{aligned} & 5(2x - 4) = 3(2x - 1) - 1 \\ \Rightarrow & 10x - 20 = 6x - 3 - 1 && \dots \text{bain na lúibíní} \\ \Rightarrow & 10x - 20 = 6x - 4 && \dots \text{simpligh an dá thaobh} \\ \Rightarrow & 10x - 20 + 20 = 6x - 4 + 20 && \dots \text{cuir 20 leis an dá thaobh} \\ \Rightarrow & 10x = 6x + 16 \\ \Rightarrow & 10x - 6x = 6x - 6x + 16 && \dots \text{bain } 6x \text{ ón dá thaobh} \\ \Rightarrow & 4x = 16 \\ \Rightarrow & x = 4 && \dots \text{roinn an dá thaobh ar 4} \end{aligned}$$

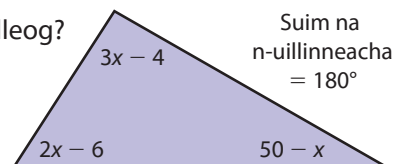
Cleachtadh 1.4

Réitigh gach ceann de na cothromóidí seo a leanas:

- $2x = 8$
 - $3x = 15$
 - $8x = 40$
 - $x - 3 = 5$
 - $2x - 3 = 10$
 - $3x - 1 = 8$
 - $5x + 2 = 12$
 - $3x - 10 = 8$
 - $5x - 6 = 19$
 - $7x + 4 = 25$
 - $6x - 2 = 4x + 10$
 - $7x - 9 = 3x + 11$
 - $3x + 1 = 5x - 13$
 - $5x - 2 = 40 - x$
 - $3x + 7 = 32 - 2x$
 - $3(2x + 1) = 2x + 11$
 - $2(2x + 5) = 5x + 5$
 - $4(2x - 3) = 2(3x - 5)$
 - $3(2x - 6) = 2(2x + 1)$
 - $3(5x - 2) = 4(3x + 6)$
 - $6(1 + 2x) = 5(3x - 1) - 4$
 - $2(x + 2) - 3(x - 3) = x + 7$
 - $3(4 - 3x) = 5(3 - 2x)$
 - $4(x + 3) - 3(2x - 5) = x$
 - $3(x - 1) = 18 - 5(x + 1)$
26. Tá triantán agus dronuilleog le feiceáil thíos.



- Cén luach ar x a fhágann gur 63 aonad atá in imlíne an triantáin?
 - Faigh agus simpligh slonn le haghaidh imlíne na dronuilleoige.
 - Cén luach ar x a fhágann go bhfuil imlíne an triantáin agus imlíne na dronuilleoige cothrom lena chéile?
 - Cén luach ar x a fhágann gur cearnóg í an dronuilleog?
27. Déan cothromóid agus réitigh í chun luach x a fháil i gcás an triantáin ar dheis. Scríobh síos uaidh sin tomhas gach uillinne.



Mír 1.5 Cothromóidí líneacha ina bhfuil codáin a réiteach —

Cuir i gcás an chothromóid $\frac{2x-1}{5} = 3$.

Gheobhaimid réidh leis an gcodán ach an dá thaobh a iolrú faoi 5.

$$\therefore \frac{5(2x-1)}{5} = 3 \times 5$$

$$2x - 1 = 15$$

$$2x - 1 + 1 = 15 + 1 \quad \dots \text{cuir 1 leis an dá thaobh}$$

$$2x = 16$$

$$\therefore x = 8$$

Má bhíonn níos mó ná aon chodán amháin i gcothromóid, iolraímid gach cuid di faoin iolraí coiteann is lú (ICL) ar na hainmneoirí.

Sampla 1

Réitigh an chothromóid $\frac{4x}{5} - \frac{x}{2} = \frac{3}{4}$.

Is é 20 an ICL ar 5, 2 agus 4.

Dá réir sin, iolraímid gach téarma faoi 20.

$$\frac{20(4x)}{5} - \frac{20(x)}{2} = \frac{20(3)}{4}$$

$$\Rightarrow 4(4x) - 10(x) = 5(3)$$

$$\Rightarrow 16x - 10x = 15$$

$$\Rightarrow 6x = 15$$

$$\Rightarrow x = \frac{15}{6} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$

Sampla 2

Réitigh an chothromóid $\frac{x+4}{3} - \frac{x+2}{4} = \frac{7}{6}$.

Is é 12 an ICL ar 3, 4 agus 6.

Dá réir sin, iolraímid gach téarma faoi 12.

$$\frac{12(x+4)}{3} - \frac{12(x+2)}{4} = \frac{12(7)}{6}$$

$$\Rightarrow 4(x+4) - 3(x+2) = 2(7)$$

$$\Rightarrow 4x + 16 - 3x - 6 = 14$$

$$\Rightarrow x + 10 = 14$$

$$\Rightarrow x + 10 - 10 = 14 - 10$$

$$\Rightarrow x = 4$$

Cleachtadh 1.5

Réitigh gach ceann de na cothromóidí seo:

1. $\frac{x}{4} = 3$

2. $\frac{3x+7}{5} = 2$

3. $\frac{2x+4}{3} = 6$

4. $\frac{x-1}{5} = 4$

5. $\frac{3x-1}{4} = 8$

6. $\frac{3x}{4} = \frac{9}{2}$

7. $\frac{x+12}{4} = x$

8. $\frac{8x-3}{7} = x$

9. $\frac{x+18}{2} = 5x$

10. $\frac{x+1}{2} = x-2$

11. $\frac{x+2}{3} = x+4$

12. $\frac{2x+3}{4} = x-3$

13. $\frac{2x-5}{3} = \frac{x-2}{2}$

14. $\frac{2x+1}{5} = \frac{x-1}{2}$

15. $\frac{x}{2} + \frac{x-5}{4} = 4$

16. $\frac{x+5}{4} = \frac{2x}{3}$

17. $\frac{2x}{3} - \frac{x}{4} = \frac{5}{2}$

18. $\frac{x+4}{3} - \frac{x}{4} = 2$

19. $\frac{2x-1}{5} = \frac{x}{3} + \frac{1}{3}$

20. $\frac{2x-1}{3} + \frac{x}{4} = \frac{3}{2}$

21. $\frac{x}{6} + 1 = \frac{x-4}{4}$

22. $\frac{x}{5} - \frac{x-3}{6} = \frac{3}{2}$

23. $\frac{3x-2}{5} - \frac{x-1}{2} = \frac{3}{10}$

24. $\frac{2x-3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3x-2}{5}$

25. $\frac{1}{3}(x+2) = \frac{1}{5}(3x+2)$

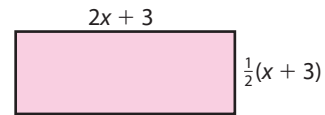
26. $\frac{x+1}{2} - \frac{5}{12} = \frac{4x-1}{3}$

27. $\frac{1}{2}(x-3) + \frac{1}{3}(x+1) = 8$

28. Is é $(2x+3)$ cm fad dronuilleog áirithe.

Is é $\frac{1}{2}(x+3)$ cm leithead na dronuilleoige.

Más é 49 cm imlíne na dronuilleoige, faigh luach x .

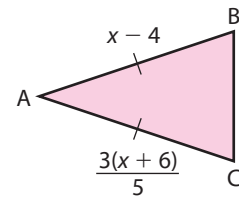


29. Tugtar sa léaráid ar dheis an triantán comhchosach ABC.

Tugtar faid na sleasa ina gceintiméadair agus tá $|AB| = |AC|$.

(i) Scríobh síos cothromóid i dtéarmaí x .

(ii) Oibrigh amach fad $[AB]$.



Mír 1.6 Codáin ailgéabracha a shuimiú

Chun $\frac{3}{4} + \frac{2}{3}$ a scríobh ina chodán singil, scríobhaimid an dá chodán sa chaoi is gurb é 12 an t-ainmneoir.

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{3} = \frac{9}{12} + \frac{8}{12} = \frac{17}{12}$$

Is féidir é sin a dhéanamh ar shlí níos fearr mar seo a leanas:

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{3} = \frac{3(3) + 2(4)}{12} = \frac{9+8}{12} = \frac{17}{12} = 1\frac{5}{12}$$

Ar an gcaoi chéanna $\frac{6}{7} - \frac{2}{3} = \frac{6(3) - 2(7)}{21} = \frac{18-14}{21} = \frac{4}{21}$

Is féidir codáin ailgéabracha a shuimiú agus a dhealú mar a dhéantar le codáin uimhriúla.

Sampla 1

Scríobh $\frac{4x-3}{4} - \frac{x}{3}$ ina chodán singil.

Is é 12 an ICL ar 3 agus 4.

$$\begin{aligned}\frac{4x-3}{4} - \frac{x}{3} &= \frac{3(4x-3) - 4(x)}{12} = \frac{12x-9-4x}{12} \\ &= \frac{8x-9}{12}\end{aligned}$$

Sampla 2

Scríobh $\frac{5}{x+3} - \frac{2}{x-4}$ ina chodán singil.

Is é $(x+3)(x-4)$ an ICL ar $(x+3)$ agus $(x-4)$.

$$\begin{aligned}\frac{5}{x+3} - \frac{2}{x-4} &= \frac{5(x-4) - 2(x+3)}{(x+3)(x-4)} \\ &= \frac{5x-20-2x-6}{(x+3)(x-4)} = \frac{3x-26}{(x+3)(x-4)}\end{aligned}$$

Cleachtadh 1.6

Scríobh gach ceann díobh seo ina chodán singil:

1. $\frac{3}{4} + \frac{1}{3}$

2. $\frac{3}{5} + \frac{7}{10}$

3. $\frac{5}{8} - \frac{1}{6}$

4. $\frac{x}{2} + \frac{x}{3}$

5. $\frac{3x}{4} + \frac{3x}{2}$

6. $\frac{5x}{3} - \frac{x}{2}$

7. $\frac{2x+3}{4} + \frac{x}{3}$

8. $\frac{3x-1}{3} + \frac{x-5}{2}$

9. $\frac{4x-3}{5} + \frac{x-3}{3}$

10. $\frac{3x-4}{6} - \frac{2x+1}{3}$

11. $\frac{3x-2}{6} - \frac{x-3}{4}$

12. $\frac{3x-1}{4} - \frac{x}{10} + \frac{3}{5}$

13. $\frac{1}{x+3} + \frac{1}{x}$

14. $\frac{2}{x+5} + \frac{3}{x}$

15. $\frac{2}{x+2} + \frac{3}{x+4}$

16. $\frac{4}{2x-1} + \frac{3}{2x-3}$

17. $\frac{3}{4x-1} + \frac{4}{3x-1}$

18. $\frac{5}{3x-1} - \frac{2}{x+3}$

19. $\frac{6}{3x-1} - \frac{4}{2x+3}$

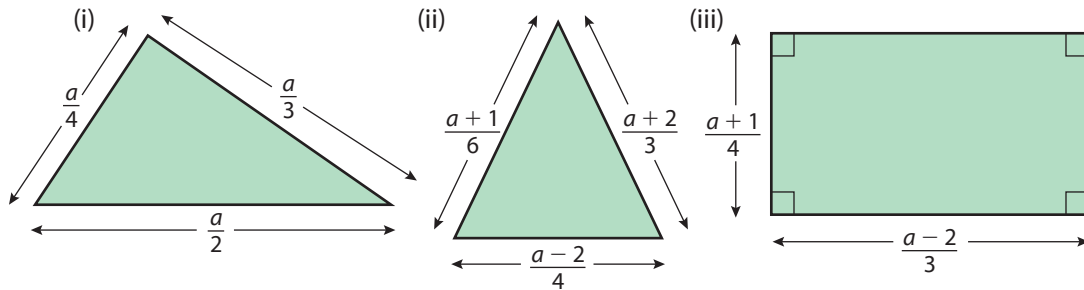
20. $\frac{2}{3x-5} - \frac{1}{4}$

21. $\frac{3}{2x-7} - \frac{5}{3x-5}$

22. Scríobh $\frac{5}{2x-1} - \frac{3}{x-2}$ ina chodán singil. Deimhnigh do fhreagra trí 3 a chur in áit x sa slonn tugtha agus i do fhreagra.

23. Má tá $\frac{6}{3x-4} - \frac{4}{2x+3} = \frac{k}{(3x-4)(2x+3)}$, faigh k nuair atá $k \in \mathbb{N}$.

24. Scríobh síos slonn le haghaidh imlíne na gcruthanna seo. Scríobh gach slonn ina chodán singil.



Mír 1.7 Éagothromóidí líneacha

Is sampla de chothromóid é $2x + 4 = 6$ mar go bhfuil an dá thaobh cothrom lena chéile. Ach is **éagothromóid** é $2x + 4 > 6$ mar **nach bhfuil** an dá thaobh cothrom lena chéile.

Is iad seo na ceithre shiombail a bhíonn in éagothromóidí:

- | | |
|-----------------------|--|
| 1. $>$... níos mó ná | 2. \geq ... níos mó ná nó cothrom le |
| 3. $<$... níos lú ná | 4. \leq ... níos lú ná nó cothrom le |

Na rialacha le héagothromóidí a réiteach, tá siad an-chosúil leis na rialacha le cothromóidí a réiteach. Tá difríocht mhór amháin idir an dá chineál, áfach.

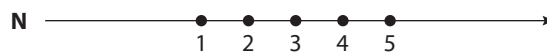
Aisiompaítear comhartha na héagothromóide nuair a iolraítear an dá thaobh faoin uimhir **dhiúltach** chéanna, nó nuair a roinntear an dá thaobh ar an uimhir **dhiúltach** chéanna.

$$3 < 5 \text{ ach } 3 \times (-1) > 5 \times (-1)$$

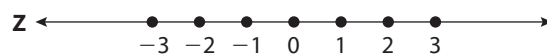
i.e. $-3 > -5$

Sula dtabharfaimid faoi éagothromóidí a réiteach, féachfaimid arís ar na cineálacha éagsúla uimhreacha atá ann agus ar an gcaoi a léirítear ar an uimhirlíne iad.

1. Tacar na n-uimhreacha aiceanta, $\mathbf{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$



2. Tacar na slánuimhreacha, $\mathbf{Z} = \{\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

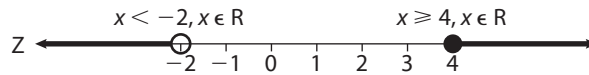




3. Tá gach uimhir ar an uimhirlíne san áireamh i dtacar na réaduimhreacha **R**. Is le líne **throm** a léirítear **R** ar an uimhirlíne, rud a chuireann in iúl go bhfuil gach uimhir san áireamh.



Seo dhá thacar réaduimhreacha agus iad léirithe ar an uimhirlíne.



Cuireann an ciorcal lán ag 4 in iúl go bhfuil 4 san áireamh.

Cuireann an ciorcal folamh ag -2 in iúl nach bhfuil -2 san áireamh.

Sampla 1

Réitigh an éagothromóid $5 - 2x < 9, x \in Z$ agus léirigh an réiteach ar an uimhirlíne.

$$5 - 2x < 9$$

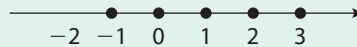
$$\Rightarrow 5 - 2x - 5 < 9 - 5 \quad \dots \text{bain 5 ón dá thaobh}$$

$$\Rightarrow -2x < 4$$

$$\Rightarrow 2x > -4 \quad \dots \text{aisiompáitear comhartha na héagothromóide nuair a iolraítear an dá thaobh faoi } -1$$

$$\Rightarrow x > -2.$$

An réiteach ar an uimhirlíne:



Sampla 2

Faigh A , tacar réitigh na héagothromóide $3x + 1 \leq 2x + 5, x < R$.

Faigh B , tacar réitigh na héagothromóide $\frac{1}{3} - 2x \leq \frac{25}{3}, x < R$.

Faigh $A \cap B$ agus léirigh an freagra ar an uimhirlíne.

$$3x + 1 \leq 2x + 5$$

$$\Rightarrow 3x - 2x + 1 \leq 2x - 2x + 5$$

$$\Rightarrow x + 1 \leq 5$$

$$\Rightarrow x + 1 - 1 \leq 5 - 1$$

$$\Rightarrow x \leq 4$$

$$\frac{1}{3} - 2x \leq \frac{25}{3}$$

$$\Rightarrow 1 - 6x \leq 25$$

$$\Rightarrow 1 - 1 - 6x \leq 25 - 1$$

$$\Rightarrow -6x \leq 24$$

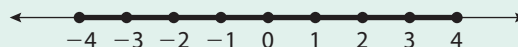
$$\Rightarrow 6x \geq -24$$

$$\Rightarrow x \geq -4.$$

Má chuirimid na freagraí sin le chéile faighimid, $x \leq 4, x \geq -4$,

$$\text{i.e. } -4 \leq x \leq 4.$$

An réiteach ar an uimhirlíne:



Cleachtadh 1.7

1. Meaitseáil na héagothromóidí seo.

A $2x < 10$

B $x > 4$

C $\frac{x}{2} > 3$

D $x + 3 > 7$

E $x + 1 < 5$

F $x < 5$

G $x + 3 < 7$

H $x > 6$

2. Cén dá cheann díobh seo a leanas atá coibhéiseach le $m > 6$?

A $2m > 8$

B $\frac{m}{2} > 12$

C $3m > 2$

D $2m > 12$

E $\frac{m}{3} > 2$

F $\frac{m}{2} > 4$

3. Faigh na ceithre phéire choibhéiseacha as na hocht n-éagothromóid seo.

A $p \leq 8$

B $4p \leq 24$

C $2p \leq 18$

D $p - 2 \leq 6$

E $p \leq 9$

F $p + 4 \leq 14$

G $3p \leq 18$

H $2p \leq 20$

Réitigh na héagothromóidí seo a leanas agus léirigh an tacar réitigh ar an uimhirlíne:

4. $3x - 2 \leq 7, \quad x \in \mathbb{N}$

5. $8x - 1 < 5x - 10, \quad x \in \mathbb{Z}$

6. $3x + 1 \leq 2x + 5, \quad x \in \mathbb{Z}$

7. $7 - x > 4, \quad x \in \mathbb{Z}$

8. $2x - 5 \geq 3x - 2, \quad x \in \mathbb{R}$

9. $4(x + 2) < 3x - 4, \quad x \in \mathbb{R}$

10. $1 \leq 3x - 11, \quad x \in \mathbb{Z}$

11. $7 - 4x \geq 2x + 1, \quad x \in \mathbb{R}$

12. $3 - 2(4 - x) \geq 3x, \quad x \in \mathbb{R}$

13. $3x \leq -2(4 - x), \quad x \in \mathbb{R}$

14. $x - 4 \leq 4x - 1, \quad x \in \mathbb{R}$

15. $4 - 2x > 5(2 - x), \quad x \in \mathbb{R}$

16. Réitigh an éagothromóid $5(2x - 5) \geq 1 - 2(11 - 3x), \quad x \in \mathbb{R}$.
Léirigh an réiteach ar an uimhirlíne ansin.

17. Faigh K , tacar réitigh na héagothromóide $11 \geq 3x + 2, \quad x \in \mathbb{R}$.
Faigh L , tacar réitigh na héagothromóide $3x + 2 > -7, \quad x \in \mathbb{R}$.
Faigh $K \cap L$ agus léirigh an réiteach ar an uimhirlíne.

18. Faigh P , tacar réitigh na héagothromóide $2 - 3x \leq 4 + x, \quad x \in \mathbb{R}$.
Faigh Q , tacar réitigh na héagothromóide $4 + x \leq 7, \quad x \in \mathbb{R}$.
Faigh $P \cap Q$ agus léirigh an réiteach ar an uimhirlíne.

19. Faigh A , tacar réitigh na héagothromóide $x < 3x - 1, \quad x \in \mathbb{R}$.
Faigh B , tacar réitigh na héagothromóide $3x - 1 \leq 2x + 7, \quad x \in \mathbb{R}$.
Léirigh $A \cap B$ ar an uimhirlíne ansin.



20. Faigh C , tacar réitigh na héagothromóide $2 \leq \frac{5x-6}{2}$, $x \in N$.

Faigh D , tacar réitigh na héagothromóide $\frac{5x-6}{2} \leq 7$, $x \in N$.

Léirigh $C \cap D$ ar an uimhirlíne.

21. Tá bus in ann 44 paisinéir ar a mhéad a iompar. Tá scoil ag iarraidh 5 dhuine fásta agus a oiread grúpaí de 4 pháiste agus is féidir a thabhairt ar an mbus.

(i) Má sheasann n do líon na bpáistí, cé acu de na héagothromóidí seo atá fíor i gcás an bhus

(a) $4n + 5 \geq 44$

(b) $4n + 5 \leq 44$

(c) $4n - 5 < 44$

(d) $4n + 5 > 44?$

(ii) Réitigh an éagothromóid chun teacht ar an uaslíon grúpaí de 4 pháiste atá an bus in ann a iompar.

Mír 1.8 Cothromóidí comhuaineacha

Sásaíonn na luachanna $x = 2$ agus $y = 3$

an dá chothromóid líneacha $3x + y = 9$

agus $2x - y = 1$.

Nuair a shásaíonn na luachanna céanna ar x agus y dhá chothromóid faoi leith, deirtear gur **cothromóidí comhuaineacha** (nó comhchothromóidí) iad na cothromóidí sin.

Is gá ceann de na hathróna a chealú le cothromóidí comhuaineacha a réiteach, rud a léirítear sa sampla seo thíos.

Sampla 1

Réitigh na cothromóidí comhuaineacha

$$2x - 5y = 9$$

$$3x + 2y = 4$$

Cuirimid uimhir ar an dá chothromóid $2x - 5y = 9$ ①

① agus ② ar son na simplíochta. $3x + 2y = 4$ ②

Iolraímid cothromóid ① faoi 2 ansin, agus cothromóid ② faoi 5, chun go mbeidh na y -chomhéifeachtaí ag freagairt dá chéile sa dá chothromóid.

$$\textcircled{1} \times 2: \quad 4x - 10y = 18$$

$$\textcircled{2} \times 5: \quad 15x + 10y = 20$$

$$\text{Suimigh:} \quad 19x \quad = 38 \Rightarrow x = 2$$





Cuirimid 2 in áit x ansin i gcothromóid ①

$$\begin{aligned} & 2x - 5y = 9 \\ x = 2 \Rightarrow & 4 - 5y = 9 \\ \Rightarrow & -5y = 5 \\ \Rightarrow & 5y = -5 \Rightarrow y = -1 \\ \therefore & x = 2 \text{ agus } y = -1 \end{aligned}$$

(Ní foláir i gcónaí na luachanna sin a fhaigheann tú ar x agus y a chur isteach sna cothromóidí lena fhíorú go bhfuil siad ceart.)

Sampla 2

Réitigh na cothromóidí comhuaineacha $3x - 2y = 19 \dots$ ①

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 5 \dots$$
 ②

Cuirimid uimhir ar an dá chothromóid, ① agus ②, ar son na simplíochta.

Ansin iolraímid gach téarma i gcothromóid ② faoi 6 (an ICL ar 3 agus 2) chun na codáin a chealú.

Is mar seo a bheidh cothromóid ② dá réir sin: $2x + 3y = 30$

Seo an dá chothromóid anois: $3x - 2y = 19 \dots$ ①

$$2x + 3y = 30 \dots$$
 ②

Iolraímid cothromóid ① faoi 2 agus cothromóid ② faoi -3 chun go mbeidh na x -chomhéifeachtaí ag freagairt dá chéile sa dá chothromóid.

$$\begin{array}{r} \text{①} \times 2 : 3x - 2y = 19 \qquad 6x - 4y = 38 \\ \text{②} \times -3: 2x + 3y = 30 \qquad -6x - 9y = -90 \\ \hline \text{Suimigh:} \qquad \qquad \qquad -13y = -52 \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \Rightarrow 13y = 52 \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \Rightarrow y = 4 \end{array}$$

Cuir 4 in áit y i gcothromóid ① chun luach x a fháil.

$$\begin{aligned} 3x - 8 &= 19 \\ 3x &= 27 \\ \Rightarrow x &= 9 \end{aligned}$$

\Rightarrow Is é $x = 9$ agus $y = 4$ réiteach na cothromóide.



Cleachtadh 1.8

Réitigh na péirí chothromóidí comhuaineacha seo a leanas:

1. $x + 2y = 6$

$$3x - 2y = 10$$

2. $x + y = 7$

$$2x + y = 12$$

3. $3x - y = 11$

$$3x - 2y = 13$$

4. $2x + 3y = 9$

$$4x + y = 13$$

5. $3x - 2y = 1$

$$x - 5y = 9$$

6. $2x + y = 7$

$$3x - 2y = 0$$

7. $x + 2y = 8$

$$2x + 3y = 14$$

8. $x - 2y = 9$

$$3x + 7y = 1$$

9. $4x - 3y = 23$

$$2x - 5y = 8$$

10. $3x - 2y = 7$

$$4x + y = 13$$

11. $2x + 3y = 5$

$$5x - 2y = -16$$

12. $x + 2y = 12$

$$3x - 5y = 3$$

13. $3x - 2y = -12$

$$2x + 3y = 5$$

14. $4x + 5y = 1$

$$3x - 4y = 24$$

15. $x = 3 + 4y$

$$y = 2 + 3x$$

16. $3x + 4y = 23$

$$y = 2x + 3$$

17. $4x = 16 - 5y$

$$6x = 13 - 2y$$

18. $x + y = 3 = 2x - y$

19. $3x + y = 9$

$$\frac{x}{2} - y = -2$$

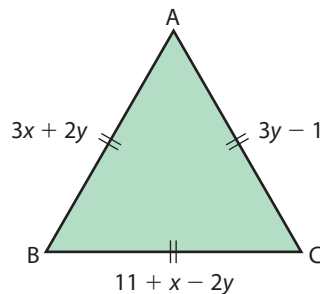
20. $3x + y = 27$

$$\frac{x}{2} - y = 1$$

21. $2x - 3y = 24$

$$\frac{5x}{3} - \frac{y}{2} = 12$$

22. Is triantán comhshleasach é ABC. Is ina cm atá gach fad.



- (i) Déan dhá chothromóid chomhuaineacha agus réitigh iad chun luach x agus luach y a fháil.
- (ii) Anois faigh fad shleasa an triantáin.

Mír 1.9 Fadhanna agus graif

Bíonn cothromóidí comhuaineacha thar a bheith úsáideach chun cineálacha áirithe fadhanna ailgéabracha a réiteach, mar a léirítear sna samplaí seo a leanas.

Sampla 1

Tá roinnt boinn deich cent agus roinnt boinn fiche cent sa mhucín taisce ag Séamas. 18 mbonn ar fad atá aige sa mhucín taisce, agus is é €2.30 a luach iomlán. Oibrigh amach cé mhéad bonn deich cent agus cé mhéad bonn fiche cent atá ag Séamas sa mhucín taisce.

Abraimis gurb é x líon na mbonn 10c agus gurb é y líon na mbonn 20c.

- ① $x + y = 18$... 18 mbonn ar fad atá ann
② $10x + 20y = 230$... is é suim na mbonn 10c agus 20c ná €2.30 (230c)

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \times 10: \quad 10x + 10y = 180 \\ \textcircled{2} \quad \quad \quad 10x + 20y = 230 \\ \hline \text{Dealraith:} \quad \quad -10y = -50 \\ \quad \quad \quad \quad \quad 10y = 50 \\ \quad \quad \quad \quad \quad y = 5 \end{array}$$

- ① $x + 5 = 18$... cuir 5 in áit y
 $x = 13$

13 bhonn deich cent agus 5 bhonn fiche cent atá ag Séamas.

Graif a úsáid

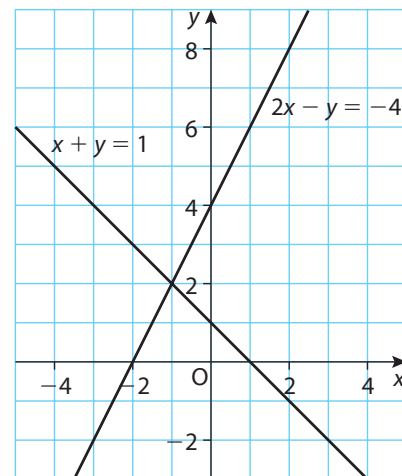
Is féidir cothromóidí comhuaineacha a réiteach ach graf an dá chothromóid (nó an dá líne) a tharraingt agus comhordanáidí a **bpointe trasnaithe** a fháil.

Tá na línte $x + y = 1$ agus $2x - y = -4$ léirithe thall.

Trasnaíonn na línte a chéile ag $(-1, 2)$.

Ach an dá chothromóid chomhuaineacha a réiteach, gheobhaimid
 $x = -1$ agus $y = 2$.

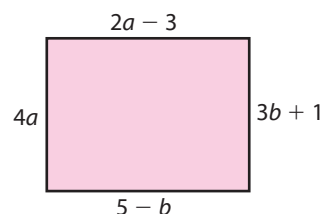
Léiríonn sé sin gur féidir cothromóidí comhuaineacha a réiteach ach an dá líne a tharraingt agus pointe trasnaithe an dá líne a scríobh síos.



Cleachtadh 1.9

- Is é 9 suim dhá uimhir. Má shuimítear dhá oiread na chéad uimhreach le trí oiread an dara huimhir, is é 20 an freagra. Faigh an dá uimhir.
- Is é 7 an difríocht idir dhá uimhir. Nuair a dhealaítear trí oiread an dara huimhir ó dhá oiread na chéad uimhreach, is é 11 an freagra. Faigh an dá uimhir.
- €27 atá ar thicéid phictiúrlainne do dhuine fásta amháin agus 3 pháiste. Is é €48 an costas do 2 dhuine fásta agus 5 pháiste. Faigh an costas atá ar thicéad amháin do dhuine fásta agus an costas atá ar thicéad amháin do pháiste.
- Ní ghlacann meaisín sliotáin ach le boinn 20c agus 50c. 43 bonn ar fad atá sa mheaisín. Más é €13.10 luach iomlán na mbonn, faigh líon na mbonn 20c agus líon na mbonn 50c atá sa mheaisín.
- Díolann potaire mugaí móra agus mugaí beaga. 758 gram an meáchan atá in dhá mhuga bheaga agus muga mór amháin. 1882 gram an meáchan atá i gceithre mhuga bheaga agus trí mhuga mhóra. Cén meáchan atá i ngach muga?

- Féach ar an dronuilleog sa léaráid ar dheis. Ina gceintiméadair atá na toisí ar fad.
 - Scríobh síos péire cothromóidí comhuaineacha in a agus b .
 - Réitigh an péire cothromóidí comhuaineacha chun a agus b a fháil.



- Tá roinnt cearc agus tréad bó i ngort. Tá 50 ceann agus 180 cos eatarthu ar fad. Cé mhéad bó agus cé mhéad cearc atá sa ghort?
- Bíonn an-tóir ar bharraí seacláide Jupiter. Tá dhá chineál ar fáil: cinn ghnáthmhéide agus cinn mhóra. 760 g an meáchan iomlán atá in 2 bharra gnáthmhéide agus 5 bharra mhóra. 920 g an meáchan iomlán atá in 1 bharra gnáthmhéide agus 7 mbarra mhóra.
 - Cén meáchan atá i mbarra gnáthmhéide?
 - Cén meáchan atá i mbarra mór?

- Tá roinnt buidéil líomanáide 2 lítear ag Ruairí. Tá roinnt buidéil líomanáide 3 lítear ag Sorcha. 27 lítear an méid iomlán atá ag Ruairí agus Sorcha. Tá 6 bhuidéal sa bhreis ag Ruairí ar Shorcha. Cé mhéad buidéal atá ag Ruairí agus cé mhéad buidéal atá ag Sorcha?

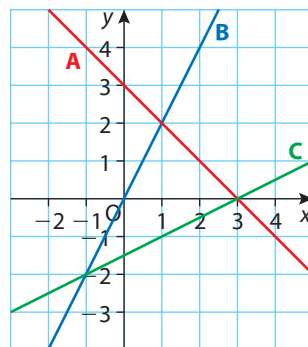
- Tá na trí líne **A**, **B** agus **C** sa léaráid ar dheis.

Seo cothromóidí na línte:

A: $x + y = 3$ **B:** $y = 2x$ **C:** $x - 2y = 3$.

Bain úsáid as an léaráid chun na cothromóidí comhuaineacha seo a réiteach:

- $x + y = 3$ (ii) $x - 2y = 3$ (iii) $y = 2x$
 $y = 2x$ $x + y = 3$ $x - 2y = 3$





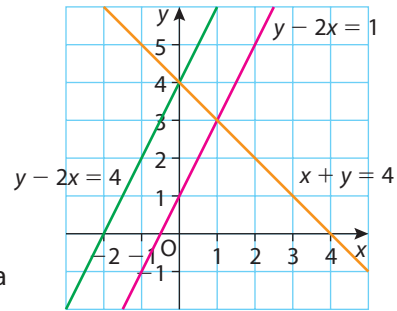
11. (i) Bain úsáid as na graif chun an dá phéire cothromóidí comhuaineacha a réiteach.

(a) $y - 2x = 1$ (b) $y - 2x = 4$
 $x + y = 4$ $x + y = 4$

Cuir an dá réiteach in áit x agus y sna cothromóidí chun iad a sheiceáil.

(ii) Cén chaoi a bhfuil a fhios agat nach bhfuil aon réiteach ar an bpéire cothromóidí comhuaineacha seo a leanas?

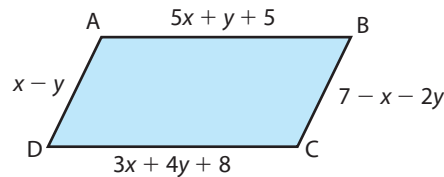
$y - 2x = 4$
 $y - 2x = 1$



12. Tá codán áirithe coibhéiseach le $\frac{2}{7}$.

Má chuirtear 1 leis an uimhreoir agus leis an ainmneoir, beidh an codán coibhéiseach le $\frac{3}{10}$.
 Faigh an dá chodán.

13. Is comhthreomharán é an cruth ABCD.
 Is ina cm atá gach fad atá marcáilte.
 Faigh fad [AB] agus fad [BC].



Mír 1.10 Ábhar foirmle a athrú

Sa chothromóid $x = 2y - z$, deirimid gur i dtéarmaí y agus z a scríobhtar x , nó gurb é x **ábhar** na foirmle.

Má athraítear an fhoirmle sa chaoi go gcuirtear san fhoirm $z = 2y - x$, is é z ábhar na foirmle.

Má chuirtear atheagar ar fhoirmle nó ar chothromóid sa chaoi is go bhfuil athróg dhifriúil ar thaobh na láimhe clé **athraítear ábhar na foirmle nó na cothromóide sin**.

Tá an próiseas a úsáidtear le hábhar foirmle a athrú an-chósúil leis an bpróiseas a úsáidtear le cothromóid a réiteach.

Léirítear sna samplaí seo a leanas na rialacha bunúsacha le haghaidh ábhar foirmle a athrú.

Ní athraítear luach na cothromóide má dhéantar an oibríocht chéanna ar an dá thaobh.

Sampla 1

Má tá $bc - d = a$, scríobh c i dtéarmaí na n-athróg eile.

$$bc - d = a$$

$$\therefore bc = a + d \quad \dots \text{cuir } d \text{ leis an dá thaobh}$$

$$\therefore c = \frac{a + d}{b} \quad \dots \text{roinn an dá thaobh ar } b.$$



Sampla 2

Má tá $x = \frac{3y}{2} - 1$, scríobh y i dtéarmaí na n-athróg eile.

$$x = \frac{3y}{2} - 1$$

$$2x = 3y - 2 \quad \dots \text{iolraigh gach téarma faoi 2}$$

$$2x + 2 = 3y \quad \dots \text{cuir 2 leis an dá thaobh}$$

$$\frac{2x}{3} + \frac{2}{3} = y \quad \dots \text{roinn gach téarma ar 3}$$

$$y = \frac{2x}{3} + \frac{2}{3} \quad \left(\text{nó } y = \frac{2x + 2}{3} \right)$$

Sampla 3

Má tá $a = \frac{bc}{b+c}$, scríobh c i dtéarmaí na n-athróg eile.

$$a = \frac{bc}{b+c}$$

$$a(b+c) = bc \quad \dots \text{iolraigh gach téarma faoi } (b+c)$$

$$ab + ac = bc \quad \dots \text{bain na lúibíní}$$

$$ac - bc = -ab$$

$$c(a-b) = -ab$$

$$c = \frac{-ab}{a-b}$$

Cleachtadh 1.10

1. Scríobh an litir a bhfuil líne fúithi i dtéarmaí na n-athróg eile i ngach ceann díobh seo a leanas:

(i) $2x - 4 = y$ (ii) $a = 8b - 6$ (iii) $c = 4d - 1$ (iv) $h = 2k - 2$

2. Scríobh an litir a bhfuil líne fúithi i dtéarmaí na n-athróg eile i ngach ceann díobh seo a leanas:

(i) $a = 3b - 5$ (ii) $b = 4w + 2$ (iii) $d = 6e - 12$ (iv) $g = 18 - 5h$

3. Cóipeáil agus críochnaigh gach ceann díobh seo a leanas:

(i) $v = u + at$ (ii) $ap + bq = k$ (iii) $p = \frac{g}{5} + 3h$

$$v - \square = at$$

$$ap = k - \square$$

$$p - \square = \frac{g}{5}$$

$$t = \dots$$

$$p = \frac{k - \square}{\square}$$

$$\square(p - \square) = g$$

$$g = \dots$$



4. Scríobh x i dtéarmaí na n-athróg eile i ngach ceann díobh seo:

(i) $x - y = 2z$ (ii) $3x - b = 4c$ (iii) $6y + 3x = 7$ (iv) $\frac{x}{3} - 2y = 8$

5. Scríobh a i dtéarmaí na n-athróg eile i ngach ceann díobh seo:

(i) $2a - b = \frac{1}{2}$ (ii) $ab - 3a = 5$ (iii) $7(a - 3) = 4b$

6. (i) Scríobh a i dtéarmaí na n-athróg eile san fhoirmle $k = \frac{a}{b} - 2$.

(ii) Scríobh v i dtéarmaí na n-athróg eile san fhoirmle $s = \frac{u}{v} + 10$.

7. Scríobh an litir atá idir lúibíní i dtéarmaí na n-athróg eile i ngach ceann díobh seo a leanas:

(i) $c = \frac{a}{2} - 4b \dots (a)$ (ii) $2(a - 2b) = 3c \dots (a)$ (iii) $2x - \frac{1}{3} = \frac{y}{3} \dots (x)$

(iv) $5(b - 3) = \frac{a}{2} \dots (b)$ (v) $x = \frac{y - 2z}{3} \dots (z)$ (vi) $a = \frac{b}{2} - \frac{3c}{4} \dots (b)$

8. (i) Scríobh a i dtéarmaí na n-athróg eile san fhoirmle $ma = n(m + a)$.

(ii) Scríobh n i dtéarmaí na n-athróg eile san fhoirmle $b = a + (n - 1)d$.

9. Scríobh an litir atá idir lúibíní i dtéarmaí na n-athróg eile i ngach ceann díobh seo a leanas:

(i) $\frac{3x}{4} = 5(y + z) \dots (y)$ (ii) $\frac{ab}{3} = \frac{b}{2} + c \dots (b)$

(iii) $t = \frac{x - 2y}{z} \dots (y)$ (iv) $\frac{p}{q} = \frac{q}{t} + 1 \dots (t)$

10. Scríobh an litir atá idir lúibíní i dtéarmaí na n-athróg eile i ngach ceann díobh seo a leanas:

(i) $x = \frac{a + b}{a - b} \dots (a)$ (ii) $y = \frac{3x + 4}{x - 1} \dots (x)$ (iii) $p = \frac{qr}{q - r} \dots (r)$

11. Scríobh k i dtéarmaí na n-athróg eile san fhoirmle $ab = \frac{dk}{k - e}$.

12. Cé acu díobh seo a leanas atá ag freagairt don fhoirmle $s = w - \frac{g}{r}$?

A $w = s - \frac{g}{r}$

B $g = r(s - w)$

C $r = \frac{g}{s - w}$

D $r = \frac{g}{w - s}$

E $w = \frac{g}{r} + s$

F $g = r(w - s)$

13. Cearnaigh an dá thaobh den fhoirmle agus ansin scríobh an litir atá idir lúibíní i dtéarmaí na n-athróg eile i ngach ceann díobh seo a leanas:

(i) $x = \sqrt{a + b} \dots (b)$ (ii) $a = \sqrt{\frac{x}{y}} \dots (y)$ (iii) $k = 2\sqrt{\frac{a}{b}} \dots (b)$

14. Má tá $C = \frac{5}{9}(F - 32)$, scríobh F i dtéarmaí na n-athróg eile.

15. (i) Scríobh q i dtéarmaí na n-athróg eile san fhoirmle $t = \frac{8(p + q)}{pq}$.

(ii) Má tá $m = \frac{cab}{a - b}$, scríobh b i dtéarmaí a, c agus m .



Cuir triail ort féin 1

1. (i) Réitigh an chothromóid $2(3x - 1) = 7 - 3(3x - 2)$.
 (ii) Réitigh na cothromóidí comhuaineacha

$$3x + y = 13$$

$$x - 2y = -5.$$
 (iii) Scríobh b i dtéarmaí na n -athróg eile san fhoirmle $ax + by = c$.

2. (i) Réitigh an chothromóid $7(x - 1) = 21 - 3(x + 1)$.
 (ii) Cé acu de na héagothromóidí seo a leanas atá coibhéiseach le $a \geq 10$?
A $a - 5 \geq 5$ **B** $2a \geq 20$ **C** $a + 5 \geq 5$ **D** $\frac{1}{2}a \geq 5$ **E** $a + \frac{1}{2} \geq 10\frac{1}{2}$
 (iii) Faigh luach $\frac{2}{x+2} + \frac{3}{2x+1}$ nuair atá $x = \frac{1}{2}$.
 (iv) Réitigh na cothromóidí comhuaineacha

$$2v = 31 - 3w$$

$$3v + w = 64$$

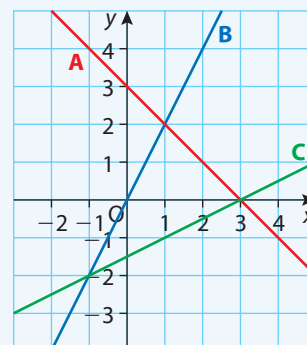
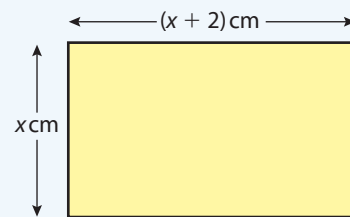
3. (i) Simpligh $(2x - 3)^2 - 2x(2x - 5)$.
 (ii) Réitigh an chothromóid $\frac{2x+1}{3} = \frac{1}{2}$.
 (iii) Réitigh an éagothromóid $5 - (3x + 4) \geq 4, x \in \mathbb{Z}$ agus léirigh an freagra agat ar an uimhirlíne.
 (iv) Tugtar toisí dronuilleog áirithe sa léaráid. 18 cm atá in imlíne na dronuilleoige. Faigh luach x .

4. (i) Faigh luach $2x^2 - 3xy$ nuair atá $x = -2$ agus $y = \frac{1}{3}$.
 (ii) Réitigh an chothromóid $\frac{3x}{4} = \frac{4x-1}{5}$.
 (iii) Faigh A , tacar réitigh na héagothromóide $2x - 4 \leq 6, x \in \mathbb{N}$.
 Faigh B , tacar réitigh na héagothromóide $4 - 2x < 0, x \in \mathbb{N}$.
 Léirigh $A \cap B$ ar an uimhirlíne.
 (iv) Tá na trí líne **A**, **B** agus **C** sa léaráid.
 - (a) Meaitseáil na trí líne leis na cothromóidí seo.

$$y = 2x$$

$$x + y = 3$$

$$x - 2y = 3$$
 - (b) Bain úsáid as an léaráid chun na cothromóidí comhuaineacha seo a réiteach.
 - (i) $y = 2x$ (ii) $x + y = 3$
 $x + y = 3$ $x - 2y = 3$
 - (iii) $y = 2x$
 $x - 2y = 3$



5. (i) Réitigh an éagothromóid $8x - 1 \leq 5x - 10$, $x \in R$ agus léirigh an réiteach ar an uimhirlíne.

- (ii) San fhoirmle $h = \frac{a}{k} + j$, tugtar h i dtéarmaí a , k agus j .

Cé acu díobh seo a leanas atá ag freagairt do bhunleagan na foirmle?

A $a = hk - j$ **B** $a = k(h - j)$ **C** $a = jk - kh$ **D** $a = \frac{k}{h - j}$ **E** $a = hk - jk$

- (iii) Réitigh na cothromóidí comhuaineacha seo:

$$a = 2b + 1$$

$$5a + 2b = 29.$$

- (iv) Scríobh $\frac{1 + 3x}{3} + \frac{x - 5}{2}$ ina chodán singil agus simpligh an freagra.

Réitigh uaidh sin an chothromóid $\frac{1 + 3x}{3} + \frac{x - 5}{2} = \frac{25}{3}$.

6. (i) Réitigh an chothromóid $\frac{3x - 4}{6} - \frac{1}{3} = \frac{x - 1}{3}$.

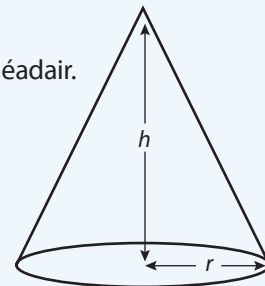
- (ii) Maidir leis na línte $2x + 3y = 1$ and $5x - 2y = 12$, cén pointe ag a dtrasnaíonn siad a chéile?

- (iii) Faigh an luach slánuimhreach is mó a d'fhéadfadh a bheith ar x má tá $2(4x - 1) < 11$.

- (iv) Tugann an fhoirmle seo toirt an chóin ina cm^3 : $V = \frac{\pi r^2 h}{3}$.

Is é r ga an bhoinn agus is é h an airde, iad araon ina gceintiméadair.

- (a) Scríobh r i dtéarmaí na n-athróg eile san fhoirmle seo.
 (b) Bain úsáid as an leagan nua den fhoirmle chun ga an bhoinn a oibriú amach i gcás cóin dar toirt 100 cm^3 agus darb airde 8 cm . Bíodh do fhreagra ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.

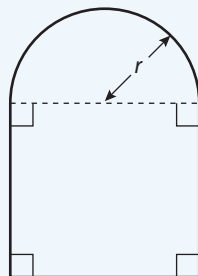


7. (i) Faigh luach $\frac{1}{p} - \frac{1}{q}$ nuair atá $p = \frac{1}{2}$ agus $q = \frac{1}{3}$.

- (ii) Piocann Megan uimhir. Cuireann sí 15 leis an uimhir sin agus ansin dúblaíonn sí an freagra. Tá uimhir thosaigh Olivia níos mó de 5 ná uimhir thosaigh Megan. Méadaíonn Olivia a huimhir faoi thrí agus ansin baineann sí 6 uaithe. Tá an uimhir chéanna ag Megan agus Olivia ar deireadh. Cé na huimhreacha a phioc siad ar dtús?

- (iii) Má tá $p = \frac{3qr}{q + r}$, cuir r in iúl i dtéarmaí p agus q .

- (iv) Leathchiorcal os cionn cearnóige atá sa doras seo.



- (a) Léirigh gur féidir foirmle le haghaidh P , imlíne an dorais, a scríobh mar seo: $P = \pi r + 6r$.
 (b) Scríobh r i dtéarmaí na n-athróg eile san fhoirmle seo.
 (c) Cén airde atá i ndoras a bhfuil imlíne 10 méadar air? Tabhair do fhreagra i dtéarmaí π .

Achoimre ar na príomhphointí ...

1. Sloinn ailgéabracha

Is **sloinn ailgéabrach** é $3x^2 - 4x + 2$ a bhfuil trí **théarma** ann.

Is é 3 **comhéifeacht** x^2 . **Tairiseach** a thugtar ar an téarma 2.

Téarmaí cosúla a thugtar ar théarmaí a bhfuil an litir chéanna, nó an grúpa céanna litreacha iontu.

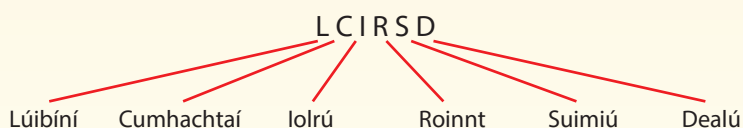
Ní féidir ach téarmaí cosúla a shuimiú nó a dhealú; $3x + 4x + 7x = 14x$.

Ní féidir $2ab + 3ac$ a shuimiú mar nach téarmaí cosúla iad.

2. Ord na n-oibríochtaí

Is neamónach é seo a chabhróidh leat cuimhneamh ar ord na n-oibríochtaí:

LCIRSD – ‘Las coinneal i roinnt seomraí dorcha.’

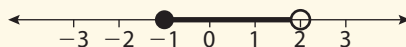


3. Éagothromóidí

Ciallaíonn $>$ **níos mó ná** Ciallaíonn \geq **níos mó ná nó cothrom le**

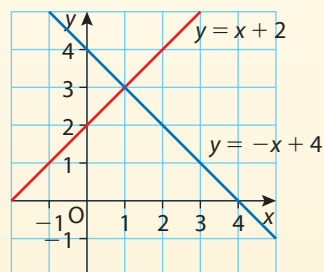
Ciallaíonn $<$ **níos lú ná** Ciallaíonn \leq **níos lú ná nó cothrom le**

Tá an éagothromóid $-1 \leq x < 2$, $x \in R$ léirithe ar an uimhirlíne thíos.



4. Cothromóidí comhuaineacha

Nuair a réitíonn tú péire cothromóidí comhuaineacha, faigheann tú an pointe ag a dtrasnaíonn na línte a chéile.



5. Ábhar foirmle a athrú

Bíonn **ábhar** foirmle leis féin ar thaobh amháin den fhoirmle agus ní bhíonn sé ar an taobh eile.

Mar shampla, is féidir atheagar a chur ar $x = 4y + 4$...is é x an t-ábhar sa chaoi is go mbeidh $y = \frac{x-4}{4}$ agat. ...is é y an t-ábhar

An tAilgéabar 2: Cothromóidí Cearnacha

caibidil

2

Focail thábhachtacha

slonn cearnach slánchearnóga an difríocht idir dhá chearnóg parabóil
fréamhacha foirmle na cothromóide cearnaí cothromóidí comhuaineacha
cumhacht séan surda cóimheasta éagóimheasta

Mír 2.1 Sloinn chearnacha a fhachtóiriú

Sloinn cearnach a thugtar ar shloinn san fhoirm $ax^2 + bx + c$, áit ar uimhreacha iad a , b agus c agus áit a bhfuil $a \neq 0$.

Ó tá $(x + 5)(x + 2) = x^2 + 7x + 10$, deirimid gurb iad $(x + 5)$ agus $(x + 2)$ fachtóirí $x^2 + 7x + 10$.

Agus slonn cearnach á fhachtóiriú againn, triailimid uimhreacha difriúla go dtí gurb ionann téarma láir an tsloinn chearnaigh agus an freagra a fhaightear nuair a shuimítear toradh na dtéarmaí taobh amuigh le toradh na dtéarmaí taobh istigh.

$$(x + 5)(x + 2)$$

téarmaí taobh amuigh
téarmaí taobh istigh

Sampla 1

Fachtóirigh $3x^2 + 13x + 4$

San fhoirm $(3x + ?)(x + ?)$ a bheidh fachtóirí $3x^2 + 13x + 4$

$$3x^2 + 13x + 4 = (3x + 1)(x + 4)$$

Is iad sin na fachtóirí cearta, mar go bhfuil (i) $3x(x) = 3x^2$
(ii) $12x + x = 13x$
(iii) $4 \times 1 = 4$

Fachtóirí 3:

$$3 \times 1$$

Fachtóirí 4:

$$4 \times 1$$

nó 2×2

Sampla 2

Fachtóirigh (i) $3x^2 + 10x + 8$ (ii) $8x^2 + 10x - 3$

(i) $3x^2 + 10x + 8$

San fhoirm $(3x + ?)(x + ?)$ a bheidh fachtóirí $3x^2 + 10x + 8$

$$3x^2 + 10x + 8 = (3x + 4)(x + 2)$$

Is iad sin na fachtóirí cearta ó tá $6x + 4x = 10x$.

$$\therefore 3x^2 + 10x + 8 = (3x + 4)(x + 2)$$

$$(ii) 8x^2 + 10x - 3 = (4x - 1)(2x + 3)$$

$$12x - 2x = 10x \text{ (ceart)}$$

$$\therefore 8x^2 + 10x - 3 = (4x - 1)(2x + 3)$$

Sloinn san fhoirm $ax^2 + bx$

Chun $x^2 - 5x$ a fhachtóiriú, roinnimid gach téarma ar an bhfachtóir coiteann is airde, i.e. x .

$$x^2 - 5x = x(x - 5)$$

Ar an gcaoi chéanna (i) $3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$ (ii) $9x^2 - 15x = 3x(3x - 5)$.

An difríocht idir dhá chearnóg

Slánchearnóga a thugtar ar uimhreacha mar 1, 4, 9, 16, ...

$$1 = 1^2, 4 = 2^2, 9 = 3^2, 16 = 4^2, \dots$$

Ar an gcaoi chéanna **cearnóga** atá in $9x^2$ agus in $16y^2$ ó tá $9x^2 = (3x)^2$ agus $16y^2 = (4y)^2$.

An difríocht idir dhá chearnóg a thugtar ar shlonn mar $9x^2 - 16y^2$.

Má iolraímid $(x + y)$ agus $(x - y)$ faoina chéile, gheobhaimid $x^2 - y^2$.

Mar sin tá fachtóirí $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$.

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$$

Sampla 3

Fachtóirigh (i) $2x^2 - 3x$ (ii) $x^2 - 25$ (iii) $9x^2 - 16y^2$

$$(i) 2x^2 - 3x = x(2x - 3)$$

$$(ii) x^2 - 25 = (x)^2 - (5)^2 = (x - 5)(x + 5)$$

$$(iii) 9x^2 - 16y^2 = (3x)^2 - (4y)^2 = (3x - 4y)(3x + 4y)$$

Cleachtadh 2.1

Fachtóirigh gach ceann díobh seo a leanas:

1. $x^2 + 7x + 6$

2. $x^2 + 7x + 12$

3. $2x^2 + 5x + 2$

4. $2x^2 + 9x + 4$

5. $2x^2 + 15x + 7$

6. $3x^2 + 8x + 4$

7. $3x^2 + 7x + 4$

8. $5x^2 + 17x + 6$

9. $4k^2 + 8k + 3$

10. $4x^2 + 13x + 3$

11. $10x^2 + 17x + 7$

12. $6x^2 + 23x + 10$

13. $x^2 - 7x + 12$

14. $x^2 - 13x + 36$

15. $2x^2 - 7x + 3$

16. $2x^2 - 19x + 9$

17. $2x^2 - 7x - 15$

18. $8x^2 + 10x - 3$

19. $6x^2 - 11x + 3$

20. $8x^2 - 10x - 3$

21. $8x^2 - 14x + 3$

22. $3x^2 + 13x - 10$

23. $2x^2 - 21x + 54$

24. $6x^2 + x - 22$

25. $24x^2 - 2x - 15$

26. $6x^2 - 19x + 3$

27. $15x^2 - 14x - 8$

28. $x^2 - 4x$

31. $x^2 - y^2$

34. $16x^2 - 25y^2$

29. $x^2 + 8x$

32. $x^2 - 25y^2$

35. $49x^2 - 100$

30. $2x^2 - 3x$

33. $16x^2 - 1$

36. $36x^2 - 49y^2$

Mír 2.2 **Fachtóirí a úsáid chun cothromóidí cearnacha a réiteach**

Cuir i gcás an chothromóid $x^2 - 5x + 6 = 0$.

Nuair atá $x = 2$, is mar seo a bheidh $x^2 - 5x + 6$:

$$(2)^2 - 5(2) + 6, \text{ i.e. } 4 - 10 + 6 = 0$$

Nuair atá $x = 3$, is mar seo a bheidh $x^2 - 5x + 6$:

$$(3)^2 - 5(3) + 6, \text{ i.e. } 9 - 15 + 6 = 0$$

Nuair atá $x = 2$ nó $x = 3$, is ionann an dá thaobh den chothromóid agus nialas.

Nuair a tharlaíonn sé sin, deirimid gurb iad $x = 2$ agus $x = 3$ **réitigh** nó **fréamhacha** na cothromóide sin.

Chun cothromóid chearnach a réiteach, caithfimid teacht ar na luachanna sin ar x a shásóidh an chothromóid.

Más san fhoirm $ax^2 + bx + c = 0$ atá an chothromóid chearnach, scríobhaimid an taobh clé ina thoradh ar dhá fhachtóir líneacha, agus déanaimid an chothromóid a réiteach ansin, mar atá le feiceáil sna samplaí seo a leanas.

Sampla 1

Réitigh an chothromóid $x^2 - 5x - 14 = 0$.

$$x^2 - 5x - 14 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 7)(x + 2) = 0 \quad \dots \text{fachtóirigh taobh na láimhe clé}$$

$$\Rightarrow x - 7 = 0 \text{ or } x + 2 = 0 \quad \dots \text{bíodh gach fachtóir} = 0$$

$$\Rightarrow x = 7 \text{ nó } x = -2$$

$$\therefore x = 7 \text{ nó } x = -2$$

Sampla 2

Réitigh na cothromóidí seo:

(i) $2x^2 - 9x = 0$

(ii) $4x^2 - 25 = 0$

(i) $2x^2 - 9x = 0$

[Níl uimhirthéarma ar bith sa chothromóid seo (i.e. níl tairiseach ar bith inti) agus is é an tslí a ndéantar fachtóiriú uirthi ná an fachtóir coiteann is airde ag an dá théarma a thabhairt taobh amuigh de na lúibíní.]

$$2x^2 - 9x = 0 \Rightarrow x(2x - 9) = 0$$

$$x = 0 \text{ or } 2x - 9 = 0$$

$$\Rightarrow x = 0 \text{ nó } x = 4\frac{1}{2}$$

$$\therefore x = 0 \text{ nó } x = 4\frac{1}{2}$$

$$(ii) 4x^2 - 25 = 0$$

$$\Rightarrow (2x - 5)(2x + 5) = 0 \quad \dots \text{an difríocht idir dhá chearnóg}$$

$$\Rightarrow 2x - 5 = 0 \quad \text{nó} \quad 2x + 5 = 0 \quad \dots \text{an dá fhachtóir} = 0$$

$$\Rightarrow 2x = 5 \quad \text{nó} \quad 2x = -5$$

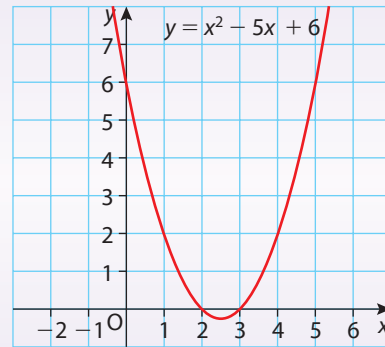
$$\Rightarrow x = 2\frac{1}{2} \quad \text{nó} \quad x = -2\frac{1}{2}$$

Fionnachtain

Parabóil a thugtar ar an gcuair ar dheis.

Graf na cothromóide $y = x^2 - 5x + 6$ atá ann.

- An bhfuil tú in ann an graf a úsáid chun an chothromóid $x^2 - 5x + 6 = 0$ a réiteach?
- Fachtóirigh $x^2 - 5x + 6$ agus ansin réitigh an chothromóid $x^2 - 5x + 6 = 0$.
- Céard é an nasc idir do chuid freagraí agus an graf?



Cleachtadh 2.2

Réitigh gach ceann de na cothromóidí seo a leanas:

1. $(x - 4)(x + 1) = 0$

2. $(2x - 1)(3x + 6) = 0$

3. $x(2x - 5) = 0$

4. $x^2 - 2x - 3 = 0$

5. $x^2 - 8x + 12 = 0$

6. $x^2 - 4x - 5 = 0$

7. $x^2 - 2x - 8 = 0$

8. $x^2 + 2x - 15 = 0$

9. $2x^2 - 5x + 2 = 0$

10. $6x^2 - x - 2 = 0$

11. $4x^2 - 29x + 7 = 0$

12. $9x^2 - 9x - 28 = 0$

13. $4x^2 - 12x + 5 = 0$

14. $3x^2 - 13x - 10 = 0$

15. $6x^2 + 17x - 3 = 0$

16. $x^2 - 7x = 0$

17. $2x^2 - 5x = 0$

18. $3x^2 + 4x = 0$

19. $2x^2 - 9x = 0$

20. $3x^2 + 10x = 0$

21. $5x^2 - 12x = 0$

22. $x^2 - 9 = 0$

23. $x^2 - 49 = 0$

24. $4x^2 - 9 = 0$

25. $4x^2 - 25 = 0$

26. $9x^2 - 16 = 0$

27. $4x^2 - 1 = 0$

28. $(x - 3)(x - 2) = 20$

29. $(2x - 5)(x - 2) = 15$

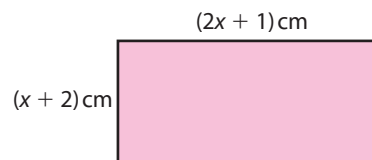
30. $2x(x - 2) = 3(x + 10)$

31. (i) Léirigh gurb ionann achar na dronuilleoige seo ina cm^2 agus $2x^2 + 5x + 2$.

(ii) Más é 14 cm^2 achar na dronuilleoige,

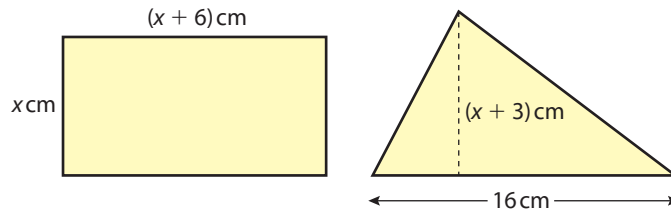
(a) déan cothromóid in x agus réitigh í.

(b) scríobh síos fad agus leithead na dronuilleoige.





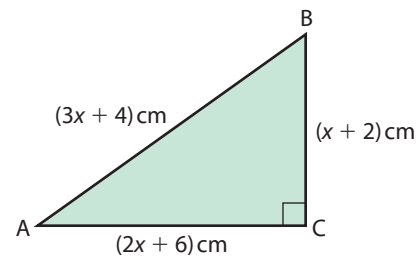
- 32.** Is ionann an t-achar atá ag an dronuilleog agus ag an triantán thíos.



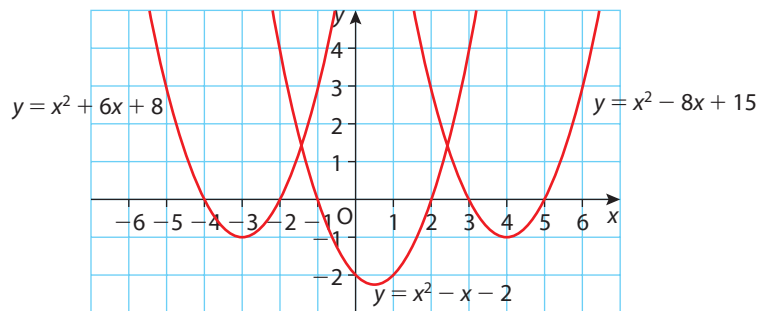
- (i) Scríobh slonn in x le haghaidh
 (a) achar na dronuilleoige (b) achar an triantáin.
- (ii) Déan cothromóid agus réitigh í chun luach x a fháil.
 Uaidh sin faigh toisí na dronuilleoige.
 Cén fáth nár ghlac tú ach le luach amháin le haghaidh x ?

- 33.** Triantán dronuilleach atá sa léaráid thall, tá faid na sleasa tugtha.

- (i) Bain feidhm as Teoirim Phótagarás chun cothromóid in x a scríobh síos.
 (ii) Réitigh an chothromóid sin.
 (iii) Scríobh síos fad [AB].



- 34.** Tá trí pharabóil le feiceáil thíos.

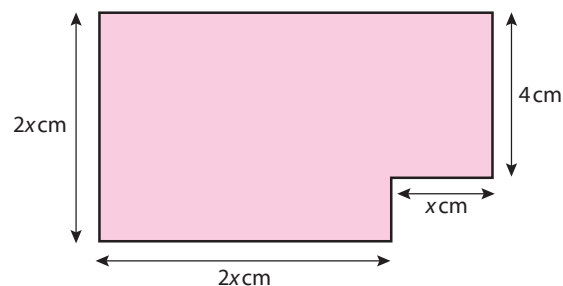


Bain úsáid as na graif thuas chun na cothromóidí seo a leanas a réiteach (tá dhá réiteach ar gach ceann acu).

- (i) $x^2 - 8x + 15 = 0$ (ii) $x^2 + 6x + 8 = 0$ (iii) $x^2 - x - 2 = 0$

- 35.** Dronuillinn is ea gach cúinne sa chruth ar dheis. Is ionann achar an chrutha agus 48 cm^2 .

- (i) Déan cothromóid, i dtéarmaí x , le haghaidh achar an chrutha. Léirigh gur féidir an chothromóid a shimpliú sa chaoi is gur $x^2 + x - 12 = 0$ a bheidh agat.



- (ii) Réitigh an chothromóid $x^2 + x - 12 = 0$ agus uaidh sin ríomh imlíne an chrutha.



Mír 2.3 Cothromóidí cearnacha ina bhfuil codáin a réiteach –

Is é an tslí a réitítear cothromóid a bhfuil codáin inti, gach téarma den chothromóid a iolrú faoin uimhir is lú is féidir a roinnt ar na hainmneoirí (i.e. an ICL ar na hainmneoirí). Is minic gur cothromóid chearnach a fhaightear mar thoradh air sin – mar is léir ó na samplaí seo a leanas.

Sampla 1

Réitigh an chothromóid $\frac{x-3}{3} + \frac{12}{x} = 4$.

Is é $3x$ an ICL ar 3 agus x .

Dá réir sin, iolraímid gach téarma faoi $3x$.

$$\frac{3x(x-3)}{3} + \frac{3x(12)}{x} = 4(3x)$$

$$\therefore x(x-3) + 3(12) = 4(3x)$$

$$\therefore x^2 - 3x + 36 = 12x$$

Bain $12x$ ón dá thaobh: $x^2 - 3x + 36 - 12x = 12x - 12x$

$$x^2 - 15x + 36 = 0$$

Fachtóirigh: $(x-3)(x-12) = 0$

$$\therefore x-3 = 0 \text{ nó } x-12 = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ nó } x = 12$$

Sampla 2

Réitigh an chothromóid $\frac{2}{x-1} - \frac{1}{x+2} = \frac{1}{2}$

Is é $2(x-1)(x+2)$ an ICL ar na hainmneoirí.

Dá réir sin, iolraímid gach téarma faoi $2(x-1)(x+2)$.

$$\frac{2(2)(x-1)(x+2)}{(x-1)(x+2)} - \frac{2(x-1)(x+2)}{(x-1)(x+2)} = \frac{1}{2} \frac{2(x-1)(x+2)}{2}$$

$$4(x+2) - 2(x-1) = (x-1)(x+2)$$

$$4x + 8 - 2x + 2 = x^2 + 2x - x - 2$$

$$2x + 10 = x^2 + x - 2$$

$$-x^2 + x + 12 = 0$$

$$\therefore x^2 - x - 12 = 0 \quad \dots \text{iolraigh gach téarma faoi } -1$$

$$\therefore (x-4)(x+3) = 0 \quad \dots \text{fachtóirigh}$$

$$\therefore x-4 = 0 \text{ nó } x+3 = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ nó } x = -3$$

Cleachtadh 2.3

Réitigh gach ceann de na cothromóidí seo a leanas:

1. $x - 5 + \frac{4}{x} = 0$

2. $x - 7 + \frac{12}{x} = 0$

3. $\frac{x+7}{3} + \frac{2}{x} = 4$

4. $\frac{15}{x} + 2 = x$

5. $\frac{2x}{2x-1} + x = 3$

6. $\frac{x+1}{3} - \frac{1}{x} = 1$

7. $\frac{1}{x+1} + \frac{x}{5} = 1$

8. $\frac{4}{x} + \frac{1}{x-1} = 3$

9. $\frac{6}{x} - \frac{5}{x+1} = 2$

10. $\frac{5}{x-2} - \frac{3}{x+2} = 2$

11. $\frac{2}{x-2} + 3 = \frac{1}{x}$

12. $\frac{5}{2x-1} + 1 = \frac{6}{x}$

13. $\frac{9}{x+8} + \frac{1}{x} = 1$

14. $\frac{2}{x-1} + \frac{3}{x-3} = 2$

15. $\frac{5}{x-4} - \frac{2}{x-2} = 2$

16. $\frac{5}{x+2} + \frac{4}{x-1} + 6 = 0$

17. $\frac{5}{2x+1} + \frac{6}{x+1} = 3$

18. $\frac{3x+3}{x-1} = \frac{1}{x} + 1$

19. Níl ach fréamh amháin ag baint le gach ceann de na cothromóidí seo. Faigh an fréamh sin i ngach cás.

(i) $\frac{2x}{x+3} + \frac{1}{x} = 2$

(ii) $\frac{2x}{2x+1} + \frac{1}{x-1} = 1$

(iii) $\frac{1}{x+1} + \frac{x}{x-1} = 1$

Mír 2.4 Foirmle na cothromóide cearnaí a úsáid

Is le fachtóirí a réitíomar cothromóidí cearnacha san fhoirm $ax^2 + bx + c = 0$ sa chaibidil seo go dtí seo.

Mura féidir an slonn $ax^2 + bx + c$ a fhachtóiriú, is féidir an chothromóid a réiteach le foirmle na cothromóide cearnaí atá le feiceáil sa bhosca thíos.

*Foirmle na
cothromóide cearnaí*

Seo a leanas fréamhacha na cothromóide cearnaí $ax^2 + bx + c = 0$:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Sampla 1

Bain leas as foirmle na cothromóide cearnaí chun teacht ar fhréamhacha na cothromóide $5x^2 + 7x - 3 = 0$, agus iad ceart go dtí dhá ionad de dheachúlacha.

I gcás na cothromóide $5x^2 + 7x - 3 = 0$, tá $a = 5$, tá $b = 7$ agus tá $c = -3$.

$$\begin{aligned}x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\&= \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 4(5)(-3)}}{2(5)} \\&= \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 60}}{10} \\&= \frac{-7 \pm \sqrt{109}}{10} = \frac{-7 \pm 10.44}{10} = \frac{-17.44}{10} \text{ nó } \frac{3.44}{10}\end{aligned}$$

$$\therefore x = -1.744 \text{ nó } x = 0.344$$

$$\therefore x = -1.74 \text{ nó } x = 0.34$$

Cleachtadh 2.4

Bain úsáid as an bhfoirmle $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ chun na cothromóidí seo a leanas a réiteach.

Tabhair do chuid freagraí ceart go dtí dhá ionad de dheachúlacha.

1. $x^2 + 4x + 2 = 0$

2. $x^2 + 6x + 4 = 0$

3. $x^2 + 2x - 5 = 0$

4. $x^2 - 2x - 7 = 0$

5. $4x^2 + 2x - 1 = 0$

6. $3x^2 - x - 1 = 0$

7. $3x^2 - 6x + 2 = 0$

8. $3x^2 + 7x - 5 = 0$

9. $5x^2 - 4x - 2 = 0$

10. $3x^2 + 8x + 2 = 0$

11. $6x^2 - 9x - 4 = 0$

12. $3x^2 + 7x = 2$

13. $4x^2 + 3x = 5$

14. $2x^2 = 7x - 4$

15. $3x^2 + 5x = 3$

Scríobh na cothromóidí seo a leanas san fhoirm $ax^2 + bx + c = 0$, agus uaidh sin réitigh na cothromóidí. Bíodh do chuid freagraí ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.

16. $x + \frac{2}{x} = 7$

17. $\frac{12}{x+2} - \frac{1}{x} = 2$

18. $\frac{7}{x} = 3 + 2x$

19. $\frac{3}{x-1} - \frac{2}{x+3} = 1$

20. $\frac{3}{2x-3} = \frac{5x+7}{x+1}$

21. $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x-3} = 4$

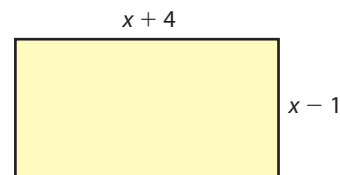
22. Féach ar an dronuilleog seo thall. Tá an fad = $x + 4$ agus tá an leithead = $x - 1$.

Ina cheintiméadair atá gach tomhas.

(i) Scríobh achar na dronuilleoige i dtéarmaí x .

(ii) Más é 10 cm^2 an t-achar, déan cothromóid in x agus réitigh í.

(iii) Faigh fad na dronuilleoige, ina cm, agus é ceart go dtí dhá ionad de dheachúlacha.



Mír 2.5 Cothromóidí comhuaineacha – ceann líneach, ceann cearnach

Chun péire cothromóidí a réiteach, nuair atá ceann díobh líneach agus an ceann eile cearnach, úsáidimid **an t-ionadú** mar seo a leanas:

1. Sa chothromóid líneach, scríobh athróg amháin i dtéarmaí na hathróige eile, e.g. $x = 2y - 1$.
2. Cuir an luach sin le haghaidh x (nó y) isteach sa chothromóid cearnach agus ansin réitigh an chothromóid.

Sampla 1

$$\begin{aligned} \text{Réitigh na cothromóidí} \quad x + y &= 3 \dots \textcircled{1} \\ x^2 + y^2 &= 17 \dots \textcircled{2} \end{aligned}$$

De réir chothromóid $\textcircled{1}$: $x = 3 - y$

Má chuirimid $(3 - y)$ in áit x i gcothromóid $\textcircled{2}$ faighimid:

$$\begin{aligned} (3 - y)^2 + y^2 &= 17 \\ \Rightarrow 9 - 6y + y^2 + y^2 &= 17 \\ 2y^2 - 6y - 8 &= 0 \\ y^2 - 3y - 4 &= 0 \\ (y - 4)(y + 1) &= 0 \\ \Rightarrow y - 4 = 0 \quad \text{nó} \quad y + 1 = 0 \\ \Rightarrow y = 4 \quad \text{nó} \quad y = -1 \end{aligned}$$

Má chuirimid na luachanna sin le haghaidh y isteach i gcothromóid $\textcircled{1}$ faighimid:

$$\begin{aligned} y = 4 \Rightarrow x + 4 &= 3 \quad \text{nó} \quad y = -1 \Rightarrow x - 1 = 3 \\ \Rightarrow x &= -1 \qquad \qquad \qquad \Rightarrow x = 4 \end{aligned}$$

Is iad seo na réitigh: $x = -1, y = 4$ nó $x = 4, y = -1$

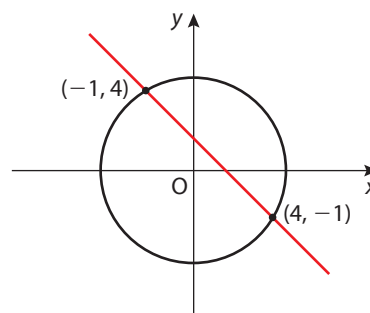
I Sampla 1 thuas, seasann $x + y = 3$ do líne dhíreach agus seasann $x^2 + y^2 = 17$ do chiorcal.

Seasann na réitigh ar an dá chothromóid, i.e.

$$\begin{aligned} x = -1, \quad y = 4 \quad \text{agus} \\ x = 4, \quad y = -1 \end{aligned}$$

do na pointí $(-1, 4)$ agus $(4, -1)$.

Is iad sin na pointí ag a dtrasnaíonn an líne an ciorcal.





Sampla 2

Faigh comhordanáidí A agus B , na pointí ag a dtrasnaíonn an líne $y = 2x + 3$ agus an cuar $y = x^2$ a chéile.

Chun na pointí A agus B a fháil, réitimid na cothromóidí

$$y = x^2 \dots \textcircled{1}$$

$$\text{agus } y = 2x + 3 \dots \textcircled{2}$$

Má chuirimid $(2x + 3)$ in áit y i gcothromóid $\textcircled{1}$ faighimid:

$$2x + 3 = x^2$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \quad \dots \text{atheagraigh}$$

$$(x + 1)(x - 3) = 0$$

$$x + 1 = 0 \quad \text{nó} \quad x - 3 = 0$$

$$x = -1 \quad \text{nó} \quad x = 3$$

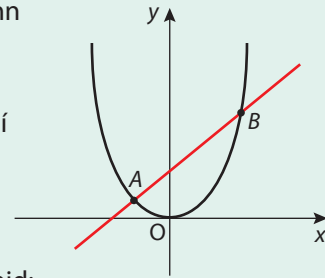
Má chuirimid na luachanna sin le haghaidh x i gcothromóid $\textcircled{2}$ faighimid:

$$\text{Nuair atá } x = -1, y = 2(-1) + 3, \text{ i.e. } y = 1$$

$$\text{Nuair atá } x = 3, y = 2(3) + 3, \text{ i.e. } y = 9$$

Mar sin trasnaíonn an líne an cuar ag na pointí

$$A(-1, 1) \text{ agus } B(3, 9).$$



Cleachtadh 2.5

Réitigh na cothromóidí seo a leanas:

1. $x^2 + y^2 = 5$
 $x + y = 3$

2. $x^2 + y^2 = 10$
 $x - y = 4$

3. $x^2 + y^2 = 18$
 $x - y = 0$

4. $y = x^2$
 $y = 3 - 2x$

5. $x^2 + y^2 = 20$
 $x - 2y = 0$

6. $x^2 + y^2 = 25$
 $x - y + 1 = 0$

7. $x^2 + y^2 = 9$
 $x + y = 3$

8. $xy = 12$
 $x + y = 7$

9. $y = x^2 - 6x + 5$
 $y = x - 1$

10. $xy = 4$
 $y = 2x + 2$

11. $y^2 = 4x$
 $2x + y = 4$

12. $x^2 - y^2 = 24$
 $x - 2y = 3$

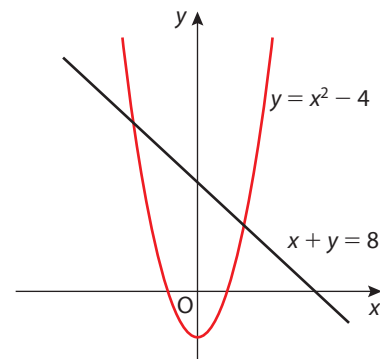
13. Faigh na pointí ag a dtrasnaíonn an líne $y = 3 - 2x$ agus an cuar $y = x^2$ a chéile.

14. Faigh an pointe/na pointí ag a dtrasnaíonn an líne $y = 2x - 1$ agus an cuar $y = x^2$ a chéile. An dtugann freagra na ceiste sin aon eolas breise duit faoin líne?





15. Faigh na pointí ag a dtrasnaíonn an líne agus an cuar a chéile san fhíor ar dheis.



Mír 2.6 Cothromóidí cearnacha a cheapadh

Féach an chothromóid chearnach $x^2 + x - 6 = 0$.

Is iad $(x + 3)(x - 2)$ fachtóirí thaobh na láimhe clé

$$\Rightarrow (x + 3)(x - 2) = 0$$

$$\Rightarrow x = -3 \text{ nó } x = 2$$

i.e. is iad -3 agus 2 fréamhacha na cothromóide.

Is féidir linn an modh sin a chur droim ar ais agus cothromóid chearnach a cheapadh nuair atá na fréamhacha ar eolas againn.

Sampla 1

Ceap an chothromóid chearnach a bhfuil na fréamhacha -4 agus 5 ag baint léi.

Más iad -4 agus 5 na fréamhacha, ansin tá

$$(x + 4)(x - 5) = 0$$

\Rightarrow Is é $x^2 - x - 20 = 0$ an chothromóid

Más é $x = \frac{1}{2}$ fréamh cothromóid áirithe, ansin tá

$$x = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow 2x - 1 = 0$$

\Rightarrow Is é $(2x - 1)$ an fachtóir a thugann an fhréamh sin.

Ar an gcaoi chéanna, má tá $x = -\frac{1}{3}$, tá $3x = -1$ agus mar sin is é $(3x + 1)$ an fachtóir.

Sampla 2

Ceap an chothromóid a bhfuil na fréamhacha $-\frac{1}{4}$ agus 3 ag baint léi.

$x = -\frac{1}{4} \Rightarrow$ is é $(4x + 1)$ an fachtóir a bhfaightear an fhréamh sin as.

Fréamhacha = $-\frac{1}{4}, 3 \Rightarrow$ is é $(4x + 1)(x - 3) = 0$ an chothromóid

$$\Rightarrow \text{is é } 4x^2 - 11x - 3 = 0 \text{ an chothromóid}$$



Cleachtadh 2.6

Is fréamhacha cothromóidí cearnacha iad gach ceann díobh seo a leanas.

Ceap an chothromóid chearnach a bhaineann leo i ngach cás:

1. 2, 4
 2. 5, 1
 3. 3, 2
 4. 3, -1
 5. 4, -2
 6. -3, -4
 7. 6, -2
 8. 5, 0
 9. $-2, \frac{1}{2}$
 10. -5, -4
 11. $-\frac{1}{2}, 4$
 12. $\frac{1}{4}, 8$
 13. 0, -4
 14. $\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$
 15. ± 3
 16. $0, \frac{1}{4}$
17. Más iad 2 agus -1 fréamhacha na cothromóide $x^2 + ax + b = 0$, faigh luach a agus luach b .

Mír 2.7 Dlíthe na séan

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

'2 ciúbaithe' nó '2 i gcumhacht 3' a thugtar ar 2^3 .

Is é 3 an **chumhacht** nó an **séan** a insíonn dúinn cé mhéad uair a iolraítear 2 faoi féin.

1. Iolrú

$$4^2 \times 4^3 = (4 \times 4) \times (4 \times 4 \times 4) = 4^5$$

Ar an gcaoi chéanna tá,

$$x^2 \times x^3 = (x \times x) \times (x \times x \times x) = x^5$$

Mar sin $x^2 \times x^3 = x^{2+3} = x^5$

Chun cumhachtaí den uimhir chéanna a **iolrú** faoina chéile, **suimigh** na séana.

2. Roinnt

$$\frac{3^5}{3^2} = \frac{\cancel{3} \times \cancel{3} \times 3 \times 3 \times 3}{\cancel{3} \times \cancel{3}} = 3^3$$

Ar an gcaoi chéanna tá,

$$\frac{x^5}{x^2} = \frac{\cancel{x} \times \cancel{x} \times x \times x \times x}{\cancel{x} \times \cancel{x}} = x^3$$

Mar sin $\frac{x^5}{x^2} = x^{5-2} = x^3$

Chun cumhachtaí den uimhir chéanna a **roinnt** ar a chéile, **dealaigh** na séana.

3. Cumhacht i gcumhacht eile

Is éard is ciall le $(x^2)^3$ ná $(x^2) \times (x^2) \times (x^2)$

$$\begin{aligned} \Rightarrow (x^2)^3 &= x^{2+2+2} = x^6 \\ &= x^{2 \times 3} \end{aligned}$$

Ar an gcaoi chéanna tá $(x^4)^3 = x^{4 \times 3} = x^{12}$

Chun cumhacht a ardú go cumhacht eile, iolraigh na séana.

4. Toradh a ardú go cumhacht áirithe

$$(ab)^n = a^n \times b^n$$

5. Uimhir ar bith i gcumhacht 0, is ionann í agus 1

$$a^0 = 1 \quad \text{nó} \quad 10^0 = 1$$

6. Séana diúltacha

Is féidir $\frac{4^3}{4^5}$ a scríobh mar seo:

$$\frac{\cancel{4} \times \cancel{4} \times \cancel{4}}{\cancel{4} \times \cancel{4} \times \cancel{4} \times 4 \times 4} = \frac{1}{4^2}$$

Chomh maith leis sin tá $\frac{4^3}{4^5} = 4^{3-5} = 4^{-2} \Rightarrow \frac{1}{4^2} = 4^{-2}$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\text{nó } a^{-2} = \frac{1}{a^2}$$

7. Séana i bhfoirm codán

Úsáidimid rialacha na séan le taispeáint go bhfuil $2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$.

$$2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = 2^1 = 2$$

Chomh maith leis sin tá $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$

$$\therefore 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$$

Ar an gcaoi chéanna tá $2^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2}$.

$$2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$$

$$2^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2}$$

.....

$$2^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{2}$$

8. Tuilleadh séan i bhfoirm codán

Ceann de rialacha na séan ná $(a^m)^n = a^{mn}$.

Leanann ón riail sin go bhfuil

$$27^{\frac{2}{3}} = (27^{\frac{1}{3}})^2 = (\sqrt[3]{27})^2 = 3^2 = 9$$

Nóta: $(\sqrt[3]{27})^2 = \sqrt[3]{27^2}$

$$8^{\frac{2}{3}} = (\sqrt[3]{8})^2$$

$$16^{\frac{3}{4}} = (\sqrt[4]{16})^3$$

.....

$$x^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{x})^m$$

Sampla 1

Scríobh gach ceann díobh seo ina shlánuimhir nó ina chodán:

(i) $\frac{3^4 \times 3^2}{3^5}$ (ii) $64^{\frac{1}{3}}$ (iii) $\frac{1}{4^{-2}}$ (iv) $8^{\frac{2}{3}}$

(i) $\frac{3^4 \times 3^2}{3^5} = \frac{3^6}{3^5} = 3^1 = 3$ (ii) $64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64} = 4$ [nó $64^{\frac{1}{3}} = (4^3)^{\frac{1}{3}} = 4$]

(iii) $\frac{1}{4^{-2}} = 4^2 = 16$ (iv) $8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{64} = 4$
nó $8^{\frac{2}{3}} = (8^{\frac{1}{3}})^2 = (\sqrt[3]{8})^2 = 2^2 = 4$

Sampla 2

(i) Scríobh $\left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{2}{3}}$ san fhoirm $\frac{a}{b}$, áit a bhfuil $a, b \in N$.

(ii) Scríobh $\frac{125}{\sqrt{5}}$ mar chumhacht de chuid 5.



$$(i) \left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{8^{\frac{2}{3}}}{27^{\frac{2}{3}}} = \frac{(8^{\frac{1}{3}})^2}{(27^{\frac{1}{3}})^2} = \frac{(\sqrt[3]{8})^2}{(\sqrt[3]{27})^2} = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$$

$$(ii) \frac{125}{\sqrt{5}} = \frac{5^3}{5^{\frac{1}{2}}} = 5^{3-\frac{1}{2}} = 5^{2\frac{1}{2}} = 5^{\frac{5}{2}}$$

Cleachtadh 2.7

1. Simpligh gach ceann díobh seo:

(i) $a^3 \times a^4$ (ii) $a \times a^5$ (iii) $a.a.a^2$ (iv) $2x^2 \times 3x$ (v) $a^3 \times 3a^2$
 (vi) $\frac{x^5}{x^2}$ (vii) $\frac{a^4}{a}$ (viii) $\frac{6a^6}{2a^2}$ (ix) $(a^2)^3$ (x) a^0

2. Scríobh gach ceann díobh seo a leanas san fhoirm a^n áit a bhfuil $a, n, \in \mathbb{N}$:

(i) 25 (ii) 64 (iii) 27 (iv) 32 (v) 125 (vi) 81

3. Céard dó a seasann an comhartha ceiste (?) i ngach ceann díobh seo a leanas?

A $3^5 \times 3^{-2} = ?$ **B** $\frac{3^3}{3^5} = ?$ **C** $(2^3)^{-2} = ?$ **D** $6^{-1} \times 6^{-2} = ?$
E $\frac{7^2}{7^2} = ?$ **F** $2^{-5} \times 2^3 = ?$ **G** $(3^{-1})^{-2} = ?$ **H** $\frac{5^3}{5^{-2}} = ?$

4. Cóipeáil agus críochnaigh iad seo.

(i) $2^{\blacksquare} \times 2^{-2} = 2^6$ (ii) $\frac{3^{-1}}{3^{\blacksquare}} = 3^{-5}$ (iii) $a^2 \times a^{\blacksquare} \times a^{-4} = a^{-3}$ (iv) $\frac{b^{\blacksquare}}{b^{-3}} = b^5$
 (v) $(5^{\blacksquare})^3 = 5^{-12}$ (vi) $(2^{\blacksquare})^{-5} = 2^{10}$

5. Simpligh iad seo.

(i) $n^2 \times 5n^9$ (ii) $2n \times 3n^2$ (iii) $7n^5 \times 3n^8$ (iv) $5n^2 \times 2n^3 \times 3n^4$
 (v) $(4n)^2$ (vi) $(2n)^3$ (vii) $(5n^2)^3$ (viii) $(2n^3)^5$

6. Simpligh iad seo.

(i) $\frac{6m^9}{3m^2}$ (ii) $\frac{2m^8}{10m^6}$ (iii) $\frac{2m^3}{m^7}$ (iv) $\frac{8m^6}{12m^3}$ (v) $\frac{15m^5}{10m^7}$

7. Faigh ceithre péire de shloinn choibhéiseacha ina measc seo.

A $\frac{6x^8}{3x^2}$ **B** $\frac{x^6}{2}$ **C** $2x^4$ **D** $\frac{2}{x^4}$ **E** $2x^6$ **F** $\frac{12x^4}{6x^8}$ **G** $\frac{8x^9}{4x^5}$ **H** $\frac{5x^7}{10x}$





8. Faigh luach gach ceann díobh seo:

(i) $\sqrt{25}$ (ii) $\sqrt[3]{27}$ (iii) $\sqrt[3]{64}$ (iv) $16^{\frac{1}{2}}$ (v) $36^{\frac{1}{2}}$ (vi) $125^{\frac{1}{3}}$

9. Scríobh gach ceann díobh seo ina uimhir chóimheasta:

(i) $(2 \times 3)^2$ (ii) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ (iii) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ (iv) 3^{-2} (v) $\frac{3}{2^{-2}}$

10. Faigh ceithre péire atá ag freagairt dá chéile. Tá ceithre péire ann.

A 3^{-2} **B** 2^{-3} **C** 4^{-2} **D** 6^{-1} **E** -6 **F** $\frac{1}{6}$ **G** $\frac{1}{16}$ **H** $\frac{1}{8}$ **I** $\frac{1}{9}$

11. Scríobh iad seo ina n-uimhreacha cóimheasta:

(i) 2^{-2} (ii) $\frac{2^{-4}}{4^{-2}}$ (iii) $64^{\frac{1}{2}}$ (iv) $\left(\frac{9}{16}\right)^{\frac{1}{2}}$ (v) $\left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{1}{3}}$

12. Scríobh iad seo a leanas gan an comhartha $\sqrt{\quad}$ a úsáid:

(i) \sqrt{x} (ii) $\sqrt[3]{a}$ (iii) $\sqrt[4]{a}$ (iv) $\sqrt[3]{x^2}$ (v) $\sqrt[4]{a^3}$

13. Athscríobh iad seo a leanas ag baint úsáid as an gcomhartha $\sqrt{\quad}$:

(i) $x^{\frac{1}{2}}$ (ii) $a^{\frac{1}{4}}$ (iii) $x^{\frac{2}{3}}$ (iv) $a^{\frac{5}{2}}$ (v) $\left(\frac{a}{x}\right)^{\frac{1}{3}}$

14. Faigh luach gach ceann díobh seo a leanas:

(i) $4^{\frac{1}{2}}$ (ii) $8^{\frac{2}{3}}$ (iii) $16^{\frac{3}{4}}$ (iv) $4^{\frac{3}{2}}$ (v) $27^{\frac{2}{3}}$
 (vi) $16^{\frac{3}{2}}$ (vii) $64^{\frac{2}{3}}$ (viii) $100^{\frac{3}{2}}$ (ix) $81^{\frac{3}{4}}$ (x) $125^{\frac{2}{3}}$

15. Faigh luach gach ceann díobh seo:

(i) 3^{-1} (ii) 4^{-2} (iii) $8^{-\frac{1}{3}}$ (iv) $\frac{1}{16^{-\frac{1}{4}}}$ (v) $64^{-\frac{1}{3}}$

16. Faigh luach gach ceann díobh seo a leanas:

(i) $16^{-\frac{1}{2}}$ (ii) $\frac{1}{8^{-\frac{2}{3}}}$ (iii) $16^{-\frac{3}{4}}$ (iv) $100^{-\frac{3}{2}}$ (v) $32^{-\frac{3}{5}}$

17. Scríobh gach ceann díobh seo a leanas san fhoirm 2^n :

(i) 8 (ii) $\sqrt{2}$ (iii) $\sqrt{8}$ (iv) $\sqrt{32}$ (v) $\frac{\sqrt{8}}{2}$

18. Scríobh gach ceann díobh seo a leanas san fhoirm 5^n :

(i) 25 (ii) $\sqrt{5}$ (iii) $\frac{25}{\sqrt{5}}$ (iv) $\sqrt{125}$ (v) $\frac{25}{\sqrt{125}}$

19. Scríobh (i) $8^{\frac{4}{3}}$ mar chumhacht de chuid 2 (ii) $\frac{27}{\sqrt{3}}$ mar chumhacht de chuid 3.

20. Faigh luach $2a^{\frac{1}{2}}b^{-\frac{1}{3}}$ nuair atá $a = 100$ agus $b = 64$.



Mír 2.8 Cothromóidí a bhfuil séana iontu

Má tá $5^x = 5^2$, ansin tá $x = 2$.

Ar an gcaoi chéanna, má tá $7^x = 7^{\frac{1}{2}}$, ansin tá $x = \frac{1}{2}$.

Go ginearálta, má tá $a^x = a^y$,
ansin tá $x = y$.

Cuir i gcás an chothromóid $25^x = 125$. Scríobhaimid an dá thaobh mar chumhacht de chuid na bonnuimhreach céanna. Sa chás seo is é 5 an bhonnuimhir.

$$\begin{aligned}\text{Mar sin } 25^x = 125 &\Rightarrow (5^2)^x = 5^3 \\ &\Rightarrow 5^{2x} = 5^3 \\ &\Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = 1\frac{1}{2}\end{aligned}$$

Sampla 1

Scríobh gach ceann díobh seo mar shlánuimhir nó mar chodán:

(i) $4^x = 16$ (ii) $16^x = 64$ (iii) $3^x = \frac{1}{27}$ (iv) $25^x = \frac{1}{125}$

$$\begin{aligned}\text{(i) } 4^x &= 16 \\ 4^x &= 4^2 \\ \Rightarrow x &= 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{(ii) } 16^x &= 64 \\ \Rightarrow (4^2)^x &= 4^3 \\ \Rightarrow 4^{2x} &= 4^3 \\ \Rightarrow 2x &= 3 \Rightarrow x = 1\frac{1}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{(iii) } 3^x &= \frac{1}{27} \\ \Rightarrow 3^x &= \frac{1}{3^3} \\ \Rightarrow 3^x &= 3^{-3} \\ \Rightarrow x &= -3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{(iv) } 25^x &= \frac{1}{125} \\ \Rightarrow (5^2)^x &= \frac{1}{5^3} \\ \Rightarrow 5^{2x} &= 5^{-3} \\ \Rightarrow 2x &= -3 \\ \Rightarrow x &= -1\frac{1}{2}\end{aligned}$$

Sampla 2

Scríobh $\frac{81}{\sqrt{3}}$ mar chumhacht de chuid 3 agus

uaidh sin réitigh an chothromóid $3^{x-2} = \left(\frac{81}{\sqrt{3}}\right)^2$.

$$\frac{81}{\sqrt{3}} = \frac{3^4}{3^{\frac{1}{2}}} = 3^{4-\frac{1}{2}} = 3^{\frac{7}{2}} = 3^{\frac{7}{2}}$$

$$\begin{aligned}3^{x-2} &= \left(\frac{81}{\sqrt{3}}\right)^2 \Rightarrow 3^{x-2} = \left(3^{\frac{7}{2}}\right)^2 \\ &\Rightarrow 3^{x-2} = 3^{\frac{7}{2} \cdot 2} \\ &\Rightarrow 3^{x-2} = 3^7 \\ &\Rightarrow x - 2 = 7 \\ &\Rightarrow x = 9\end{aligned}$$



Cleachtadh 2.8

1. Scríobh gach ceann díobh seo a leanas san fhoirm 2^k , áit a bhfuil k ina shlánuimhir:

- (i) 8 (ii) 16 (iii) $\frac{1}{4}$ (iv) $\frac{1}{8}$ (v) $\frac{1}{32}$

2. Scríobh gach ceann díobh seo a leanas san fhoirm 3^k , áit a bhfuil k ina shlánuimhir:

- (i) 9 (ii) 27 (iii) 81 (iv) $\frac{1}{27}$ (v) $\frac{1}{81}$

Faigh luach x i gceisteanna (3–22).

3. $2^x = 8$

4. $3^x = 27$

5. $4^x = 32$

6. $16^x = 64$

7. $25^x = 125$

8. $9^x = 27$

9. $8^x = 32$

10. $16^x = 32$

11. $2^x = \frac{1}{4}$

12. $3^x = \frac{1}{27}$

13. $4^x = \frac{1}{8}$

14. $5^x = \frac{1}{125}$

15. $9^x = \frac{1}{27}$

16. $27^x = 81$

17. $2^{-x} = 16$

18. $\frac{1}{5^x} = 125$

19. $4^x = \frac{1}{32}$

20. $2^{x+1} = 16$

21. $3^{x+2} = 81$

22. $4^{x-1} = 2^{x+1}$

23. Scríobh gach ceann díobh seo a leanas san fhoirm 2^k , áit a bhfuil k ina uimhir chóimheasta:

(i) $\sqrt{2}$

(ii) $2\sqrt{2}$

(iii) $\sqrt{8}$

(iv) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

(v) $\frac{1}{\sqrt{8}}$

(vi) $\frac{\sqrt{8}}{2}$

$$\sqrt{8} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{27} = \sqrt{9} \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

24. Faigh luach x i ngach ceann díobh seo a leanas:

(i) $4^{x+1} = 32$

(ii) $2^x = \sqrt{8}$

(iii) $\frac{1}{2^x} = \sqrt{2}$

(iv) $8^x = \frac{1}{32}$

25. Réitigh gach ceann de na cothromóidí seo:

(i) $2^x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

(ii) $\frac{1}{9^x} = 27$

(iii) $3^{2x+1} = 243$

(iv) $25^x = \frac{125}{\sqrt{5}}$

26. Scríobh $\frac{81}{\sqrt{3}}$ mar chumhacht de chuid 3, agus uaidh sin réitigh an chothromóid $9^{x+1} = \frac{81}{\sqrt{3}}$.

27. Scríobh $\sqrt[3]{16}$ mar chumhacht de chuid 2, agus uaidh sin réitigh an chothromóid $2^x = \sqrt[3]{16}$.

28. Scríobh $\frac{27}{\sqrt{3}}$ mar chumhacht de chuid 3, agus uaidh sin réitigh an chothromóid $3^{2x+1} = \left(\frac{27}{\sqrt{3}}\right)^3$.

29. Scríobh $\frac{16}{\sqrt{8}}$ mar chumhacht de chuid 2, agus uaidh sin réitigh an chothromóid $2^{2x-2} = \frac{16}{\sqrt{8}}$.

30. Scríobh $\frac{\sqrt{27}}{81}$ mar chumhacht de chuid 3, agus uaidh sin réitigh an chothromóid $9^{3-x} = \frac{\sqrt{27}}{81}$.

31. Scríobh (i) 16 (ii) $\sqrt{8}$ mar chumhacht de chuid 2.

Réitigh uaidh sin an chothromóid $2^{2x-1} = \left(\frac{16}{\sqrt{8}}\right)^3$.



Mír 2.9 Surdaí a láimhseáil

1. Uimhreacha cóimheasta agus uimhreacha éagóimheasta

Uimhir chóimheasta a thugtar ar uimhir ar bith is féidir a scríobh san fhoirm $\frac{a}{b}$, áit ar slánuimhreacha iad a agus b .

Seo roinnt samplaí d'uimhreacha cóimheasta:

$$3 = \frac{3}{1}, \quad \frac{2}{3}, \quad 0.45 = \frac{45}{100}, \quad \frac{-3}{4}, \quad 1\frac{3}{8} = \frac{11}{8}$$

Má úsáideann tú áireamhán chun $\sqrt{2}$ a fháil, gheobhaidh tú 1.41421362...

Is uimhir gan chríoch gan athfhilleadh í sin.

Uimhreacha éagóimheasta a thugtar ar uimhreacha den sórt sin.

Uimhir ar bith nach bhfuil luach beacht ar an bhfréamh chearnach aici, is uimhir éagóimheasta í sin. Dá réir sin, is uimhreacha éagóimheasta iad $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{15}$.

2. Surdaí

Surdaí a thugtar ar leithéidí na n-uimhreacha éagóimheasta $\sqrt{5}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{13}$, ... de ghnáth.

Sa mhír seo taispeánfaimid an chaoi le surdaí a scríobh san fhoirm is simplí, agus an chaoi le hoibríochtaí simplí a dhéanamh ar shurdaí.

$$\begin{aligned}\sqrt{100} &= 10. \quad \text{Chomh maith leis sin } \sqrt{100} = \sqrt{25 \times 4} \\ &= \sqrt{25} \times \sqrt{4} = 5 \times 2 = 10.\end{aligned}$$

Léiriú é sin ar airí an-tábhachtach de chuid na surdaí, mar a thugtar sa bhosca ar dheis.

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Bainimid leas as an toradh $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ ansin chun surdaí a shimpliú, más féidir.

$$\begin{array}{lll} \text{(i)} \quad \sqrt{8} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} & \text{(ii)} \quad \sqrt{27} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{3} & \text{(iii)} \quad \sqrt{48} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} \\ & = 2\sqrt{2} & = 3\sqrt{3} & = 4\sqrt{3} \end{array}$$

Deirtear gurb é $2\sqrt{2}$ **an fhoirm is simplí** de $\sqrt{8}$.

3. Surdaí a shuimiú agus a dhealú

Is féidir surdaí a shuimiú nó a dhealú nuair is ionann na páirteanna éagóimheasta iontu. Murab ionann na páirteanna éagóimheasta iontu, tugaimid gach surda san fhoirm is simplí, más féidir sin.

Sampla 1

Simpligh $\sqrt{5} + \sqrt{45} - \sqrt{20}$.

Scríobhaimid gach surda san fhoirm is simplí ar dtús:

$$\begin{aligned}\sqrt{5} + \sqrt{45} - \sqrt{20} &= \sqrt{5} + \sqrt{9} \sqrt{5} - \sqrt{4} \sqrt{5} \\ &= \sqrt{5} + 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} \\ &= 4\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = 2\sqrt{5}\end{aligned}$$

4. Surdaí a iolrú

Agus tú ag iolrú surdaí, iolraigh na fachtóirí cóimheasta leo féin, agus iolraigh na fachtóirí éagóimheasta ansin.

Samplaí

(i) $\sqrt{6} \times \sqrt{2} = \sqrt{12} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$
(ii) $2\sqrt{3} \times 3\sqrt{5} = 2 \times 3 \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} = 6\sqrt{15}$
(iii) $\sqrt{32} \times \sqrt{48} = \sqrt{16} \times \sqrt{2} \times \sqrt{16} \times \sqrt{3}$
 $= 4\sqrt{2} \times 4\sqrt{3} = 16\sqrt{6}$

Cuimhnigh air seo:
 $\sqrt{6} \times \sqrt{6} = 6$

Sampla 2

Simpligh $(2\sqrt{5} - 3)(2\sqrt{5} + 3)$.

$$\begin{aligned}(2\sqrt{5} - 3)(2\sqrt{5} + 3) &= (2\sqrt{5})(2\sqrt{5}) + (2\sqrt{5})(3) - (3)(2\sqrt{5}) - (3)(3) \\ &= 4(5) + 6\sqrt{5} - 6\sqrt{5} - 9 \\ &= 20 - 9 = 11\end{aligned}$$

Cleachtadh 2.9

1. Faigh luach gach ceann díobh seo a leanas:

(i) $\sqrt{9}$ (ii) $(\sqrt{6})^2$ (iii) $(2\sqrt{3})^2$ (iv) $\left(\frac{5}{\sqrt{5}}\right)^2$ (v) $\left(\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}\right)^2$

2. Scríobh gach ceann de na surdaí seo san fhoirm is simplí:

(i) $\sqrt{8}$ (ii) $\sqrt{12}$ (iii) $\sqrt{18}$ (iv) $\sqrt{27}$ (v) $\sqrt{45}$

3. Scríobh na surdaí seo san fhoirm is simplí:

(i) $\sqrt{75}$ (ii) $2\sqrt{18}$ (iii) $\sqrt{125}$ (iv) $4\sqrt{27}$ (v) $2\sqrt{48}$

4. Scríobh gach ceann díobh seo a leanas san fhoirm is simplí:

(i) $5\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - \sqrt{3}$ (ii) $2\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 3\sqrt{2}$ (iii) $2\sqrt{2} + \sqrt{18}$
(iv) $\sqrt{32} + \sqrt{18}$ (v) $\sqrt{27} + \sqrt{48} - 2\sqrt{3}$ (vi) $\sqrt{108} + \sqrt{12} - \sqrt{75}$

5. Scríobh gach ceann de na torthaí seo mar shlánuimhir:

(i) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}$ (ii) $2\sqrt{3} \times 3\sqrt{3}$ (iii) $3\sqrt{5} \times 4\sqrt{5}$ (iv) $3\sqrt{7} \times \sqrt{7}$

6. Simpligh gach ceann díobh seo:

(i) $\sqrt{5}(\sqrt{5} - 2)$ (ii) $2\sqrt{3}(\sqrt{3} - 2)$ (iii) $\sqrt{2}(3\sqrt{2} - \sqrt{3})$

7. Scríobh na torthaí seo a leanas san fhoirm is simplí:

(i) $2\sqrt{5}(\sqrt{2} - \sqrt{5})$ (ii) $(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)$ (iii) $(5 + \sqrt{3})(5 - \sqrt{3})$
(iv) $(\sqrt{7} - 4)(\sqrt{7} + 4)$ (v) $(1 - 2\sqrt{3})(1 + 2\sqrt{3})$ (vi) $(\sqrt{2} + \sqrt{5})(\sqrt{2} - \sqrt{5})$

8. Simpligh gach ceann díobh seo:

(i) $(2 - \sqrt{3})(4 + 2\sqrt{3})$ (ii) $(1 - 3\sqrt{2})(5 + 2\sqrt{2})$ (iii) $(3 + 2\sqrt{2})(3 - 2\sqrt{2})$

9. Scríobh $(2 - 2\sqrt{5})^2$ san fhoirm $a + b\sqrt{5}$, áit a bhfuil $a, b \in \mathbb{Z}$.

10. Má tá $p = \sqrt{5} + \sqrt{3}$ agus $q = \sqrt{5} - \sqrt{3}$, simpligh $p^2 - q^2$.

Mír 2.10 Cothromóidí a bhfuil surdaí iontu

Chun an chothromóid $\sqrt{x-1} = 4$ a réiteach, déantar an dá thaobh a chearnú agus cealaítear an comhartha $\sqrt{\quad}$.

i.e. $\sqrt{x-1} = 4 \Rightarrow x-1 = 16$
 $\Rightarrow x = 17$

Más san fhoirm $4 + \sqrt{2x-3} = 8$ atá an chothromóid, athscríobhaimid í sa chaoi is gur leis féin ar thaobh amháin a bheidh an slonn a bhfuil $\sqrt{\quad}$ ann.

$\therefore 4 + \sqrt{2x-3} = 8 \Rightarrow \sqrt{2x-3} = 4$

Cearnaímid an dá thaobh ansin chun an chothromóid a réiteach.

Nuair a réitimid cothromóid a bhfuil surdaí inti, is gá dúinn na freagraí a sheiceáil lena fhorú go bhfuil siad ceart.

Sampla 1

Réitigh an chothromóid $2 + \sqrt{4x-3} = x$.

$2 + \sqrt{4x-3} = x \Rightarrow \sqrt{4x-3} = x-2$... (bíodh an téarma $\sqrt{\quad}$ leis féin ar thaobh amháin)

$\Rightarrow 4x-3 = (x-2)^2$

$\Rightarrow 4x-3 = x^2 - 4x + 4$

$\Rightarrow x^2 - 8x + 7 = 0$

$\Rightarrow (x-7)(x-1) = 0$

$\Rightarrow x = 7$ nó $x = 1$

Seiceáil: $x = 7: 2 + \sqrt{25} = 7$...ceart

$x = 1: 2 + \sqrt{1} = 1$ i.e. $2 + 1 \neq 1$...mícheart

\therefore is é $x = 7$ an réiteach ceart

Nóta: Is é an luach **deimhneach** amháin a áirítear mar fhréamh chearnach uimhreach.

Mar sin is ionann $\sqrt{25}$ agus 5 (seachas ± 5).

Bíonn tábhacht faoi leith ag baint leis sin agus tú ag seiceáil do chuid freagraí.



Cleachtadh 2.10

Réitigh na cothromóidí seo a leanas agus seiceáil na réitigh i ngach cás:

1. $\sqrt{x+4} = 3$

2. $\sqrt{2x-2} = 4$

3. $\sqrt{4x+5} = 5$

4. $4 + \sqrt{x-2} = 6$

5. $-3 + \sqrt{2x-5} = 0$

6. $\sqrt{2x-1} = \sqrt{x+8}$

7. $2\sqrt{3x-2} = 8$

8. $3\sqrt{8-2x} = 6$

9. $\sqrt{3x+10} = x$

10. $x = \sqrt{12-4x}$

11. $x = \sqrt{5x-4}$

12. $\sqrt{7x+18} = x$

13. $2x = \sqrt{4x+3}$

14. $2\sqrt{x-6} = \sqrt{8+x}$

15. $\sqrt{x+1} = x-1$

16. Simpligh $(x + \sqrt{x})(x - \sqrt{x})$ nuair atá $x > 0$.

Faigh uaidh sin an luach ar x a d'fhágfadh go bhfuil $(x + \sqrt{x})(x - \sqrt{x}) = 6$.

17. Simpligh $\left(\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}}\right)\left(\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)$.

Réitigh uaidh sin an chothromóid $\left(\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}}\right)\left(\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}}\right) = 3$, nuair atá $x > 0$.

18. Má tá $t = k\sqrt{x+5}$, faigh luach k gan áireamhán a úsáid, nuair atá $x = 1\frac{1}{4}$ agus $t = \frac{1}{4}$.

Cuir triail ort féin 2

- Fachtóirigh $2x^2 + 5x - 3$.
Réitigh uaidh sin an chothromóid $2x^2 + 5x - 3 = 0$.
 - Faigh luach x agus y sna cothromóidí comhuaineacha seo:

$$y = 10 - 2x$$

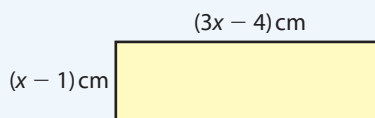
$$x^2 + y^2 = 25.$$
 - Faigh luach x i gcás gach ceann de na cothromóidí seo:
 - $9^{2x-3} = \frac{1}{27}$
 - $3\sqrt{12} - \sqrt{27} = x\sqrt{3}$, áit a bhfuil $x \in N$.
- Simpligh $(2x - 3)^2 - (4x + 1)(x - 4)$.
 - Réitigh an chothromóid $x^2 - 7x - 6 = 0$, agus bíodh do chuid freagraí ceart go dtí dhá ionad de dheachúlacha.
 - Scríobh $\sqrt{50} - \sqrt{32} + 2\sqrt{8}$ san fhoirm $k\sqrt{2}$, áit a bhfuil $k \in N$.
 - Réitigh uaidh sin an chothromóid $3(3^x) = \sqrt{27}$.

- Má tá $3a - 2b = 4$, faigh luach b nuair atá $a = -2$.
 - Faigh luach x agus y sna cothromóidí comhuaineacha

$$x + 2y = 3$$

$$x^2 - y^2 = 24.$$

- 24 cm² atá in achar na dronuilleoige seo.



Faigh fad agus leithead na dronuilleoige.

- Simpligh $\frac{2x^4 \times 6x^3}{3x^5}$.
 - Réitigh an chothromóid $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} = \frac{3}{2}$.
 - Más slánchearnóg é $(n - 3)^2$, cé acu de na sloinn seo a leanas atá ina slánchearnóga?

A $x^2 + 2x + 1$

B $x^2 - 12x + 12$

C $x^2 - 12x + 36$

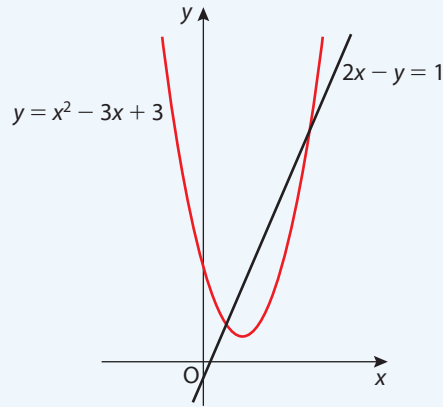
D $x^2 - 18x + 81$

E $x^2 + 6x + 9$

F $x^2 + 6x + 36$

- Más fréamh é $x = 4$ den chothromóid $2x^2 + kx - 20 = 0$, faigh luach k .
 - Réitigh na cothromóidí seo:
 - $4^x = 32$
 - $4^x = \sqrt{2}$

- (iii) Faigh na pointí ag a dtrasnaíonn an líne agus an cuar a chéile san fhíor thíos.



- (iv) Faigh luach x sa chothromóid $\frac{3}{x+1} + \frac{1}{x-1} = 1$.

Tabhair do chuid freagraí san fhoirm $a \pm \sqrt{b}$, áit a bhfuil $a, b \in \mathbb{N}$.

6. (i) Faigh luach gach ceann díobh seo:

(a) $8^{\frac{2}{3}}$ (b) $25^{\frac{3}{2}}$ (c) $9^{-\frac{3}{2}}$

- (ii) Faigh luach x agus y sna cothromóidí comhuaineacha seo:

$$\begin{aligned} x - 3y &= 1 \\ x^2 - y^2 &= 0. \end{aligned}$$

- (iii) Scríobh $\frac{2\sqrt{45}}{\sqrt{10}}$ san fhoirm $k\sqrt{2}$, áit a bhfuil $k \in \mathbb{N}$.

- (iv) Má tá $3^{2x+1} = \frac{27}{\sqrt{3}}$, faigh luach x .

7. Tá fad na dronuilleoige seo 7 cm níos faide ná an leithead. x cm atá sa leithead.



- (i) Scríobh slonn lena n-aghaidh seo:
- (a) fad na dronuilleoige
- (b) achar na dronuilleoige.
- (ii) 44 cm^2 atá in achar na dronuilleoige.
- (a) Déan cothromóid in x agus réitigh í.
- (b) Céard í imlíne na dronuilleoige seo?

8. (i) Má tá $y = \frac{k}{k+w}$, faigh luach y nuair atá $k = \frac{1}{2}$ agus $w = \frac{1}{3}$.

- (ii) Scríobh $\frac{x}{x-1} - 1$ ina chodán singil.

Uaidh sin réitigh an chothromóid $\frac{x}{x-1} - 1 = \frac{x+1}{2}$. Fág do chuid freagraí i bhfoirm $\sqrt{\quad}$.

- (iii) Réitigh an chothromóid $4^{2x+1} = \sqrt{8}$.
- (iv) Réitigh an chothromóid $x - 3 = \sqrt{3x - 11}$ agus fóraigh do fhreagra.

Achoimre ar na príomhphointí...

1. Sloinn chearnacha a fhachtóiriú

- Chun $3x^2 + 6x$ a fhachtóiriú, bain amach an fachtóir coiteann is airde, i.e. $3x(x + 2)$.
- Chun $ax^2 + bx + c$ a fhachtóiriú, aimsigh an dá uimhir arb é ac a dtoradh agus b a suim.
- An **difríocht idir dhá chearnóg** a thugtar ar $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$.

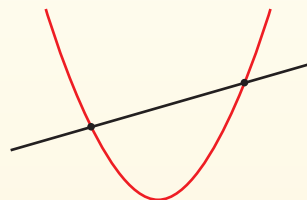
2. Cothromóidí cearnacha a réiteach

- Dhá réiteach atá ar an gcothromóid chearnach $ax^2 + bx + c = 0$, nó is féidir a rá go bhfuil dhá fhréamh aici.
- Má tá $xy = 0$, tá $x = 0$ nó $y = 0$ nó tá siad araon $= 0$.
- Is féidir fréamhacha na cothromóide cearnaí $ax^2 + bx + c = 0$ a fháil ach úsáid a bhaint as an bhfoirmle

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

3. Cothromóidí comhuaineacha, ceann líneach agus ceann cearnach

Nuair atá péire cothromóidí comhuaineacha ann, ceann díobh líneach agus an ceann eile cearnach, léiríonn na pointí ag a dtrasnaíonn líne dhíreach agus cuar cearnach a chéile na réitigh ar an dá chothromóid.



4. Rialacha na séan

Cuir i gcás an slonn x^n . An bhonnuimhir a thugtar ar an uimhir x agus an séan, nó an chumhacht, a thugtar ar an uimhir n .

Seo iad príomhrialacha na séan:

- $x^1 = x$
- $x^m \times x^n = x^{m+n}$
- $(x^m)^n = x^{mn}$
- $x^m \div x^n = x^{m-n}$
- $x^0 = 1$
- $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$
- $x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}$
- $x^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{x})^m$ nó $x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$

5. Surdaí

- $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$
- $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

An Chéimseata Chomhordanáideach – An Líne

caibidil

3

Focail thábhachtacha

plána Cairtéiseach bunphointe ais ceathrú rinn
cothrománach ceartingearach fána comhthreomhar ingearach
deimhneach diúltach cothromóid líneach achar aistriú trasnú

Mír 3.1 An plána a chomhordanáidiú

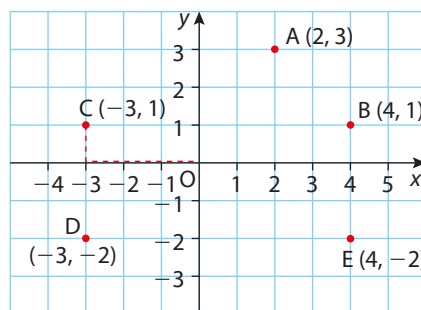
San fhíor seo thall tugtar an plána comhordanáidithe agus suíomh na bpointí A, B, C, D agus E.

An **x-ais** a thugtar ar an líne chothrománach.

An **y-ais** a thugtar ar an líne cheartingearach.

An **bunphointe** a thugtar ar an bpointe (0, 0) agus is é O an lipéad atá air.

An **plána Cairtéiseach** a thugtar ar an bplána comhordanáidithe seo de ghnáth, in ómós don mhatamaiticeoir Francach, René Descartes (1596–1650).



Sampla 1

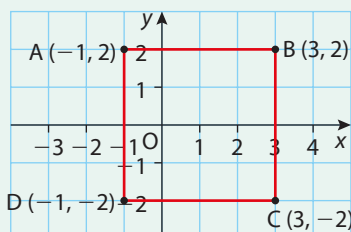
Breac na pointí A(-1, 2), B(3, 2), C(3, -2) agus D(-1, -2) ar phlána comhordanáidithe.

(i) Ceangail na ceithre phointe. Cén cineál crutha atá tarraingthe agat?

(ii) Úsáid an ghreille chun teacht ar lárphointe [BC].

(i) Is cearnóg é ABCD.

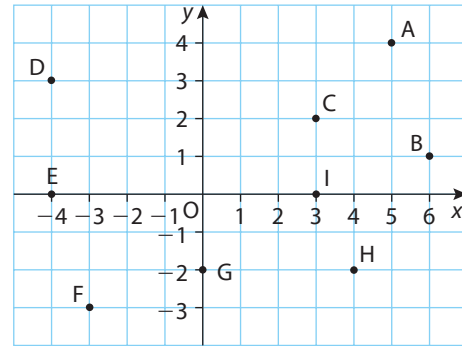
(ii) Is é (3, 0) lárphointe [BC].





Cleachtadh 3.1

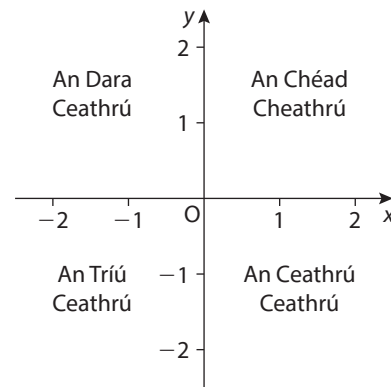
1. Scríobh síos comhordanáidí gach ceann de na pointí atá marcáilte ar an bplána comhordanáidithe ar dheis.



2. Tarraing plána comhordanáidithe ó -5 go 5 ar an x -ais agus ó -4 go 4 ar an y -ais. Anois breac gach ceann de na pointí seo:
- (i) $A(3, 4)$ (ii) $B(-1, 3)$ (iii) $C(4, -3)$ (iv) $D(-4, -3)$ (v) $E(1, -3)$

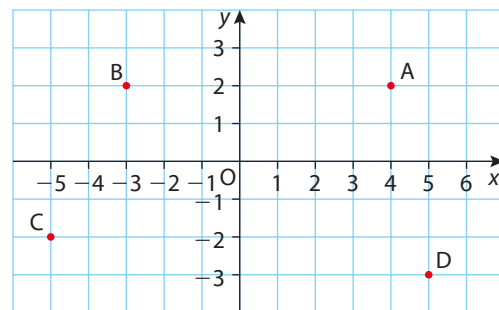
3. Tá na ceithre cheathrú le feiceáil ar dheis. Scríobh síos cé acu ceathrú ina bhfuil gach ceann de na pointí seo:

- (i) $(3, 5)$
 (ii) $(-2, -3)$
 (iii) $(1, -4)$
 (iv) $(-3, 1)$
 (v) $(3, -3)$
 (vi) $(-1, -3)$.



4. Cé acu ais ar a bhfuil gach ceann de na pointí seo?
- (i) $(4, 0)$ (ii) $(-3, 0)$ (iii) $(0, 4)$ (iv) $(0, -3)$ (v) $(0, 0)$.

5. (i) Scríobh síos comhordanáidí na bpointí A, B, C agus D atá le feiceáil ar an ngréille ar dheis.
 (ii) Tá duine ag iarraidh dul ó A go C. Mura bhfuil cead aige taisteal ach ar na línte greille amháin agus má tá gach aonad 100 méadar ar fad, céard é an t-achar is giorra idir A agus C?
 (iii) Céard é an t-achar is giorra idir B agus D más gá do dhuine dul trí A agus é ag taisteal ar línte greille amháin? [1 aonad = 100 méadar].



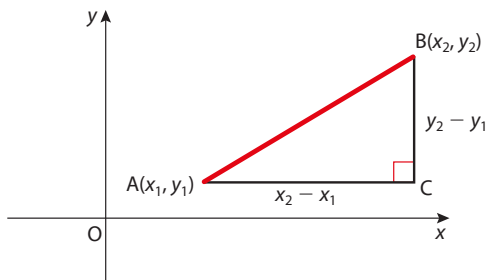
6. Cuardaigh patrún sna comhordanáidí seo. Bain úsáid as an bpatrún le teacht ar na comhordanáidí atá ar iarraidh.

- (i) (3, 5), (8, 0), (2, 6), (4, 4), (0, ...), (9, ...)
- (ii) (7, 8), (5, 10), (12, 3), (2, 13), (... , 11), (0, ...)
- (iii) (4, 4), (2, 6), (5, 3), (-1, 9), (7, ...), (-3, ...), (... , -2).

Mír 3.2 An fad idir dhá phointe

Tá na pointí $A(x_1, y_1)$ agus $B(x_2, y_2)$ le feiceáil ar an léaráid thíos.

$$|BC| = y_2 - y_1 \quad \text{agus} \quad |AC| = x_2 - x_1$$



Ag baint úsáid as Teoirim Phótagarás:

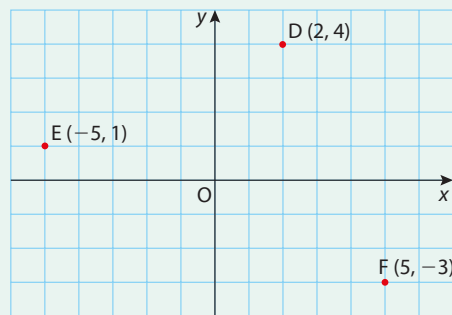
$$\begin{aligned} |AB|^2 &= |AC|^2 + |BC|^2 \\ &= (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 \\ \therefore |AB| &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \end{aligned}$$

Is é an fad idir $A(x_1, y_1)$ agus $B(x_2, y_2)$ ná:

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Sampla 1

Léirigh go bhfuil $D(2, 4)$ ar comhfhad ó $E(-5, 1)$ agus $F(5, -3)$.



$$\begin{aligned} |DE| &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ &= \sqrt{(-5 - 2)^2 + (1 - 4)^2} \\ &= \sqrt{(-7)^2 + (-3)^2} \\ &= \sqrt{49 + 9} = \sqrt{58} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{cc} D(2, 4) & E(-5, 1) \\ \downarrow & \downarrow \\ (x_1, y_1) & (x_2, y_2) \end{array}$$

Ciallaíonn 'ar comhfhad ó' go bhfuil an fad céanna eatarthu.



$$\begin{aligned}
 |DF| &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\
 &= \sqrt{(5 - 2)^2 + (-3 - 4)^2} \\
 &= \sqrt{(3)^2 + (-7)^2} \\
 &= \sqrt{9 + 49} = \sqrt{58}
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{cc}
 D(2, 4) & F(5, -3) \\
 \downarrow & \downarrow \\
 (x_1, y_1) & (x_2, y_2)
 \end{array}$$

Ó tá $|DE| = |DF| = \sqrt{58}$, tá D ar comhfhad ó E agus F.

Sampla 2

Más é $\sqrt{10}$ an fad idir na pointí (2, 3) agus (5, k), faigh dhá luach fhéideartha ar k.

$$\begin{aligned}
 \text{Fad} &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\
 &= \sqrt{(5 - 2)^2 + (k - 3)^2} \\
 &= \sqrt{9 + k^2 - 6k + 9} \\
 &= \sqrt{k^2 - 6k + 18}
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{cc}
 (x_1, y_1) & (x_2, y_2) \\
 \downarrow & \downarrow \\
 (2, 3) & (5, k)
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Fad} = \sqrt{10} &\Rightarrow \sqrt{k^2 - 6k + 18} = \sqrt{10} \\
 &\Rightarrow k^2 - 6k + 18 = 10 \\
 &\Rightarrow k^2 - 6k + 8 = 0 \\
 &\Rightarrow (k - 2)(k - 4) = 0 \\
 &\Rightarrow k = 2 \quad \text{nó} \quad k = 4
 \end{aligned}$$

Cleachtadh 3.2

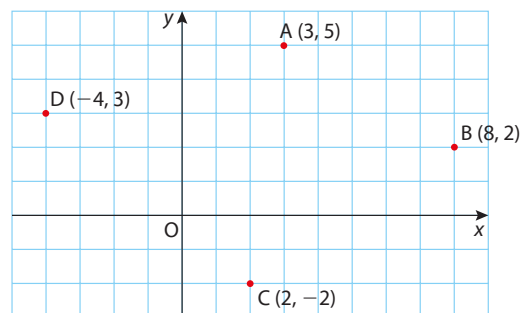
1. Tá na pointí A, B, C agus D le feiceáil ar dheis.

Faigh (i) $|AB|$

(ii) $|AC|$

(iii) $|AD|$.

An bhfuil $|DC| = |BC|$?

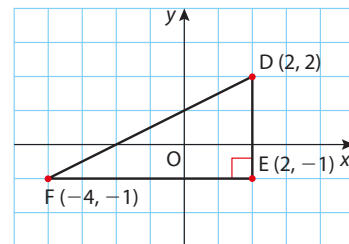




2. Tá na pointí D, E agus F le feiceáil ar an léaráid ar dheis.

- (i) Scríobh síos fad [FE] agus fad [ED].
- (ii) Faigh $|DF|$.

Bain úsáid as Teoirim Phótagarás lena léiriú gur triantán dronuilleach é an triantán DEF.



3. Faigh an fad idir gach ceann de na péirí pointí seo:

- (i) (2, 1) agus (3, 4)
- (ii) (1, 5) agus (2, 3)
- (iii) (-1, 4) agus (2, 6)
- (iv) (3, -2) agus (-5, 3)
- (v) (-6, -1) agus (1, -3)
- (vi) (4, -2) agus (0, -5)

4. Faigh $|AB|$ i ngach ceann díobh seo a leanas:

- (i) $A = (2, -4), B = (3, 1)$
- (ii) $A = (0, 3), B = (-2, 5)$
- (iii) $A = (0, -2), B = (3, -1)$
- (iv) $A = (5, -2), B = (3, -4)$

5. Is iad $A(1, 1), B(3, 6)$ agus $C(5, 1)$ na reanna ar thriantán. Léirigh go bhfuil $|AB| = |BC|$.

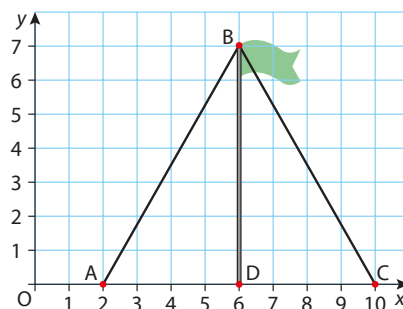
6. Is iad $X(1, 6), Y(-3, -1)$ agus $Z(2, -2)$ na reanna ar thriantán.

Faigh fad na 3 shlios agus ansin scríobh síos cén dá shlios atá ar comhfhad lena chéile. Cén sórt triantáin é XYZ, mar sin?

7. Baintear úsáid as sreang, ABC, mar thaca ag crann brataí, [BD], mar a léirítear ar dheis.

Scríobh síos comhordanáidí A, B, C agus D.

Ríomh fad na sreinge a theastaíonn le tacú leis an gcrann brataí.



8. Is é $(-3, 1)$ lárphointe ciorcail agus is pointe ar an gciorcail é $(4, 3)$.
Faigh fad gha an chiorcail.

9. Is iad na pointí $A(2, 1), B(6, 1), C(5, -2)$ agus $D(1, -2)$ na reanna ar chomhthreomharán. Breac an comhthreomharán ar phlána comhordanáidithe.

Faigh (i) $|AC|$ (ii) $|BD|$.

An bhfuil na trasnáin ar comhfhad lena chéile?

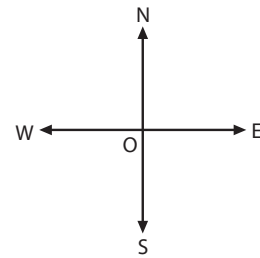
10. Is é $\sqrt{2}$ an fad idir na pointí $(5, 2)$ agus $(4, k)$.
Faigh dhá luach fhéideartha ar k .

11. Dhá phointe éagsúla atá i gceist le $X(3, k)$ agus $Y(-1, 2)$.
Má tá $|XY| = 5$, faigh dhá luach fhéideartha ar k .





- 12.** Tá cónaí ar Mháire (3 km siar, 4 km ó dheas) ó lár an bhaile, is é sin an pointe O ar an léaráid ar dheis. Tá cónaí ar Chathal (2 km siar, 3 km ó thuaidh) ó theach Mháire. Cá fhad ó lár an bhaile atá teach Chathail?



Mír 3.3 Lárphointe mírlíne

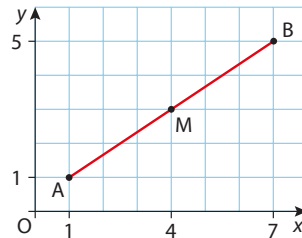
Ar dheis tá an mhírlíne [AB].

Is iad (1, 1) comhordanáidí A.

Is iad (7, 5) comhordanáidí B.

Is é M **lárphointe** na mírlíne [AB].

Is iad (4, 3) comhordanáidí M.

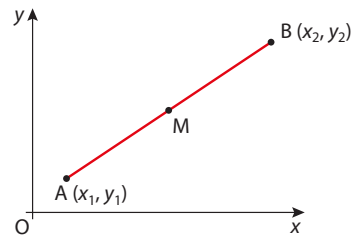


Seo a leanas mar a fhaightear na comhordanáidí sin:

1. Suimigh x-chomhordanáidí A agus B le chéile agus roinn an freagra ar 2, i.e. $\frac{1+7}{2} = 4$.
2. Suimigh y-chomhordanáidí A agus B le chéile agus roinn an freagra ar 2, i.e. $\frac{1+5}{2} = 3$.

Is é seo lárphointe na mírlíne ó $A(x_1, y_1)$ go dtí $B(x_2, y_2)$:

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$



Sampla 1

Faigh lárphointe na mírlíne ó $A(-1, 3)$ go $B(5, 7)$.

$$\begin{aligned} \text{Lárphointe [AB]} &= \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right) && \begin{matrix} (-1, 3) & (5, 7) \\ \downarrow & \downarrow \\ (x_1, y_1) & (x_2, y_2) \end{matrix} \\ &= \left(\frac{-1 + 5}{2}, \frac{3 + 7}{2} \right) \\ &= \left(\frac{4}{2}, \frac{10}{2} \right) = (2, 5). \end{aligned}$$



Cleachtadh 3.3

- Faigh lárphointe na mírlíne a cheanglaíonn na pointí seo:
 - (2, 4) agus (6, 2)
 - (2, 4) agus (0, 2)
 - (2, -1) agus (4, 3)
 - (-2, 4) agus (4, -2)
 - (2, -3) agus (0, -1)
 - (-3, 4) agus (-1, -4).
- Faigh lárphointe na mírlíne ó (-3, 4) go (3, 7).
Cén ais ar a bhfuil an lárphointe?
- Is iad na pointí (-2, 3) agus (6, 5) na foircinn ar thrastomhas ciorcail.
Faigh comhordanáidí lár an chiorcail.
- Is iad A(4, 3), B(1, -3), C(-2, -2) agus D(1, 4) na reanna ar chomhthreomharán.
Tarraing sceitse den chomhthreomharán sin.
Faigh lárphointe [AC].
Fíoraigh gurb é lárphointe [AC] lárphointe [BD] freisin.
- Faigh M, lárphointe na mírlíne ó A(-3, 4) go B(1, -6).
Anois léirigh go bhfuil $|AM| = |MB|$.
- Cuir i gcás na pointí A(5, 2), agus B(x₁, y₁).
Más é M(2, 4) lárphointe [AB], faigh comhordanáidí B.

Mír 3.4 Fána líne

Seo mar a shainítear fána na líne AB:

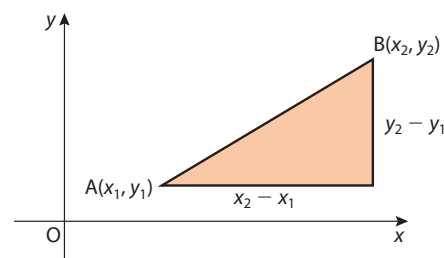
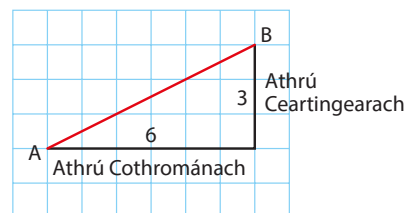
$$\frac{\text{an t-athrú ceartingearach}}{\text{an t-athrú cothrománach}}$$

$$\text{Fána AB} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Sa léaráid ar dheis, faightear fána AB ar an gcaoi seo:

$$\frac{\text{athrú ceartingearach}}{\text{athrú cothrománach}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\text{Dá réir sin tá fána AB, } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

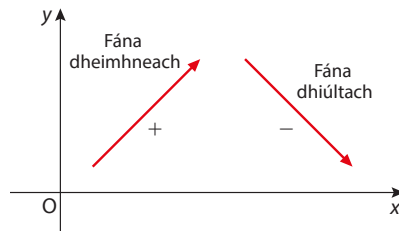


Seo mar a fhaightear m , fána na líne trí (x_1, y_1) agus (x_2, y_2) :

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Fánaí deimhneacha agus diúltacha

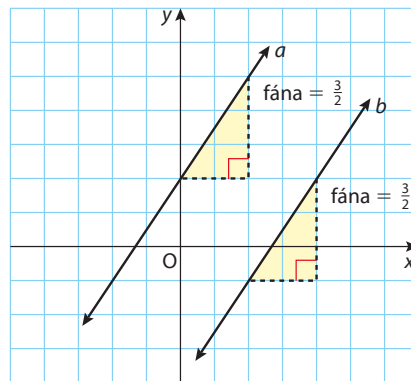
Agus muid ag dul ó chlé go deis, bíonn fána dheimhneach ann má bhíonn an líne ag dul suas agus bíonn fána dhiúltach ann má bhíonn an líne ag dul síos.



Línte comhthreomhara

Is é $\frac{3}{2}$ an fhána atá le líne a agus líne b araon sa léaráid thíos.

Tá na línte sin comhthreomhar lena chéile.



Bíonn an fhána chéanna le línte comhthreomhara.

Línte ingearacha

Tá na línte a agus b sa léaráid ar dheis ingearach lena chéile.

Is é $\frac{3}{2}$ fána a .

Is é $-\frac{2}{3}$ fána b .

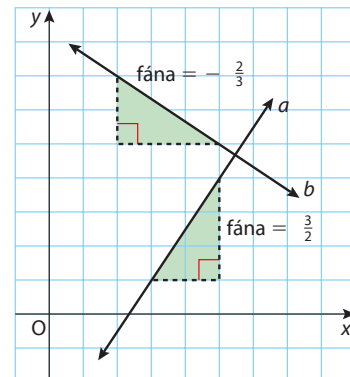
Tabhair faoi deara gurb ionann fána amháin agus deilín na fána eile, ach amháin go bhfuil siad ar mhalairt comhartha.

Tabhair faoi deara freisin gurb é -1 toradh an dá fhána, i.e.

$$-\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = -1$$

Má tá dhá líne ingearach lena chéile, is é toradh a bhfánaí ná -1 , i.e.

$$m_1 \times m_2 = -1$$



Sampla 1

Má tá $A = (3, -1)$ agus $B = (5, 2)$, faigh fána na líne AB.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \begin{array}{cc} (3, -1) & (5, 2) \\ \downarrow & \downarrow \\ (x_1, y_1) & (x_2, y_2) \end{array}$$
$$= \frac{2 + 1}{5 - 3} = \frac{3}{2}$$

$$\text{Fána AB} = \frac{3}{2}.$$

Sampla 2

Is ceithre pointe ar an bplána iad $A(-1, 0)$, $B(3, 2)$, $C(-1, 4)$ agus $D(2, -2)$.
Léirigh go bhfuil AB ingearach le CD.

Bíodh an fhána m_1 le AB agus an fhána m_2 le CD.

$$\begin{array}{cc} A(-1, 0) & B(3, 2) \\ \downarrow & \downarrow \\ (x_1, y_1) & (x_2, y_2) \end{array} \quad \begin{array}{cc} C(-1, 4) & D(2, -2) \\ \downarrow & \downarrow \\ (x_1, y_1) & (x_2, y_2) \end{array}$$
$$m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 0}{3 - (-1)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$
$$m_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 4}{2 - (-1)} = \frac{-6}{3} = -2$$

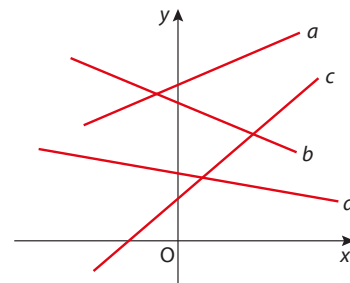
$$m_1 \times m_2 = \frac{1}{2} \times (-2) = -1$$

Tá AB ingearach le CD mar gurb é -1 toradh a bhfánaí.

Cleachtadh 3.4

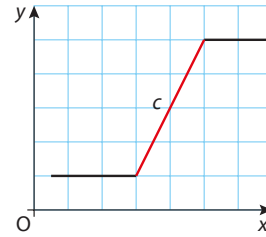
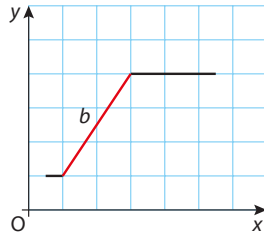
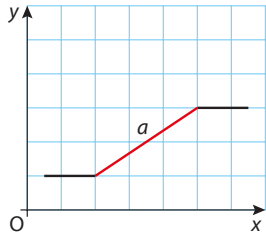
1. Tá na ceithre líne a , b , c agus d ar an léaráid.

- Cé acu de na línte a bhfuil fánaí deimhneacha leo?
- Cé acu de na línte a bhfuil fánaí diúltacha leo?



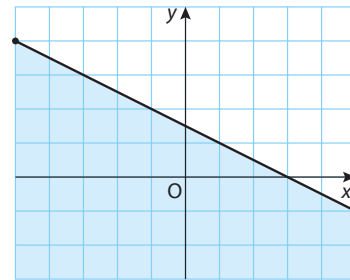


2. Tá na trí líne a , b agus c le feiceáil ar na greillí thíos:



- (i) Cén líne a bhfuil fána $\frac{3}{2}$ léi?
- (ii) Cén fhána atá le líne a ?
- (iii) Cén fhána atá le líne c ?

3. Cén fáth a ndéarfá gur fána dhiúltach atá i bhfána na líne ar dheis?
Bain úsáid as an ngreille chun teacht ar fhána na líne.



4. Faigh fána na líne AB i ngach ceann díobh seo:

- (i) $A(3, 1)$ agus $B(5, 3)$
- (ii) $A(-1, 2)$ agus $B(3, -4)$
- (iii) $A(-1, -3)$ agus $B(0, 5)$
- (iv) $A(3, 0)$ agus $B(-1, -4)$
- (v) $A(-3, 2)$ agus $B(-5, 0)$
- (vi) $A(-5, 1)$ agus $B(-2, 3)$.

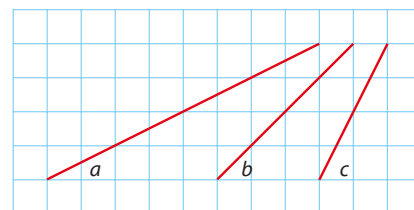
5. Léirigh gurb ionann fána na líne a ghabhann trí $A(-1, -2)$ agus $B(3, 0)$ agus fána na líne a ghabhann trí $C(2, 3)$ agus $D(-2, 1)$.
Céard is féidir leat a rá faoi na línte AB agus CD?

6. Tá na pointí $(1, 1)$ agus $(2, 4)$ ar an líne ℓ .
Tá na pointí $(4, 1)$ agus $(3, -2)$ ar an líne m .
Faigh amach an bhfuil ℓ comhthreomhar le m .

7. Is iad $A(-2, -4)$, $B(5, -1)$, $C(6, 4)$ agus $D(-1, 1)$ na reanna ar cheathairshleasán.
Tarraing sceitse garbh den fhíor. Anois fóraigh go bhfuil $AB \parallel CD$ agus $AD \parallel BC$.

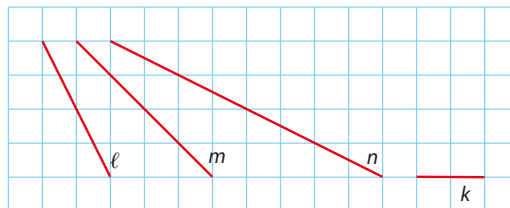
8. Tá na trí líne a , b , agus c le feiceáil ar an léaráid ar dheis. Meaitseáil na línte leis na fánaí seo:

2, $\frac{1}{2}$, 1.





9. Is é fána na líne ℓ ná $\frac{3}{4}$.
- Scríobh síos fána na líne m má tá m comhthreomhar le ℓ .
 - Scríobh síos fána na líne n má tá n ingearach le ℓ .
10. Tugtar thíos na fánaí atá le cúig líne. I gcás gach ceann de na línte seo, scríobh síos an fhána atá le líne ar bith atá ingearach léi:
- $\frac{2}{3}$
 - $\frac{4}{5}$
 - $-\frac{3}{4}$
 - $-\frac{2}{5}$
 - $-\frac{1}{2}$
11. Is ceithre phointe ar an bplána iad $A(-1, 1)$, $B(1, 3)$, $C(6, 2)$ agus $D(4, 4)$.
Faigh fána (i) AB (ii) CD . Fíoraigh go bhfuil $AB \perp CD$.
12. Tá na pointí $(3, -1)$ agus $(4, -2)$ ar an líne m .
- Faigh fána líne ar bith atá comhthreomhar le m .
 - Faigh fána líne ar bith atá ingearach le m .
13. Más é $\frac{3}{5}$ fána na líne a ghabhann trí na pointí $(3, 2)$ agus $(8, k)$, faigh luach k .
14. Is é $\frac{1}{3}$ fána na líne a ghabhann trí $(3, -2)$ agus $(1, k)$. Faigh luach k .
15. Tá na pointí $(-2, 0)$ agus $(4, 3)$ ar an líne ℓ .
Tá na pointí $(1, -1)$ agus $(k, 1)$ ar an líne m .
- Faigh fána ℓ .
 - Faigh fána m i dtearmaí k .
 - Má tá $\ell \parallel m$, faigh luach k .
16. Tá na ceithre líne ℓ , m , n agus k le feiceáil ar an léaráid.



- Cén fáth a ndéarfá gur fánaí diúltacha atá i bhfánaí ℓ , m , agus n ?
- Meaitseáil na línte leis na fánaí seo:
 $-\frac{1}{2}, 0, -2, -1$.

Mír 3.5 Cothromóid líne

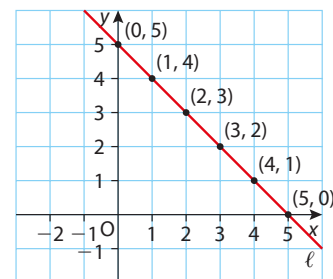
Féach ar an líne ℓ ar dheis. I gcás gach pointe, má shuimítear an x -luach agus an y -luach, is é 5 an freagra, e.g. $2 + 3 = 5$.

Sin é an fáth a ndeirimid gurb é cothromóid na líne ℓ ná

$$x + y = 5.$$

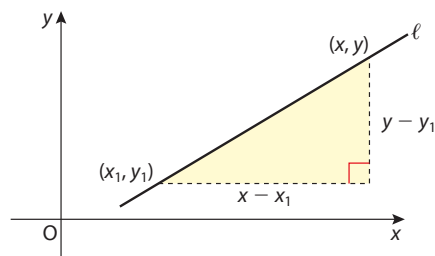
Cothromóid líne nó **cothromóid líneach** a thugtar ar

$$x + y = 5.$$



Chun teacht ar an gcothromóid sin bhí orainn féachaint ar an ngaol idir x -luach agus y -luach gach pointe. Thugamar faoi deara go raibh $x + y = 5$ i gcás gach pointe.

Féachfaimid anois ar an bhfíor ar dheis.



Tá fána m leis an líne ℓ agus tá an pointe (x_1, y_1) uirthi.

Bíodh (x, y) ina phointe eile ar ℓ .

Feicimid ón léaráid gurb é an fhána ná $\frac{y - y_1}{x - x_1} = m$.

Má iolraímid an dá thaobh faoi $(x - x_1)$, faighimid

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Is féidir teacht ar chothromóid na líne a ghabhann trí (x_1, y_1) agus a bhfuil fána m léi ach úsáid a bhaint as

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Sampla 1

Faigh cothromóid na líne a bhfuil an pointe $(-3, 2)$ uirthi agus arb é $\frac{2}{3}$ an fhána atá léi.

| | | |
|---------------------|--------------------------------------|---|
| Cothromóid na líne: | $y - y_1 = m(x - x_1)$ | $m = \frac{2}{3}$ $(x_1, y_1) = (-3, 2)$ |
| | $y - 2 = \frac{2}{3}(x + 3)$ | |
| | $y - 2 = \frac{2x}{3} + \frac{6}{3}$ | |

Iolraigh gach téarma faoi 3:

$$3y - 6 = 2x + 6$$

Tabhair gach téarma go taobh na láimhe clé:

$$2x - 3y + 12 = 0$$

\therefore is é cothromóid na líne ná:

$$2x - 3y + 12 = 0$$

Cothromóid líne nuair atá dhá phointe uirthi ar eolas

Chun cothromóid líne a fháil nuair atá dhá phointe uirthi ar eolas againn, caithfimid

fána na líne a fháil i dtosach leis an bhfoirmle $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

Ansin bainimid úsáid as an bhfoirmle $y - y_1 = m(x - x_1)$ chun cothromóid na líne a fháil.

Is féidir ceachtar den dá phointe a úsáid mar (x_1, y_1) .

Sampla 2

Faigh cothromóid na líne a bhfuil na pointí $(-2, 3)$ agus $(3, 1)$ uirthi.

$$\begin{aligned} \text{Fána na líne: } m &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} && \begin{array}{cc} (-2, 3) & (3, 1) \\ \downarrow & \downarrow \\ (x_1, y_1) & (x_2, y_2) \end{array} \\ &= \frac{1 - 3}{3 + 2} = \frac{-2}{5} \end{aligned}$$

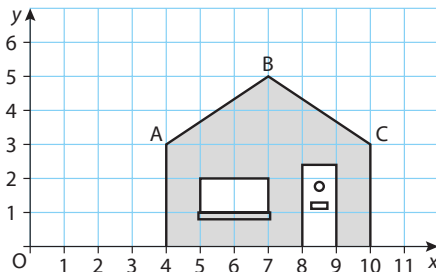
Bain leas ansin as an bhfána $-\frac{2}{5}$ agus as an bpointe $(-2, 3)$... féadfaidh tú ceachtar den dá phointe a úsáid

$$\begin{aligned} \text{Cothromóid na líne: } y - y_1 &= m(x - x_1) \\ y - 3 &= -\frac{2}{5}(x + 2) \\ y - 3 &= -\frac{2x}{5} - \frac{4}{5} \\ 5y - 15 &= -2x - 4 && \dots \text{iolraigh gach téarma faoi 5.} \\ \Rightarrow \text{Is é } 2x + 5y - 11 &= 0 \text{ cothromóid na líne.} \end{aligned}$$

Cleachtadh 3.5

1. Faigh cothromóid gach líne díobh seo a leanas. Tá fána na líne agus pointe ar an líne ar eolas i ngach cás:
 - (i) fána = 2; pointe = $(3, 4)$
 - (ii) fána = 4; pointe = $(1, 5)$
 - (iii) fána = 5; pointe = $(-2, 3)$
 - (iv) fána = -3 ; pointe = $(-2, 0)$
 - (v) fána = -5 ; pointe = $(-3, -2)$
 - (vi) fána = $\frac{2}{3}$; pointe = $(3, -1)$.
2. Faigh cothromóid gach líne díobh seo a leanas. Tá fána na líne agus pointe ar an líne ar eolas i ngach cás:
 - (i) fána = $\frac{3}{4}$; pointe = $(1, -4)$
 - (ii) fána = $\frac{3}{5}$; pointe = $(-4, 2)$.
3. Faigh cothromóidí na línte a ghabhann trí $(-2, 3)$ a bhfuil na fánaí seo a leanas leo:
 - (i) 4
 - (ii) -2
 - (iii) $\frac{3}{4}$
 - (iv) $-\frac{2}{3}$
4. Faigh cothromóid na líne a ghabhann trí $(0, 0)$ a bhfuil fána -3 léi.
5. Faigh cothromóidí na línte a ghabhann trí $(0, 0)$ a bhfuil na fánaí seo a leanas leo:
 - (i) 3
 - (ii) -5
 - (iii) $\frac{1}{3}$
 - (iv) $-\frac{3}{2}$Céard a thugann tú faoi deara faoi chothromóid gach ceann de na línte sin?
6. Faigh fána na líne a ghabhann trí $A(3, -4)$ agus $B(1, 2)$.
Uaidh sin, faigh cothromóid na líne AB.
7. Faigh cothromóidí na línte a ghabhann trí na péirí pointí seo a leanas:
 - (i) $(2, 3)$ agus $(4, 6)$
 - (ii) $(-1, 2)$ agus $(2, -4)$
 - (iii) $(-5, 1)$ agus $(1, 0)$
 - (iv) $(-2, 3)$ agus $(3, -1)$
 - (v) $(2, 7)$ agus $(0, 5)$
 - (vi) $(-3, -5)$ agus $(-1, -1)$.
8. Faigh cothromóid na líne a ghabhann trí $(-2, 3)$ agus trí lárphointe na mírlíne ó $(1, -3)$ go $(3, -1)$.

9. Tá binn tí le feiceáil sa léaráid thíos.



Bain úsáid as an ngréille leis na nithe seo a leanas a fháil:

- (i) comhordanáidí na bpointí A, B agus C
- (ii) fána AB
- (iii) cothromóid AB.

Mír 3.6 An chothromóid $y = mx + c$

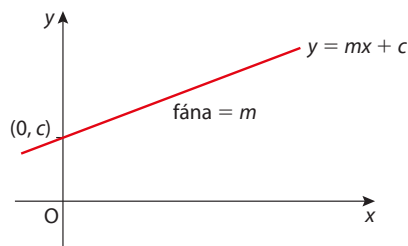
Más san fhoirm $y = mx + c$ atá cothromóid líne, ansin

- (i) is é m an fhána
- (ii) trasnaíonn an líne an y -ais ag $(0, c)$.

An **y -idirlíne** a thugtar ar an bpointe $(0, c)$.

Más san fhoirm $3x + 2y - 8 = 0$ atá an líne, athscríobh an chothromóid san fhoirm $y = mx + c$.

Is é luach m an fhána.



Sampla 1

Faigh fána na líne $3x - 2y - 9 = 0$.

Scríobhaimid an chothromóid san fhoirm $y = mx + c$.

$$3x - 2y - 9 = 0$$

$$\Rightarrow -2y = -3x + 9 \quad \dots \text{fág an } y\text{-téarma leis féin ar thaobh na láimhe clé}$$

$$\Rightarrow 2y = 3x - 9 \quad \dots \text{iolraigh gach téarma faoi } -1$$

$$\Rightarrow y = \frac{3}{2}x - \frac{9}{2} \quad \dots \text{roinn gach téarma ar 2}$$

$$\therefore \text{ is é } \frac{3}{2} \text{ fána na líne}$$

Sampla 2

Is é ℓ an líne $2x - 3y + 6 = 0$ agus is é m an líne $3x + 2y - 4 = 0$.
Léirigh go bhfuil ℓ ingearach le m .

Fána ℓ :

$$\begin{aligned}2x - 3y + 6 &= 0 \\ \Rightarrow -3y &= -2x - 6 \\ \Rightarrow 3y &= 2x + 6 \\ \Rightarrow y &= \frac{2}{3}x + 2 \\ \Rightarrow \text{fána } \ell &= \frac{2}{3}\end{aligned}$$

Fána m :

$$\begin{aligned}3x + 2y - 4 &= 0 \\ \Rightarrow 2y &= -3x + 4 \\ \Rightarrow y &= -\frac{3}{2}x + 2 \\ \Rightarrow \text{fána } m &= -\frac{3}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Fána } \ell \times \text{fána } m &= \frac{2}{3} \times \left(-\frac{3}{2}\right) \\ &= \frac{-6}{6} = -1\end{aligned}$$

Ós é -1 toradh an dá fhána, tá na línte ingearach lena chéile.

Cleachtadh 3.6

1. Scríobh gach ceann de na línte seo a leanas san fhoirm $y = mx + c$ agus, uaidh sin, scríobh síos fána na líne sin:
 - (i) $x + y - 4 = 0$
 - (ii) $3x + y - 5 = 0$
 - (iii) $2x + 3y - 7 = 0$
 - (iv) $5x - 2y + 3 = 0$
 - (v) $3x + 4y - 2 = 0$
 - (vi) $3x - 4y + 6 = 0$.
2. Scríobh an líne ℓ : $2x + 3y - 7 = 0$ san fhoirm $y = mx + c$.
 - (i) Scríobh síos fána ℓ .
 - (ii) Faigh fána líne ar bith atá comhthreomhar le ℓ .
 - (iii) Faigh fána líne ar bith atá ingearach le ℓ .
3. Léirigh go bhfuil na línte $x - 2y + 1 = 0$ agus $3x - 6y - 7 = 0$ comhthreomhar lena chéile. Faigh fána líne ar bith atá ingearach leis na línte sin.
4. Léirigh go bhfuil na línte $2x + 3y - 4 = 0$ agus $3x - 2y + 1 = 0$ ingearach lena chéile.
5. Más é $y = 3x - 4$ cothromóid ℓ , scríobh síos, san fhoirm $y = mx + c$, cothromóid líne ar bith atá
 - (i) comhthreomhar le ℓ
 - (ii) ingearach le ℓ .
6. Fiosraigh an bhfuil na línte $y = \frac{2}{3}x + 4$ agus $2x - 3y - 5 = 0$ comhthreomhar lena chéile.
7. Is é $y = 3x - 2$ cothromóid na líne m .
 - (i) fána m
 - (ii) an pointe ag a dtrasnaíonn m an y -ais.



8. Tugtar cothromóidí sé líne éagsúla thíos:

a: $y = 2x - 3$

c: $y = x + 3$

e: $y = -\frac{1}{2}x + 4$

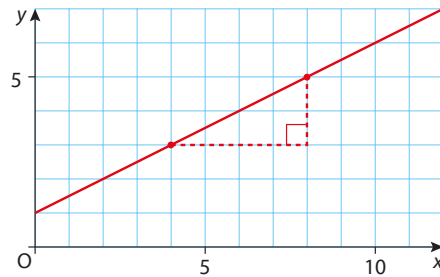
b: $y = \frac{1}{2}x + 5$

d: $y = -2x - 4$

f: $y = 2x - 2$

- (i) Ainmnigh péire de na línte sin atá comhthreomhar lena chéile.
- (ii) Ainmnigh péire de na línte sin atá ingearach lena chéile.
- (iii) Cén líne a thrasnaíonn an y -ais ag $(0, 4)$?
- (iv) Cén líne a thrasnaíonn an y -ais ag $(0, -3)$?

9. Faigh fána agus y -idirlíne na líne ar dheis agus, uaidh sin, faigh cothromóid na líne.



- 10. Má tá an líne $x + 2y - 6 = 0$ comhthreomhar leis an líne $2x + ky - 5 = 0$, faigh luach k .
- 11. Má tá an líne $2x - 3y + 7 = 0$ ingearach leis an líne $3x + ky - 4 = 0$, faigh luach k .
- 12. Cén luach ar k a fhágann go bhfuil an líne $2x + ky - 4 = 0$ comhthreomhar leis an líne $x + 3y + 7 = 0$?

Mír 3.7 Línte comhthreomhara agus ingearacha

Cuir i gcás líne ℓ a bhfuil an chothromóid $2x + 3y - 4 = 0$ ag baint léi.

Is féidir fána na líne sin a fháil ach an chothromóid a scríobh san fhoirm $y = mx + c$.

Má thugtar an pointe (x_1, y_1) dúinn freisin, is féidir teacht ar chothromóid líne a ghabhann trí (x_1, y_1) agus atá comhthreomhar le ℓ nó ingearach le ℓ .

Sampla 1

Faigh cothromóid na líne a ghabhann tríd an bpointe $(-2, 3)$ agus atá ingearach leis an líne $2x - y + 5 = 0$.

Chun fána $2x - y + 5 = 0$ a fháil, scríobhaimid san fhoirm $y = mx + c$ é.

$$2x - y + 5 = 0$$

$$\Rightarrow -y = -2x - 5$$

$$\Rightarrow y = 2x + 5 \quad \dots \text{iolraigh gach téarma faoi } -1$$

$$\Rightarrow \text{is é } 2 \text{ an fhána.}$$

Is é fána na líne atá ingearach leis an líne seo ná $-\frac{1}{2}$.





Is é cothromóid na líne trí $(-2, 3)$ a bhfuil fána $-\frac{1}{2}$ léi ná:

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad (x_1, y_1) = (-2, 3)$$

$$y - 3 = -\frac{1}{2}(x + 2) \quad m = -\frac{1}{2}$$

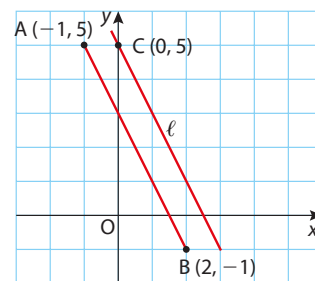
$$y - 3 = \frac{-x}{2} - 1$$

$$\Rightarrow 2y - 6 = -x - 2 \quad \dots \text{iolraigh gach téarma faoi 2}$$

$$\Rightarrow \text{Is é } x + 2y - 4 = 0 \text{ an chothromóid.}$$

Cleachtadh 3.7

1. Faigh fána na líne $2x + y - 4 = 0$.
Anois faigh cothromóid na líne a ghabhann tríd an bpointe $(2, 4)$ agus atá comhthreomhar leis an líne $2x + y - 4 = 0$.
2. Faigh cothromóid na líne a ghabhann tríd an bpointe $(1, -6)$ agus atá comhthreomhar leis an líne $3x - y + 4 = 0$.
3. Faigh fána na líne $2x - 3y + 1 = 0$.
Cén fhána atá le líne ar bith atá ingearach le $2x - 3y + 1 = 0$?
Anois faigh cothromóid na líne a ghabhann tríd an bpointe $(4, -1)$ agus atá ingearach leis an líne $2x - 3y + 1 = 0$.
4. Faigh cothromóid na líne a ghabhann tríd an bpointe $(-2, 1)$ agus atá ingearach leis an líne $3x + 2y - 4 = 0$.
5. Faigh cothromóid na líne a ghabhann tríd an bpointe $(-4, 0)$ agus atá comhthreomhar leis an líne $y = 3x - 5$.
6. Gabhann líne, ℓ , tríd an mbunphointe agus tá sí ingearach leis an líne arb é $3x - y - 2 = 0$ a cothromóid. Faigh cothromóid na líne ℓ .
7. Is iad $(1, 7)$ comhordanáidí an phointe A agus is iad $(3, 1)$ comhordanáidí an phointe B. Is é P lárphointe [AB]. Faigh comhordanáidí P.
Anois faigh cothromóid na líne a ghabhann tríd an bpointe P agus atá ingearach leis an líne $x + 5y - 7 = 0$.
8. Tugtar na pointí A $(-1, 5)$, B $(2, -1)$ agus C $(0, 5)$ ar an léaráid ar dheis.
Tá an líne ℓ comhthreomhar le AB agus tá an pointe C uirthi.
Faigh cothromóid ℓ .



9. Líne arb é $y = 4x - 3$ a cothromóid, tá líne eile ingearach leis an líne sin. Faigh cothromóid na líne sin má thrasnaíonn sí an y -ais ag $(0, 7)$.
10. Cé acu de na línte seo a leanas atá comhthreomhar le $3x + y - 4 = 0$?
 A: $y = 3x - 2$ B: $y = \frac{1}{3}x + 4$ C: $6x + 2y + 7 = 0$ D: $x + 3y + 2 = 0$
11. Trasnaíonn an líne $y = 2x + 5$ an y -ais ag an pointe P. Faigh cothromóid na líne a ghabhann trí P agus atá ingearach le $y = 2x + 5$.
12. Is é cothromóid na líne AB ná $5x - 3y = 26$.
 (i) Faigh fána AB.
 (ii) Is iad $(4, -2)$ comhordanáidí an phointe A agus is iad $(-6, 4)$ comhordanáidí an phointe C.
 (a) Cruthaigh go bhfuil AC ingearach le AB.
 (b) Faigh cothromóid na líne AC. Tabhair do fhreagra san fhoirm $ax + by = c$.

Mír 3.8 Línte a léiriú ar ghraf

Chun líne mar $2x + 3y = 6$ a tharraingt, caithfidh dhá phointe ar an líne a bheith ar eolas againn ar a laghad. Is iad na pointí is éasca le teacht orthu ná na cinn ag a dtrasnaíonn an líne an x -ais agus an y -ais.

Ar an x -ais, tá $y = 0$; ar an y -ais, tá $x = 0$.

Cuir i gcás an líne $2x + 3y = 6$

$$\begin{aligned} \text{Nuair atá } x = 0, \text{ ansin tá } 2(0) + 3y &= 6 \\ 3y &= 6 \\ \Rightarrow y &= 2 \end{aligned}$$

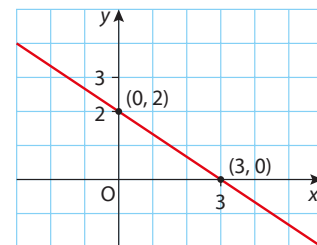
\therefore is pointe ar an líne é $(0, 2)$

$$\begin{aligned} \text{Nuair atá } y = 0, \text{ ansin tá } 2x + 3(0) &= 6 \\ 2x &= 6 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

\therefore is pointe eile ar an líne é $(3, 0)$

Tá sceitse den líne le feiceáil ar dheis.

Sceitse den líne $2x + 3y = 6$



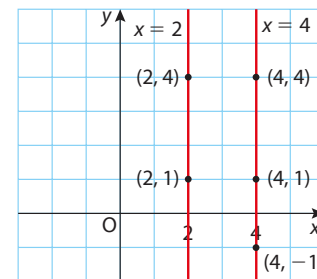
Línte atá comhthreomhar leis na haiseanna

Tá na línte $x = 2$ agus $x = 4$ le feiceáil ar dheis.

Tabhair faoi deara gurb é 4 x -luach gach pointe ar an líne $x = 4$.

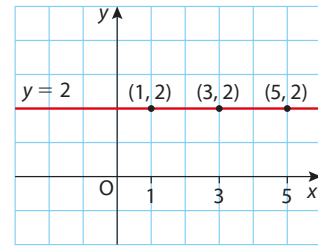
Ar an gcaoi chéanna, is é 2 x -luach gach pointe ar an líne $x = 2$.

Má tá cothromóid líne áirithe san fhoirm $x = a$, tá an líne sin comhthreomhar leis an y -ais.





Tugtar an líne $y = 2$ sa léaráid ar dheis.
Arís, tabhair faoi deara gurb é 2 y-luach na bpointí ar fad ar an líne seo.



Línte a bhfuil an bunphointe orthu

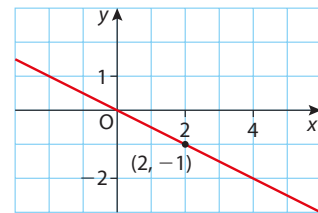
Líne ar nós $x + 2y = 0$, nach bhfuil aon téarma neamhspleách luaite léi, bíonn an bunphointe $(0, 0)$ uirthi i gcónaí.

Má tá sé i gceist againn an líne $x + 2y = 0$ a bhreacadh, beidh a fhios againn ón tús go bhfuil an bunphointe uirthi.

Is féidir an dara pointe a aimsiú ach luach ar x a roghnú agus ansin an y -luach comhfhreagrach a fháil.

$$\begin{aligned} \text{Bíodh } x = 2: \quad 2 + 2y &= 0 \\ 2y &= -2 \\ y &= -1 \end{aligned}$$

\therefore is pointe eile ar an líne é $(2, -1)$.



Tá sceitse le feiceáil ar dheis den líne a bhfuil na pointí $(0, 0)$ agus $(2, -1)$ uirthi.

Chun a fhíorú gur ar líne faoi leith atá pointe áirithe

Má táimid ag fiosrú an bhfuil an pointe $(3, -2)$ ar an líne $x + 2y + 1 = 0$, caithfimid 3 a chur in áit x sa chothromóid, agus -2 a chur in áit y .

$$\begin{aligned} x + 2y + 1 &= 0 \\ x = 3; y = -2: \quad 3 + 2(-2) + 1 & \\ &= 3 - 4 + 1 \\ &= 4 - 4 = 0 \end{aligned}$$

Má tá pointe ar líne éigin, sásóidh comhordanáidí an phointe cothromóid na líne sin.

Sásáíonn $(3, -2)$ an chothromóid $x + 2y + 1 = 0$, rud a chruthaíonn go bhfuil an pointe sin ar an líne sin.

Ach níl $(-3, 4)$ ar an líne $x - 3y + 7 = 0$, ó tharla $-3 - 12 + 7 \neq 0$, i.e. ní shásáíonn sé an chothromóid.

Sampla 1

Má tá an pointe $(k, 3)$ ar an líne $4x - 3y + 1 = 0$, faigh luach k .

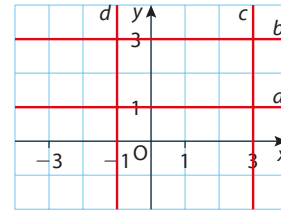
Cuirimid k in áit x agus 3 in áit y sa chothromóid $4x - 3y + 1 = 0$.

$$\begin{aligned} \Rightarrow 4k - 3(3) + 1 &= 0 \\ \Rightarrow 4k - 9 + 1 &= 0 \\ \Rightarrow 4k - 8 = 0 \quad \Rightarrow 4k &= 8 \quad \Rightarrow k = 2. \end{aligned}$$



Cleachtadh 3.8

1. Scríobh síos cothromóidí na línte a, b, c agus d atá léirithe ar dheis.



2. Tarraing péire aiseanna agus sceitseáil na ceithre líne seo:

(i) $x = 4$

(ii) $y = 2$

(iii) $x = -2$

(iv) $y = -3$.

3. Bain úsáid as graf na líne $2x + y = 6$ chun iad seo a leanas a scríobh síos:

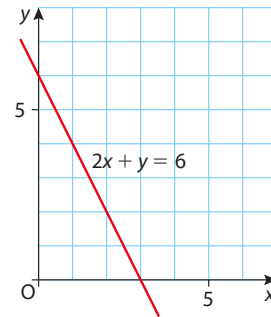
(i) luach x nuair atá $y = 0$

(ii) comhordanáidí an phointe ag a dtrasnaíonn an líne an y -ais

(iii) luach y nuair atá $x = 1$

(iv) luach x nuair atá $y = 2$

(v) achar an triantáin a dhéanann an líne, an x -ais agus an y -ais.



4. Faigh comhordanáidí na bpointí ag a dtrasnaíonn an líne $x - 2y - 6 = 0$ an x -ais agus an y -ais.

Anois bain úsáid as na pointí sin chun sceitse a tharraingt den líne.

5. Tarraing sceitse garbh de gach ceann de na línte seo ar léaráid ar leith:

(i) $x - y - 4 = 0$

(ii) $2x + y + 2 = 0$

(iii) $x - 2y + 4 = 0$

6. Faigh comhordanáidí na bpointí ag a dtrasnaíonn an líne $x - 2y = 5$ an x -ais agus an y -ais. Uaidh sin tarraing sceitse den líne.

7. Tarraing sceitse den líne $2x - y + 6 = 0$.

Uaidh sin, scríobh síos achar an triantáin a dhéanann an x -ais, an y -ais agus an líne.

8. Tarraing sceitse garbh de gach ceann de na línte seo ar léaráid ar leith:

(i) $2x - y = 7$

(ii) $4x - y - 4 = 0$

(iii) $x - 3y - 6 = 0$

9. Seo thíos cothromóidí na línte A agus B:

A: $y = \frac{2}{3}x + 2$

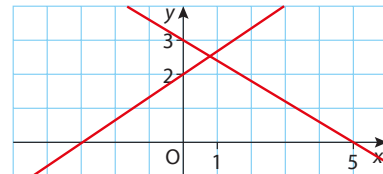
B: $3x + 5y - 15 = 0$

(i) Cén líne a thrasnaíonn an y -ais ag $(0, 2)$?

(ii) Cén líne a thrasnaíonn an x -ais ag $(5, 0)$?

(iii) Bain úsáid as fánaí an dá líne le fiosrú an bhfuil na línte ingearach lena chéile.

(iv) Scríobh síos achar an triantáin a dhéanann an líne $3x + 5y - 15 = 0$, an x -ais agus an y -ais.





10. Téann gach ceann de na línte seo tríd an mbunphointe (0, 0).

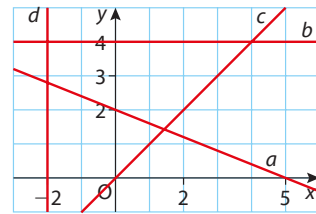
I gcás gach ceann de na línte, roghnaigh x -luach agus ansin faigh an y -luach comhfhreagrach. Uaidh sin, tarraing gach ceann de na línte ar léaráid ar leith.

- (i) $x - 2y = 0$ (ii) $x + 3y = 0$ (iii) $3x - y = 0$ (iv) $x - 4y = 0$.

11. Tá na línte a , b , c agus d le feiceáil sa léaráid ar dheis.

Meaitseáil gach líne le ceann de na cothromóidí seo:

- (i) $x = -2$
(ii) $x - y = 0$
(iii) $2x + 5y = 10$
(iv) $y = 4$



12. (i) Fíoraigh go bhfuil (2, -5) ar an líne $2x + y + 1 = 0$.

(ii) Fíoraigh go bhfuil (2, -3) ar an líne $y = x - 5$.

(iii) Léirigh nach bhfuil (-3, 1) ar an líne $x - 3y + 1 = 0$.

(iv) Fiosraigh an bhfuil (2, 0) ar an líne $2x - y + 3 = 0$.

13. Léirigh go bhfuil (-3, 1) ar an líne $2x + 4y + 2 = 0$.

14. Má tá an pointe (1, 4) ar an líne $2x + y + k = 0$, faigh luach k .

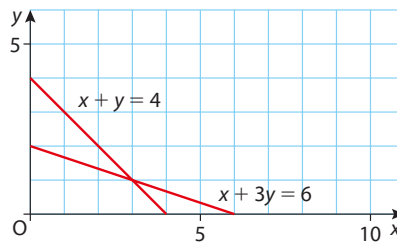
15. Má tá (2, -3) ar an líne $x + ky + 7 = 0$, faigh luach k .

16. (i) Faigh luach k má tá an pointe (3, 1) ar an líne $2x + ky - 8 = 0$.

(ii) Má tá (1, t) ar an líne $y = 2x + 3$, faigh luach t .

Mír 3.9 Pointe trasnaithe dhá líne

Tá sceitse de na línte $x + y = 4$ agus $x + 3y = 6$ le feiceáil thíos.



Is féidir pointe trasnaithe an dá líne a léamh ón léaráid.

Is é (3, 1) an pointe sin.

Pointe trasnaithe aon dá líne, is féidir é a fháil ach na línte a sceitseáil ar ghreille, agus an pointe trasnaithe a léamh ón ngreille sin.

Ach is fusa teacht ar an bpointe trasnaithe ach leas a bhaint as cothromóidí comhuaineacha, mar a dhéantar sa sampla seo a leanas.

Is féidir úsáid a bhaint as cothromóidí comhuaineacha chun pointe trasnaithe dhá líne a fháil.



Sampla 1

Bain úsáid as cothromóidí comhuaineacha chun teacht ar phointe trasnaithe na línte

$$x + y = 5 \quad \text{agus} \quad 2x - y = 4.$$

$$x + y = 5 \dots \textcircled{1}$$

$$2x - y = 4 \dots \textcircled{2}$$

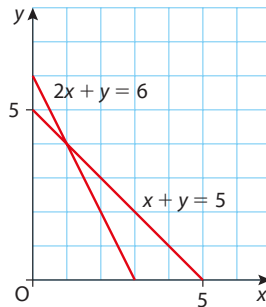
$$\text{Suimiú: } 3x = 9 \Rightarrow x = 3$$

$$\text{De réir } \textcircled{1}: 3 + y = 5 \Rightarrow y = 2$$

\therefore is é (3, 2) an pointe trasnaithe.

Cleachtadh 3.9

1. Sceitseáil na línte $x + y = 5$ agus $x + 4y = 8$ ar an aon léaráid amháin. Úsáid do sceitse chun pointe trasnaithe an dá líne a aimsiú.
2. Tá sceitse de na línte $2x + y = 6$ agus $x + y = 5$ le feiceáil thíos.



Úsáid an sceitse chun pointe trasnaithe an dá líne a aimsiú.

Anois bain úsáid as cothromóidí comhuaineacha chun do fhreagra a fhíorú.

Úsáid cothromóidí comhuaineacha chun teacht ar phointe trasnaithe na bpéirí línte seo a leanas:

3. $x + y = 5$
 $2x - y = 1$

4. $x - y = 2$
 $2x + y = 7$

5. $2x + 5y = 1$
 $x - 3y = -5$

6. $x + 2y = -1$
 $2x - 3y = -9$

7. $x + 3y = 7$
 $2x - y = -7$

8. $x - 7y = 4$
 $3x - y = -8$

9. $2x - 3y = 4$
 $2x + 3y = -8$

10. $3x - 2y = 17$
 $4x + 3y = 0$

11. $x + 3y = 13$
 $2x + 5y = 21$

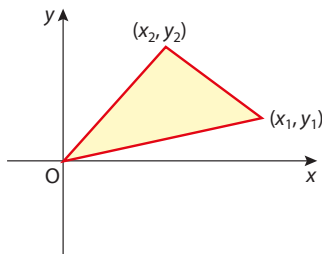
- 12.** Bain úsáid as cothromóidí comhuaineacha lena fhíorú go dtrasnaíonn na línte

$$2x + 3y = 12 \quad \text{agus} \quad 3x - 4y = 1$$

a chéile ag an bpointe (3, 2).

Mír 3.10 Achar triantáin

Tá triantán sa léaráid thíos arb iad seo na reanna air: $(0, 0)$, (x_1, y_1) agus (x_2, y_2) .



Seo mar a fhaightear achar an triantáin sin:

$$\frac{1}{2} |x_1 y_2 - x_2 y_1|$$

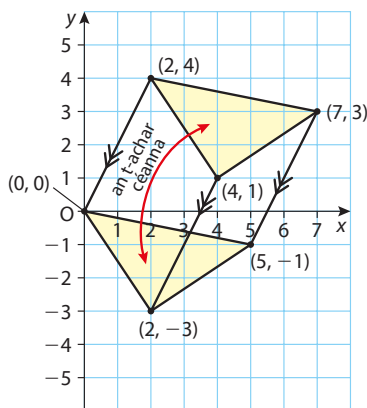
Cuireann an dá líne cheartingearacha $| \quad |$ in iúl go nglacfaimid le luach deimhneach an fhreagra amháin.

Sampla 1

Faigh achar an triantáin a bhfuil na reanna $(0, 0)$, $(-2, 1)$ agus $(3, 4)$ air.

$$\begin{aligned} \text{Achar} &= \frac{1}{2} |x_1 y_2 - x_2 y_1| && \begin{matrix} (x_1, y_1) & (x_2, y_2) \\ \downarrow & \downarrow \\ (-2, 1) & (3, 4) \end{matrix} \\ &= \frac{1}{2} |(-2)(4) - (3)(1)| \\ &= \frac{1}{2} |-8 - 3| \\ &= \frac{1}{2} |-11| \\ &= 5\frac{1}{2} \text{ aonad cearnach} \end{aligned}$$

Nóta: Mura bhfuil ceann ar bith de reanna an triantáin ag an mbunphointe, ní mór an triantán a aistriú (a bhogadh) chun go mbeidh ceann de na reanna ag $(0, 0)$.



$$\begin{aligned} \text{Bíodh } (2, 4) &\rightarrow (0, 0) \\ (7, 3) &\rightarrow (5, -1) \\ (4, 1) &\rightarrow (2, -3) \end{aligned}$$

Anseo bainimid 2 ó gach x-luach agus 4 ó gach y-luach i gcás gach ceann de na pointí.

Sampla 2

Faigh achar an triantáin a bhfuil na reanna $(2, 4)$, $(-3, 1)$ agus $(3, -5)$ air.

$$\begin{aligned} \text{Bíodh } (2, 4) &\rightarrow (0, 0) \\ (-3, 1) &\rightarrow (-5, -3) \\ (3, -5) &\rightarrow (1, -9) \end{aligned}$$

Anseo bainimid 2 de gach x -luach agus 4 de gach y -luach.

$$\begin{aligned} \text{Achar an triantáin} &= \frac{1}{2} |x_1 y_2 - x_2 y_1| \\ &= \frac{1}{2} |(-5)(-9) - (1)(-3)| \\ &= \frac{1}{2} |45 + 3| \\ &= \frac{1}{2} |48| \\ &= 24 \text{ aonad cearnach} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{cc} (x_1, y_1) & (x_2, y_2) \\ \downarrow & \downarrow \\ (-5, -3) & (1, -9) \end{array}$$

Cleachtadh 3.10

1. Faigh achar an triantáin a bhfuil na reanna seo air:

- | | |
|--|--|
| (i) $(0, 0)$, $(2, 1)$, $(3, 4)$ | (ii) $(0, 0)$, $(5, 1)$, $(3, 6)$ |
| (iii) $(0, 0)$, $(-2, 3)$, $(1, -4)$ | (iv) $(0, 0)$, $(3, 4)$, $(-2, -6)$ |
| (v) $(2, -1)$, $(-2, 4)$, $(0, 0)$ | (vi) $(0, 0)$, $(6, 0)$, $(-2, 3)$. |

2. Is iad $A(2, 3)$, $B(-5, 1)$ agus $C(3, 1)$ na reanna ar thriantán.

Bain úsáid as an aistriú $A(2, 3) \rightarrow (0, 0)$, agus faigh íomhánna B agus C de réir an aistrithe sin. Uaidh sin, faigh achar an triantáin ABC.

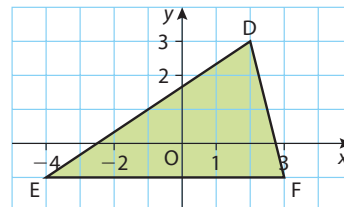
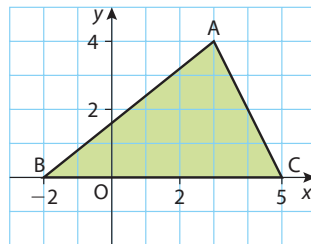
3. I gcás gach ceann de na triantáin seo, aistrigh ceann de na reanna go $(0, 0)$.

Ansin faigh achar an triantáin.

- | | |
|---|---|
| (i) $(2, 3)$, $(5, 1)$ agus $(2, 0)$ | (ii) $(-2, 3)$, $(4, 0)$ agus $(1, -4)$ |
| (iii) $(-2, 1)$, $(3, 6)$ agus $(0, -3)$ | (iv) $(5, 1)$, $(2, -3)$ agus $(7, 1)$. |

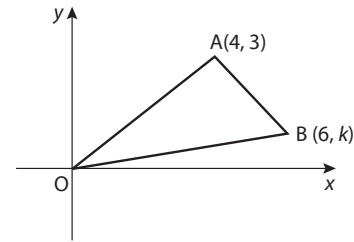
4. Is ionann achar triantáin agus *leath fhad an bhoinn agus é iolraithe faoin airde ingearach*.

Bain úsáid as an méid sin chun achar gach ceann de na triantáin thíos a fháil.





5. Is iad $A(0, 0)$, $B(4, -1)$, $C(2, 3)$ agus $D(-2, 4)$ na reanna ar cheathairshleasán. Roinn an ceathairshleasán ina dhá thriantán, ABC agus ACD , agus uaidh sin, faigh achar an cheathairshleasáin.
6. Faigh achar an cheathairshleasáin arb iad $A(0, 0)$, $B(2, -3)$, $C(4, 0)$ agus $D(0, 4)$ na reanna air.
7. Trasnaíonn an líne $2x - y - 4 = 0$ an x -ais ag A agus an y -ais ag B . Faigh achar an $\triangle OAB$, nuair is é O an bunphointe.
8. Faigh achar an triantáin a bhfuil na reanna $(0, 0)$, $(1, 3)$ agus $(2, 6)$ air. Cén tátal is féidir a bhaint as do fhreagra?
9. Más é 7 n-aonad chearnacha achar an triantáin ar dheis, faigh luach k .

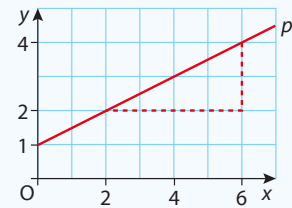


Cuir triail ort féin 3

1. Is dhá phointe ar an bplána iad $A(-1, 4)$ agus $B(2, 5)$.
Faigh (i) $|AB|$ (ii) fána AB .
2. Is é $(1, 2)$ an pointe P agus is é $(-2, 6)$ an pointe Q .
(i) Breac P agus Q ar ghraifpháipéar.
(ii) Faigh fána PQ .
(iii) Faigh cothromóid PQ .
3. Is é $y = 2x - 4$ cothromóid líne áirithe.
(i) Scríobh síos fána na líne sin.
(ii) Cén pointe ag a dtrasnaíonn an líne an y -ais?
(iii) Cén pointe ag a dtrasnaíonn an líne an x -ais?
(iv) Cén fhána atá le líne ar bith atá ingearach le $y = 2x - 4$?
4. (i) Fíoraigh go bhfuil an pointe $(2, 3)$ ar an líne $2x - 3y + 5 = 0$.
(ii) Má tá an pointe $(1, k)$ ar an líne $2x - 3y + 7 = 0$, faigh luach k .
5. Is dhá phointe ar an bplána iad $A(-3, 1)$ agus $B(3, 9)$.
(i) Faigh M , lárphointe $[AB]$.
Cén ais ar a bhfuil M ?
(ii) Faigh fána AB .
(iii) Faigh fána líne ar bith atá ingearach le AB .
(iv) Anois faigh cothromóid na líne a ghabhann tríd an mbunphointe agus atá ingearach le AB .

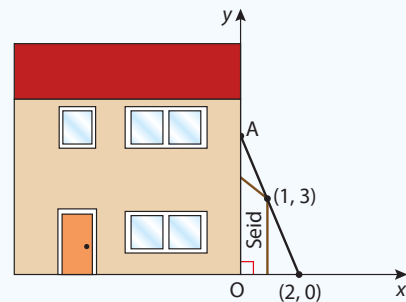


6. Bain úsáid as an ngrille ar dheis chun fána na líne p a aimsiú.
Anois scríobh síos cothromóid p san fhoirm $y = mx + c$.



7. Is é ℓ an líne $y - 6 = -2x - 2$.
- Scríobh síos fána ℓ .
 - Fíoraigh gur pointe ar ℓ é $(1, 2)$.
 - Trasnaíonn ℓ an y -ais ag T.
Faigh comhordanáidí T.
 - Tarraing an líne ℓ ar léaráid chomhordanáideach.
8. Is é $x - 2y + 10 = 0$ cothromóid na líne k .
- Fíoraigh go bhfuil $T(2, 6) \in k$.
 - Faigh fána k .
 - Faigh cothromóid na líne a bhfuil T uirthi agus atá ingearach leis an líne k .
9. (i) Má tá an líne $2x + y - 7 = 0$ comhthreomhar leis an líne $4x + ky - 3 = 0$, faigh luach k .
(ii) Trasnaíonn an líne $2x + 3y - 6 = 0$ an x -ais ag A agus an y -ais ag B.
Faigh comhordanáidí A agus B agus uaidh sin, faigh achar an triantáin OAB, nuair is é O an bunphointe.

10. Chun an fhuinneog thuas staighre ar thaobh tí a ghlanadh, ní mór an dréimire a leagan síos sa chaoi is go dteagmhaíonn sé le himeall na seide, mar a léirítear sa léaráid. Seasann na comhordanáidí do na faid ó O ina méadair, sna treonna x agus y mar a fheictear sa léaráid. Faigh (i) cothromóid líne an dréimire
(ii) airde an phointe A a bhfuil barr an dréimire leagtha ina choinne
(iii) fad an dréimire ina mhéadair, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.

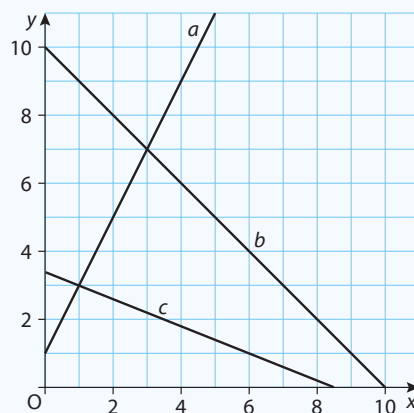


11. Is é ℓ an líne $x - 2y + 2 = 0$.
Is é m an líne $3x + y - 8 = 0$.
Úsáid cothromóidí comhuaineacha chun comhordanáidí P a fháil, is é sin pointe trasnaithe ℓ agus m .
12. Tá fána -2 leis an líne ℓ agus gabhann sí tríd an bpointe $(3, 6)$.
- Faigh cothromóid ℓ .
 - Faigh comhordanáidí na bpointí ag a dtrasnaíonn an líne an x -ais agus an y -ais.
 - Faigh achar an triantáin a dhéantar as ℓ , an x -ais agus an y -ais.
13. (i) Faigh cothromóid na líne dírí a ghabhann trí $(0, 1)$ agus $(3, 7)$.
(ii) Is é $y = 7 - 2x$ an chothromóid atá ag líne eile.
Gan an dá líne a tharraingt, mínigh cén chaoi ar féidir a dhéanamh amach cé acu atá an líne sin ingearach leis an líne i gcuid (i) nó nach bhfuil.



14. Tá na trí líne a , b agus c ar an ngraf ar dheis.

- (i) Cé acu lín(t)e a bhfuil fánaí diúltacha leo?
- (ii) Bain úsáid as an ngreille chun fána na líne a a fháil.
- (iii) Luaigh gach ceann de na línte le ceann de na cothromóidí seo:
 - D: $y = 2x + 1$
 - E: $x + y = 10$
 - F: $2x + 5y = 17$.



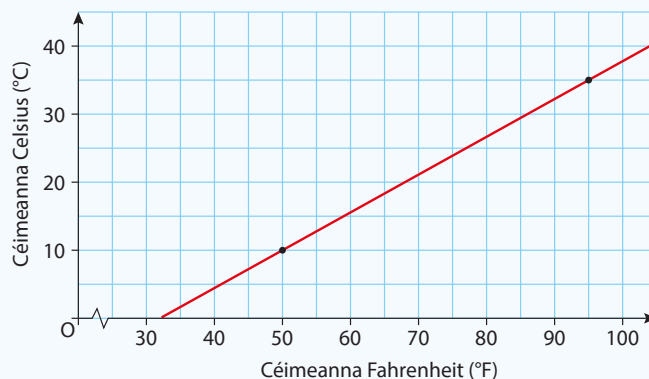
15. Is é p an líne $3x + 2y + c = 0$.

- (i) Más pointe ar p é $(3, -1)$, faigh luach c .
- (ii) Tá an líne q comhthreomhar le p agus gabhann sí tríd an bpointe $(-2, 5)$.
Faigh cothromóid q .

16. Is trí phointe iad $A(4, 2)$, $B(-2, 0)$ agus $C(0, 4)$.

- (i) Cruthaigh go bhfuil AC ingearach le BC .
- (ii) Léirigh go bhfuil $|AC| = |BC|$.
- (iii) Faigh achar an triantáin ABC .

17. Léiríonn an graf líneach thíos an gaol idir céimeanna Celsius agus céimeanna Fahrenheit.



Bain úsáid as an ngraf chun na coinbhéartuithe seo a dhéanamh (garmheastacháin a bheidh sna freagraí):

- (i) 35°C go Fahrenheit
- (ii) 15°C go Fahrenheit
- (iii) 50°F go Celsius
- (iv) 100°F go Celsius.

Bain úsáid as an dá phointe atá marcáilte ar an ngraf chun cothromóid na líne a fháil san fhoirm $ax + by + c = 0$.



Achoimre ar na príomhphointí...

Le haghaidh aon dá phointe $A(x_1, y_1)$ agus $B(x_2, y_2)$:

1. **Fad [AB]** $= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

2. **Lárphointe [AB]** $= \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$

3. **Fána AB(m)** $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\text{an difríocht idir na } y\text{-luachanna}}{\text{an difríocht idir na } x\text{-luachanna}}$

Cothromóid líne

An líne $y = mx + c$, tá fána m léi agus trasnaíonn sí an y -ais ag $(0, c)$.

Is é cothromóid na líne a bhfuil an pointe (x_1, y_1) uirthi agus a bhfuil fána m léi ná:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Línte comhthreomhara agus ingearacha

Má tá fána m_1 leis an líne ℓ agus má tá fána m_2 leis an líne k , ansin

1. tá ℓ comhthreomhar le k má tá $m_1 = m_2$.
2. tá ℓ ingearach le k má tá $m_1 \times m_2 = -1$.

Má tá fána $\ell = \frac{3}{4}$ agus má tá $\ell \perp k$, tá fána $k = -\frac{4}{3}$.

Línte a léiriú ar ghraf

Chun an líne $2x - 3y = 6$ a léiriú ar ghraf:

1. Bíodh $x = 0$ agus faigh an y -luach comhfhreagrach, i.e. $(0, -2)$.
2. Bíodh $y = 0$ agus faigh an x -luach comhfhreagrach, i.e. $(3, 0)$.
3. Tarraing líne trí $(0, -2)$ agus $(3, 0)$.

San fhoirm $y = a$ a bheidh cothromóid líne ar bith atá comhthreomhar leis an x -ais.

San fhoirm $x = b$ a bheidh cothromóid líne ar bith atá comhthreomhar leis an y -ais.

Ní bheidh téarma neamhspleách ar bith ag líne a théann tríd an mbunphointe, e.g. $x = 2y$.

Pointe trasnaithe dhá líne

Is féidir pointe trasnaithe dhá líne a fháil ach a gcothromóidí comhuaineacha a réiteach.

Achar triantáin

Is í seo an fhoirmle le haghaidh achar triantáin a bhfuil na reanna $(0, 0)$, (x_1, y_1) agus (x_2, y_2) air:

$$\text{Achar} = \frac{1}{2} |x_1 y_2 - x_2 y_1|.$$

Sonraí a Bhailiú agus Sampláil

caibidil

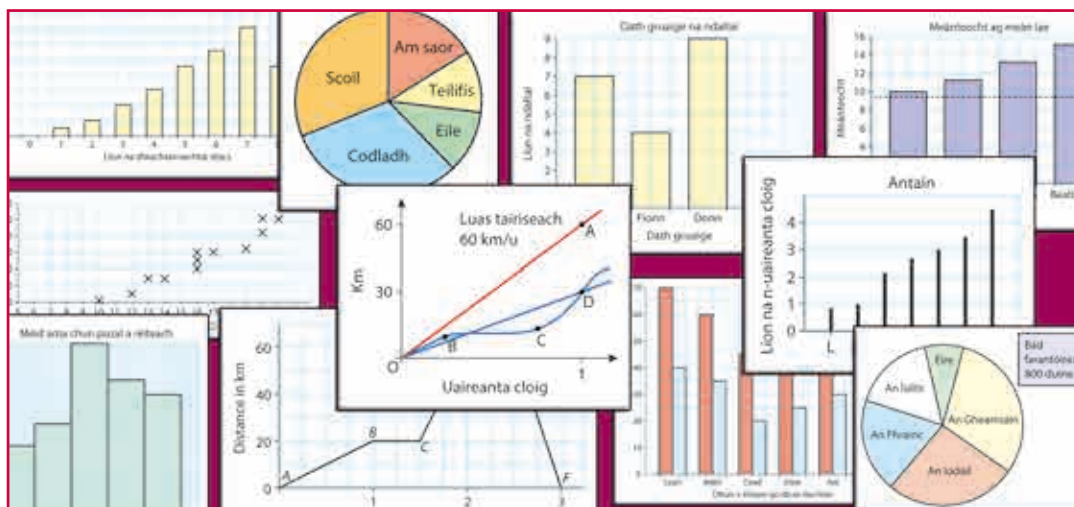
4

Focail thábhachtacha

| | | | | |
|---------------------|----------------|----------------|-------------------------|-------------------------|
| sonraí | uimhriúil | scoite | leanúnach | sonraí catagóireacha |
| sonraí oird | aonathráideach | dé-athráideach | sonraí príomhúla | |
| sonraí tánaisteacha | suirbhé | turgnamh | bileog bhailithe sonraí | |
| ceistneoir | freagróir | laofacht | daonra | sampla randamach simplí |

Réamhrá

Feictear cairteacha agus léaráidí cosúil leis na cinn thíos go rialta sna nuachtáin, in irisí agus ar an teilifís.



Baintear úsáid astu le fíricí, figiúirí agus eolas a chur i láthair ar bhealach atá éasca a thuiscint. **Sonraí** a thugtar ar an eolas a bhailítear, de ghnáth. An **staitistic** (nó an staidreamh) a thugtar ar an mbrainse sin den mhatamaitic a bhaineann le sonraí a bhailiú, a chur i láthair agus anailís a dhéanamh orthu.

Baineann an staitistic le

- › sonraí a bhailiú agus a chur ar taifead
- › sonraí a shórtáil agus a chur in eagar
- › sonraí a chur i láthair i bhfoirm cairteacha agus léaráidí
- › ríomhanna a dhéanamh agus meán staitistiúil oiriúnach a roghnú
- › brí agus tátal a bhaint as na torthaí.



Sa chaibidil seo tugtar tús eolais dúinn ar na cineálacha difriúla sonraí atá ann agus pléitear cuid de na modhanna a úsáidtear chun na sonraí sin a bhailiú.

Mír 4.1 Cineálacha sonraí

Cuir i gcás na ceisteanna seo a leanas:

- › ‘Cén mhéid i mbróga is coitianta ag daltaí an ranga seo?’
- › ‘Cé mhéad carr atá sa charrchlós?’
- › ‘Cá fhad a ghlac sé ar ghrúpa daoine crosfhocal áirithe a dhéanamh?’

Ní mór dúinn rud éigin a chomhaireamh nó a thomhas chun na ceisteanna sin a fhreagairt.

Is uimhir a bheidh mar fhreagra ar na ceisteanna sin ar fad, e.g.

méid 40 i mbróga; 134 carr; 26 nóiméad.

Sonraí **uimhriúla** a thugtar ar na sonraí sin ar féidir iad a chomhaireamh nó a thomhas mar gur uimhir a bhíonn sa fhreagra. Tá sonraí uimhriúla de dhá chineál ann, **sonraí scoite** agus **sonraí leanúnacha**.

Sonraí scoite

Sonraí scoite a thugtar ar shonraí atá teoranta do luachanna faoi leith.

Seo a leanas roinnt samplaí de **shonraí scoite**:

- › Líon na gcúl a scóráil foireann peile Dé Sathairn
- › Líon na ndeasc i seomraí ranga na scoile
- › Na marcanna a baineadh amach i scrúdú.

Sonraí leanúnacha

Déantar **sonraí leanúnacha** a thomhas ar scála éigin faoi leith agus is féidir luach ar bith ar an scála sin a bheith orthu.

Seo a leanas roinnt samplaí de **shonraí leanúnacha**:

- › Airde na ndaltaí sa rang
- › Luas na gcarranna agus iad ag dul thar áit faoi leith ar an mbóthar
- › An méid ama a ghlac sé ar dhuine rás 100 méadar a rith

Sampla 1

I gcás gach ceann de na cineálacha sonraí seo a leanas, scríobh síos cé acu sonraí scoite nó sonraí leanúnacha atá iontu.

- Líon na mbonn airgid atá i do phóca
- Líon na dticéad a díoladh le haghaidh ceolchoirme
- an méid ama a ghlac sé ar dhuine míreanna mearaí a chur le chéile
- meáchain na ndaltaí sa rang
- méideanna i ngúnaí.

(i) scoite (ii) scoite (iii) leanúnach (iv) leanúnach (v) scoite



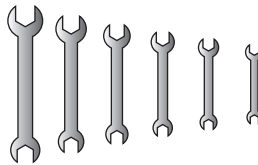
Cleachtadh 4.1

- Abair cé acu sonraí scoite nó sonraí leanúnacha atá sna samplaí seo a leanas:
 - Líon na seomraí i ngach teach ar shráid faoi leith
 - Líon na ndlúthdhioscaí a díoladh i siopa ceoil
 - Meáchain na n-uibheacha i mbosca
 - Méideanna i mbróga
 - Líon na gciliméadar a taistealaíodh ar lítear amháin peitрил.

- Tógann sé 22 nóiméad ar Nóra fadhb mhatamaitice a réiteach. An athróg scoite nó athróg leanúnach atá sna 22 nóiméad sin? Mínigh do fhreagra.

Athróg a thugtar ar rud a dhéantar a thomhas nó a bhreathnú.

- Comhaireann meicneoir na huirlisí atá sa bhosca aige. An sonraí scoite nó sonraí leanúnacha atá san eolas sin? Mínigh do fhreagra.



- Tá Seán ag féachaint ar charr athlámhe. Tá spéis aige sna nithe seo a leanas:
 - Líon na ndoras sa charr
 - Líon na gcriosanna sábhála sa charr
 - Líon na gciliméadar a taistealaíodh sa charr.
 Abair cé acu athróg scoite nó athróg leanúnacha atá sna trí athróg sin.
- Bhreact Máire síos an méid ama a ghlac sé uirthi rás trastíre a rith, mar aon leis an rásuimhir a bhí ar a foléine. Abair cé acu athróg scoite nó athróg leanúnacha atá sa dá athróg sin.

- I gcás gach ceann de na cineálacha sonraí seo a leanas, scríobh síos cé acu sonraí scoite nó sonraí leanúnacha atá iontu.
 - Líon na mbonn airgid a fuair ceoltóir sráide lá amháin.
 - Fad bóthair.
 - Méideanna i léinte.
 - An teocht ag meán lae gach lá i mí Iúil.
 - Na marcanna a bhronn na moltóirí i gcomórtas.
 - Achar páirc áirithe.
 - Líon na gcnaipí ar roinnt léinte.

Teochtaí Meán Lae i mí Iúil

| Iúil 2011 | | | | | | |
|-----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| DOM | LUA | MÁI | CÉA | DÉA | AOI | SAT |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| | 17 | 16 | 18 | 18 | 18 | 17 |
| 7 | 19 | 20 | 22 | 22 | 21 | 22 |
| 14 | 22 | 23 | 24 | 23 | 23 | 24 |
| 21 | 24 | 23 | 24 | 24 | 25 | 23 |
| 28 | 25 | 25 | 24 | 25 | | |

- Deir Sinéad go bhfuil sí 16 bliana d'aois. Mínigh an chúis ar athróg *leanúnach* é an freagra sin cé go bhfuil an chuma air gur athróg *scoite* atá ann.





Mír 4.2 **Sonraí catagóireacha**

Má chuirtear an cheist ort 'Cén dath atá ar do charr?', ní luach uimhriúil a bheidh sa fhreagra. Ina ionad sin, bainfidh an freagra le grúpa nó le catagóir, gorm, dearg, dubh, nó bán mar shampla.

Sonraí catagóireacha a thugtar ar shonraí a bhaineann le grúpa nó le catagóir faoi leith.

Seo thíos roinnt samplaí de shonraí catagóireacha:

- › inscne (fireann / baineann)
- › an tír inar rugadh duine (Éire, an Fhrainc, an Spáinn, an Nigéir, ...)
- › an spórt is fearr le duine (sacar, iomáint, leadóg, cispheil, ...)

Sonraí oird a thugtar ar shonraí catagóireacha nuair atá ord faoi leith ag baint leis na catagóirí, mar shampla an chéad áit, an dara háit, an tríú háit, etc.

Is samplaí eile de shonraí oird iad:

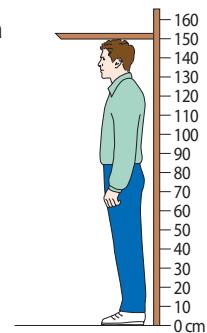
- › cineálacha tí (1 seomra leapa, 2 sheomra leapa, 3 sheomra leapa)
- › cé chomh minic is a théann daoine chuig cluichí peile (ní théann ar chor ar bith, uaireanta, go han-mhinic)
- › scálaí tuairimí (easaontaím go hiomlán, easaontaím, tá mé idir dhá chomhairle, aontaím, aontaím go hiomlán).

Sonraí aonathráideacha

Nuair a bhailítear **píosa amháin** eolais, mar shampla, ó gach ball de ghrúpa daoine, **sonraí aonathráideacha** a thugtar ar na sonraí a bhailítear.

Is samplaí iad seo a leanas de shonraí aonathráideacha:

- › dath na súl
- › fad slí ón scoil
- › airde ina ceintiméadair.



Sonraí dé-athráideacha

Sonraí péireáilte nó **sonraí dé-athráideacha** a thugtar ar shonraí ina mbíonn **dhá phársa** eolais, airde agus meáchan duine, mar shampla.

Is samplaí iad seo a leanas de shonraí dé-athráideacha:

- › líon na n-uaireanta cloig staidéir sa tseachtain agus na marcanna a baineadh amach i scrúdú
- › an aois atá ag carr agus an praghas atá uirthi
- › méid an innill i gcarr agus líon na gciliméadar a taistealaíodh ar lítear amháin díosail.

Dath gruaige agus inscne, is sampla de **sonraí catagóireacha dé-athráideacha** iad sin.

Líon na seomraí i dteach agus líon na bpáistí i dteach, is sampla de **sonraí scoite dé-athráideacha** iad sin.





Sampla 1

I gcás gach ceann de na tacair shonraí seo a leanas, scríobh síos cé acu sonraí uimhriúla nó sonraí catagóireacha atá i gceist:

- (i) méideanna na mbróg a dhíoltar i siopa
- (ii) dathanna na mbróg a dhíoltar i siopa
- (iii) na hábhair a dhéanann daltaí na hArdteistiméireachta i scoil faoi leith
- (iv) na marcanna a bhronn na moltóirí i gcomórtas díospóireachta
- (v) na cineálacha barr a fhástar ar fheirm
- (vi) achar an halla spóirt áitiúil.

- | | | |
|----------------|-------------------|--------------------|
| (i) uimhriúil | (ii) catagóireach | (iii) catagóireach |
| (iv) uimhriúil | (v) catagóireach | (vi) uimhriúil. |

Cleachtadh 4.2

1. Abair cé acu sonraí uimhriúla nó sonraí catagóireacha atá sna samplaí seo a leanas:

- (i) Líon na rothar a dhíol siopa faoi leith le linn seachtain faoi leith
- (ii) Dathanna na gcarranna a dhíol garáiste an mhí seo caite
- (iii) Líon na gcapall a bhí páirteach sna 6 rás lá rásaíochta capall
- (iv) An spórt is fearr le gach dalta i scoil faoi leith.

2. Cheannaigh Siobhán gúna nua.

- Scríobh sí síos
- (i) dath an ghúna
 - (ii) líon na gcnaipí ar an ngúna
 - (iii) fad an ghúna.

I gcás gach ceann de na cineálacha sonraí sin, scríobh síos cé acu sonraí uimhriúla nó sonraí catagóireacha atá i gceist.

Cé acu de na trí cinn ar sonraí scoite iad?

3. An sonraí péireáilte atá sna samplaí seo a leanas?

- (i) Dathanna na léinte atá ar díol ar sheastán
- (ii) Fuilghrúpa agus airde gach duine i ngrúpa daltaí
- (iii) Líon na ndeartháireacha atá ag gach dalta sa rang, agus aois na ndeartháireacha sin.
- (iv) Aoiseanna na ndaoine a bhfuil cónaí orthu ar an tsráid chéanna liom féin.

4. *Líon na gcathaoireacha i seomra ranga agus líon na bpáistí sa rang.*

Is sampla sin de shonraí scoite péireáilte.

Scríobh síos dhá shampla eile den chineál sin sonraí.

5. *An méid plúir agus uibheacha atá de dhíth chun ciste a dhéanamh.*

- (i) Mínigh cén fáth ar sonraí péireáilte iad sin.
- (ii) Cén chuid de na sonraí sin atá scoite?
- (iii) Cén chuid de na sonraí sin atá leanúnach?





6. Cuireadh gach imreoir sacair a imríonn sa phríomhroinn i dtír faoi leith san Eoraip i gcatagóirí bunaithe ar aois na n-imreoirí agus ar an tír inar rugadh iad. Cóipeáil agus críochnaigh an abairt seo a leanas: Is sonraí péireáilte iad seo; sonraí atá sa chéad chuid agus sonraí atá sa dara cuid.
7. Breacann dochtúir síos eolas faoina cuid othar.
Seo thíos na hathróa a úsáideann sí:
(i) an dath atá ar shúile an othair
(ii) airde agus meáchan an othair
(iii) an méid i mbróga a chaitheann an t-othar
(iv) fuilghrúpa an othair.
Abair cé acu (a) athróg chatagóireach, nó (b) athróg uimhriúil, í gach athróg.
Cé acu de na ceithre chineál sonraí ar sonraí scoite iad?
Déan cur síos iomlán ar chineál na sonraí a thugtar i gcuid (ii).
8. I gcás gach ceann de na ráitis seo a leanas, cé acu fíor nó bréagach atá sé?
Tabhair cúis le do fhreagra i ngach cás.
(i) Is sonra scoite é líon na bpócaí atá ar sheaicéad faoi leith.
(ii) Na cineálacha crann atá i bhforaois áirithe, is sonraí catagóireacha iad sin.
(iii) Na tíortha a dtéann daoine ar saoire chucu, is sonraí uimhriúla iad sin.
(iv) Líon na seomraí leapa i ngach teach ar an tsráid ar a bhfuil cónaí orm, is sonra catagóireach é sin.
(v) Aois an chrainn agus airde an chrainn sin, is sonraí dé-athráideacha iad sin.
(vi) Is sonra catagóireach é an mhí a rugadh na daltaí i do rangsa.
(vii) Líon na gcluichí a imríodh agus líon na gcúl a scóráladh, is sonraí dé-athráideacha agus scoite iad sin.
(viii) Meáchain na gcapall i rás agus an méid ama a ghlac sé ar na capaill an rás a rith, is sonraí dé-athráideacha agus leanúnacha iad sin.
9. Is minic a chuirtear carranna sna catagóirí seo a leanas: carranna beaga, carranna barainne, carranna teaghlaigh, carranna feidhmeannaigh, carranna sóchais.
Sin sampla de **shonraí oird**. Tabhair trí shampla eile de shonraí oird.

Mír 4.3 **Sonraí a bhailiú**

Déantar sonraí a bhailiú ar go leor cúiseanna agus ó go leor foinsí. Déanann comhlachtaí taighde margaidh le fáil amach cé na gnéithe dá gcuid táirgí a thaitníonn le daoine agus cé na gnéithe nach dtaitníonn, agus le fáil amach an dtaitneodh táirgí nua leo nó nach dtaitneodh. Déanann an rialtas daonáireamh ar an tír gach cúig bliana. Baineann rialtais áitiúla, údaráis oideachais agus eagraíochtaí eile úsáid as an eolas sin chun pleananna a leagan amach don am atá le teacht. Is féidir sonraí a bhailiú le suirbhéanna, le turgnaimh nó le hagallaimh agus ceistneoirí. Sula dtugann tú faoi shonraí a bhailiú, ní mór aidhm shoiléir a bheith agat. Ní mór cinneadh a dhéanamh ansin faoin gcineál sonraí atá le bailiú agus faoin modh is oiriúnaí agus is éifeachtaí chun na sonraí sin a bhailiú.



Is féidir na sonraí a bhailítear a roinnt ina dhá gcatagóir leathana, is iad sin, **sonraí príomhúla** agus **sonraí tánaisteacha**.

Sonraí príomhúla

Sonraí príomhúla a thugtar ar shonraí a bhailíonn eagraíocht nó duine agus é i gceist acu na sonraí sin a úsáid iad féin.

Bailítear sonraí príomhúla ar na bealaí seo a leanas de ghnáth:

- › ceistneoirí a úsáid
- › turgnaimh a dhéanamh
- › fiosrúcháin a dhéanamh
- › breathnú agus na torthaí a bhreacadh síos.

Sonraí tánaisteacha

Sonraí tánaisteacha a thugtar ar shonraí atá ar fáil cheana nó ar shonraí a bhailigh duine éigin eile ar chúis éigin eile.

Bailítear sonraí tánaisteacha

- › ar an idirlíon
- › ó staitisticí agus ó bhunachair sonraí atá foilsithe
- › ó tháblaí agus ó chairteacha i nuachtáin agus in irisí.



Tugtar thíos na buntáistí agus na míbhuntáistí a bhaineann leis an dá chineál sonraí.

| Sonraí | Buntáistí | Míbhuntáistí |
|----------------------------|---|---|
| Sonraí príomhúla | <ul style="list-style-type: none"> › Is féidir an t-eolas atá uait a bhailiú, agus an t-eolas sin amháin › Bíonn a fhios agat féin conas a bailíodh é › Bíonn a fhios agat féin cé uaidh ar bailíodh é | <ul style="list-style-type: none"> › Costasach › Glacann sé am |
| Sonraí tánaisteacha | <ul style="list-style-type: none"> › Níl sé costasach › Tá sé éasca an t-eolas a fháil | <ul style="list-style-type: none"> › Ní fios conas a bailíodh an t-eolas › B'fhéidir go bhfuil sé as dáta › B'fhéidir nach é an t-eolas sin go díreach atá ag teastáil |

Suirbhéanna

Bíonn suirbhéanna an-úsáideach chun sonraí a bhailiú, go háirithe sonraí a d'fhéadfadh a bheith pearsanta. Is iad na príomhbhealaí chun suirbhé a dhéanamh ná:

- › suirbhéanna poist ina gcuirtear ceisteanna ar dhaoine
- › agallaimh phearsanta ina gcuirtear ceisteanna ar dhaoine; baintear úsáid as an gcineál sin suirbhé go minic le haghaidh taighde margaidh.
- › suirbhéanna ar an nguthán; is ar an nguthán a dhéantar an t-agallamh sa chás sin
- › **breathnú**, lena n-áirítear monatóireacht ar iompraíocht nó ar eolas



| Modh an tsuirbhé | Buntáistí | Míbhuntáistí |
|---|--|--|
| Breathnú | Córasach agus meicniúil | Bíonn tionchar ag cúrsaí seachtracha ar an toradh |
| Agallamh pearsanta agus suirbhé ar an nguthán | Is féidir go leor ceisteanna a chur Ráta ard freagartha | Costasach Seans go mbeadh tionchar ag an agallóir ar na freagraí |
| Suirbhé poist | Ní bhaineann costas ró-ard leis Is féidir méid mór sonraí a bhailiú | Ní féidir ach cineálacha áirithe sonraí a bhailiú Ráta íseal freagartha |

Sampla 1

Tá fear gnó ag cuimhneamh ar ionad fóillíochta a thógáil i lár an bhaile. Tá sé ag iarraidh sonraí príomhúla a bhailiú chun cuidiú leis cinneadh a dhéanamh ar cheart dó an t-ionad fóillíochta a thógáil nó nár cheart. Cén modh bailithe sonraí ba cheart dó a úsáid?

D'fhéadfadh sé daoine a chur faoi agallamh nó suirbhé poist a réachtáil chun sonraí a bhailiú. Ba chóir an cheist seo a leanas a chur san áireamh i modh ar bith a úsáidtear: 'An mbainfeá féin úsáid as ionad fóillíochta dá mbeadh ceann sa cheantar seo?'

Turgnaimh

Bíonn turgnaimh an-úsáideach má tá tú ag iarraidh sonraí eolaíocha a bhailiú. Déanann comhlachtaí drugaí turgnaimh féachaint an bhfuil leas le baint as drugaí nua nó an mbaineann aon fho-iarmhairtí leo.

Nuair a dhéanann tú turgnamh is féidir **bileog bhailithe sonraí** a úsáid chun na torthaí a thairfeadh.

Feictear sa sampla thíos an turgnamh a rinne Máirtín le fáil amach an raibh an díslé a bhí aige cóir nó nach raibh:

Sampla 2

Tá díslé séthaobhach ag Máirtín. Caitheann sé san aer é 60 uair agus breacann sé síos na torthaí ar bhileog bhailithe sonraí.

Tá Máirtín ag súil leis go dtiocfaidh gach uimhir atá ar an díslé aníos 10 n-uaire. Is dóigh leis go bhfuil an díslé cóir mar gur tháinig na huimhreacha ar fad aníos 10 n-uaire, nó cóngarach go leor dó.

| Scór | Tairfead | Minicíocht |
|------|----------|------------|
| 1 | | 9 |
| 2 | | 11 |
| 3 | | 12 |
| 4 | | 9 |
| 5 | | 10 |
| 6 | | 9 |





Cleachtadh 4.3

1. Scríobh síos cé acu sonraí príomhúla nó sonraí tánaisteacha atá sna samplaí seo a leanas:
 - (i) Chomhair Dónal na carranna dearga a chuaigh thar gheata na scoile.
 - (ii) D'fhéach Sadhbh ar na taifid in ospidéal máithreachais féachaint cé mhéad leanbh a rugadh ann gach lá i mí na Nollag.
 - (iii) Chaith Micheál díslé san aer 100 uair agus bhreac sé síos na torthaí féachaint an raibh an díslé cóir.
 - (iv) Bhain Niamh úsáid as an idirlíon le fáil amach cé mhéad bonn óir a bhuaigh gach tír a ghlac páirt sna cluichí Oilimpeacha i mBéising.
2. Ba mhian le Cian agus le Caoimhín a thuar cé a bhuafaidh an tsraith sa sacar an bhliain seo chugainn. Féachann Cian ar na torthaí a bhí ann le 5 bliana anuas. Féachann Caoimhín ar na torthaí do na 5 bliana roimhe sin.
 - (i) Cén cineál sonraí atá siad a úsáid?
 - (ii) Cén duine a mbeidh na sonraí is iontaofa aige, dar leat, agus cén fáth sin?
3. Tá comhlacht milseán ag iarraidh barra seacláide nua a chruthú. Ar cheart dóibh sonraí príomhúla a bhailiú nó sonraí tánaisteacha a úsáid agus iad i mbun taighde margaidh? Tabhair cúis le do fhreagra.
4. Tá tasc le déanamh ag comhlacht dearthóireachta. Caithfidh siad iris nua do mhná óga a dhearadh agus a chur ar an margadh.
 - (i) Mínigh conas a d'fhéadfaidís úsáid a bhaint as sonraí príomhúla agus as sonraí tánaisteacha araon, agus cén fáth?
 - (ii) Luaigh modh amháin chun sonraí príomhúla a bhailiú.
5. Rinne gníomhaireacht de chuid an rialtais suirbhé féachaint cén céatadán de litreacha a bhain ceann scríbe amach an lá i ndiaidh iad a chur sa phost. Is ar dheich ngnólacht i lár chathair Bhaile Átha Cliath a rinneadh an suirbhé.
 - (i) An dóigh leat go mbeadh torthaí an tsuirbhé sin ag teacht le torthaí an tsuirbhé chéanna dá ndéanfaí i gContae Chiarraí é?
 - (ii) An sonraí príomhúla nó sonraí tánaisteacha a bheadh sna sonraí a bhaileofaí?

Mír 4.4 Ceistneoirí

Is é is **ceistneoir** ann ná liosta ceisteanna a úsáidtear le sonraí a bhailiú ó dhaoine.

Freagróirí a thugtar ar na daoine a fhreagraíonn ceistneoirí.

Tá dhá phríomhbhealach ann chun na ceisteanna a chur:

- Cuireann an t-agallóir na ceisteanna agus is eisean/ise a líonann isteach an ceistneoir.
- Tugtar an ceistneoir do na freagróirí agus iarrtar orthusan na freagraí a líonadh isteach iad féin.





Agus ceisteanna á scríobh agat do cheistneoir:

- › bí soiléir faoina dteastaíonn uait a fháil amach agus faoi na sonraí atá uait
- › cuir ceisteanna gairide simplí
- › tosaigh amach le ceisteanna simplí le spreagadh a thabhairt don duine atá ag tabhairt na bhfreagraí
- › cuir boscaí ar fáil do na freagraí nuair is féidir: Aontaím Ní aontaím
- › seachain ceisteanna a thugann ar dhaoine freagra faoi leith a thabhairt ar nós
'Nach n-aontófa go mbíonn i bhfad an iomarca spóirt ar an teilifís?'
nó 'An gceapann tú go n-íoctar an iomad airgid le himreoirí gairmiúla sacair?'
- › seachain ceisteanna pearsanta, ar nós ceisteanna a iarrann ainm, aois chruinn nó meáchan.

Ceisteanna ilfhreagraí

Bíonn sé an-úsáideach rogha freagraí a thabhairt agus an cheist 'Cén aois thú?' á cur agat.

Mar shampla:

Cuir tic leis an mbosca atá ag freagairt do d'aois féin:

Faoi 18 mbliana 18–30 31–50 Os cionn 50

Tabhair faoi deara nach bhfuil aon bhearnaí idir na haoisghrúpaí agus nach mbaineann ach freagra amháin le gach duine.

Scálaí tuairimí

Má bhaineann tú úsáid as scála tuairimí, is iondúil go mbíonn na freagraí a fhaigheann tú cruinnithe i lár an scála mar is minic nach maith le daoine freagraí atá ródhearfach nó ródhíultach a thabhairt.

Seo an chuma a bhíonn ar scála tuairimí de ghnáth:

Ní aontaím beag ná mór Ní aontaím Níl aon tuairim agam Aontaím Aontaím go mór

Bealach amháin lena chinntiú nach mbeidh na torthaí cruinnithe thart ar an lár is ea líon cothrom de roghanna a thabhairt ionas nach mbeidh aon rogha ann atá i lár an scála.

Uaireanta, iarrtar ar fhreagróirí pointe a mharcáil ar scála atá cosúil leis an gceann seo thíos.

Ní aontaím Aontaím

Arís eile, bíonn claonadh ann pointe a roghnú atá gar de lár an scála.



Laofacht a sheachaint

Agus sonraí á mbailiú agat, ní mór a chinntiú nach bhfuil an suirbhé nó an turgnamh **claonta** nó **laofa**. Má bhíonn laofacht ann, seans nach léireodh na sonraí a bhaileofaí an scéal go cruinn.

Sna boscaí thíos tá ceisteanna ba chóir a sheachaint mar go bhfuil siad **róscaoilte**, **róphearsanta**, nó go bhféadfaidís **tionchar a imirt** ar an bhfreagra.

Cé chomh minic is a imríonn tú leadóg?

Ó am go chéile Anois is arís Go minic

Bhainfeadh daoine difriúla bríonna éagsúla as na trí fhreagra ó *am go chéile*, *anois is arís* agus *go minic*.

Is maith le gnáthdhaoine dul ag snámh.

An maith leatsa dul ag snámh?

Is maith Ní maith

Is ceist í sin a spreagfadh freagra faoi leith agus dá bhrí sin d'fhéadfadh an toradh a bheith laofa. Níor chóir an chéad abairt a bheith ann in aon chor.

Ar ghoid tú earraí ón ollmhargadh riamh?

Ghoid Níor ghoid

Is beag duine a thabharfadh freagra macánta ar an gceist sin dá mbeidís i ndiaidh earraí a ghoid.

An aontaíonn tú go bhfuil an tAontas Eorpach mór go leor anois?

Aontaím Ní aontaím

Tugann an cheist seo le fios gurb é 'aontaím' an freagra ceart.

Tá sí **laofa**.

Nuair a thugann tú faoi shuirbhé nó faoi thurgnamh moltar i gcónaí tabhairt faoi shuirbhé píolótach ar dtús. Is é is suirbhé píolótach ann ná suirbhé a dhéantar ar scála an-bheag lena chinntiú go mbaileofar an t-eolas atá ag teastáil leis an leagan amach agus leis na ceisteanna atá roghnaithe.

Seachain ceisteanna **pearsanta**

ar nós:

'An bhfuil mórán oideachais ort?'

nó 'Cá bhfuil cónaí ort?'

Ba chóir go n-aithneofaí aon deacrachtaí a bhaineann le foclaíocht na gceisteanna agus leis na freagraí féideartha ar an dóigh sin.

Cleachtadh 4.4

1. Seo thíos liosta ceisteanna agus ráiteas. I gcás gach ceann díobh, scríobh síos an litir a fhreagraíonn don chineál freagra a d'úsáidfeá.

(a) Tá Níl Níl a fhios agam
(b) Aontaím Ní aontaím Níl a fhios agam
(c) 0 1 2 3 nó níos mó

- (i) Cé mhéad páiste atá i do theaghlach?
- (ii) An ball den Aontas Eorpach í an Bhulgáir?



- (iii) Déanann tobac dochar do do shláinte.
- (iv) Ba chóir do gach duine aclaíocht a dhéanamh ar feadh 30 nóiméad ar a laghad gach lá.

2. Teastaíonn ó Shíobhán a fháil amach céard a cheapann daoine faoin gComhaontas Glas. Tá sí ag iarraidh rogha a dhéanamh idir an dá cheist seo a leanas don cheistneoir.

(i) An maith leatsa an Comhaontas Glas?

Is maith Ní maith

(ii) An aontófá gurb é an Comhaontas Glas an páirtí is fearr?

D'aontóinn Ní aontóinn

Cén cheist ba chóir di a chur sa cheistneoir? Mínigh do fhreagra.

3. Ba mhian le Seosamh a fháil amach céard a cheapann daoine faoi sheirbhís na leabharlainne sa choláiste.

Seo a leanas cuid den cheistneoir atá scríofa aige:

C1. Cén t-ainm iomlán atá ort?

C2. Cé mhéad uair sa tseachtain a théann tú chuig an leabharlann?

Go minic Ó am go chéile Ní théim ann

(i) Cén fáth nár chóir dó C1 a chur sa cheistneoir?

(ii) Cad atá mícheart leis na roghanna a thugtar in C2?

4. Tá Bríd ag iarraidh ceistneoir a scríobh faoi aoiseanna daoine.

Tá sí chun an cheist seo a chur ann:

An bhfuil tú... óg? meánaosta? sean?

(i) Cad atá mícheart leis an gceist agus leis na freagraí?

(ii) Athscríobh na ceisteanna agus na freagraí le go mbeidh siad níos sásúla.

5. Teastaíonn ó Éilis a fháil amach céard a cheapann daoine faoi Fheidhmeannacht na Seirbhíse Sláinte. Seo a leanas cuid den cheistneoir atá scríofa aici.

C1. Cén dáta breithe atá agat?

C2. Nach n-aontófá go mbíonn ar dhaoine fanacht rófhada le hobráidí a fháil?

D'aontóinn Ní aontóinn

C3. Cé mhéad uair a chuaigh tú chuig an dochtúir anuraidh?

níos lú ná 5 huairé 5–10 n-uairé 10 n-uairé nó níos mó

(i) Cén fáth nár chóir di C1 a chur sa cheistneoir?

(ii) Cén fáth nach bhfuil C2 oiriúnach?

(iii) (a) Mínigh cén fáth nach bhfuil na freagraí ar C3 sásúil mar atá siad faoi láthair.

(b) Scríobh an cheist arís le go mbeidh sí níos oiriúnaí don cheistneoir.





6. Cé acu de na ceisteanna seo a leanas atá laofa, dar leat?
Scríobh síos litreacha na gceisteanna sin agus mínigh cén fáth a bhfuil siad laofa.
A: An ndeachaigh tú chuig an bpictiúrlann le mí anuas?
B: Tá sé tábhachtach torthaí a ithe. An itheann tusa torthaí?
C: Cé mhéad uair an chloig a chaitheann tú ag féachaint ar an teilifís gach seachtain?
D: I bhfianaise go dtarlaíonn líon mór timpistí bóthair lasmuigh den scoil seo, an dóigh leat gur chóir an luasteorainn a íslíú?
7. Abair cé acu atá an cheist seo ar dheis oiriúnach do cheistneoir nó nach bhfuil. Mura bhfuil, abair cén fáth agus athscríobh an cheist le go mbeidh sí níos oiriúnaí.
- Cé mhéad airgead póca a fhaigheann tú?
beagán roinnt a lán
8. Tá Caoimhe ag scríobh ceistneora chun eolas a bhailiú faoi mheáchan na ndaoine atá ag freastal ar an scoil chéanna léi. Fiafraíonn sí díobh:
Cén meáchan atá tú?
(i) Mínigh cén fáth nach ceist mhaith í sin.
(ii) Scríobh síos ceist níos fearr agus bíodh roinnt boscaí freagartha ag gabháil léi.
9. Tabhair cúis amháin ar chóir ceisteanna A agus B thíos a athscríobh sula gcuirfí isteach i gceistneoir iad. Athscríobh an dá cheist mar a chuirfeá féin isteach i gceistneoir iad.
Ceist A: An bhfuil cónaí ort i gceantar ísealaicmeach nó i gceantar meánaicmeach?
Ceist B: Tá an chuma ar an scéal go bhfuil ag éirí thar barr leis an ollmhargadh nua. An dóigh leatsa go bhfuil?
10. Tá Stiofán ag déanamh suirbhé ar fhoirne peile. Scríobhann sé ceist amháin mar aon le boscaí freagartha:
(i) Tabhair na cúiseanna nár chóir do Stiofán an cheist a chur ar an tslí sin.
(ii) Scríobh amach ceist do Stiofán a bheadh níos oiriúnaí.
- Cé chomh minic is a fhéachann tú ar chluichí peile?
Ní fhéachaim orthu
Uair sa tseachtain
Nuair is féidir liom
11. Agus ceisteanna á n-ullmhú do shuirbhé faoi úsáid na leabharlainne, bhíothas ag smaoinemh ar na ceisteanna seo a leanas a úsáid. Mínigh cén fáth nach bhfuil na ceisteanna sásúil mar atá siad faoi láthair agus scríobh amach arís iad le go mbeidh siad níos oiriúnaí.
(i) An bhfuil mórán oideachais ort nó an bhfuil tú ar bheagán oideachais?
(ii) Cé chomh minic is a úsáideann tú an leabharlann?
(iii) Cé na cineálacha leabhar a léann tú?
12. Tá comhlacht guthán póca ag iarraidh suirbhé a dhéanamh. Is mian leo sonraí a fháil maidir le dáileadh aoise agus inscne na gcustaiméirí atá acu mar aon le cé chomh minic agus a úsáideann siad a gcuid gutháin phóca. Tá sé i gceist ag an gcomhlacht úsáid a bhaint as ceistneoir. Scríobh síos trí cheist, agus na freagraí a théann leo, a chuirfidh ar chumas an chomhlachta an suirbhé a dhéanamh.





13. Tá suirbhé á dhéanamh ag comhlacht taighde margaidh le fáil amach cé acu ar chaith formhór na nÉireannach a gcuid saoire in Éirinn, in áit eile san Eoraip nó in áit eile ar domhan, anuraidh. Is mian leo a fháil amach freisin ar fhan siad i lóistín féinfhrestail, in óstán nó an ndeachaigh siad ag campáil.

Scríobh **dhá** cheist a d'fhéadfaí a úsáid i gceistneoir chun teacht ar an eolas sin ar fad go héifeachtach.

14. Tá ar Niamh ceistneoir a chur le chéile le tabhairt do na daltaí 16 bliana d'aois atá ag freastal ar an scoil chéanna léi. Baineann an ceistneoir leis na poist pháirtaimseartha atá ag na daltaí sin. Caithfidh sí an t-eolas seo thíos a fháil amach:

- › Cén céatadán de na daltaí 16 bliana d'aois a bhfuil poist pháirtaimseartha acu?
- › An bhfuil post páirtaimseartha ag níos mó cailíní ná buachaillí?

Scríobh **dhá** cheist a d'fhéadfadh sí a chur sa cheistneoir.

15. Tá ceistneoir á ullmhú ag Pól.

Seo thíos péire de na ceisteanna atá sa cheistneoir sin.

- (a) An gcaitheann tú a lán ama ag féachaint ar an idirlíon?
- (b) Cén meáchan atá tú?
 - (i) Cad atá mícheart leis an dá cheist sin?
 - (ii) Athscríobh an dá cheist le go mbeidh Pól ábalta iad a chur sa cheistneoir.

16. Bhí Nóilín agus Caitriona ag déanamh suirbhé ar an mbia a itheann daoine i gceaintín na scoile.

Bhí an cheist seo ag Nóilín: 'Cén bia a itheann tú?'

Dúirt Caitriona nach raibh an cheist sin beacht go leor.

Scríobh síos dhá bhealach chun an cheist sin a fheabhsú.

17. Déan amach ceistneoir chun a fháil amach cén saghas laethanta saoire a bhí ag daoine anuraidh. Bíodh 6 cheist sa cheistneoir.

18. Táthar chun suirbhé a dhéanamh ar na nósanna léitheoireachta atá ag daoine. Mol cúig cheist a d'fhéadfaí a chur sa cheistneoir.

Mír 4.5 Sampláil

Abair gur iarradh ort a fháil amach an raibh an abairt seo a leanas fíor:

'In Éirinn, tá buachaillí atá 14 bliana d'aois níos airde ná cailíní atá 14 bliana d'aois.'

An dtomhaisfeá airde gach duine in Éirinn atá 14 bliana d'aois chun na torthaí do na buachaillí agus do na cailíní a chur i gcomparáid lena chéile? Ní bheadh sé éasca a leithéid sin a dhéanamh ós rud é go bhfuil thart ar 60,000 duine sa tír atá 14 bliana d'aois.

Sa chás seo, bainimid úsáid as an bhfocal **daonra** le cur síos a dhéanamh ar gach buachaill agus cailín in Éirinn atá 14 bliana d'aois. Sa staitistic, is ionann **daonra** agus gach duine nó gach rud a d'fhéadfaí a chur san áireamh san fhiosrúchán nó sa staidéar.





Nuair atá an daonra rómhór don staidéar, ní bhailímid eolas ná sonraí ach ó chuid éigin den daonra sin. **Sampla** a thugtar ar an ngrúpa sin sa staitistic.

Is é an cuspóir atá leis an tsampláil ná sonraí a bhailiú ó chuid éigin den daonra agus úsáid a bhaint as na sonraí sin chun teacht ar thuiscint ar an daonra ina iomláine.

Tá **méid** an tsampla tábhachtach. Má tá sé róbhéag, tharlódh nach mbeadh na torthaí iontaoifa. Má tá sé rómhór, tharlódh go nglacfaidh sé an iomarca ama na sonraí a bhailiú agus anailís a dhéanamh orthu.

Laofacht

Tá an sampla a roghnaíonn tú don staidéar an-tábhachtach go deo. Mura roghnaítear an sampla i gceart, d'fhéadfadh na torthaí a bheith **laofa**. Má tá **laofacht** i gceist, beidh na torthaí as alt agus ní thabharfaidh siad léargas soiléir duit ar an daonra ina iomláine.

D'fhéadfadh **laofacht** a bheith sa sampla ar na cúiseanna seo a leanas:

› Má roghnaíonn tú sampla nach dtugann léiriú ceart ar an daonra ina iomláine

Sampla Tá Cara ag déanamh suirbhé ar na tuairimí atá ag daoine faoin gcearrbhachas. Má sheasann sí lasmuigh de casino ag cur ceisteanna ar dhaoine agus iad ag dul isteach agus amach, beidh na torthaí laofa ós rud é go mbíonn na daoine sin ag cearrbhachas iad féin.

› Mura n-aithníonn tú an daonra ceart

Sampla Ba mhian le príomhoide scoile a fháil amach cad a cheapann daltaí faoi éidí scoile. Cuireann sí ceist ar 10 ndalta atá i mbliain na hArdteistiméireachta agus orthu sin amháin. D'fhéadfadh na torthaí a bheith laofa ós rud é nach mbeidh aon tuairimí san áireamh ó dhaltaí atá níos óige (ó bhliain 1 go bliain 5).

› Mura bhfreagraíonn daoine an suirbhé

A lán daoine a fhaigheann ceistneoirí tríd an bpost, ní thugann siad aon fhreagra orthu. Na daoine sin a thugann freagra orthu, tharlódh nach mbeadh léiriú cruinn sna freagraí a thugann siad ar an daonra ina iomláine.

› Má thugann daoine freagraí nach bhfuil macánta

Sampla 1

Tá Conchúr ag déanamh suirbhé féachaint an maith le muintir an bhaile a bheith ag féachaint ar spórt. Seasann sé lasmuigh den pháirc peile agus cuireann sé ceisteanna ar dhaoine agus iad ag dul isteach le féachaint ar chluiche. Scríobh dhá chúis nach sampla maith é an sampla atá roghnaithe aige.

- (i) Daoine a théann ag féachaint ar chluichí peile, taitníonn spórt leo de ghnáth; dá bhrí sin d'fhéadfadh an sampla a bheith laofa.
- (ii) Is mó fir ná mná a théann ag féachaint ar chluichí peile de ghnáth, agus dá bhrí sin d'fhéadfadh an suirbhé a bheith laofa ó thaobh inscne de.





Sampla randamach simplí

Bealach amháin chun laofacht a sheachaint i suirbhé is ea **sampla randamach simplí** a úsáid (nó **sampla randamach** mar a thugtar air de ghnáth).

I sampla randamach bíonn an seans céanna ann go roghnófaí duine ar bith den daonra atá i gceist. Ní mór samplaí randamacha a roghnú go cúramach.

Le **sampla randamach simplí** a roghnú, d'fhéadfaí uimhir a thabhairt do gach duine sa daonra agus uimhreacha a phiocadh ansin ar cheann de na bealaí seo a leanas:

- na huimhreacha a chur isteach i hata agus an méid acu atá de dhíth don sampla a tharraingt amach as ansin
- úsáid a bhaint as tábla d'uimhreacha randamacha
- úsáid a bhaint as gineadóir uimhreacha randamacha ar áireamhán nó ar ríomhaire

Sampla 2

Tá 5 thicéad do chluiche idirnáisiúnta sacair ag club sacair a bhfuil 80 ball ann. Déan cur síos ar dhá mhodh lena bhféadfaí 5 bhall a roghnú go randamach chun na ticéid sin a fháil.

Modh 1 Tugtar uimhir do gach ball agus scríobhtar an uimhir sin ar phíosa páipéir. Cuirtear na píosaí páipéir uile isteach i mbosca, meashtar go maith iad agus roghnaítear cúig phíosa páipéir amach astu. Na baill sin a bhfuil ceann de na cúig uimhir acu, is iadsan a fhaigheann na ticéid.

Modh 2 Seo thíos cuid de thábla d'uimhreacha randamacha:

| | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| 526338 | 127642 | 463919 | 394821 | 563271 |
| 265389 | 276153 | 584326 | 427534 | 307263 |

Ní mór uimhir dhá dhigit a thabhairt do gach duine den 80 ball. Tosaigh le 11 agus críochnaigh le 90. Ní mór dúinn cúig uimhir dhá dhigit a roghnú anois as na huimhreacha randamacha thuas. Ní mór do na huimhreacha sin a bheith idir 11 agus 90 (agus an dá uimhir sin san áireamh). Má thosaímid ag tús na chéad líne agus má roghnaímid uimhreacha dhá dhigit, faighimid:

52, 63, 38, 12, 76.

(Ná bac le huimhreacha atá níos mó ná 90 ná le huimhreacha a thagann aníos níos mó ná aon uair amháin.)

Na baill sin a bhfuil ceann de na cúig uimhir acu, is iadsan a fhaigheann na ticéid.



Bíonn áireamhán leictreonacha an-úsáideach chun uimhreacha randamacha a ghiniúint.

Más mian leat uimhreacha 3 dhigit a fháil, brúigh **SHIFT**, agus ansin brúigh **Ran #**.

Anois brúigh **=** agus déan neamhaird den phointe deachúlach.

Más é 0.107 an uimhir atá ar an scáileán, scríobh síos 107.

Brúigh **=** arís chun uimhir randamach eile a fháil.





Cleachtadh 4.5

1. Teastaíonn ó Dhara a fháil amach conas a théann daoine chun na hoibre gach lá. Cé acu de na grúpaí seo is oiriúnaí le ceisteanna a chur orthu?
A: Gach ceathrú duine ag stad an bhus.
B: Scata daoine ag am lóin.
C: Daoine agus iad ag teacht isteach déanach chun na hoibre.
2. Ba mhian le Méabh a fháil amach an dteastaíonn ó dhaoine go gcaithfeadh coirpigh tréimhsí níos faide i bpríosún. Cé acu de na grúpaí seo is oiriúnaí le ceisteanna a chur orthu?
A: Comhaltaí den Gharda Síochána.
B: Daoine ag cluiche peile.
C: Daoine a chaith tréimhse i bpríosún.
3. Tá Caitriona ag déanamh suirbhé féachaint cé chomh minic is a théann daoine chuig an bpictiúrlann agus cén córas taistil a úsáideann siad chun dul ann. Seasann sí lasmuigh den phictiúrlann agus cuireann sí ceisteanna ar dhaoine agus iad ag dul isteach. Tabhair cúis a bhféadfadh an sampla sin a bheith laofa.
4. Tá innealtóir contae ag déanamh suirbhé ar an trácht. Tá sé ag iarraidh a fháil amach cé chomh gnóthach is atá bóthar faoi leith. Gach lá, comhaireann sé na carranna a théann thar phointe áirithe idir 2 p.m. agus 3 p.m. Baineann sé úsáid as an eolas sin chun tuairisc a scríobh. Mínigh cén fáth a bhféadfadh an sampla sin a bheith laofa.
5. Teastaíonn ó Phádraigín a fháil amach cé chomh minic is a imríonn daoine spórt. Téann sí chuig an siopa spóirt áitiúil agus cuireann sí ceist ar na daoine a chastar uirthi ansin. Mínigh cén fáth a bhféadfadh an sampla sin a bheith laofa.
6. Tá Eibhlín ag déanamh staidéir ar nósanna siopadóireachta. Cuireann sí agallamh ar 50 bean ag an ollmhargadh áitiúil maidin Mháirt amháin. Tabhair trí chúis a bhféadfadh an sampla sin a bheith laofa.
7. Ba mhian le Máirín sampla de 500 duine fásta a roghnú ón mbaile ina bhfuil cónaí uirthi. Tá sí ag cuimhneamh ar na modhanna seo a leanas chun an sampla a roghnú:
Modh 1: Daoine a roghnú agus iad ag déanamh siopadóireachta i lár an bhaile maidin Sathairn.
Modh 2: Ainmneacha a roghnú go randamach ó chlár na dtoghthóirí.
Modh 3: Daoine a roghnú a bhfuil cónaí orthu ar na sráideanna in aice lena teach féin.
Cén modh díobh sin is fearr a thabharfaidh sampla nach bhfuil laofa?
Tabhair cúis le do fhreagra.
8. Seo thíos cuid de thábla d'uimhreacha randamacha. Bain úsáid as na huimhreacha seo chun sampla randamach simplí de chúigear a roghnú as daonra de 50 duine:

| | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 88715 | 59454 | 76218 | 59364 | 20641 |
| 57169 | 94386 | 27856 | 10856 | 35728 |



9. Ar dheis tá cairt ina dtugtar airde 30 páiste ina méadair chomh maith le hinscne na bpáistí sin.

- (i) Ón daonra sin de 30 páiste, roghnaigh sampla randamach de 5 pháiste. Bain úsáid as an tábla d'uimhreacha randamacha thíos chun é sin a dhéanamh.

| | | | |
|----|----|----|----|
| 55 | 18 | 62 | 23 |
| 10 | 83 | 12 | 22 |
| 55 | 23 | 52 | 11 |
| 27 | 19 | 29 | 43 |
| 93 | 86 | 46 | 14 |

Tosaigh leis an gcéad sraith d'uimhreacha. Scríobh síos airde agus inscne gach páiste sa sampla a roghnaigh tú.

- (ii) Roghnaigh an dara sampla de 5 pháiste. Bain úsáid as an tábla céanna d'uimhreacha randamacha, ach tosaigh leis an dara sraith. Scríobh síos airde agus inscne gach páiste sa sampla a roghnaigh tú.

| Páiste | Airde | Inscne | Páiste | Airde | Inscne |
|--------|-------|--------|--------|-------|--------|
| 01 | 1.43 | F | 16 | 1.25 | B |
| 02 | 0.98 | B | 17 | 0.89 | B |
| 03 | 1.24 | F | 18 | 1.62 | F |
| 04 | 0.87 | B | 19 | 1.20 | B |
| 05 | 1.10 | B | 20 | 1.53 | F |
| 06 | 1.15 | B | 21 | 1.60 | F |
| 07 | 1.29 | F | 22 | 1.23 | B |
| 08 | 0.94 | F | 23 | 1.44 | F |
| 09 | 1.00 | F | 24 | 1.30 | B |
| 10 | 1.21 | B | 25 | 1.00 | B |
| 11 | 1.53 | B | 26 | 1.54 | B |
| 12 | 1.43 | F | 27 | 1.12 | F |
| 13 | 1.27 | F | 28 | 0.98 | B |
| 14 | 1.24 | F | 29 | 1.06 | F |
| 15 | 1.42 | B | 30 | 1.25 | B |

10. Úsáid an eochair **Ran #** ar an áireamhán chun sampla randamach eile de 5 pháiste a roghnú ón gcairt i gceist 9 thuas.

11. Ní mór do Phól sampla de 100 ball a roghnú ón gclub spóirt. Scríobhann sé síos trí mhodh a d'fhéadfadh sé a úsáid chun an sampla a fháil.

- (i) Roghnaíonn sé ainmneacha go randamach ó liosta iomlán na mball atá i mbunachar sonraí an chlub.
(ii) Roghnaíonn sé na baill sin a imríonn ar fhoirne peile an chlub.
(iii) Roghnaíonn sé daoine éagsúla a úsáideann an club maidin Luain.

I gcás gach ceann de na modhanna sin, abair cé acu an bhféadfadh an sampla a bheith laofa nó nach bhféadfadh agus tabhair míniú ar do fhreagra.

12. Déan cur síos ar thrí bhealach chun sampla randamach simplí de 10 ndalta a roghnú i scoil a bhfuil 100 dalta ag freastal uirthi.

13. Tá 1000 dalta ar an scoil chéanna le Peadar. Roghnaíonn Peadar sampla de 50 dalta go randamach agus iarrann sé orthu suirbhé a líonadh isteach. Faigheann sé amach go léann 15 dhalta sa sampla irisí grinn.

Déan meastachán ar líon na ndaltaí sa scoil ar fad a léann irisí grinn.



Cuir triail ort féin 4

1. Abair cé acu sonraí uimhriúla nó sonraí catagóireacha atá sna samplaí seo a leanas:
 - (i) Imlínte na gcrann i gcoill.
 - (ii) Na cineálacha glasraí a fhástar ar fheirm.
 - (iii) An fhoireann rugbaí is fearr le múinteoirí na scoile.
 - (iv) An fad slí idir an baile agus an scoil.
 - (v) An tír inar rugadh duine.
 - (vi) An méid ama a ghlac sé ar dhuine rás trastíre a rith.
 - (vii) Na brandaí taos fiacla atá ar díol sna hollmhargaí.
2. Abair cé acu sonraí scoite nó sonraí leanúnacha atá sna sonraí seo a leanas:
 - (i) Líon na bhfuinneog i dtithe.
 - (ii) Líon na ndaltaí a chaitheann spéaclaí.
 - (iii) Meáchain na sútha talún i gciseog.
 - (iv) An méid ama a ghlac sé míreanna mearaí a chur le chéile.
 - (v) Líon na gcipíní i roinnt boscaí cipíní.
 - (vi) Fad an ábhair a úsáideadh chun cuirtíní a dhéanamh.
3. Abair cé acu sonraí príomhúla nó sonraí tánaisteacha atá sna samplaí seo a leanas:
 - (i) Comhaireamh ar na carranna cúlhaiste a théann thar gheata na scoile.
 - (ii) Féachaint ar thaifid le fáil amach cé mhéad duine a chuaigh trí Aerfort na Sionainne gach lá i mí an Mheithimh bliain amháin.
 - (iii) Glaoch a chur ar ollmhargaí agus ar shiopaí áitiúla le fáil amach cé mhéad a íocann siad san uair le hoibríthe páirtaimseartha.
 - (iv) Féachaint ar an idirlíon le fáil amach cé mhéad bonn a bhuaigh gach tír i gCluichí Oilimpeacha an Gheimhridh in Vancouver.
 - (v) Féachaint ar bhróisiúir do thurasóirí le fáil amach cén mheánteocht a bhí i gcathracha áirithe ag an meán oíche i mí an Mheithimh.
4. Abair cé acu sonraí aonathráideacha nó sonraí dé-athráideacha atá sna samplaí seo a leanas:
 - (i) na méideanna a chaitheann fir i léinte
 - (ii) líon na n-uaireanta cloig staidéir sa tseachtain agus na marcanna a baineadh amach i scrúdú eolaíochta
 - (iii) an teocht ag meán lae agus líon na n-uachtar reoite a díoladh
 - (iv) an méid airgead póca a fhaigheann na daltaí i do rangsa sa tseachtain
 - (v) an meáchan atá i mbeart agus an méid a chosnódh sé é a chur sa phost.
5. Maidir leis na ceisteanna nó na ráitis seo a leanas, cad é an bealach is fearr chun na sonraí a bhailiú? Roghnaigh A, B nó C ón mbosca.

| | |
|--|----------------------|
| A ceistneoir nó bileog bhailithe sonraí | |
| B turgnamh | C foinsé eile |

 - (i) Cén spórt is mó a bhféachann daltaí i do rangsa air?
 - (ii) Cé chomh minic is a théann daoine chuig an bpictiúrlann? Cé na laethanta a théann siad ann?
 - (iii) In Éirinn, cén céatadán de thimpistí gluasteáin a tharlaíonn idir 6 p.m. agus an meán oíche?
 - (iv) Teastaíonn ó Eoghan a sheiceáil an bhfuil díslé áirithe cóir.



- (v) Ba mhaith le Sorcha a fháil amach cé mhéad dalta sa rang atá in ann 100 méadar a rith faoi bhun 15 shoicind.
- (vi) Cé dóibh a dtabharfaidh daoine vóta sa chéad toghchán eile?
- (vii) Líon na n-uaireanta a fhaigheann duine scór dúbailte i gcluiche dairteanna.
- (viii) An méid a cheapann daoine faoin tseirbhís áitiúil bhus.
- (ix) Na háiteanna a dtéann daoine ar laethanta saoire an tsamhraidh.
- (x) Cén céatadán de thimpistí a tharlaíonn de bharr tiománaithe a bheith ar meisce?

6. Scríobhann Clíodhna ceistneoir le fáil amach an bhfuil daoine i bhfabhar cosc a chur ar thiomáint carranna i lár an bhaile.

- (i) Cén dá cheann de na pointí seo a leanas atá tábhachtach agus cinneadh á dhéanamh aici faoi na daoine ar chóir di ceist a chur orthu?
 - A Ceist a chur ar dhaoine a bhfuil cuma chairdiúil orthu.
 - B Ceist a chur ar dhaoine ag amanna difriúla den lá.
 - C Ceist a chur ar roinnt fear agus ar roinnt ban.
 - D Ceist a chur ar na chéad daoine a chastar uirthi.
- (ii) Cén dá cheann de na pointí seo a leanas atá tábhachtach agus an ceistneoir á scríobh aici?
 - A Ceisteanna béasacha a scríobh.
 - B A oiread ceisteanna a scríobh agus is féidir.
 - C Ceisteanna a scríobh do thiománaithe gluasteáin amháin.
 - D Ceisteanna a scríobh nach bhfuil freagraí fada ag teastáil lena bhfreagairt.

7. Tá Cáit ag déanamh suirbhé ar na nósanna féachana teilifíse atá ag daoine. Tá dhá cheist ar intinn aici don cheistneoir.

Ceist 1. An gceapann tú gur duine éirimiúil thú?

Ceist 2. Cén uair a fhéachann tú ar an teilifís?

- (i) Tabhair na cúiseanna nach bhfuil ceachtar den dá cheist sin oiriúnach.
- (ii) Athscríobh an dá cheist le go bhféadfaí iad a chur sa cheistneoir.

8. Scríobh síos dhá cheist do cheistneoir le fírinne na ráiteas seo a thástáil:

A: Is maith le formhór na ndaoine siopadóireacht a dhéanamh in ollmhargadh a bhfuil sé éasca páirceáil ann.

B: Is mó am a chaitheann páistí scoile ag féachaint ar an teilifís ná mar a chaitheann a dtuismitheoirí.

9. Rinneadh an ráiteas seo ar chlár teilifíse faoi chúrsaí sláinte.

- (i) Tá 584 dalta i scoil áirithe. De réir an chlár theilifíse sin, cé mhéad de na daltaí sin nach ndéanann aon aclaíocht lasmuigh den scoil?



- (ii) 'Téim chuig an ionad aclaíochta tar éis na scoile dhá uair sa tseachtain, arsa Clár. Déanann sí cinneadh suirbhé a dhéanamh féachaint cén aclaíocht a dhéanann daltaí eile lasmuigh den scoil. Scríobh síos **dhá** cheist arbh fhéidir léi a chur.





Achoimre ar na príomhphointí...

Cineálacha sonraí

Sonraí a bhailíonn tú féin, **sonraí príomhúla** a thugtar orthu.

Sonraí a fhaigheann tú ó thaifid atá ann cheana féin, **sonraí tánaisteacha** a thugtar orthu.

Tugtar **sonraí uimhriúla** ar na sonraí sin ar féidir iad a chomhaireamh nó a thomhas.

Bíonn luachanna faoi leith ag baint le **sonraí scoite**, méid i mbróga nó líon na gcúl a scóráiltear i gcluiche, mar shampla.

Is féidir le luach ar bith laistigh de raon luachanna a bheith ar **shonraí leanúnacha**. Is samplaí de shonraí leanúnacha iad meáchan, teocht agus airde.

Úsáidtear focail le cur síos a dhéanamh ar **shonraí catagóireacha**, dathanna, an bia is fearr le duine nó an tír inar rugadh duine, mar shampla.

Mír amháin eolais a bhíonn i gceist le **sonraí aonathráideacha**, dath gruaige, mar shampla.

Dhá mhír eolais a bhíonn i gceist le **sonraí dé-athráideacha**, airde páistí agus aoiseanna na bpáistí sin, mar shampla.

Ceistneoirí

Is é an sprioc atá le **suirbhé** ná sonraí príomhúla a bhailiú.

Bealach amháin chun sonraí príomhúla a bhailiú is ea **bileog bhailithe sonraí** nó ceistneoir a chur le chéile agus a scaipeadh.

Agus ceisteanna á scríobh agat do cheistneoir:

- Bí soiléir faoina dteastaíonn uait a fháil amach.
- Bíodh na ceisteanna chomh simplí agus is féidir.
- Ná cuir ceist ar bith a thabharfadh ar dhuine freagra faoi leith a thabhairt.
- Cuir boscaí ar fáil do na freagraí nuair is féidir.

Sampláil

Is ionann **daonra** agus gach duine nó gach rud a d'fhéadfaí a chur san áireamh i suirbhé nó i bhfiosrúchán faoi leith.

Is éard atá i **sampla** ná cuid den daonra a roghnaítear ar bhealach áirithe le go dtabharfaidh sé léiriú ar an daonra ina iomláine.

I **sampla randamach simplí** bíonn an seans céanna ag gach ball den daonra go roghnófaí é nó í.

Mura bhfuil léiriú cruinn ar an daonra ina iomláine sna sonraí a fhaightear ó shampla, d'fhéadfadh na torthaí a bheith **laofa**.



Focail thábhachtacha

figiúirí bunúsacha céatadán brabúis (nó caillteanais) comhréir dhíreach
 earráid choibhneasta earráid chéatadánach lamháltas
 cuimse íochtair cuimse uachtair cáin chomhlán creidmheas cánach
 muirear sóisialta uilíoch (MSU) ús iolraithe príomhshuim
 ráta coibhéiseach bliantúil (RCB) dímheas foirm chaighdeánach

Mír 5.1 Codáin – deachúlacha – figiúirí bunúsacha

1. Codáin

Cuirfidh an t-eolas thíos i gcuimhne duit cuid den obair a rinne tú agus cuid de na téarmaí a d’úsáid tú roimhe seo agus tú i mbun staidéir ar chodáin.

$$\frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

$\div 4$ (ar 12 agus 20)
 $\div 4$ (ar 3 agus 5)

Codáin **choibhéiseacha** a thugtar ar $\frac{12}{20}$ agus $\frac{3}{5}$.

Deirtear gurb é $\frac{3}{5}$ **an fhoirm is simplí** den chodán $\frac{12}{20}$.

Is féidir codáin a chur **in ord** ach iad a athscríobh mar chodáin choibhéiseacha a bhfuil comhainmneoir acu.

Is féidir smaoineamh ar chodán ar nós $\frac{3}{8}$ mar $3 \div 8$.

Bíonn áireamhán an-úsáideach chun codáin a athrú ina ndeachúlacha.

$$\frac{3}{8} = 3 \div 8 = 0.375$$

Sampla 1

- (i) Scríobh 125 méadar mar chodán de 1 km.
- (ii) Is ionann €360 agus $\frac{3}{7}$ de shuim airgid. Faigh an tsuim airgid.

(i) Tá 1000 méadar in 1 km.
 \therefore tá 125 m mar chodán de 1 km = $\frac{125}{1000} = \frac{1}{8}$

(ii) $\frac{3}{7} = €360$
 $\frac{1}{7} = €120$...roinn ar 3
 $\frac{7}{7} = €120 \times 7 = €840$
 \therefore is é €840 an tsuim airgid.



2. Deachúlacha

Tá an deachúil $2.347 = 2 + \frac{3}{10} + \frac{4}{100} + \frac{7}{1000}$.

Is féidir aon deachúil a iompú ina codán ar an gcaoi seo:

$$0.35 = \frac{35}{100} = \frac{7}{20}$$

Is luachanna coibhéiseacha iad 0.35 agus $\frac{7}{20}$.

Ní bhíonn **coibhéis dheachúlach** chruinn ag gach codán.

Tá an codán $\frac{2}{3} = 0.66666 \dots$

Deachúil athfhillteach a thugtar air sin mar athfhillteann ceann de na digití arís is arís eile.

Scríobhtar an deachúil $0.6666 \dots$ mar $0.\dot{6}$.

Ar an gcaoi chéanna, $\frac{2}{11} = 0.181818 \dots = 0.\dot{1}\dot{8}$.

Tá an deachúil $6.4837 = 6.484$, ceart go dtí 3 ionad de dheachúlacha.
= 6.48 , ceart go dtí 2 ionad de dheachúlacha.
= 6.5 , ceart go dtí 1 ionad amháin de dheachúlacha.

3. Figiúirí bunúsacha

Sa chás go raibh 34 176 duine i láthair ag cluiche peile faoi leith, bheadh sé réasúnta a rá gur 34 200 nó 34 000 duine a bhí i láthair.

Tá 34 200 ceart go dtí 3 fhiúir bhunúsacha.

Tá 34 000 ceart go dtí 2 fhiúir bhunúsacha.

Nuair a scríobhaimid slánuimhir ceart go dtí líon áirithe d'fhiúirí bunúsacha, ní chomhairimid na náideanna i ndeireadh na huimhreach, ach ní mór na náideanna sin a chur isteach sa toradh deiridh. Is fhiúir bunúsach é aon náid nach bhfuil i ndeireadh uimhreach.

Mar sin, tá $52\,764 = 52\,760$ ceart go dtí 4 fhiúir bhunúsacha
= $52\,800$ ceart go dtí 3 fhiúir bhunúsacha
= $53\,000$ ceart go dtí 2 fhiúir bhunúsacha
= $50\,000$ ceart go dtí 1 fhiúir bunúsach amháin.

Tá an uimhir $70\,425 = 70\,400$ ceart go dtí 3 fhiúir bhunúsacha.

Tabhair faoi deara gur fhiúir bunúsach atá sa náid atá idir 7 agus 4, ach nach fhiúirí bunúsacha iad an dá náid ag an deireadh.

Cuir i gcás uimhir atá níos lú ná 1, ní fhiúirí bunúsacha iad na náideanna atá díreach i ndiaidh an phointe dheachúlachaigh.

Mar sin (i) tá $0.07406 = 0.0741$ ceart go dtí 3 fhiúir bhunúsacha

(ii) tá $0.00892 = 0.0089$ ceart go dtí 2 fhiúir bhunúsacha.



Cleachtadh 5.1

1. Scríobh gach ceann díobh seo mar chodán san fhoirm is simplí de:

- (i) 12 as 20 (ii) 8 as 30 (iii) 12 as 16 (iv) 25 as 40

2. Suimigh gach péire codán agus simpligh do fhreagra:

- (i) $\frac{1}{4} + \frac{3}{8}$ (ii) $\frac{7}{12} + \frac{5}{8}$ (iii) $\frac{2}{7} + \frac{1}{6}$ (iv) $\frac{7}{9} + \frac{5}{6}$

3. Oibrigh amach gach ceann díobh seo:

- (i) $3\frac{3}{4} + 1\frac{1}{2}$ (ii) $2\frac{2}{3} + 1\frac{1}{4}$ (iii) $2\frac{4}{5} + 1\frac{1}{2}$ (iv) $5\frac{1}{2} + \frac{7}{10}$

4. Oibrigh amach iad seo:

- (i) $2\frac{4}{5} - 1\frac{1}{2}$ (ii) $4\frac{5}{6} - 2\frac{2}{3}$ (iii) $2\frac{2}{3} - \frac{3}{5}$ (iv) $4\frac{3}{8} - 2\frac{1}{6}$

5. Oibrigh amach iad seo:

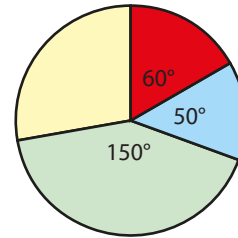
- (i) $\frac{2}{3}$ de 15 (ii) $\frac{3}{4}$ de 28 (iii) $\frac{3}{5}$ de 65 (iv) $\frac{7}{8}$ de 56

6. Oibrigh amach na hionruithe seo:

- (i) $2\frac{1}{4} \times \frac{2}{3}$ (ii) $2\frac{1}{2} \times 1\frac{5}{7}$ (iii) $1\frac{2}{3} \div \frac{10}{9}$ (iv) $3\frac{3}{4} \div \frac{3}{8}$

7. Scríobh gach ceann de na codáin seo san fhoirm is simplí de.

- (i) an codán den chiorcal a bhfuil dath dearg air
 (ii) an codán a bhfuil dath gorm air
 (iii) an codán a bhfuil dath glas air
 (iv) an codán a bhfuil dath buí air



8. Athraigh gach ceann de na codáin seo ina dheachúl:

- (i) $\frac{1}{8}$ (ii) $\frac{5}{8}$ (iii) $\frac{7}{8}$ (iv) $\frac{1}{16}$ (v) $\frac{7}{16}$

9. Cuir na liostaí seo in ord, ag tosú leis an gceann is lú:

- (i) $\frac{5}{8}$, 0.6, $\frac{13}{20}$, 0.58 (ii) $\frac{3}{10}$, 0.35, $\frac{9}{20}$, 0.4

10. Tá Deirdre agus Éabha ag rith rása. Nuair atá $\frac{3}{5}$ den chúrsa rite ag Deirdre, tá $\frac{2}{3}$ de rite ag Éabha agus tá sí 50 méadar chun tosaigh ar Dheirdre.

- (i) Cén fad slí atá sa rás?
 (ii) Cé mhéad méadar atá fós le rith ag Éabha?

11. Scríobh 2.574 ceart go dtí

- (i) dhá ionad de dheachúlacha (ii) ionad amháin de dheachúlacha.

12. Úsáid d'áireamhán chun luach gach ceann díobh seo a fháil, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha:

- (i) $\frac{128.4 \times 46.9}{3.5}$ (ii) $\frac{18.2 \times 171}{384.6}$ (iii) $\frac{0.48 \times 536}{28.2}$

13. Faigh luach gach ceann díobh seo a leanas, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha:

- (i) $\frac{1}{9} + \frac{3}{14}$ (ii) $\frac{6}{17.4} + \frac{1}{15}$ (iii) $\frac{6}{24} + \frac{0.4}{3.8}$





- 14.** Cé mhéad figiúr bunúsach atá i ngach ceann de na huimhreacha seo?
 (i) 346 (ii) 1500 (iii) 780 (iv) 6080 (v) 150 900
 (vi) 1.27 (vii) 0.04 (viii) 0.607 (ix) 10.04 (x) 106 000
- 15.** Scríobh gach ceann de na huimhreacha seo ceart go dtí dhá fhiúir bhunúsacha:
 (i) 3184 (ii) 648 (iii) 2916 (iv) 28 936 (v) 40 673
- 16.** Scríobh gach ceann de na huimhreacha seo ceart go dtí trí fhiúir bhunúsacha:
 (i) 7516 (ii) 293.8 (iii) 14.27 (iv) 0.6274 (v) 1.0739
- 17.** Tá umar ola $\frac{7}{8}$ lán agus tá 896 lítear ola ann.
 Cé mhéad lítear a choimeádfadh sé dá mbeadh sé lán?
- 18.** Is cailíní iad $\frac{3}{7}$ de na baill i gClub na nÓg.
 Má tá 84 buachaill sa chlub, cé mhéad cailín atá ann?
- 19.** Déan meastachán ar $\frac{4.89 \times 0.087}{0.0053}$ trí gach uimhir a shlánú ceart go dtí figiúr bunúsach amháin.

Mír 5.2 Cóimheas agus comhréir

1. Cóimheas

Úsáidimid cóimheasa chun léiriú a thabhairt ar an gcaoi a bhfuil rudaí roinnte.

Tá an cóimheas $12:8 = \frac{12}{4}:\frac{8}{4} = 3:2$...roinn gach téarma ar 4

Is é 3:2 an **fhoirm is simplí den chóimheas**.

Is i slánuimhreacha a scríobhaimid cóimheasa de ghnáth.

Is féidir an cóimheas $\frac{1}{3}:\frac{5}{6}$ a scríobh ina shlánuimhreacha ach gach téarma a iolrú faoi 6.

$$\therefore \frac{1}{3}:\frac{5}{6} = \frac{6}{3}:\frac{5 \times 6}{6} = 2:5$$

Sampla 1

Roinntear suim airgid sa chóimheas 1:3:5.

Más é €250 an chuid is lú, faigh an tsuim airgid.

Má roinntear suim airgid sa chóimheas 1:3:5, is iad seo na codanna:

$$\frac{1}{9}, \frac{3}{9}, \frac{5}{9} \quad \dots \text{naoi gcuid san iomlán}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{9} = €250$$

$$\Rightarrow \frac{9}{9} = €250 \times 9 = €2250$$

\therefore is é €2250 an tsuim airgid



2. Comhréir

Úsáidimid cóimheasa chun cuid amháin a chur i gcomparáid le cuid eile, ach úsáidimid comhréir chun cuid amháin a chur i gcomparáid leis an méid iomlán.

Má tá 3 chúl báire ar phainéal ar a bhfuil 24 peileadóir, is é $\frac{3}{24} = \frac{1}{8}$ comhréir na gcúl báire ar an bpainéal.

Má chosnaíonn 1 lítear amháin peitрил €1.50, cosnóidh 2 lítear €3.00 agus cosnóidh 5 lítear €7.50.

Sa chás sin, tá costas lítear amháin, 2 lítear agus 5 lítear i **gcomhréir dhíreach** lena chéile.

Sampla 2

Tháinig méadú ar líon na leathanach in irisleabhar ó 64 leathanach go 80 leathanach. Mhéadaigh an praghas bunaidh (€4.40) sa chóimheas céanna. Cén praghas nua atá ar an irisleabhar?

(Sa cheist seo, is é an **praghas** atáimid a lorg – mar sin, coimeádaimid an praghas **chun deiridh**.)

Cosnaíonn 64 leathanach €4.40

Cosnaíonn 1 leathanach $\frac{€4.40}{64}$

Cosnaíonn 80 leathanach $€\frac{4.40}{64} \times \frac{80}{1} = €5.50$

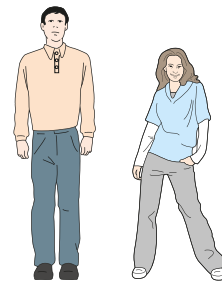
Mar sin, cosnaíonn 80 leathanach €5.50.

Cleachtadh 5.2

1. Roinntear €80 idir bheirt sa chóimheas 7 : 3.
Cé mhéad a gheobhaidh gach duine acu?
2. Roinntear €572 sa chóimheas 2 : 3 : 6. Faigh an sciar is lú.
3. Roinntear duaischiste idir A , B agus C sa chóimheas 4 : 3 : 2 faoi seach.
Más é €1224 sciar C , cé mhéad atá sa duaischiste iomlán?
4. Is é 7 : 2 cóimheas na gcailíní leis na buachaillí i scoil faoi leith.
Cé mhéad buachaill atá ag freastal ar an scoil sin, má tá 735 cailín ag freastal uirthi?
5. Tá copar, sinc agus stán i gcóimhíotal sa chóimheas 1 : 3 : 5.
Má tá 45 kg stáin sa chóimhíotal, faigh an mhais iomlán.
6. Scríobh an cóimheas seo ina shlánuimhreacha: $\frac{1}{2} : \frac{1}{4} : \frac{1}{12}$.
7. Roinneadh €1575 idir thriúr sa chóimheas 1 : 2 : $\frac{1}{2}$.
Ríomh an sciar is lú.



- 8.** 200 cm atá in imlíne dronuilleoige.
Má tá fad : leithead = 7 : 3, faigh achar na dronuilleoige.
- 9.** Fostaíonn monarcha 360 oibrí neamhoilte, oibrí oilte amháin ar gach 5 oibrí neamhoilte agus saoise amháin ar gach 12 oibrí oilte.
Ríomh líon na ndaoine atá fostaithe sa mhonarcha.
- 10.** Déantar prás as copair agus sinc sa chóimheas 5 : 3 de réir meáchain.
(i) Má tá 6 kg since ann, oibrigh amach meáchan an chopair.
(ii) Má tá 25 kg copair ann, oibrigh amach meáchan na since.
- 11.** I scoil faoi leith, is é $1 : \frac{2}{5}$ cóimheas líon na ndaltaí le líon na ríomhairí.
Má tá 100 ríomhaire sa scoil, oibrigh amach líon na ndaltaí sa scoil.
- 12.** Déanann Eilís mionsamhail de theach ar scála 1 : 20.
Is é 10 méadar airde an tí iarbhír.
(i) Oibrigh amach airde na mionsamhla.
Is é 80 cm leithead na mionsamhla.
(ii) Oibrigh amach leithead an tí iarbhír.
- 13.** Déantar léarscáil ar scála 1 : 20 000.
(i) Faigh an fad iarbhír, ina chiliméadair, idir dhá phointe atá 15 cm óna chéile ar an léarscáil.
(ii) Má tá bóthar 3.6 km ar fad, cén fad a bheidh sa bhóthar sin ar an léarscáil?
- 14.** Is é 1 : 25 000 scála léarscáil áirithe. Is é 3.2 mm fad balla ar an léarscáil. Faigh fad iarbhír an bhalla ina mhéadair.
- 15.** Sa ghrianghraf thall, tá Seán 5 cm ar airde agus tá a dheirfiúr 4 cm ar airde.
Tá Seán 1.5 m ar airde i ndáiríre.
Cad é airde iarbhír a dheirféar?



- 16.** Méadaítear líon na leathanach in iris ghrinn ó 48 leathanach go 80 leathanach.
Má mhéadaítear an praghas bunaidh (€6.00) sa chóimheas céanna, cén praghas nua a bheidh ar an iris?
- 17.** Rinne comhlacht peitрил tástáil ar ídiú peitрил agus fuair siad amach gurbh é 3.5 : 4 cóimheas an gheimhridh leis an samhradh don charr céanna ar an raon tástála céanna.
Ba é 8.4 km in aghaidh an lítir an ráta ídithe peitрил sa gheimhreadh. Faigh an ráta ídithe peitрил sa samhradh.
- 18.** I Scoil Naomh Marcas, is é 17.2 : 1 cóimheas na ndaltaí leis na múinteoirí.
(i) Athscríobh an cóimheas sin san fhoirm $m : n$, áit ar slánuimhreacha iad m agus n araon.
(ii) Cad é an líon is lú daltaí a d'fhéadfadh a bheith ar an scoil?
(iii) Más 1456 duine ar fad atá sa scoil, idir dhaltaí agus mhúinteoirí, cé mhéad múinteoir atá ann?



19. Léiríonn an tábla thall an gaol idir roinnt aonaid mhéadracha agus na haonaid impiriúla chomhfhreagracha.

| Aonad méadrach | Aonad impiriúil |
|----------------|-----------------|
| 8 km | 5 mhíle |
| 30 cm | 1 troigh |
| 1 kg | 2.2 punt |
| 1 lítear (ℓ) | 1.75 pionta |
| 4.5 lítear | 1 ghalún |

Úsáid an tábla chun iad seo a thiontú:

- (i) Tiontaigh 50 míle ina chiliméadair.
 - (ii) Tiontaigh 160 km ina mhílte.
 - (iii) Tiontaigh 900 cm ina throithe.
 - (iv) Tiontaigh 12 throigh ina cheintiméadair.
 - (v) Tiontaigh 40 kg ina phuint.
 - (vi) Tiontaigh 88 punt ina chileagram.
 - (vii) Tiontaigh 40 lítear ina phiontaí.
 - (viii) Tiontaigh 84 pionta ina lítir.
20. Tá 15 mhíle níos faide ná 23.5 km. Cé mhéad méadar sa difear?
Bain úsáid as an tábla i gceist 19.
21. Is meascán é an tae a dhíoltar i gceaintín. Tá dhá chineál éagsúla tae ann, cineál A agus cineál B. Cosnaíonn cineál A €12.15 an kg. Cosnaíonn cineál B €12.90 an kg. Cosnaíonn an meascán €12.65 an kg.
Má tá 7 kg de chineál A sa mheascán, cé mhéad cileagram de chineál B atá ann?

Mír 5.3 Céatadáin

1. Súil siar: céatadáin agus codáin

Is é is brí leis an bhfocal **céatadán** ná *faoin gcéad* nó *as an gcéad*.

Is é % an comhartha a chuireann céatadán in iúl.

Dá bhrí sin, is é a chiallaíonn 10% ná 10 as an gcéad.

Ar an gcaoi chéanna, tá $20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$

agus $60\% = \frac{60}{100} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.

Tá an codán $\frac{4}{5} = \frac{4}{5} \times \frac{100}{1}\%$
 $= \frac{400}{5} = 80\%$

Chun céatadán a thiontú ina chodán, cuir an céatadán os cionn 100 agus simpligh an codán.

Chun codán a thiontú ina chéatadán, iolraigh an codán faoi 100 agus cuir an tsiombail % leis.

2. Céatadáin agus deachúlacha

Feách orthu seo a leanas agus feicfidh tú an dlúthghaol idir céatadáin agus deachúlacha:

(i) $0.23 = \frac{23}{100} = 23\%$ (ii) $38\% = \frac{38}{100} = 0.38$ (iii) $0.04 = 4\%$

(iv) $54\% = 0.54$ (v) $8\% = 0.08$ (vi) $3\frac{1}{2}\% = 0.035$

Riail

(i) Chun deachúil a thiontú ina céatadán, iolraigh an deachúil faoi 100 agus cuir an tsiombail % léi.

(ii) Chun céatadán a thiontú ina dheachúil, roinn an céatadán ar 100 agus bain amach an tsiombail %.



3. Céatadán de chainníocht a fháil

Chun 35% de €380 a fháil, tiontaigh 35% ina dheachúil, i.e. 0.35, agus ansin iolraigh €380 faoi 0.35.

Dá réir sin, tá 35% de €380 = €380 × 0.35 = €133.

Ar an gcaoi chéanna, chun 450 a mhéadú de 5%, teastaíonn 105% de 450 uainn.
105% de 450 = 450 × 1.05 = 472.5

Sampla 1

(i) Is 8% de shuim airgid é €24.40. Faigh an tsuim airgid.

(ii) Tá 20% CBL san áireamh i mbille €57.60.

Faigh méid an bhille sular cuireadh an CBL leis.

$$(i) \quad 8\% = €24.40$$

$$1\% = € \frac{24.40}{8} = €3.05$$

$$100\% = €3.05 \times 100 = €305$$

(ii) Is ionann €57.60 agus 120% den bhille ...cuireadh 20% CBL leis

$$120\% = €57.60$$

$$1\% = \frac{57.60}{120} = 0.48$$

$$100\% = 0.48 \times 100 = €48$$

4. Céatadán brabúis agus cailteanais

Nuair a bhímid ag plé le céatadán brabúis nó cailteanais, bunáimid an céatadán sin ar an **mbunphraghas**, ach amháin má deirtear a mhalairt.

$$\text{Céatadán brabúis} = \frac{\text{Brabús}}{\text{Bunphraghas}} \times \frac{100}{1}; \quad \text{Céatadán cailteanais} = \frac{\text{Cailteanas}}{\text{Bunphraghas}} \times \frac{100}{1}$$

Sampla 2

Dá ndíolfadh díoltóir carr faoi leith ar €14 400, chaillfeadh sé 4% ar an luach ceannaigh.

(i) Cé mhéad a d'íoc an díoltóir ar an gcarr?

(ii) Faigh an céatadán brabúis dá ndíolfadh sé an carr ar €17 250.

(i) Seasann €14 400 do 96% de luach ceannaigh an chairr.

$$96\% = €14\,400$$

$$1\% = €150$$

$$100\% = €15\,000, \text{ i.e. tá an luach ceannaigh} = €15\,000.$$

(ii) Brabús = €17 250 – €15 000 = €2250

$$\text{Céatadán brabúis} = \frac{2250}{15\,000} \times \frac{100}{1} = 15\%$$



Cleachtadh 5.3

- 1.** Scríobh gach ceann díobh seo ina chéatadán:
(i) 0.25 (ii) 0.34 (iii) $\frac{1}{4}$ (iv) $\frac{2}{5}$ (v) $\frac{3}{20}$
- 2.** Scríobh gach ceann de na céatadáin seo ina dheachúil:
(i) 75% (ii) 50% (iii) 64% (iv) 6% (v) $2\frac{1}{2}\%$
- 3.** Oibrigh amach iad seo a leanas:
(i) 15% de 75 (ii) 80% de 70 (iii) 45% de 120
(iv) 9% de €350 (v) 26% de €850 (vi) 29% de 600 cm
- 4.** Faigh (i) $2\frac{1}{2}\%$ de 300 (ii) $7\frac{1}{2}\%$ de €380 (iii) 120% de €400
- 5.** Scríobh iad seo a leanas ina gcéatadáin:
(i) 20 as 80 (ii) 30 as 200 (iii) $2\frac{1}{2}$ as 10
- 6.** (i) Scríobh 510 marc mar chéatadán de 600 marc.
(ii) Scríobh 50 ml mar chéatadán de 1 lítear amháin.
- 7.** Más ionann 35% d'uimhir faoi leith agus 297.5, faigh an uimhir.
- 8.** Oibrigh amach gach ceann díobh seo:
(i) 30% de 150 (ii) 80% de 140 (iii) 35% de 140
(iv) 32% de 180 (v) 16% de 200 kg (vi) 69% de €88
- 9.** (i) Méadaigh 12 de 50% (ii) Méadaigh 140 de 15%
(iii) Laghdaigh 75 de 20% (iv) Laghdaigh 250 de 3%
(v) Méadaigh 120 de $12\frac{1}{2}\%$ (vi) Laghdaigh 45 de 5%
- 10.** Laghdaíodh praghas ball troscáin de 15% i saor-reic. Más é €1360 an praghas saor-reaca, cén praghas a bhí air roimh an tsaor-reic?
- 11.** Laghdaíodh na praghsanna marcáilte de 30% i saor-reic.
(i) Ríomh praghas saor-reaca seaicéad faoi leith, más é €350 an praghas marcáilte a bhí air.
(ii) Más é €168 an praghas saor-reaca atá ar ghúna, cad é an praghas marcáilte a bhí air?
- 12.** Is é €780 an praghas atá ar theilifíseán.
Má tá 20% CBL san áireamh sa phraghas sin, faigh an praghas sular cuireadh an CBL leis.
- 13.** Déanann úinéir siopa faisin brabús 30% nuair a dhíolann sé seaicéad ar €416.
(i) Faigh bunphraghas an tseaicéid.
(ii) Má laghdaítear praghas an tseaicéid de 10% i saor-reic, ríomh an céatadán brabúis a dhéanfaidh an siopa anois ar an mbunphraghas.





- 14.** Gearrann gníomhaire eastáit táillí 0.75% ar phraghas díola tí.
(i) Ríomh na táillí a ghearrfaidh an gníomhaire eastáit, má dhíoltar teach ar €450 000 agus má chuirtear CBL @ 20% leis na táillí.
(ii) Faigh an praghas díola atá ar theach faoi leith más €2775 atá sna táillí sula gcuirtear CBL leo.
- 15.** Mhéadaigh daonra baile áirithe ó 145 000 go 205 000 thar thréimhse cúig bliana. Cén céatadán méadaithe é sin? Bíodh do fhreagra ceart go dtí an tslánuimhir is gaire.
- 16.** Nuair a dhíoltar earra ar €176 déantar brabús 10% ar an mbunphraghas. Cén céatadán brabúis a dhéanfaí ar an mbunphraghas dá méadófaí an praghas díola go €192?
- 17.** Ceannaíonn grósaeir 30 bosca sútha talún ar €5.25 an ceann. Díolann sé 28 ceann díobh ar bhrabús 30%. Mura féidir an dá bhosca eile a dhíol, cén céatadán brabúis a dhéanann an grósaeir?
- 18.** Déanann úinéir siopa brabús 25% nuair a dhíolann sé ríomhaire glúine ar €1150. Cén praghas ba chóir a bheith ar an ríomhaire chun brabús 20% a dhéanamh?
- 19.** (i) Scríobh $\frac{2}{3}$ de 0.96 mar chéatadán de 5.12.
(ii) Ó thaobh meáchain de, is salann é $2\frac{1}{2}\%$ den sáile. Cén meáchan sáile a thabharfadh 100 kg salainn?
- 20.** Faigheann díoltóir bád coimisiún ar aon bhád a dhíolann sé. Ríomhtar an coimisiún ar ráta 5% den chéad €10 000 den phraghas díola móide 3% den fhuilleach.
(i) Ríomh an coimisiún a fhaigheann sé ar bhád a dhíolann sé ar €20 000.
(ii) Má fhaigheann sé coimisiún €740 ar bhád faoi leith, cén praghas díola a bhí ar an mbád?
- 21.** Tá $\frac{2}{9}$ de na cailíní atá ag freastal ar scoil áirithe níos mó ná 16 bliana d'aois. Tá 675 dalta ag freastal ar an scoil agus is cailíní iad 56% díobh. Cé mhéad cailín ar an scoil atá níos sine ná 16 bliana d'aois?
- 22.** Tá costas €484 ar chonsól cluichí. Tá CBL 21% san áireamh sa phraghas sin. Tugann Siopa A lascaine $22\frac{1}{2}\%$ ar an bpraghas díola. Deir Siopa B nach ngearrfaidh siad costas an CBL. Cé acu siopa ina bhfaighfeá an consól ar an bpraghas is ísle? Cé mhéad níos ísle a bheidh sé?
- 23.** Cosnaíonn carr a bhfuil inneall peitрил inti €28 600. Cosnaíonn an carr céanna €31 500 nuair is inneall díosail atá inti. Tugtar eolas ar chostais choinneála an dá charr sa tábla thíos:

| | Costas breosla in aghaidh an lítir | Líon na km/lítear |
|--------------|------------------------------------|-------------------|
| Carr peitрил | €1.45 | 7 |
| Carr díosail | €1.36 | 9 |

Má thiteann luach an dá charr 20% sa chéad bhliain, ríomh an difríocht idir na costais choinneála sa chéad bhliain (agus an titim luacha san áireamh), má taistealaíodh 18 900 km i ngach ceann den dá charr an bhliain sin.



Mír 5.4 Earráid chéatadánach

Má thomhaiseann suirbhéir talún fad gort mór, b'fhéidir gur beag dochar a dhéanfaí dá ndéanfadh sé earráid de 1 m. Ach má dhéanann innealtóir láithreáin earráid 1 m agus é ag obair ar bhalla dúshraithe tí, d'fhéadfadh an earráid sin a chuid oibre ar fad a mhilleadh. Mar sin, caithfidimid féachaint ar earráidí i gcoibhneas an fhíorluacha nó an fhíorthomhais.

An **earráid choibhneasta** a thugtar ar an earráid i gcoibhneas an fhíorluacha.

Is luach deimhneach a bhíonn ar an 'earráid' i gcónaí.

Chun an **earráid chéatadánach** a fháil, iolraímid an earráid choibhneasta faoi 100.

Cuimhnigh

$$\begin{aligned}\text{Earráid Choibhneasta} &= \frac{\text{Earráid}}{\text{Fíorluach}} \\ \text{Earráid Chéatadánach} &= \frac{\text{Earráid}}{\text{Fíorluach}} \times \frac{100}{1}\%\end{aligned}$$

Sampla 1

Chun luach $121 + 46 + 37 + 26$ a ríomh, rinne Roibeárd garmheastachán ar an bhfreagra trí gach uimhir a shlánú go dtí an 10 is gaire agus na freagraí a shuimiú. Ríomh an earráid chéatadánach.

$$\text{Garmheastachán} = 120 + 50 + 40 + 30 = 240$$

$$\text{Fíorluach} = 121 + 46 + 37 + 26 = 230$$

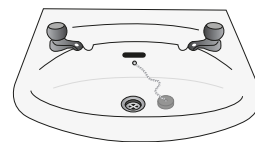
$$\text{Earráid} = 240 - 230 = 10$$

$$\text{Earráid chéatadánach} = \frac{\text{Earráid}}{\text{Fíorluach}} \times \frac{100}{1}\%$$

$$\begin{aligned}&= \frac{10}{230} \times \frac{100}{1} = 4.347\% \\ &= 4.3\%\end{aligned}$$

Lamháltas

Nuair a chuireann tú stopallán i ndoirteal, glacann tú leis go n-oirfidh sé don pholl. Ach caithfidh an stopallán a bheith déanta go beacht le go dtarlódh sin. Níor ghá go mbeadh trastomhas an stopalláin ag teacht go beacht le trastomhas an phoill, áfach. Ceadáítear earráid bheag. **Lamháltas** a thugtar air sin. Is dócha go n-oirfeadh stopallán don pholl dá mbeadh sé 0.5 mm róbheag. Ní oirfeadh sé é dá mbeadh sé 2 cm róbheag, áfach.



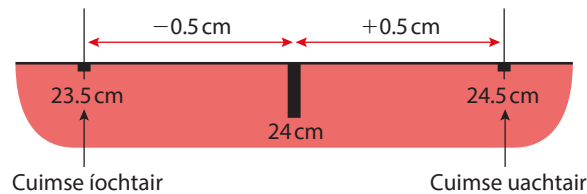
Tomhaiseann Ciara leithead bosca agus is 24 cm an tomhas a fhaigheann sí.

Tá an tomhas slánaithe aici go dtí an cm is gaire.



D'fhéadfadh luach ar bith idir 23.5 cm agus 24.5 cm a bheith ar an tomhas.
An **chuímse íochtair** a thugtar ar 23.5 cm; an **chuímse uachtair** a thugtar ar 24.5 cm.

Mar sin, d'fhéadfadh an fíorluach a bheith áit ar bith sa raon idir 0.5 cm faoi bhun an luacha a taifeadh os a chionn.



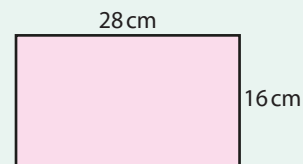
Cuimhnigh

Is é atá sa **chuímse íochtair** agus sa **chuímse uachtair** ná an t-íosluach agus an t-uasluach ar thomhas nó ar ríomh.

Sampla 2

Tugtar fad agus leithead na dronuilleoige seo go dtí an cm is gaire.

- Faigh (i) an t-uasluach a d'fhéadfadh a bheith ar imlíne na dronuilleoige
(ii) an t-íosluach a d'fhéadfadh a bheith ar imlíne na dronuilleoige.



- (i) Chun uasluach na himlíne a fháil, úsáidaimid na cuimsí uachtair.

Is iad 28.5 cm agus 16.5 cm na cuimsí uachtair.

$$\begin{aligned} \text{Uasluach na himlíne} &= 2 (\text{fad} + \text{leithead}) \\ &= 2 (28.5 + 16.5) \text{ cm} \\ &= 90 \text{ cm} \end{aligned}$$

- (ii) Íosluach na himlíne = $2 (27.5 + 15.5) \text{ cm}$
= 86 cm

Cleachtadh 5.4

- Rinneadh meastachán ar fhad barra miotail agus 50 cm an toradh a fuarthas. Más é 46 cm an fíorfhad, ríomh an earráid chéatadánach, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.
- €600 an meastachán a thug garáiste chun carr faoi leith a dheisiú. Más é €650 an costas deiridh, ríomh an earráid chéatadánach agus í ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.
- Rinneadh meastachán ar líon na ndaoine a bhí i láthair ag cluiche peile agus is é 8000 duine an toradh a fuarthas. Más 7640 duine a bhí i láthair i ndáiríre, ríomh an earráid chéatadánach agus í ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.





4. Tugadh 6.5 mar fhreagra ar $3.58 + 2.47$. Cad é an earráid chéatadánach? Bíodh do fhreagra ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.
5. Is é 300 an uimhir a úsáideadh mar mheastachán ar $\frac{89.37 \times 3.05}{0.92}$.
Faigh an earráid chéatadánach agus í ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.
6. Cosnaíonn ceithre earra in ollmhargadh €3.70, €5.45, €7.40 agus €12.10.
(i) Chun meastachán a dhéanamh ar an gcostas iomlán, déanann Barra neamhaird de na centanna i gcostas gach earra. Ríomh an earráid chéatadánach sa mheastachán, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.
(ii) Chun meastachán a dhéanamh ar an gcostas iomlán, déanann Áine costas gach earra a shlánú go dtí an euro is gaire. Ríomh an earráid chéatadánach sa mheastachán agus í ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.
7. 14 cm ar trastomhas atá ciorcal faoi leith. Rinneadh meastachán ar achar an chiorcail agus is é 150 cm^2 an toradh a fuarthas.
Ag glacadh leis go bhfuil $\pi = \frac{22}{7}$, faigh fíorluach achar an chiorcail. Uaidh sin, faigh an earráid chéatadánach sa mheastachán agus í ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.
8. Is féidir teocht a thomhas ina °Fahrenheit (F) nó ina °Celsius (C).
Seo é an gaol beacht idir F agus C :
$$F = \frac{9}{5}C + 32$$

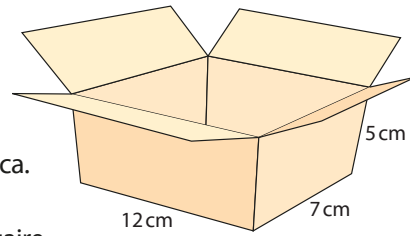
Is féidir garmheastachán a dhéanamh ar luach F ach úsáid a bhaint as an bhfoirmle seo: 'Chun F a fháil, suimigh 15 le C agus dúbail do fhreagra.'
(i) Faigh luach F nuair atá $C = 20$. Bain úsáid as foirmle an ghaoil bheacht.
(ii) Má dhéantar garmheastachán nuair atá $C = 20$, cén earráid chéatadánach a bheidh sa fhreagra? Bíodh do fhreagra ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.
9. Thomhais Gearóid cúirt chispheile, ceart go dtí an méadar is gaire.
Bhí an chúirt 28 m ar fad agus 15 m ar leithead.
(i) Scríobh síos an t-uasfhad a d'fhéadfadh a bheith ar an gcúirt.
(ii) Scríobh síos an t-íosfhad a d'fhéadfadh a bheith ar an gcúirt.
(iii) Ríomh an t-uasachar a d'fhéadfadh a bheith sa chúirt.
10. Thomhais Risteard fad agus leithead a chúlghairdín, ceart go dtí an méadar is gaire.
Bhí an gairdín 27 m ar fad agus 16 m ar leithead.
(i) Scríobh síos an uas-ímlíne a d'fhéadfadh a bheith ar an ngairdín.
(ii) Scríobh síos an t-íosachar a d'fhéadfadh a bheith sa ghairdín.
11. Píocann Dáithí sútha talún ar ráta 2.8 kg sa nóiméad, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.
(i) Scríobh síos an t-uasmhéachan de shútha talún a d'fhéadfadh Dáithí a phiocadh gach nóiméad.
(ii) Faigh an t-íosmhéachan de shútha talún a d'fhéadfadh Dáithí a phiocadh in **uair an chloig** amháin.
(iii) Lá amháin, d'oilbrigh Dáithí ar feadh 3 uair an chloig agus 15 nóiméad. Cad é an méachan is mó de shútha talún a d'fhéadfadh sé a phiocadh sa tréimhse ama sin?





12. Tugtar fad, leithead agus airde an bhosca seo, ceart go dtí an ceintiméadar is gaire.

- (i) Scríobh síos an t-uasfhad a d'fhéadfadh a bheith sa bhosca.
- (ii) Ríomh an uastoirt a d'fhéadfadh a bheith sa bhosca.
- (iii) Ríomh an difríocht idir uastoirt agus íostoirt an bhosca. Bíodh do fhreagra ceart go dtí an cm^3 is gaire.
- (iv) Is é 450 cm^3 toirt cheart an bhosca. Faigh an earráid chéatadánach a bheadh i dtoirt an bhosca dá nglacfaí leis an uastoirt mar a oibríodh amach i gcuid (ii) thuas í. Bíodh do fhreagra ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.



Mír 5.5 Idirbhearta airgeadra

Má théimid go tír nach bhfuil i limistéar an euro, is iondúil go malartaímid ár gcuid euro ar airgeadra na tíre sin.

Dá bhfeicfeá €1 = \$1.35 ar fhógra sa bhanc, conas a thiontófa \$100 ina euro?

Má táimid ag iarraidh go mbeadh euro sa fhreagra, cuirfimid euro ar thaobh na láimhe deise den chothromóid.

Má tá €1 = \$1.35, ansin tá

$$1.35 = €1 \quad \dots \text{aisiompagh an t-ord}$$

$$\$1 = € \frac{1}{1.35}$$

$$\$100 = € \frac{1}{1.35} \times \frac{100}{1} = €74.07$$

$$\therefore \$100 = €74.07$$

Cuir an t-airgeadra a theastaíonn uait ar thaobh na láimhe deise den chothromóid.

Sampla 1

Mhalartaigh cuairteoir ó Mheiriceá \$2000 ar euro nuair a bhí ráta malairte €1 = \$1.36 i bhfeidhm. Gearradh táille ar an tseirbhís sin. Má fuair an cuairteoir €1444.20, ríomh an táille ina euro.

Táimid ag iarraidh go mbeadh euro sa fhreagra. Mar sin, cuirimid euro ar thaobh na láimhe deise den chothromóid.

$$€1 = \$1.36$$

$$\Rightarrow \$1.36 = €1$$

$$\$1 = € \frac{1}{1.36}$$

$$\$2000 = € \frac{1}{1.36} \times \frac{2000}{1}$$

$$\$2000 = €1470.59$$

Fuair an cuairteoir €1444.20.

$$\Rightarrow \text{an táille} = €1470.59 - €1444.20 = €26.39$$

Is é €26.39 an táille.





Cleachtadh 5.5

1. Má tá $\text{€}1 = \$1.32$,
 - (i) cad é comhluach $\$1800$ ina euro?
 - (ii) cad é comhluach $\text{€}2800$ ina ndollair?
2. Agus í ar cuairt go hÉirinn, mhalartaigh turasóir $\$3000$ ar euro nuair a bhí ráta malairte $\text{€}1 = \$1.36$ i bhfeidhm. Cé mhéad a fuair sí ina euro má ghearr an biúró malartaithe coimisiún $2\frac{1}{2}\%$?
3. Má tá $\text{€}1 = \text{£}0.85$ punt steirling,
 - (i) cé mhéad euro a gheofá ar $\text{£}1500$?
 - (ii) cé mhéad punt steirling a gheofá ar $\text{€}2000$?
4. Sa cheist seo, tá $\text{US}\$ = \text{Dollair SAM}$, $Y = \text{Yen}$ na Seapáine agus $F = \text{Francanna}$ na hEilvéise, agus tá $\text{€}1 = \text{US}\$1.4 = Y112 = F1.32$.
 - (i) Cé mhéad $\text{US}\$$ a gheofá ar $\text{€}1200$?
 - (ii) Cé mhéad yen a gheofá ar $\text{€}2400$?
 - (iii) Cé mhéad euro a gheofá ar $F4500$?
 - (iv) Cé mhéad euro a gheofá ar $\text{US}\$1350$?
 - (v) Cé mhéad dollar a gheofá ar $Y36\ 000$?
 - (vi) Cé mhéad yen a gheofá ar $F7500$?
5. D'foc turasóir Eilvéiseach 4600 franc le gníomhaire taistil le haghaidh laethanta saoire in Éirinn. Chaith an gníomhaire $\text{€}2860$ ar eagrú na saoire. Ríomh, i bhfrancanna na hEilvéise, an brabús a rinne an gníomhaire má tá $\text{€}1 = F1.4$.
6. Nuair a bhí ráta malairte $\text{€}1 = 9.8$ Rand na hAfraice Theas i bhfeidhm, mhalartaigh bean $12\ 000$ Rand ar euro sa bhanc. Ghearr an banc táille ar an idirbheart sin. Má fuair an bhean $\text{€}1166.60$, faigh an táille a ghearr an banc uirthi ina euro.
7. Agus é ar thuras go dtí an tSualainn, mhalartaigh turasóir $\text{€}4500$ ar Krone na Sualainne nuair a bhí ráta malairte $\text{€}1 = 8.75$ Krone i bhfeidhm. Chaith sé $25\ 400$ Krone agus, ar a bhealach abhaile, mhalartaigh sé a raibh fágtha aige ar ais ar euro nuair a bhí ráta malairte $\text{€}1 = 8.60$ Krone i bhfeidhm. Cé mhéad a fuair sé ina euro?
8. Mhalartaigh turasóir ón Astráil $\$2500$ ar euro i mbanc in Éirinn. Ghearr an banc coimisiún céatadánach ar an idirbheart. Má bhí ráta malairte $\text{€}1 = \$1.36$ i bhfeidhm agus má fuair an turasóir $\text{€}1801.47$, faigh an coimisiún céatadánach a ghearr an banc.
9. Cheannaigh ceannaí líon áirithe de fhrancanna na hEilvéise nuair a bhí ráta malairte $\text{€}1 = 1.45$ franc i bhfeidhm. Má fuair sé $43\ 400$ franc, faigh amach cé mhéad euro a mhalartaigh sé? Tabhair do fhreagra ceart go dtí an euro is gaire.

Dhíol sé na francanna arís nuair a bhí ráta malairte $\text{€}1 = 1.28$ franc i bhfeidhm. Faigh cén brabús nó cailteanas a rinne an ceannaí ar an idirbheart agus é ceart go dtí an euro is gaire.



Mír 5.6 Cáin ioncaim

Gearrtar cáin ar do chuid pá nó ioncaim ar cheann de dhá ráta cánach.

An **Ráta Caighdeánach** agus an **Ráta Ard** a thugtar ar an dá ráta sin.

Sa bhliain 2011, ba é 20% an Ráta Caighdeánach agus ba é 41% an Ráta Ard.

Ach tagann athrú ar na rátaí sin ó bhliain go bliain.

Ag tús na bliana, tugtar eolas do gach fostaí faoin **gcreidmheas cánach** atá aige agus faoi **scoithphointe an ráta chaighdeánaigh**. Más é €30 000 scoithphointe an ráta chaighdeánaigh, ciallaíonn sé sin go n-íocann an duine cáin ioncaim ar an ráta caighdeánach (mar shampla 20%) ar an gcéad €30 000 dá ioncam. Gearrtar cáin ar an ráta ard (mar shampla 41%) ar aon ioncam sa bheis ar €30 000. Nuair a ríomhtar cáin ioncaim ar an dóigh sin, **cáin chomhlán** nó **ollcháin** a thugtar ar an toradh. Baintear creidmheas cánach an duine as an gcáin chomhlán chun an **cháin iníoctha** a fháil.

An cháin iníoctha

$$\text{Cáin iníoctha} = \text{Cáin chomhlán} - \text{creidmheasanna cánach}$$

Sampla 1

€45 000 an t-ioncam a fhaigheann bean áirithe sa bhliain. Is é €28 000 scoithphointe an ráta chaighdeánaigh agus is é €4000 an creidmheas cánach atá aici. Más é 20% an ráta caighdeánach cáin ioncaim agus 41% an ráta ard, cé mhéad cáin ioncaim a íocann sí sa bhliain?

$$\begin{aligned}\text{Cáin chomhlán} &= 20\% \text{ de } €28\,000 + 41\% \text{ den chuid eile dá tuarastal} \\ &= 20\% \text{ de } €28\,000 + 41\% \text{ de } €17\,000 \quad \dots \text{An chuid eile} = €17\,000 \\ &= (28\,000 \times 0.2) + (17\,000 \times 0.41) \\ &= 5600 + 6970 = €12\,570\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Cáin iníoctha} &= \text{Cáin chomhlán} - \text{creidmheas cánach} \\ &= €12\,570 - €4000\end{aligned}$$

$$\therefore \text{Cáin iníoctha} = €8570$$

Sampla 2

Is é €4500 an méid cáin ioncaim a íocann fear sa bhliain agus is é €2400 an creidmheas cánach atá aige. Más ar ráta caighdeánach 20% a íocann sé an cháin ar a chuid ioncaim go léir, ríomh an t-ioncam comhlán a fhaigheann sé sa bhliain.

$$\text{Cáin iníoctha} = \text{Cáin chomhlán} - \text{creidmheas cánach}$$

$$\Rightarrow €4500 = \text{Cáin chomhlán} - €2400$$

$$\Rightarrow \text{Cáin chomhlán} = €4500 + €2400 = €6900$$



Cáin chomhlán = 20% den ioncam comhlán

$$\Rightarrow 20\% \text{ den ioncam comhlán} = \text{€}6900$$

$$1\% \text{ den ioncam comhlán} = \text{€} \frac{6900}{20}$$

$$100\% \text{ den ioncam comhlán} = \text{€} \frac{6900}{20} \times \frac{100}{1}$$

$$\therefore \text{ ioncam comhlán} = \text{€}34\,500$$

Sampla 3

€13 150 an cháin ioncaim a d'íoc fear áirithe bliain amháin.

Bhí creidmheas cánach €3500 aige agus ba é €32 000 scoithphointe an ráta chaighdeánaigh.

Ba é 20% an ráta caighdeánach cáin ioncaim agus ba é 41% an ráta ard.

Ríomh ioncam comhlán an fhir don bhliain sin.

$$\begin{aligned} \text{Cáin chomhlán} &= \text{cáin iníoctha} + \text{creidmheas cánach} \\ &= \text{€}13\,150 + \text{€}3500 \end{aligned}$$

$$\text{Cáin chomhlán} = \text{€}16\,650$$

$$\begin{aligned} \text{Cáin iníoctha ar an gcéad €}32\,000 &= \text{€}32\,000 \times 0.2 \quad \dots 20\% = 0.2 \\ &= \text{€}6400 \end{aligned}$$

Mar sin, tá an cháin iníoctha ar ioncam sa bhreis ar €32 000 =

$$\text{€}16\,650 - \text{€}6400 = \text{€}10\,250$$

Is ionann €10 250 agus 41% den ioncam sa bhreis ar €32 000

\therefore Is ionann 41% den ioncam sa bhreis ar €32 000 agus €10 250

$$\text{i.e. } 41\% = \text{€}10\,250$$

$$1\% = \text{€} \frac{10\,250}{41}$$

$$100\% = \text{€} \frac{10\,250}{41} \times \frac{100}{1} = \text{€}25\,000$$

Dá réir sin, is é €25 000 an t-ioncam a fhaigheann sé sa bhreis ar €32 000.

$$\begin{aligned} \text{Ioncam comhlán} &= \text{€}32\,000 + \text{€}25\,000 \\ &= \text{€}57\,000 \end{aligned}$$



An Muirear Sóisialta Uilíoch (MSU)

Tháinig an Muirear Sóisialta Uilíoch i bhfeidhm ar an 1 Eanáir 2011. Cuireadh é in ionad tobhaigh eile a cuireadh ar ceal ón dáta sin.

Tugtar rátaí an MSU sa bhliain agus sa tseachtain thíos:

| Tairseacha ioncaim | | |
|-------------------------|-------------|-------------------|
| Sa bhliain | Ráta an MSU | Sa tseachtain |
| Suas le €10 036 | 2% | Suas le €193 |
| Ó €10 036.01 go €16 016 | 4% | Ó €193.01 go €308 |
| Sa bhreis ar €16 016 | 7% | Sa bhreis ar €308 |

Nóta: Déan neamhaird den 1 cent agus tú ag ríomh.

Sampla 4

Is é €740 an pá a fhaigheann Conchúr gach seachtain.
Ríomh an MSU a íocann sé sa tseachtain.

Seo mar a ríomhtar an MSU:

$$\begin{aligned} & \text{€193 @ 2\%} + (\text{€308} - \text{€193}) @ 4\% + (740 - 308) @ 7\% \\ & = \text{€193 @ 2\%} + \text{€115 @ 4\%} + \text{€432 @ 7\%} \\ & = \text{€38.70} \end{aligned}$$

Íocann sé €38.70 MSU sa tseachtain.

Cleachtadh 5.6

1. €46 000 an tuarastal bliantúil atá ag Siobhán.
€28 000 scoithphointe an ráta chaighdeánaigh agus is é €3200 an creidmheas cánach atá aici.
Más é 20% an ráta caighdeánach cáin ioncaim agus 42% an ráta ard, faigh
(i) an cháin ioncaim chomhlán a ghearrtar uirthi sa bhliain
(ii) an méid cáin ioncaim a íocann sí sa bhliain.
2. Is é €980 an pá a fhaigheann clódóir áirithe gach seachtain.
Is é €620 scoithphointe an ráta chaighdeánaigh agus is é €44 an creidmheas cánach atá aige. Is é 20% an ráta caighdeánach cáin ioncaim agus 42% an ráta ard.
Faigh (i) an cháin chomhlán a ghearrtar air sa tseachtain
(ii) an méid cánach a íocann sé sa tseachtain.
3. Is é €48 000 an tuarastal bliantúil atá ag Niamh.
Is é €34 000 scoithphointe an ráta chaighdeánaigh agus is é €4600 an creidmheas cánach atá aici. Más é 20% an ráta caighdeánach cáin ioncaim agus 42% an ráta ard, faigh an méid cánach a íocann sí.



4. Is é €830 an pá a fhaigheann Eoghan sa tseachtain. Is é €635 scoithphointe an ráta chaighdeánaigh agus is é €52 an creidmheas cánach atá aige sa tseachtain. Más é 20% an ráta caighdeánach cáin ioncaim agus 42% an ráta ard, faigh an méid cáin ioncaim a íocann sé sa tseachtain.
5. Is é €45 000 an tuarastal bliantúil atá ag Aodán. Is é €4650 an creidmheas cánach atá aige agus is é €31 000 scoithphointe an ráta chaighdeánaigh. Más é 20% an ráta caighdeánach cáin ioncaim agus 45% an ráta ard, faigh an méid cáin ioncaim a íocann sé sa bhliain.
6. €43 000 an tuarastal bliantúil atá ag díoltóir. Is é €3500 an creidmheas cánach atá aici agus íocann sí cáin ioncaim ar a hioncam iomlán ar an ráta caighdeánach $r\%$. Más é €5960 an méid cáin ioncaim a íocann sí sa bhliain, faigh r .
7. Tá creidmheas cánach €60 sa tseachtain ag tiománaí bus. Íocann sé cáin ar a phá iomlán ar an ráta caighdeánach 20%. Más é €140 an méid cáin ioncaim a íocann sé sa tseachtain, faigh an pá comhlán a fhaigheann sé sa tseachtain.
8. Is é €48 000 an tuarastal bliantúil comhlán atá ag Laoise. Is é €31 000 scoithphointe an ráta chaighdeánaigh. Is é 20% an ráta caighdeánach cáin ioncaim agus 35% an ráta ard. Más é €7200 an méid cáin ioncaim a íocann sí sa bhliain, ríomh an creidmheas cánach atá aici.
9. Ba é €4400 an méid cáin ioncaim a d'íoc Eibhlín bliain áirithe. B'fhiú €2600 na creidmheasanna cánach a bhí aici agus d'íoc sí cáin ioncaim ar a tuarastal iomlán ar an ráta caighdeánach 20%. Faigh an tuarastal comhlán a fuair sí an bhliain sin.
10. Is é €6520 an méid cáin ioncaim a íocann fear sa bhliain agus is é €3600 an creidmheas cánach atá aige. Íocann sé cáin ioncaim ar a ioncam iomlán ar an ráta caighdeánach 22%. Ríomh an tuarastal comhlán a fhaigheann sé sa bhliain.
11. Tugtar na rátaí don Mhuirear Sóisialta Uilíoch (MSU) sa tábla thíos:

| Sa bhliain | Ráta MSU | Sa tseachtain |
|-----------------------|----------|-------------------|
| Suas le €10 036 | 2% | Suas le €193 |
| €10 036.01 go €16 016 | 4% | €193.01 go €308 |
| Sa bhreis ar €16 016 | 7% | Sa bhreis ar €308 |

Nóta: Déan neamhaird den 1 cent agus tú ag ríomh.

- (i) Is é €57 000 an tuarastal bliantúil atá ag Aodán. Ríomh méid an MSU a íocann sé sa bhliain.
- (ii) Is é €950 an pá a fhaigheann Pól gach seachtain. Ríomh méid an MSU a íocann sé sa tseachtain.
- (iii) Is é €63 000 an tuarastal bliantúil atá ag díoltóir. Ríomh méid an MSU a íocann sí sa bhliain.
- (iv) Is é €1200 an pá a fhaigheann pluiméir gach seachtain. Ríomh méid an MSU a íocann sé sa tseachtain.





- 12.** Is é €6600 an méid cáin ioncaim a d'íoc bean áirithe bliain amháin.
Ba é €4600 an creidmheas cánach a bhí aici agus ba é €28 000 scoithphointe an ráta chaighdeánaigh. Ba é 20% an ráta caighdeánach cáin ioncaim agus 40% an ráta ard.
- (i) Ríomh an cháin chomhlán a gearradh uirthi don bhliain sin.
 - (ii) Cé mhéad cáin ioncaim a d'íoc sí ar an ráta caighdeánach?
 - (iii) Cé mhéad cáin ioncaim a d'íoc sí ar an ráta ard?
 - (iv) Cé mhéad ioncam a thuill sí sa bhreis ar €28 000?
 - (v) Ríomh an t-ioncam comhlán a fuair an bhean an bhliain sin.
- 13.** Is é €7274 an méid cáin ioncaim a d'íoc Uinseann bliain amháin.
Ba é €31 000 scoithphointe an ráta chaighdeánaigh agus ba é €6150 an creidmheas cánach a bhí aige. Ba é 20% an ráta caighdeánach cáin ioncaim agus 42% an ráta ard.
Ríomh an t-ioncam comhlán a fuair Uinseann an bhliain sin.

Mír 5.7 Ús iolraithe

Má infheistímid €100 sa bhanc ar feadh bliana ar 5% sa bhliain, tuillfimid €5 úis.
Anois, tá €105 sa chuntas againn.

An **príomhshuim** a thugtar ar an €100.

An **ráta** sa bhliain a thugtar ar an 5%.

An **méid** nó an **méid deiridh** a thugtar ar an €105.

Méid deiridh =
Príomhshuim + Ús

Nuair a bhímid ag plé le hús iolraithe, oibrímid amach an t-ús ar bhonn bliantúil agus ansin cuirimid leis an bpríomhshuim é chun príomhshuim na chéad bhliana eile a fháil. Is mór an chabhair é an t-áireamhán leictreonach chun céatadán de shuim airgid a fháil.

Má infheistítear €500 ar feadh bliana ar 4%, is é an t-ús a gheofar ná 4% de €500.

Is ionann an méid deiridh agus 104% de €500.

Tá $104\% = 1.04$ agus mar sin tá 104% de €500 = $500 \times 1.04 = €520$.

Ar an gcaoi chéanna, má infheistítear €600 ar feadh bliana ar 3%, is é $€600 \times 1.03 = €618$ an méid.

Cuimhnigh

Chun 104% a fháil, iolraigh faoi 1.04.
Chun $104\frac{1}{2}\%$ a fháil, iolraigh faoi 1.045.
Chun 112% a fháil, iolraigh faoi 1.12.

Má infheistítear €300 ar feadh 5 bliana ar 4% sa bhliain, is féidir an méid deiridh (F) a ríomh mar seo a leanas:

$$300 \times \underbrace{1.04 \times 1.04 \times 1.04 \times 1.04 \times 1.04}_{5 \text{ huaire}} = 300 (1.04)^5$$

Chun an méid i ndiaidh **5** bliana a fháil, iolraigh faoi 1.04 **5** huaire, i.e. $(1.04)^5$.



Tugann an patrún ar an leathanach roimhe seo foirmle a úsáidtear leis an méid deiridh, F , a aimsiú, nuair a infheistítear suim airgid P ar ús iolraithe.

$$F = P(1 + i)^t$$

F = méid
 P = príomhshuim
 i = ús scríofa mar dheachúil
 t = líon na mblianta

An t-**iolraitheoir** a thugtar ar $1 + i$.

Is féidir an fhoirmle thuas a scríobh i bhfocail mar seo:

$$\text{Méid tar éis } t \text{ bliain} = \text{príomhshuim} \times (\text{iolraitheoir})^t$$

Sampla 1

Faigh an t-ús iolraithe ar €2800 a infheistíodh ar feadh trí bliana ar 7.5% sa bhliain.

Méid i ndeireadh na chéad bhliana: $€2800 \times 1.075 = €3010$

Méid i ndeireadh an dara bliain: $€3010 \times 1.075 = €3235.75$

Méid i ndeireadh an tríú bliain: $€3235.75 \times 1.075 = €3478.43$

Ús = $€3478.43 - €2800 = €678.43$

Ach an fhoirmle a úsáid don sampla thuas, faighimid,

$$F = P(1 + i)^t$$

$$F = €2800(1.075)^3 \quad \dots i = 0.075$$

$$F = €3478.43$$

$$\text{Ús} = €3478.43 - €2800 = €678.43 \quad \dots \text{an freagra céanna}$$

An ráta agus an príomhshuim a fháil

Má infheistítear €300 ar feadh bliana ar 6% sa bhliain, is é an t-ús a gheofar ná

$$€300 \times 0.06 = €18$$

Ach, dá ndéarfai linn gurb é €18 an méid a thuilleann €300 in aon bhliain amháin, conas a gheofaí an ráta úis?

D'fhéadfaimis a rá, más é €18 an méid a thuilleann €300, gurb é €6 an méid a thuillfeadh €100. Ráta 6% atá i gceist, mar sin.

$$\text{Dá réir sin, is é an ráta ná } \frac{18}{300} \times \frac{100}{1} = \frac{18}{3} = 6\%$$

$$\text{Ráta} = \frac{\text{Ús}}{\text{Príomhshuim}} \times \frac{100}{1} \%$$



Sampla 2

Infheistítear €650 ar feadh bliain amháin.

Más é €702 an méid atá ann i ndeireadh na bliana, faigh an ráta úis.

$$\text{Ús} = €702 - €650 = €52.$$

$$\text{Ráta} = \frac{\text{Ús}}{\text{Príomhshuim}} \times \frac{100}{1} = \frac{52}{650} \times \frac{100}{1} = 8\%$$

∴ an ráta = 8%

Sampla 3

D'infheistigh bean €6000 i gCumann Foirgníochta ar feadh dhá bhliain.

3% an ráta úis a bhí ann sa chéad bhliain.

Níor thóg sí aon airgead amach as an gcuntas i ndeireadh na chéad bhliana.

I ndeireadh an dara bliain, b'fhiú €6427.20 an infheistíocht iomlán.

Cén ráta úis a bhí ann sa dara bliain?

$$\begin{aligned} \text{Méid i ndeireadh na chéad bhliana} &= €6000 \times 1.03 \\ &= €6180 \end{aligned}$$

$$\text{Méid i ndeireadh an dara bliain} = €6427.20$$

$$\text{Dá réir sin, ús sa dara bliain} = €6427.20 - €6180 = €247.20$$

$$\begin{aligned} \text{Ráta sa dara bliain} &= \frac{\text{Ús}}{\text{Príomhshuim}} \times \frac{100}{1} \\ &= \frac{247.20}{6180} = \frac{100}{1} = 4\% \end{aligned}$$

4% an ráta úis sa dara bliain.

Má bhíonn dóthain eolais ar fáil is féidir foirmle an úis iolraithe a úsáid chun an phríomhshuim, an ráta nó an tréimhse ama a fháil.

Sampla 4

Infheistítear suim airgid ar feadh 3 bliana ar ús iolraithe 4% sa bhliain.

Más fiú €3149.62 an tsuim i ndiaidh 3 bliana, cén tsuim a infheistíodh?

$$F = P(1 + i)^t$$

$$3149.62 = P(1.04)^3 \quad \dots \text{anseo táimid ag lorg na príomhshuime, } P.$$

$$P(1.04)^3 = 3149.62$$

$$P = \frac{3149.62}{(1.04)^3} = \frac{3149.62}{1.1249} = €2800$$

€2800 an tsuim a infheistíodh.





Ráta Coibhéiseach Bliantúil

Gearrann institiúidí áirithe ús ar bhonn míosúil, comhlachtaí cártaí creidmheasa, mar shampla. Is iondúil go ngearrann siad ús ar ráta atá thart ar 2% sa mhí.

Cad a tharlóidh, mar sin, má fhágtar €100 gan íoc ar feadh 12 mhí agus go ngearrtar **ús iolraithe** ar ráta 2% in aghaidh na míosa.

Méid i ndeireadh an 12 mhí €100 × (1.02)¹².

$$100(1.02)^{12} = 126.824$$

Mar sin, beidh fiacha €126.8 ar shealbhóir an chárta i ndeireadh na bliana.

Dá réir sin, is ionann ús na bliana agus €26.80.

Ós rud é gurbh é €100 an tsuim, gearradh ús ar ráta 26.8%.

Mar sin, is ionann ús iolraithe 2% sa mhí agus ráta bliantúil úis 26.8%.

An **ráta coibhéiseach bliantúil** (RCB) a thugtar ar an ráta bliantúil úis sin.

Sin é an t-ús a íocann tú gach bliain i ndáiríre.

Sampla 5

Is é 20% an toradh a thugann banna infheistíochta tar éis 8 mbliana. Ríomh an RCB (ráta coibhéiseach bliantúil) don bhanna sin, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.

Más é 20% an toradh, is ionann an méid deiridh agus an tsuim a infheistíodh iolraithe faoi 1.20.

$$\therefore (\text{iolraitheoir})^8 = 1.2$$

$$\text{iolraitheoir} = (1.2)^{\frac{1}{8}} \quad \dots \text{faigh fréamh ochtach an dá thaobh}$$

$$\text{iolraitheoir} = 1.02305 \quad \dots \text{eochraigh isteach } 1.2 \quad \boxed{\times^y} \quad (1 \quad \boxed{\div} \quad 8).$$

Dá réir sin, is é 2.3% an ráta.

Dímheas

Má thiteann luach cairr ar ráta 20% sa bhliain, ní bheidh i luach an chairr i ndeireadh na chéad bhliana ach 80% dá luach i dtús na chéad bhliana.

Chun 80% de shuim airgid a fháil, iolraigh faoi 0.8 í mar tá 80% = 0.8.

Más é €25 000 an praghas a bhí ar charr, agus má thiteann a luach 15% in aghaidh na bliana, tá a luach

(i) i ndeireadh na chéad bhliana = €25 000 × 0.85

(ii) i ndeireadh an dara bliain = €25 000 × 0.85 × 0.85 = 25 000 × (0.85)²

(iii) i ndeireadh an tríú bliain = €25 000 × 0.85 × 0.85 × 0.85
= €25 000 × (0.85)³

.....

I ndeireadh 8 mbliana, is é €25 000 × (0.85)⁸ an luach atá air.



Sampla 6

Titeann luach meaisín 10% sa bhliain.

Más fiú €58 320 an meaisín i ndeireadh 3 bliana, cén luach a bhí air nuair a bhí sé nua?

Abraimis gurb é P luach an mheaisín nuair a bhí sé nua.

Luach P i ndeireadh 3 bliana = $P(0.9)^3 \dots$

$$\therefore P(0.9)^3 = 58\,320$$

$$P(0.729) = 58\,320$$

$$P = \frac{58\,320}{0.729} = 80\,000$$

$$\begin{aligned} 100\% - 10\% \\ = 90\% = 0.9 \end{aligned}$$

Ba é €80 000 luach an mheaisín nuair a bhí sé nua.

Cleachtadh 5.7

1. Scríobh gach ceann de na céatadáin seo ina dheachúil:
(i) 4% (ii) $5\frac{1}{2}\%$ (iii) 12% (iv) $14\frac{1}{2}\%$ (v) 112%
2. Scríobh síos an t-íolraitheoir a d'úsáidfeá dá mbeifeá ag iarraidh na céatadáin seo de mhéid faoi leith a fháil:
(i) 106% (ii) $105\frac{1}{2}\%$ (iii) 110% (iv) 96% (v) $112\frac{1}{2}\%$
3. Ríomh, go dtí an cent is gaire nuair is gá, an t-ús íolraithe ar
(i) €600 ar feadh 2 bhliain ar 5% (ii) €1800 ar feadh 2 bhliain ar 9%
(iii) €3500 ar feadh 3 bliana ar $7\frac{1}{2}\%$ (iv) €7800 ar feadh 3 bliana ar $3\frac{1}{2}\%$.
4. Infheistíodh €4600 ar feadh 2 bhliain ar ús íolraithe.
Más 4% an ráta a bhí ann sa chéad bhliain agus 5% an ráta sa dara bliain, faigh an t-ús iomlán don tréimhse dhá bhliain.
5. Fuair comhlacht €12 000 ar iasacht ó bhanc ar ús íolraithe 11% sa bhliain.
D'aisíoc an comhlacht €5000 i ndeireadh na chéad bhliana.
Cé mhéad airgid a bhí ag an mbanc ar an gcomhlacht i ndeireadh an dara bliain?
6. Infheistíodh €2500 i gcumann foirgníochta. Más é €2612.50 luach na hinfheistíochta i ndeireadh na chéad bhliana, ríomh an ráta úis.
7. Infheistítear suim airgid ar 7% sa bhliain. Más €6848 luach na hinfheistíochta i ndeireadh bliain amháin, faigh an tsuim a infheistíodh.
8. Infheistítear €8000 ar feadh 3 bliana ar ús íolraithe. Is é 5% an ráta sa chéad bhliain agus 6% an ráta sa dara bliain. Faigh luach na hinfheistíochta i ndeireadh dhá bhliain.
I ndeireadh an tríú bliain, ba é €9260.16 luach an airgid a infheistíodh.
Ríomh an ráta úis don tríú bliain.



- 9.** Cén tsuim airgid a thabharfaidh iomlán €1007.77 i ndeireadh tréimhse 3 bliana, má infheistítear í ar ús iolraithe 8% sa bhliain?
- 10.** D'infheistigh duine €10 000 i gcumann foirgníochta.
Ba é $2\frac{1}{2}\%$ an ráta úis sa chéad bhliain.
I ndeireadh na chéad bhliana, d'infheistigh an duine €1000 breise.
Ba é 2% an ráta úis sa dara bliain.
Ríomh luach na hinfheistíochta i ndeireadh an dara bliain.
I ndeireadh an tríú bliain, ba é €11 934 luach iomlán na hinfheistíochta.
Ríomh an ráta úis don tríú bliain.
- 11.** Cén tsuim airgid a thabharfaidh iomlán €10 988.78 i ndeireadh tréimhse 6 bliana, má infheistítear í ar ús iolraithe 5% sa bhliain?
- 12.** Faigheann duine €15 000 ar iasacht ar feadh dhá bhliain.
Ús 12% sa bhliain a ghearrtar an chéad bhliain.
Aisíocann an duine €6000 i ndeireadh na chéad bhliana.
Má tá fiacha €12 042 air i ndeireadh an dara bliain, faigh an ráta úis don dara bliain.
- 13.** Infheistíodh €5000 ar feadh 3 bliana ar ús iolraithe.
Ba é 4% an ráta sa chéad bhliain. Ba é $4\frac{1}{2}\%$ an ráta sa dara bliain.
(i) Faigh luach na hinfheistíochta i ndeireadh an dara bliain.
(ii) Ag tús an tríú bliain, infheistíodh €4000 breise. Ba é $r\%$ an ráta sa tríú bliain. Ba é €9811.36 luach iomlán na hinfheistíochta i ndeireadh an tríú bliain. Ríomh luach r .
- 14.** Infheistíodh suim airgid ar feadh 2 bhliain. Ba é 4% an ráta úis sa chéad bhliain agus 5% an ráta úis sa dara bliain. Más €9282 luach na hinfheistíochta i ndeireadh an dara bliain, faigh an tsuim a infheistíodh.
- 15.** Infheistíodh suim airgid ar ús iolraithe $r\%$ sa bhliain. B'fhiú €5175 i ndiaidh bliain amháin í agus b'fhiú €5951.25 i ndiaidh dhá bhliain í.
Faigh (i) luach r (ii) an tsuim a infheistíodh.
- 16.** Is é 25% an toradh a thugann banna infheistíochta tar éis 5 bliana.
Ríomh an RCB (ráta coibhéiseach bliantúil) don bhanna sin.
Bíodh do fhreagra ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.
- 17.** Gearrann comhlacht cártaí creidmheasa ús ar ráta 2.5% sa mhí.
Ríomh an ráta céatadánach úis do thréimhse 12 mhí agus é ceart go dtí an 0.1% is gaire.
- 18.** Gearrann comhlacht cártaí creidmheasa eile ús ar ráta 1.5% sa mhí.
Ríomh an ráta bliantúil úis, ceart go dtí an 0.1% is gaire.





19. Faigheann Seán €4000 ar iasacht ón mbanc ar 1 Eanáir. Aontaíonn sé leis an mbanc go ndéanfaidh sé €1000 a aisíoc i ndeireadh gach míosa. Gearrann an banc ús ar ráta 2% sa mhí ar an méid atá gan íoc.

(i) Lean leis an ríomh go dtí go bhfuil an iasacht iomlán íoctha ar ais. (Beidh an aisíocaíocht deiridh níos lú ná €1000.) Cathain a bheidh an t-airgead ar fad íoctha ar ais?

(ii) Cé mhéad a bheidh san aisíocaíocht deiridh?

| | |
|--------------------------|---------|
| Méid ar 1 Eanáir | €4000 |
| Ús, Eanáir | + 80 |
| Aisíocaíocht, 31 Eanáir | − 1000 |
| Méid ar 1 Feabhra | 3080 |
| Ús, Feabhra | + 61.60 |
| Aisíocaíocht, 28 Feabhra | − 1000 |
| Méid ar 1 Márta | 2141.60 |

20. Infheistíodh suim airgid ar ús iolraithe agus ba é €4897.20 luach na hinfheistíochta sin i ndeireadh dhá bhliain.

(i) Ba é 5% an ráta úis sa dara bliain.

Cén luach a bhí ar an infheistíocht i ndeireadh na chéad bhliana?

(ii) Ba é €4400 an tsuim a infheistíodh.

Cén ráta úis a bhí ann sa chéad bhliain?

21. D'infheistigh duine € B i gcumann foirgníochta ar 4% sa bhliain.

I ndeireadh na chéad bhliana, d'infheistigh sí € B breise agus d'fhág an t-airgead go léir sa chumann ar feadh bliain eile ar ús 5% sa bhliain.

Más é €17 136 luach na hinfheistíochta i ndeireadh an dara bliain, faigh luach B .

22. Tá comhlacht iasachtaí ag smaoineamh ar bhealaí éagsúla a bhféadfaidís ús a ghearradh.

Rogha A 78% a ghearradh sa bhliain

Rogha B $78\% \div 2 = 39\%$, mar sin 39% a ghearradh gach sé mhí

Rogha C $78\% \div 4 = 19.5\%$, mar sin 19.5% a ghearradh gach ráithe

Rogha D $78\% \div 12 = 6.5\%$, mar sin 6.5% a ghearradh sa mhí

Ríomh an RCB i gcás gach rogha agus é ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.

23. D'infheistigh bean €8000 i mbanc ar ús iolraithe 7% sa bhliain.

Thóg sí €2000 amach as an gcuntas i ndeireadh na chéad bhliana.

D'fhág sí an chuid eile sa bhanc ar feadh bliain eile ar ráta $r\%$.

Más é €6920.80 luach na hinfheistíochta i ndeireadh an dara bliain, faigh luach r .

24. €15 000 a chosain meaisín áirithe.

Má thagann laghdú de 15% ar a luach gach bliain, faigh a luach i ndeireadh dhá bhliain.

25. Titeann luach veaineanna 20% sa bhliain.

(i) Má cheannaítear veain ar €23 000, faigh a luach i ndeireadh trí bliana.

(ii) Más é €11 520 luach veain áirithe tar éis dhá bhliain, faigh a luach nuair a bhí sí nua.

26. Ceannaíodh carr nua ar €24 000. Thit a luach 20% sa chéad bhliain.

Más é €16 128 luach an chairr i ndeireadh an dara bliain, cén laghdú a tháinig ar luach an chairr i rith an dara bliain? Scríobh an freagra ina chéatadán.



27. Titeann luach carr athláimhe 15% sa bhliain.
Cén laghdú a tháinig ar luach an chairr thar thréimhse 3 bliana?
Scríobh do fhreagra ina chéatadán agus é ceart go dtí an tslánuimhir is gaire.

28. Tá líon na niút i lochán ag titim 8% in aghaidh na bliana.
Tá 756 niút sa lochán anois.
Cé mhéad niút a bheidh ann i gceann 6 bliana?

29. Titeann luach cairr 20% sa bhliain. Más é €14 336 luach an chairr i ndeireadh trí bliana, faigh luach an chairr nuair a bhí sí nua.

30. Cuirtear cóireáil ultraivialait ar fáil in aonad fisiteiripe in ospidéal áirithe.
Faigheann gach othar atá ag dul don chóireáil dáileog 1 nóiméad 9 soicind ar an gcéad lá.
Gach lá, méadaítear an dáileog de chéatadán áirithe, ag brath ar an gcineál craicinn atá ag an othar, mar a fheictear sa tábla thall.
(Méadaítear an dáileog go dtí go sroictear an t-uasmhéid de 46 nóiméad 18 soicind, agus coinnítear ag an leibhéal sin í as sin amach.)

| Cineál craicinn | Méadú sa lá ina chéatadán |
|--|---------------------------|
| 1. Dónn i gcónaí | 10% |
| 2. Faigheann sé dath má thugtar aire dó, ach dónn sé go héasca fosta | 15% |
| 3. Faigheann sé dath go héasca agus is annamh a dhónn sé | 20% |
| 4. Faigheann sé dath i gcónaí, ní dhónn riamh | 25% |

- (i) Tá craiceann de chineál 3 ag Méadhbh. Ríomh an dáileog a gheobhaidh sí ar lá 3.
- (ii) Tá craiceann de chineál 4 ag Cian. Cén lá a gheobhaidh sé dáileog a bheidh níos mó ná 3 nóiméad ar fad den chéad uair?
- (iii) Tá craiceann de chineál 2 ag Ríonach. Ar lá 14, faigheann sí dáileog 4 nóiméad, 0 soicind. Cén dáileog a gheobhaidh sí ar lá 16?

Mír 5.8 Luas – fad slí – am

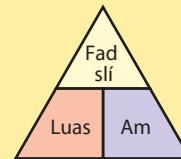
Thiomáin Séamas ó Bhaile Átha Cliath go Corcaigh, fad slí 250 km, in $2\frac{1}{2}$ uair an chloig.

Is féidir an meánluas a bhí faoi agus é ar an aistear a oibriú amach ach úsáid a bhaint as an modh seo:

$$\begin{aligned} \text{Meánluas} &= \frac{\text{fad an aistir}}{\text{am a glacadh}} \\ &= \frac{250}{2.5} = 100 \text{ km/u} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Luas} &= \frac{\text{Fad}}{\text{Am}} \\ \text{Am} &= \frac{\text{Fad}}{\text{Luas}} \\ \text{Fad} &= \text{Am} \times \text{Luas} \end{aligned}$$

Is féidir an triantán seo a úsáid chun cuimhneamh ar na foirmlí.



Clúdaigh an luach atá uait le d'ordóg: e.g. chun an luas a aimsiú, clúdaigh Luas. Fágтар leis seo thú:

$$\frac{\text{Fad}}{\text{Am}}$$

Sampla 1

Thaistil tiománaí 500 km in 6 uair an chloig.

100 km/u an meánluas a bhí fúithi sí sa chéad dá uair an chloig.

Faigh an meánluas ina chiliméadair san uair le linn na gceithre uair an chloig deiridh.

Is é $100 \times 2 = 200$ km an fad slí a taistealaíodh sa chéad 2 uair an chloig.

Dá réir sin, thaistil an tiománaí 300 km sna 4 uair an chloig deiridh.

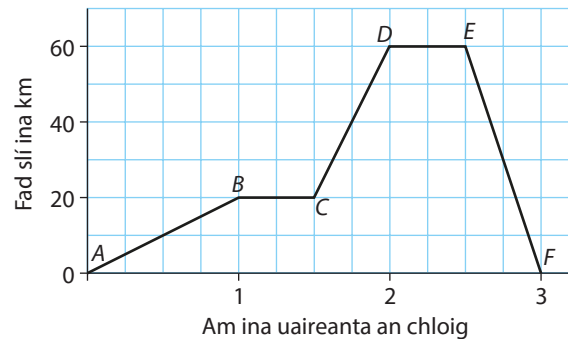
$$\begin{aligned}\text{Meánluas} &= \frac{\text{Fad slí}}{\text{Am}} \\ &= \frac{300}{4} = 75\end{aligned}$$

\therefore an meánluas le linn na 4 uair an chloig deiridh = 75 km/u.

Graif fad slí agus ama

Léiríonn an graif fad slí agus ama thíos an t-aistear a rinne rothaí.

Chuir sé tús leis an aistear i mBaile A.



- (i) Ó A go B, chuaigh sé 20 km in 1 uair an chloig ar an rothar.
- (ii) Ag B, stop sé ar feadh leathuaire. Léirítear é sin le [BC].
- (iii) Ag C, ghlac sé síob ar leoraí agus chuaigh sé go D, fad slí 40 km. Ghlac an chuid sin den turas leathuair an chloig.
- (iv) Ansin lig sé a scíth ar feadh leathuaire. Léirítear é sin le [DE].
- (v) Ansin, chuaigh sé ar an traen ar ais go dtí an baile inar thosaigh sé an turas. Ghlac an t-aistear 60 km sin leathuair an chloig air. Léirítear é sin le [EF].
[Ar ghráf fad slí agus ama, is féidir leis an túsphointe agus an ceann scríbe a bheith in áit ar bith ar an ais chothrománach.]

Nóta 1. Ar ghráf fad slí agus ama, léiríonn líne chlaonta go raibh luas seasta ann.

2. Léiríonn líne chothrománach gur glacadh sos ar feadh na tréimhse sin.

3. $\text{Luas} = \frac{\text{Fad slí}}{\text{Am}}$

$$\text{Tá an luas ó E go F} = \frac{60 \text{ km}}{\frac{1}{2} \text{ uair}} = \frac{120}{1} = 120 \text{ km/u}$$



Cleachtadh 5.8

1. Gluaiseann traein áirithe ar 60 km/u ar feadh dhá uair an chloig agus ansin ar 90 km/u ar feadh uair an chloig amháin. Faigh meánluas na traenach i gcaitheamh na dtrí uair an chloig.
2. Glacann aistear 3 uair an chloig ar mheánluas 120 km/u. Cé mhéad ama, ina uaireanta an chloig, a ghlacfaidh an t-aistear má laghdaítear an meánluas go 80 km/u?
3. Ríomh meánluas na traenach ina km san uair má théann sí
 - (i) 240 km in 2 uair an chloig
 - (ii) 336 km in 3 uair an chloig
 - (iii) 68 km i leathuair an chloig
 - (iv) 392 km in $3\frac{1}{2}$ uair an chloig
 - (v) 32 km in 15 nóiméad
 - (vi) 90 km in 40 nóiméad.
4. Léirítear thíos turas bus ó Bhaile Átha Cliath go Trá Lí.

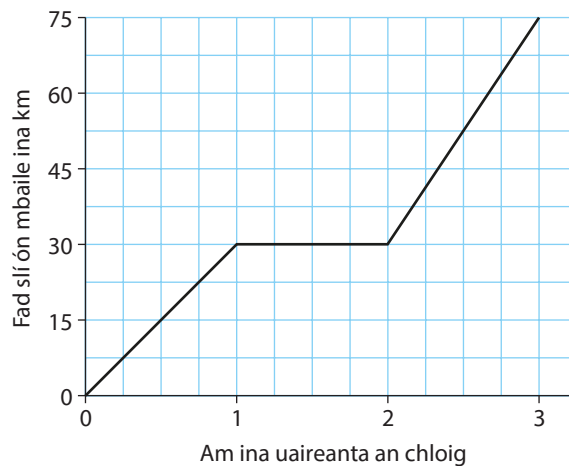


- (i) Ríomh meánluas an bhus ó Bhaile Átha Cliath go Luimneach.
 - (ii) Ríomh meánluas an bhus ó Luimneach go Trá Lí.
 - (iii) Ríomh meánluas an bhus ó Bhaile Átha Cliath go Trá Lí.
Bíodh na freagraí ceart go dtí an tslánúimhir is gaire.
5. Cuireadh tús le turas 276 km ar 10:40 á amháin agus cuireadh críoch leis an turas an lá céanna ar 14:30. Faigh an meánluas ina km/u.
 6. Cén fad slí a rachaidh carr
 - (i) taobh istigh de 3 uair an chloig ar mheánluas 80 km/u?
 - (ii) taobh istigh de 4 uair an chloig ar mheánluas 65 km/u?
 - (iii) taobh istigh de $2\frac{1}{4}$ uair an chloig ar mheánluas 88 km/u?
 7. Faigh an t-am a thógfaidh sé
 - (i) aistear 210 km a dhéanamh ar mheánluas 70 km/u
 - (ii) aistear 200 km a dhéanamh ar mheánluas 80 km/u
 - (iii) aistear 20 km a dhéanamh ar mheánluas 60 km/u.
 8. 4 uair an chloig agus 20 nóiméad a thógann sé aistear áirithe a dhéanamh ar mheánluas 120 km/u. Cé mhéad uair agus nóiméad a thógfaidh an t-aistear céanna má laghdaítear an meánluas go 100 km/u?
 9. Thaistil tiománaí 320 km i gcaitheamh cúig uair an chloig. 80 km/u an meánluas a bhí fúithi le linn an chéad 160 km. Cad é an meánluas a bhí fúithi le linn an dara 160 km?
 10. Má thaistealaítear 18 km in 25 nóiméad, faigh an meánluas ina mhéadair sa soicind.
 11. Fágann traein Corcaigh ag 09:05 agus sroicheann sí Baile Átha Cliath ag 12:25. Is é 250 km an fad slí idir Corcaigh agus Baile Átha Cliath. Faigh meánluas na traenach ina km/u.

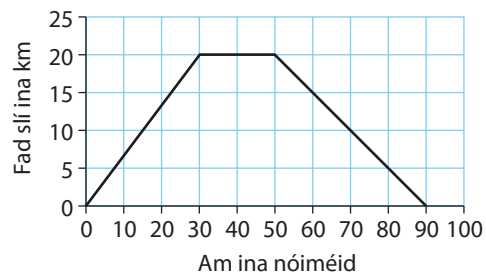




- 12.** Taistealaíonn duillárthach 48 km ar luas 36 km/u.
Ríomh an méid ama a thóg an t-aistear
(i) ina uaireanta an chloig, ag úsáid codán (ii) ina uaireanta an chloig agus nóiméid
- 13.** Taistealaíonn bád farantóireachta 51.6 km ar luas 24 km/u. Cé mhéad ama a thógfaidh sé an t-aistear ar fad a dhéanamh, ina uaireanta an chloig agus nóiméid?
- 14.** Ritheann tíogar ar luas 50 ciliméadar san uair ar feadh 9 soicind.
Cé mhéad méadar a ritheann an tíogar san am sin?
- 15.** Ghlac sé 46 nóiméad ar Éamonn 6.4 km a rith. Ríomh an meánluas a bhí faoi ina km/u agus é ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.
- 16.** Tá scoil Áine 1.7 km óna teach. 5.1 km/u an meánluas a bhíonn fúithi agus í ag siúl.
Cad é an t-am is déanaí a d'fhéadfadh sí an teach a fhágáil le bheith ar scoil ar 8.55 a.m.?
- 17.** Léiríonn an graf fad slí agus ama thíos turas faoi leith a rinne Sinéad.
Ghlac an turas sin 3 uair an chloig uirthi.

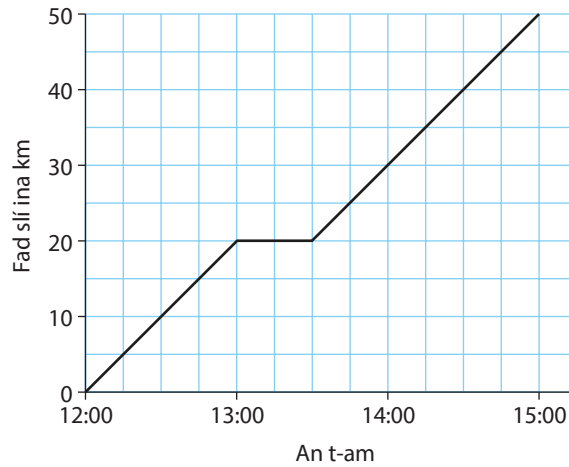


- (i) Cé chomh fada is a thaistil sí sa chéad uair an chloig?
(ii) Cé chomh fada is a bhí an sos a ghlac sí?
(iii) Cé chomh fada is a thaistil sí sa tríú huair an chloig?
(iv) Cén fad iomlán a bhí sa turas?
- 18.** Léiríonn an graf seo an turas a dhéanann traen turasóireachta ó stáisiún amháin go stáisiún eile agus ar ais arís.
- (i) Cá fhad óna chéile atá an dá stáisiún?
(ii) Cad é luas na traenach, ina km sa nóiméad, ar an turas amach?
(iii) Cad é an luas sin ina km san uair (km/u)?
(iv) Cad é luas na traenach, ina km/u, ar an turas ar ais?





19. Léiríonn an graf thíos an fad slí a thaistil bus faoi leith agus an t-am a ghlac sé air an t-aistear a chríochnú. Thosaigh an turas ar 12:00 agus chríochnaigh sé ar 15:00.



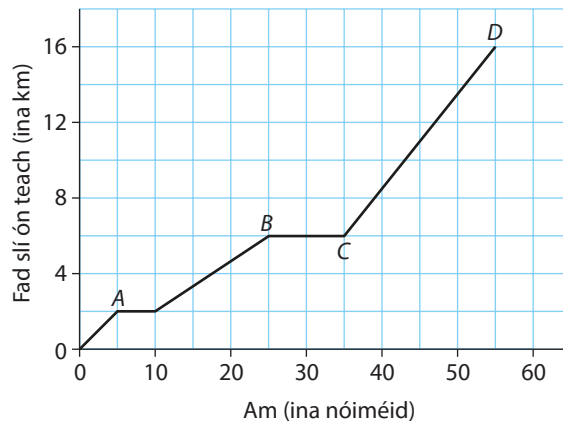
- Cé chomh fada is a thaistil an bus sa chéad uair an chloig?
- Cé chomh fada is a bhí an sos a glacadh?
- Cé chomh fada is a thaistil an bus idir 13.30 agus 15.00?
- Cé mhéad ama a chuaigh thart agus iad ag taisteal ó phointe 10 km ón túsphointe go pointe 40 km ón túsphointe?

20. Léiríonn an graf taistil thíos turas an Uasail Uí Luanaigh sa charr óna theach go dtí an oifig.

Ag *A*, stopann sé chun nuachtán a cheannach.

Ag *B*, stopann sé chun peitreal a cheannach.

Ag *D*, sroicheann sé ceann scríbe.



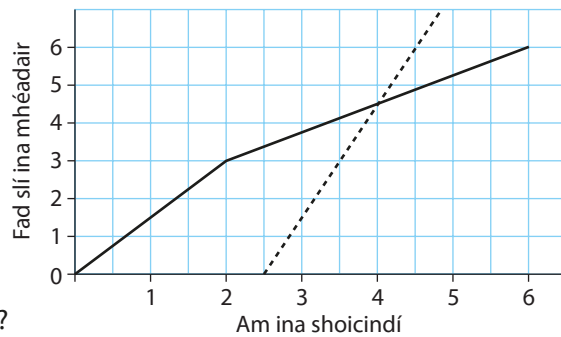
- Cá fhad a ghlacann an turas air?
- Cé mhéad ama a chaitheann sé ag an stáisiún peitрил?
- Cad é meánluas an chairr ó *C* go *D*?
- Gan an dá shos a chur san áireamh, cén meánluas a bhí faoin gcarr don turas iomlán?





21. Graf fad slí agus ama is ea an líne gan briseadh thall agus baineann sí le carr mionsamhlach faoi leith.

- (i) Cad é luas an chairr, ina mhéadair sa soicind, i rith an chéad 2 shoicind?
- (ii) Cad a tharlaíonn do luas an chairr i ndiaidh an chéad 2 shoicind?
- (iii) Cad é luas an chairr ina dhiaidh sin?



Is í an líne bhriste an graf fad slí agus ama a bhaineann le carr mionsamhlach eile.

- (iv) Cén luas atá faoin dara carr?
- (v) Cá fhad atá an dara carr ag taisteal sula ngabhann sí thar an gcéad charr?

Tosaíonn an tríú carr mionsamhlach 4.5 soicind i ndiaidh an chéad chairr agus gabhann sí thairsti 1.5 soicind ina dhiaidh sin.

- (vi) Cad é luas an tríú carr?

Mír 5.9 Ag obair le huimhreacha san fhoirm chaighdeánach

Má bhaineann tú úsáid as áireamhán leis an oibríocht $60\,000 \times 4\,600\,000$ a dhéanamh, is í an uimhir 2.76×10^{11} a thiocfaidh aníos ar an scáileán.

Seasann sin don uimhir 2.76 agus é iolraithe faoi 10 aon uair déag.

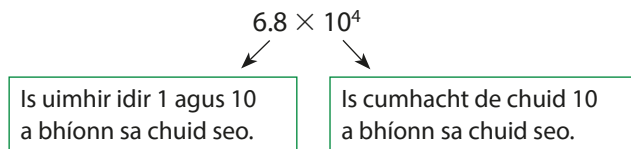
Tá an uimhir 2.76×10^{11} scríofa i **nodaireacht na heolaíochta** nó san **foirm chaighdeánach**.

Is é atá san fhoirm chaighdeánach ná cineál gearrscríbhneoireachta a úsáidtear le huimhreacha móra agus uimhreacha beaga a scríobh.

Sainmhíniú

Aon uimhir a scríobhtar san fhoirm $a \times 10^n$, áit a bhfuil $1 \leq a < 10$, agus n ina shlánuimhir, deirtear gur i nodaireacht na heolaíochta nó san fhoirm chaighdeánach atá sí scríofa.

Sampla



Seo roinnt uimhreacha agus iad scríofa san fhoirm chaighdeánach:

- (i) $4000 = 4 \times 1000 = 4 \times 10^3$
- (ii) $64\,000 = 64 \times 1000 = 64 \times 10^3 = 6.4 \times 10^4$
- (iii) $254\,000 = 2.54 \times 10^5$

Tabhair faoi deara, má aistrítear an pointe deachúlach:

- (i) **1** ionad ar chlé, go n-iolraítear an chumhacht de chuid 10 faoi 10^1
- (ii) **2** ionad ar chlé, go n-iolraítear an chumhacht de chuid 10 faoi 10^2
- (iii) **3** ionad ar chlé, go n-iolraítear an chumhacht de chuid 10 faoi 10^3 ...



Uimhreacha atá níos lú ná 1

I gcás uimhir atá níos lú ná 1, déan é seo:

$$(i) 0.04 = \frac{4}{100} = \frac{4}{10^2} = 4 \times 10^{-2}$$

$$(ii) 0.007 = \frac{7}{1000} = \frac{7}{10^3} = 7 \times 10^{-3}$$

$$(iii) 0.068 = \frac{6.8}{10^2} = 6.8 \times 10^{-2}$$

Má fhéachann tú ar d'áireamhán, feicfidh tú an eochair **EXP** nó **10^x**.
Seasann an eochair sin do 'easpóntaíúil'.

Chun 2.54×10^3 a athrú go dtí an fhoirm dheachúlach, eochraigh isteach **2.54** **10^x** **3** **=**. Is é 2540 a thiocfaidh aníos ar an scáileán.



Oibríochtaí san fhoirm chaighdeánach

1. Chun uimhreacha san fhoirm chaighdeánach a shuimiú nó a dhealú, tiontaigh gach uimhir ina deachúlach agus déan an suimiú nó an dealú.

Sampla $2.4 \times 10^2 + 1.68 \times 10^3$
 $= 2.4 \times 100 + 1.68 \times 1000$
 $= 240 + 1680 = 1920 = 1.92 \times 10^3$

2. Chun uimhreacha san fhoirm chaighdeánach a iolrú (nó a roinnt), iolraigh na páirteanna in 'a' faoina chéile ar dtús agus ansin iolraigh na huimhreacha atá scríofa mar chumhachtaí de chuid 10 faoina chéile. Is mór an chabhair é an t-áireamhán chun oibríochtaí dá leithéid sin a dhéanamh.

$$\begin{aligned} \text{Mar sin, tá } (3.8 \times 10^3)(9.4 \times 10^{-2}) &= (3.8 \times 9.4) \times 10^3 \times 10^{-2} \\ &= 35.72 \times 10^1 \quad \dots 3 - 2 = 1 \\ &= 3.572 \times 10^2 \end{aligned}$$

Nó eochraigh an méid seo ar an áireamhán

$$3.8 \text{ } 10^x \text{ } 3 \text{ } \times \text{ } 9.4 \text{ } 10^x \text{ } -2 \text{ } =.$$

Is é 357.2 an freagra.

Tá $357.2 = 3.572 \times 10^2$.

Sampla 1

Scríobh gach ceann díobh seo san fhoirm chaighdeánach:

$$(i) 2.76 \times 10^3 - 5.9 \times 10^2 \qquad (ii) \frac{(6 \times 10^3) \times (4.5 \times 10^4)}{1.2 \times 10^4}$$

$$(i) 2.76 \times 10^3 - 5.9 \times 10^2 = 2760 - 590 \\ = 2170 = 2.17 \times 10^3$$

[nó eochraigh isteach **2.76** **10^x** **3** **-** **5.9** **10^x** **2** **=** Is é 2170 an freagra].



$$\begin{aligned}
 \text{(ii)} \quad \frac{(6 \times 10^3) \times (4.5 \times 10^4)}{1.2 \times 10^4} &= \frac{6 \times 4.5 \times 10^4 \times 10^3}{1.2 \times 10^4} \\
 &= \frac{27 \times 10^7}{1.2 \times 10^4} \\
 \frac{27}{1.2} \times \frac{10^7}{10^4} &= 22.5 \times 10^3 \\
 &= 2.25 \times 10^4
 \end{aligned}$$

[nó eochraigh isteach $6 \boxed{10^x}^3 \times 4.5 \boxed{10^x}^4 \div 1.2 \boxed{10^x}^4 =$

Is é 22 500 an freagra.

Tiontaítear é sin go dtí an fhoirm 2.25×10^4 ansin].

Cleachtadh 5.9

1. Scríobh gach ceann díobh seo ina shlánuimhir:

- | | | | |
|-----------------------|-------------------------|--------------------------|---------------------------|
| (i) 6×10^2 | (ii) 4.5×10^2 | (iii) 6.8×10^3 | (iv) 5.1×10^4 |
| (v) 6.7×10^4 | (vi) 5.16×10^2 | (vii) 7.05×10^3 | (viii) 1.86×10^4 |

2. Scríobh gach ceann díobh seo san fhoirm chaighdeánach:

- | | | | |
|------------|-------------|--------------|----------------|
| (i) 400 | (ii) 580 | (iii) 6200 | (iv) 5700 |
| (v) 60 000 | (vi) 76 000 | (vii) 92 000 | (viii) 720 000 |

3. Athraigh na huimhreacha seo ina ndeachúlacha:

- | | | | |
|--------------------------|-------------------------|----------------------------|---------------------------|
| (i) 2.5×10^{-1} | (ii) 6×10^{-2} | (iii) 4.8×10^{-3} | (iv) 9.2×10^{-4} |
|--------------------------|-------------------------|----------------------------|---------------------------|

4. Scríobh na huimhreacha seo san fhoirm chaighdeánach:

- | | | | |
|----------|------------|-------------|-------------|
| (i) 0.04 | (ii) 0.062 | (iii) 0.007 | (iv) 0.0065 |
|----------|------------|-------------|-------------|

5. Scríobh na huimhreacha seo san fhoirm chaighdeánach:

- | | | | |
|-----------|-------------|--------------|--------------|
| (i) 0.008 | (ii) 0.0079 | (iii) 0.0006 | (iv) 0.00053 |
|-----------|-------------|--------------|--------------|

6. Cé acu de na huimhreacha seo atá scríofa san fhoirm chaighdeánach?

- | | | | | |
|----------------------------|---------------------------|--------------------------------|--------------------------|----------------------------|
| A 2.5×10^9 | B 48×10^2 | C $3.5 \times 100\,000$ | D 7×10^5 | E 0.34×2^4 |
|----------------------------|---------------------------|--------------------------------|--------------------------|----------------------------|

7. Oibrigh amach iad seo a leanas agus scríobh na freagraí ceart go dtí ionad amháin de dhechúlacha, más gá:

- | | |
|---|--|
| (i) $3.8 \times 10^2 + 1.7 \times 10^3$ | (ii) $1.76 \times 10 + 6.43 \times 10^2$ |
| (iii) $8.4 \times 10^3 - 1.7 \times 10^2$ | (iv) $6.64 \times 10^2 - 9.4 \times 10$ |

8. Faigh luach gach ceann díobh seo agus tabhair do chuid freagraí san fhoirm chaighdeánach:

- | | |
|--|--|
| (i) $(3.6 \times 10^2) \times (1.5 \times 10^3)$ | (ii) $(4.6 \times 10^2) \times (3.7 \times 10^{-1})$ |
| (iii) $(3.64 \times 10^{-2}) \times (9 \times 10^4)$ | (iv) $(1.8 \times 10^{-4}) \times (8 \times 10^5)$ |





9. Scríobh gach ceann díobh seo san fhoirm $a \times 10^n$, áit a bhfuil $1 \leq a < 10$, $n \in \mathbb{Z}$:

(i) $\frac{8.4 \times 10^5}{1.2 \times 10^2}$

(ii) $\frac{9 \times 10^4}{1.5 \times 10^2}$

(iii) $\frac{4.48 \times 10^3}{8 \times 10^{-1}}$

10. Scríobh iad seo san fhoirm chaighdeánach:

(i) $\frac{1.4 \times 10^3 + 5.6 \times 10^2}{7 \times 10^{-1}}$

(ii) $\frac{(6.4 \times 10^2) + (8.2 \times 10^4)}{1.033 \times 10^2}$

11. Oibrigh amach iad seo gan áireamhán a úsáid.
Tabhair do fhreagra san fhoirm chaighdeánach.

(i) $(5.4 \times 10^5) \times (3 \times 10^2)$

(ii) $\frac{4 \times 10^3}{8 \times 10^5}$

(iii) $\frac{4 \times 10^5}{5 \times 10^8}$

(iv) $\frac{1.6 \times 10^9}{8 \times 10^7}$

(v) $\frac{8 \times 10^4}{1.6 \times 10^5}$

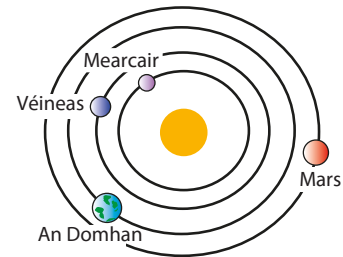
(vi) $\frac{4.8 \times 10^{-2}}{3 \times 10^3}$

12. Is é 1.27×10^4 km trastomhas an Domhain.

Is é 6.8×10^3 km trastomhas Mharsa.

- (i) Cé acu den dá phláinéad sin a bhfuil an trastomhas is mó aige?
- (ii) Cad é an difríocht idir trastomhais an dá phláinéad?
- (iii) Cad é suim an dá thrastomhas?

Tabhair do fhreagra san fhoirm chaighdeánach.



13. Scríobh $\frac{1.2 \times 10^8 \times 3.6 \times 10^5}{1.8 \times 10^9}$ san fhoirm chaighdeánach.

14. Ríomh an luach atá ar $\frac{5.1 \times 10^8 + 19 \times 10^7}{1.4 \times 10^{12}}$ agus scríobh do fhreagra ina uimhir dheachúlach.

15. Léiríonn an tábla seo líon na mball sna reiligiúin eagraithe is mó ar domhan sa bhliain 2000.

- (i) Scríobh líon na mBúdaithe ina dheachúlach.
- (ii) Cén reiligiún a raibh an bhallaíocht ba mhó aige?
- (iii) Cén reiligiún a raibh an bhallaíocht ba lú aige?
- (iv) Tá beagán níos mó ná leath an líon ball i reiligiún amháin agus atá i gceann de na reiligiúin eile. Cén dá reiligiún atá i gceist?

| Reiligiún | Baill |
|------------------|--------------------|
| An Búdachas | 3.4×10^8 |
| An Chríostaíocht | 1.92×10^9 |
| An Confúiceachas | 6.37×10^6 |
| An Hiondúchas | 7.67×10^8 |
| An tIoslam | 1.04×10^9 |

16. Scríobh gach ceann díobh seo ina uimhir dheachúlach:

(i) $\frac{6.8 \times 10^3 - 5.2 \times 10^2}{3.2 \times 10^2}$

(ii) $\frac{1.12 \times 10^{-2} \times 9.8 \times 10^5}{1.4 \times 10^2}$



Cuir triail ort féin 5

- Roinneadh duaischiste idir A, B agus C sa chóimheas 5 : 2 : 1.
Má fuair B €520, ríomh luach iomlán an duaischiste.
 - Laghdaítear de 20% an praghas marcáilte atá ar éadaí fear le linn saor-reaca i siopa.
 - Más é €336 an praghas atá ar chóta áirithe sa tsaor-reic, cén praghas marcáilte a bhí air?
 - Má dhéanann lucht an tsiopa brabús 5% ar bhunphraghas an chóta sa tsaor-reic, cén céatadán brabúis a bhí siad a dhéanamh ar an mbunphraghas roimh an tsaor-reic?
 - Is é €47 500 an tuarastal bliantúil atá ag Deirdre. €3600 an creidmheas cánach atá aici, agus is é €32 000 scoithphointe an ráta chaighdeánaigh.
Más é 20% an ráta caighdeánach agus más é 46% an ráta ard, cé mhéad cáin ioncaim a íocann sí sa bhliain.
- Aimsigh ceithre péire atá ag freagairt dá chéile.

| | | | | | | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|------------------|---------------------------|----------------------------|---------------------------|---------------------------|
| A 3^{-2} | B 2^{-3} | C 4^{-2} | D 6^{-1} | E -6 | F $\frac{1}{6}$ | G $\frac{1}{16}$ | H $\frac{1}{8}$ | I $\frac{1}{9}$ |
|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|------------------|---------------------------|----------------------------|---------------------------|---------------------------|
 - D'infheistigh duine €16 000 ar feadh dhá bhliain.
Ba é 7% an ráta úis sa chéad bhliain.
Ba é €18 061.60 luach na hinfheistíochta i ndeireadh an dara bliain.
Faigh an ráta úis don dara bliain.
 - Úsáideann duine cuachóg mhór snátha chun scaif a chniotáil. Tá an scaif 40 lúb ar leithead agus 120 cm ar fad.
Má úsáidtear cuachóg snátha den mhéid chéanna chun scaif atá 25 lúb ar leithead a chniotáil, aimsigh fad na scaife nua.
- Is é 5 an difríocht idir $\frac{1}{6}$ d'uimhir agus $\frac{1}{7}$ di. Cén uimhir atá i gceist?
 - Is é 21 473 aonad an léamh atá ar an méadar leictreachais i dteach Áine faoi láthair. Ba é 20 649 an léamh deireanach a tógadh.
 - Cé mhéad aonad leictreachais a úsáideadh ón léamh deireanach?
 - Cén costas a bheidh ar an leictreachas a úsáideadh má chosnaíonn gach aonad 20.5c?
 - Cuirtear buanmhuirear €24.08 leis an gcostas sin agus gearrtar CBL ar an méid iomlán ansin. Más é €233.53 méid bhille Áine, aimsigh an ráta CBL.
 - Mhalartaigh turasóir Astrálach 2000 dollar ar euro nuair a bhí ráta €1 = 1.6 dollar Astrálach i bhfeidhm. Cén táille a bhí ar an idirbheart más é €1225 an méid a fuair sí? Scríobh an freagra ina chéatadán.
- Tá fad agus leithead dronuilleoige sa chóimheas 7 : 4.
Más é 21 cm fad na dronuilleoige, faigh an t-achar.
 - Is é €42 800 an tuarastal bliantúil atá ag Síle. Is é €3350 an creidmheas cánach atá aici agus is é €31 000 scoithphointe an ráta chaighdeánaigh.
Más é 20% an ráta caighdeánach agus 42% an ráta ard, cé mhéad cáin ioncaim a íocann sí sa bhliain?



- (iii) I ndeireadh tréimhse dhá bhliain, b'fhiú €5342.40 suim airgid a infheistíodh ar ús iolraithe.
- (a) Más rud é go raibh ráta úis 6% i bhfeidhm sa dara bliain, cén luach a bhí ar an infheistíocht i ndeireadh na chéad bhliana?
- (b) Más é €4800 an tsuim a infheistíodh ar dtús, faigh an ráta úis don chéad bhliain.
- 5.** (i) Tá 36 dalta i rang áirithe sa scoil. Maidin amháin fiafraíodh de gach dalta sa rang cén chaoi ar tháinig sé/sí chun na scoile an mhaidin sin. Tháinig $\frac{1}{4}$ díobh ar rothair, $\frac{2}{9}$ ar an mbus, $\frac{1}{3}$ de shiúl na gcos agus an chuid eile i gcarranna.
- (a) Cén codán den rang a tháinig i gcarranna?
- (b) Cé mhéad dalta a tháinig ar an mbus?
- (ii) Tá rogha ag Sinéad idir na bearta pá seo a leanas:
A: 'Méadú 5% i mbliana agus méadú 4% an bhliain seo chugainn'
B: 'Méadú $4\frac{1}{2}\%$ i mbliana agus méadú $4\frac{1}{2}\%$ an bhliain seo chugainn'
Cén tairiscint ar cheart di glacadh léi?
- (iii) Íoctar coimisiún le díoltóir as gach meaisín a dhíolann sé. Faigheann sé 5% den chéad €8000 den phraghas díola, móide coimisiún 2% den fhuilleach.
- (a) Ríomh an coimisiún a gheobhadh an díoltóir as meaisín a dhíol ar €42 000.
- (b) Más é €1360 an coimisiún a fuair an díoltóir nuair a dhíol sé meaisín faoi leith, ríomh praghas díola an mheaisín sin.
- 6.** (i) Scríobh $\frac{(7.2 \times 10^2) \times (6.2 \times 10^3)}{3.6 \times 10^4}$ ina shlánuimhir.
- (ii) (a) Infheistíodh €6000 i mbanna rialtais 8 mbliana. Bhí ráta coibhéiseach bliantúil (RCB) 5% i gceist leis. Cén luach a bheidh ar an infheistíocht nuair a aibíonn sí i gceann ocht mbliana?
- (b) Is é 25% an toradh a thugann banna infheistíochta eile tar éis 8 mbliana. Ríomh RCB an bhanna sin.
Bíodh do fhreagra ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.
- (iii) €240 an méid cáin ioncaim a d'íoc pluiméir seachtain amháin. €600 scoithphointe an ráta chaighdeánaigh, agus €80 an creidmheas cánach a bhí aige. Ba é 20% an ráta caighdeánach agus 40% an ráta ard.
Faigh (a) an cháin ioncaim chomhlán a gearradh air an tseachtain sin
(b) an cháin ioncaim chomhlán a gearradh air ar ráta 20%
(c) an pá comhlán a fuair sé an tseachtain sin.
- 7.** (i) Rinne tiománaí $\frac{2}{5}$ dá aistear sular stop sé chun peitreal a cheannach. Thaistil sé 40 km eile agus stop sé arís. Má bhí $\frac{2}{3}$ den aistear déanta aige ag an bpointe sin, ríomh fad iomlán an aistir.
- (ii) Tá úinéir caisleáin ag smaoineamh ar an táille iontrála chuig an gcaisleán a mhéadú 15%. Deir a chuid comhairleoirí leis go laghdóidh sé sin líon na gcuariteoirí de 14%. Ar cheart dó an táille a ardú? Mínigh do fhreagra.





- (iii) Infheistíodh suim áirithe airgid ar feadh dhá bhliain ar ús iolraithe. 6% an ráta úis sa chéad bhliain agus $5\frac{1}{2}\%$ an ráta úis sa dara bliain. Más é €6709.80 luach na hinfheistíochta i ndeireadh an dara bliain, ríomh cén tsuim a infheistíodh
- 8.** (i) Roinn Siobhán agus Caoimhín €960 sa chóimheas 3 : 5.
Thug Siobhán an tríú cuid dá sciar do Mhicheál.
Thug Caoimhín leath a sciar do Mhicheál.
Cén codán den bhunmhéid a fuair Micheál?
Tabhair an codán san fhoirm is simplí de.
- (ii) Ceannaíonn Liam lomaire faiche nua.
Tagann laghdú de 20% ar luach an lomaire gach bliain.
(a) Síleann Liam nach mbeidh luach ar bith ar an lomaire i ndeireadh cúig bliana.
Níl an ceart ag Liam. Cén fáth?

Teastaíonn ó Liam luach an lomaire i ndeireadh dhá bhliain a oibriú amach.
(b) Beidh air luach an lomaire a iolrú faoi uimhir dheachúlach áirithe chun é sin a oibriú amach. Cén uimhir dheachúlach í sin?
- (iii) Is é €3600 sa bhliain an creidmheas cánach atá ag Seán. Is é €30 000 scoithphointe an ráta chaighdeánaigh. Is é 20% an ráta caighdeánach agus 35% an ráta ard.
Más é €7650 an méid cáin ioncaim a íocann Seán sa bhliain, faigh
(a) an cháin ioncaim chomhlán a ghearrtar air ar an ráta caighdeánach
(b) an cháin ioncaim chomhlán a ghearrtar air ar an ráta ard
(c) an méid ioncaim a thuill sé sa bhreis ar €30 000
(d) an tuarastal comhlán a fhaigheann sé sa bhliain.
- 9.** (i) D'fhág traein Trá Lí ar 09:05 agus shroich sí Baile Átha Cliath ar 12:50.
315 km an fad slí atá idir Trá Lí agus Baile Átha Cliath.
Faigh meánluas na traenach le linn an turais.
- (ii) (a) Tarraingítear léarscáil de réir scála 1 : 500 000.
Ar an léarscáil, 21.7 cm an fad slí atá idir dhá bhaile faoi leith.
Faigh an fad slí iarbhir eatarthu. Tabhair do fhreagra ina chiliméadair.
(b) Is é 40 an freagra a tugadh ar 10.25×3.84 . Ríomh an earráid chéatadánach agus bíodh do fhreagra ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.
- (iii) D'infheistigh duine € P i mbanna coigiltis ar ús iolraithe.
4% an ráta sa chéad bhliain.
I ndeireadh na chéad bhliana, d'infheistigh an duine € P eile sa bhanna.
 $3\frac{1}{2}\%$ an ráta úis sa dara bliain agus 3% sa tríú bliain.
Más €17 397.94 luach na hinfheistíochta ar fad i ndeireadh an tríú bliain, ríomh luach P .

Achoimre ar na príomhphointí...

1. Cóimheasa

Úsáidimid **cóimheasa** (mar shampla 3 : 4 nó 1 : 2 : 3) chun léiriú a thabhairt ar an gcaoi a bhfuil rudaí roinnte.

Bíonn dhá chainníocht **i gcomhréir dhíreach** lena chéile má fhanann a gcóimheasa mar an gcéanna de réir mar a mhéadaíonn nó mar a laghdaíonn na cainníochtaí.

2. Céatadáin

(i) Chun méid a mhéadú de 4%, iolraigh faoi 1.04 é.

(ii) Chun méid a laghdú de 4%, iolraigh faoi 0.96 é.

(iii) Céatadán brabúis (nó caillteanas) = $\frac{\text{brabús (nó caillteanas)}}{\text{bunphraghas}} \times 100\%$

(iv) Earráid choibhneasta = $\frac{\text{earráid}}{\text{fíorluach}}$

Earráid chéatadánach = $\frac{\text{earráid}}{\text{fíorluach}} \times \frac{100}{1}\%$

(v) Chun **ús iolraithe** a ríomh, aimsigh an t-iolraitheoir.

Méid tar éis t bliain = bunphraghas \times (iolraitheoir) t .

3. Cáin ioncaim

Cáin iníoctha = Cáin chomhlán – creidmheasanna cánach

Más é €30 000 **scoithphointe an ráta chaighdeánaigh**, ciallaíonn sé sin go n-íocann an duine cáin ioncaim ar an **ráta caighdeánach** ar an gcéad €30 000 dá ioncam.

4. Idirbhearta airgeadra

Chun airgeadra amháin a mhalartú ar airgeadra eile, cuir an t-airgeadra a theastaíonn sa fhreagra ar thaobh na láimhe deise den chothromóid.

5. Luas-am-fad slí

Luas = $\frac{\text{Fad slí}}{\text{Am}}$; Am = $\frac{\text{Fad slí}}{\text{Luas}}$; Fad slí = Am \times Luas

6. Uimhreacha san fhoirm chaighdeánach

Is é atá san **foirm chaighdeánach**, bealach áisiúil chun uimhreacha móra agus uimhreacha beaga a scríobh.

Bíonn uimhir san fhoirm chaighdeánach nuair:

7.2×10^6

a scríobhtar an chuid seo mar uimhir idir 1 agus 10 a scríobhtar an chuid seo mar chumhacht de chuid 10

Chun uimhreacha a chur isteach i d'áireamhán san fhoirm chaighdeánach, úsáid an eochair **10^x** nó **EXP**.

Chun 4.5×10^7 a chur isteach, brúigh na heochracha **4** **•** **5** **×** **10^x** **7**.

An Dóchúlacht

caibidil

6

Focail thábhachtacha

| | | | | |
|--------------------|----------------|-----------------|-------------------------|----------|
| dóchúlacht | dodhéanta | cinnte | fothoradh | teagmhas |
| comhdhóchúil | spás samplach | turgnamh | minicíocht choibhneasta | |
| riail an iolraithe | comheisiatach | léaráidí Venn | trialacha Bernoulli | |
| iomalartú | luach ionchais | léaráidí crainn | | |

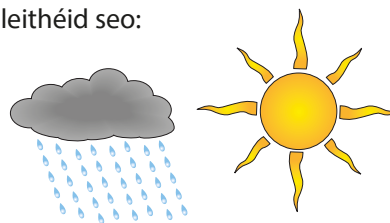
Mír 6.1 An dóchúlacht agus an tseansúlacht

Má éistean tú le tuar na haimsire, seans go gcloisfidh tú a leithéid seo:

'Seans maith go mbeidh báisteach ann amárach.'

'D'fhéadfadh toirneach a bheith ann san iarnóin.'

'Is dócha go stopfaidh an bháisteach tráthnóna.'



Chun an aimsir a thuar, déantar staidéar ar chairteacha agus ar shonraí aimsire le fáil amach, mar shampla, cén seans atá ann go mbeidh báisteach ann amárach.

Sa **dóchúlacht**, baintear úsáid as uimhreacha le cur síos a dhéanamh ar an seans atá ann go dtarlóidh rud faoi leith.

Is féidir cur síos a dhéanamh ar an **dóchúlacht** nó ar an **seans** go dtarlóidh rud faoi leith ach úsáid a bhaint as focail mar:

Dodhéanta **Neamhdhóchúil** **Seans Cothrom** **Dóchúil** **Cinnte**

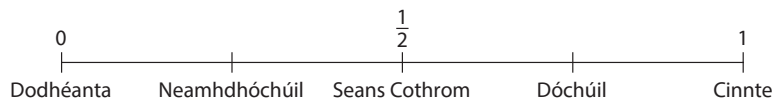
Is é an dóchúlacht atá ag rud **a tharlóidh go cinnte** ná **1**.

Is é an dóchúlacht atá ag rud **nach féidir leis tarlú** ná **0**.

Uimhir atá níos mó ná 0 agus níos lú ná 1 a bheidh i ngach dóchúlacht eile.

Dá dhóchúla é go dtarlóidh rud éigin faoi leith, is é is gaire a bheidh an dóchúlacht do 1.

Scála dóchúlachta a thugtar ar an líne thíos.



Tá **seans cothrom** ann gur duine fireann a bheidh sa chéad duine eile a chasfar ort ar an tsráid.

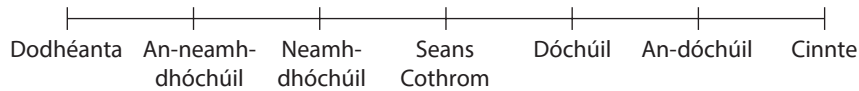
Is **cinnte** go n-éireoidh an ghrian amárach.

Tá sé **dodhéanta** 7 a fháil nuair a chaitear gnáthdhísle.



Cleachtadh 6.1

- Déan cur síos ar an dóchúlacht go dtarlóidh na nithe seo a leanas. Bain úsáid as ceann amháin de na lipéid seo i ngach freagra: Dodhéanta, Seans Cothrom, Cinnte.
 - Ní rachaidh an ghrian faoi an tseachtain seo chugainn.
 - Is buachaill a bheidh sa chéad leanbh eile a bhéarfar in ospidéal faoi leith.
 - Beidh Lá Nollaig ar an 25 Nollaig i mbliana.
 - Is cárta dearg a bheidh sa chéad cárta eile a tharraingeofar amach as gnáthphaca cártaí.
 - Fásfaidh banana amháin ar an gcrann piorraí sa ghairdín.
- Tá seacht lipéad ar an scála dóchúlachta thíos:

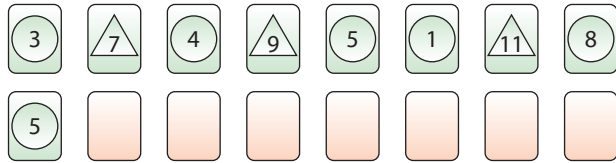


I gcás gach ceann de na nithe seo a leanas, cé acu de na lipéid a roghnófa le cur síos a dhéanamh ar an dóchúlacht go dtarlóidh sé?

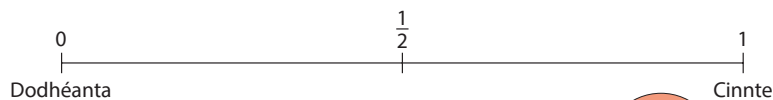
- Gheobhaidh tú 10 nuair a chaitheann tú gnáthdhísle uair amháin.
- Beidh báisteach in Éirinn am éigin an tseachtain seo chugainn.
- Buafaidh tú duais i gcrannchur an chlub gan ach ticéad amháin a bheith agat.
- Mairfidh tú go mbeidh tú 100 bliain d'aois.
- Má chaithim bonn airgid san aer, is cúl a gheobhaidh mé.
- Roghnóidh mé lá dar críoch N amach as laethanta na seachtaine.
- Tarraingeoidh tú ré-uimhir amach as na cártaí seo:



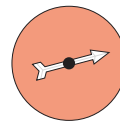
- Tá na cártaí seo ag Dáithí: Meascann sé na cártaí agus iompaíonn sé béal faoi iad. Iompaíonn sé ceann amháin ar ais. 5 atá air. Iompaíonn sé ceann eile.



- An mó seans gur uimhir atá níos airde ná 5 a bheidh ar an gcárta nó gur uimhir atá níos ísle ná 5 a bheidh air? Cén fáth?
 - An mó seans gur ciorcal a bheidh ar an gcárta nó gur triantán a bheidh air? Cén fáth?
- Déan cóip den scála dóchúlachta seo. Tarraing saigheada ar an scála chun léiriú a thabhairt ar an dóchúlacht go dtarlóidh na nithe a liostaítear thíos:

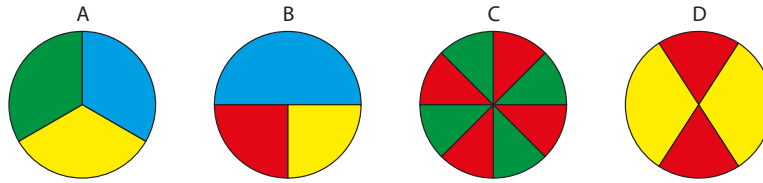


- go stopfaidh an rothlóir ar dheis ar an dath dearg
- go stopfaidh an rothlóir ar dheis ar an dath glas
- gur cailín a bheidh sa chéad leanbh eile a bhéarfar in ospidéal faoi leith
- go dtógfar cnaipe dubh amach as an mála seo, gan breathnú isteach ann
- go dtógfar cnaipe dearg amach as an mála seo, gan breathnú isteach ann





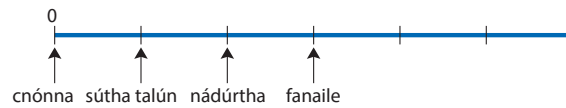
5. Seo ceithre rothlóir a bhfuil dathanna éagsúla orthu:



Má chastar na rothlóirí,

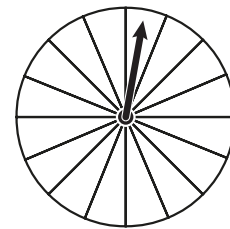
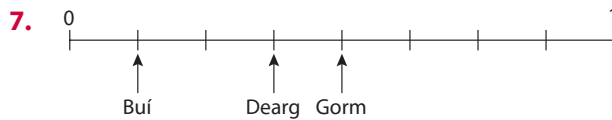
- (i) Cén rothlóir a mbaineann seans cothrom leis go stopfaidh sé ar an dath gorm?
- (ii) Cén rothlóir a mbaineann seans cothrom leis go stopfaidh sé ar an dath dearg?
- (iii) Cén rothlóir is lú seans go stopfaidh sé ar an dath buí?
- (iv) Cén rothlóir a mbaineann seans amháin as trí cinn leis go stopfaidh sé ar an dath buí?
- (v) Cén rothlóir a mbaineann seans amháin as ceithre cinn leis go stopfaidh sé ar an dath dearg?
- (vi) Cén rothlóir is mó seans go stopfaidh sé ar an dath dearg?

6. Tá 12 íogart i bpaca amháin. Tá Robbie chun ceann a thógáil gan breathnú orthu.



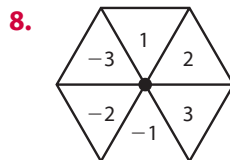
Bain úsáid as an scála dóchúlachta le fáil amach cé mhéad de na blasanna seo atá i bpaca amháin:

- (i) fanaile
- (ii) nádúrtha
- (iii) cnónna
- (iv) sútha talún.



Casann Tadhg saighead agus é ag imirt cluiche. Stopann an tsaighead ar cheann de na sé theascóg déag ar an gciorcail ar dheis. Tá dath amháin ar gach teascóg ar an gciorcail agus tá na teascóga ar fad ar cóimhéid. Léiríonn an scála dóchúlachta cén seans atá ann go stopfaidh an tsaighead ar cheann ar bith de na trí dhath. Cé mhéad teascóg atá

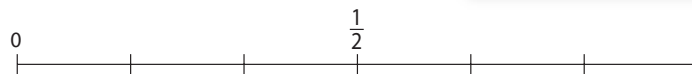
- (i) dearg
- (ii) gorm
- (iii) buí?



Úsáideann Máire heicseagán rialta mar rothlóir le haghaidh cluiche. Ar scála dóchúlachta cosúil leis an gceann thíos, tarraing saigheada le léiriú a thabhairt ar an seans atá ann go bhfaighidh Máire na torthaí seo nuair a chasfaidh sí an rothlóir:

- (i) 2
- (ii) uimhir atá níos lú ná a náid
- (iii) uimhir atá níos mó ná 1.

Fíor shéthaobhach is ea heicseagán.



Mír 6.2 Teagmhais agus fothorthaí

Sular féidir leat cluiche áirithe a thosú, caithfidh tú díisle a chaitheamh agus 6 a fháil.

Triail a thugtar ar chaitheamh an díisle.

Is iad na huimhreacha 1, 2, 3, 4, 5 agus 6 **fothorthaí** féideartha uile na trialach.

Teagmhas a thugtar ar an toradh atá uainn.

Má theastaíonn ré-uimhir uait agus tú ag caitheamh díisle, is é an **teagmhas** nó na **fothorthaí fabhracha** ná na huimhreacha 2, 4 agus 6.

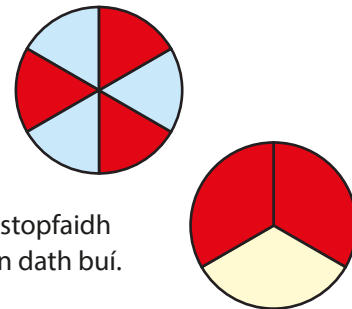
Teagmhas a thugtar ar an toradh atá uainn.

Fothorthaí comhdhóchúla

Comhdhóchúlacht: sin nuair a bhíonn an seans céanna ann go dtarlóidh dhá rud éagsúla.

Is ionann an seans go stopfaidh an rothlóir ar dheis ar an dath dearg agus an seans go stopfaidh sé ar an dath gorm. Is fothorthaí **comhdhóchúla** iad dearg agus gorm.

I gcás an rothlóra eile ar dheis, ní hionann an seans atá ann go stopfaidh an rothlóir ar an dath dearg agus an seans go stopfaidh sé ar an dath buí. Ní fothorthaí comhdhóchúla iad dearg agus buí.



Go ginearálta, más teagmhas é E , is é an dóchúlacht go dtarlóidh E , a scríobhtar mar $P(E)$, ná

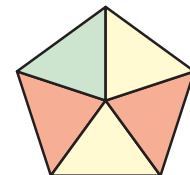
$$P(E) = \frac{\text{líon na bhfothorthaí fabhracha in } E}{\text{líon na bhfothorthaí féideartha}}$$

- Nóta**
1. Más teagmhas é E , ní fhéadfadh an dóchúlacht go dtarlóidh E a bheith níos lú ná 0 ná níos mó ná 1, i.e. $0 \leq P(E) \leq 1$.
 2. Má táthar cinnte go dtarlóidh rud faoi leith, is é 1 an dóchúlacht.
 3. Má táthar cinnte nach dtarlóidh an rud sin, is é 0 an dóchúlacht.

I gcás an rothlóra ar dheis,

$P(\text{glas}) = \frac{1}{5}$, mar go bhfuil dath glas ar 1 chuid amháin de na 5 chuid

$P(\text{buí}) = \frac{2}{5}$, mar go bhfuil dath buí ar 2 chuid de na 5 chuid.



Sampla 1

Cuirtear 12 thicéad i mbosca. Tá uimhir ar gach ticéad, ó 1 go 12 faoi seach. Má tharraingítear ticéad amháin go randamach as na ticéid ar fad, faigh an dóchúlacht go bhfaighfear

- | | |
|-------------------------|--------------------------------|
| (i) 4 | (ii) ré-uimhir |
| (iii) uimhir dhá dhigit | (iv) uimhir atá inroinnte ar 4 |

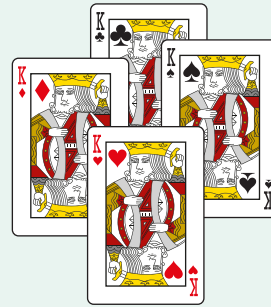


- (i) Tá aon 4 amháin ann i measc na 12 uimhir chomhdhóchúla.
 $\Rightarrow P(4) = \frac{1}{12}$
- (ii) Is iad na ré-uimhreacha ná 2, 4, 6, 8, 10, 12, i.e. 6 ré-uimhir.
 $\Rightarrow P(\text{ré-uimhir}) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$
- (iii) Tá 3 uimhir dhá dhigit ann, i.e. 10, 11, 12.
 $\Rightarrow P(\text{uimhir dhá dhigit}) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$
- (iv) Is iad na huimhreacha atá inroinnte ar 4 ná 4, 8, 12.
 $\Rightarrow P(\text{uimhir inroinnte ar 4}) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

Sampla 2

Má tharraingítear cárta as paca 52 cárta, faigh an dóchúlacht

- (i) gur rí a bheidh ann
- (ii) gur spéireata a bheidh ann
- (iii) gur cárta dearg a bheidh ann.



- (i) 4 rí atá sa phaca
 $\Rightarrow P(\text{rí}) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$.
- (ii) 13 spéireata atá sa phaca
 $\Rightarrow P(\text{spéireata}) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$.
- (iii) 26 cárta dearg atá sa phaca $\Rightarrow P(\text{cárta dearg}) = \frac{26}{52} = \frac{1}{2}$.

Sampla 3

Roghnaítear litir go randamach as litreacha an fhocail *SRACEOLAS*.

Faigh an dóchúlacht gurb é an litir a roghnófar ná

- (i) R (ii) S (iii) guta (iv) L nó S.
- (i) tá R amháin i measc na naoi litir $\Rightarrow P(R) = \frac{1}{9}$
- (ii) 2 S atá san fhocal $\Rightarrow P(S) = \frac{2}{9}$
- (iii) 4 ghuta atá san fhocal ... [A, E, O, A] $\Rightarrow P(\text{guta}) = \frac{4}{9}$
- (iv) L amháin agus 2 S atá san fhocal, i.e. trí cinn ar fad.
 $\Rightarrow P(L \text{ nó } S) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$





Focail a úsáidtear sa dóchúlacht

Is minic a bhaintear úsáid as focail mar **randamach** agus **cóir** i gceisteanna dóchúlachta.

Is bealaí iad sin lena rá go bhfuil gach fothoradh chomh dóchúil lena chéile.

Más teagmhas é A , tarlóidh sé nó ní tharlóidh sé.
 $P(\text{go dtarlóidh } A) = 1 - P(\text{nach dtarlóidh } A)$

Mar shampla:

Roghnaítear cárta go **randamach** as paca cártaí.

Ciallaíonn sé sin go bhfuil an seans céanna ann go roghnófaí cárta ar bith.

Caitear díslé **cóir**.

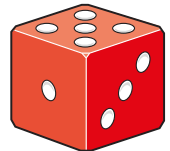
Ciallaíonn sé sin go bhfuil an seans céanna ann go bhfaighfear 1, 2, 3, 4, 5 nó 6.

Cleachtadh 6.2

1. Caitheann tú díslé cóir.

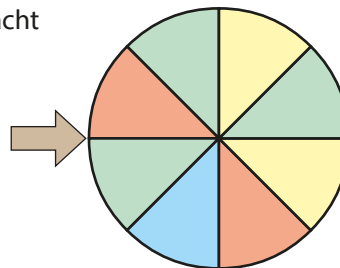
Cén dóchúlacht atá ann go bhfaighidh tú:

- | | | |
|-----------------|-------------------------|-----------------------|
| (i) 5 | (ii) 1 nó 2 | (iii) 4 nó níos mó |
| (iv) corruimhir | (v) uimhir níos lú ná 3 | (vi) uimhir phríomha? |



2. Castar an rothlóir cóir seo thall. Faigh an dóchúlacht go mbeidh an tsaighead ag síneadh i dtreo:

- (i) buí (B),
- (ii) glas (G),
- (iii) dearg (D),
- (iv) gorm (Go),
- (v) dearg nó gorm (D nó Go).



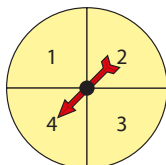
3. Roghnaítear litir go randamach as an bhfocal *SRIANADH*.

Céard é an dóchúlacht go roghnófar

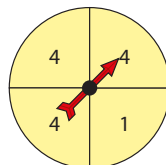
- | | | |
|-----------------------|------------------------|-------------|
| (i) an litir <i>R</i> | (ii) an litir <i>A</i> | (iii) guta? |
|-----------------------|------------------------|-------------|

4. I gcás gach ceann de na rothlóirí seo, cén dóchúlacht atá ann go stopfaidh an tsaighead ar 4?

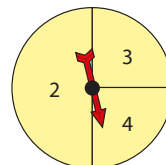
(i)



(ii)



(iii)



Céard é an dóchúlacht go stopfaidh rothlóir (iii) ar 2 nó ar 4?



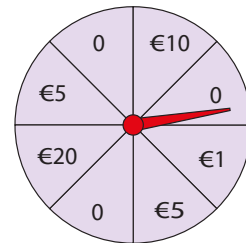


5. Tarraingítear cárta amháin as paca 52 cárta imeartha. Céard é an dóchúlacht go bhfaighfeair:
- (i) cárta dearg
 - (ii) spéireata
 - (iii) rí
 - (iv) rí dearg?

Bíonn ceithre chineál cárta (nó ceithre 'dhath') i bpaca cártaí: hairt agus muileataí atá dearg; triufanna agus spéireataí atá dubh. Bíonn 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, cuireata, banríon agus rí i ngach cineál cárta. Is iad cuireata, banríon agus rí na pictiúrchártaí.

6. Tá 5 chnaipe dhearga, 4 chnaipe dhubha agus 3 chnaipe ghlasa i mála. Má phioctar cnaipe as an mála go randamach, faigh an dóchúlacht go bpiocfar
- (i) cnaipe dearg
 - (ii) cnaipe glas
 - (iii) cnaipe dearg nó cnaipe dubh
 - (iv) cnaipe nach bhfuil dubh.

7. I dteach cearrbhachais, castar an tsnáthaid ar rothlóir agus an tsuim a stopfaidh sí uirthi, sin í an tsuim a bhuafaidh tú. Má ghlacaimid leis go bhfuil an seans céanna ann go stopfaidh an tsnáthaid ar theascóg ar bith, cén dóchúlacht atá ann go mbuafaidh tú
- (i) €5
 - (ii) dada
 - (iii) roinnt airgid
 - (iv) níos mó ná €5?



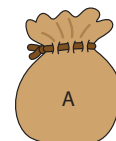
8. Roghnaítear litir go randamach as an bhfocal *TUAISCEART*. Céard é an dóchúlacht go roghnófar
- (i) *T*
 - (ii) *A*
 - (iii) *T* nó *A*
 - (iv) guta?

9. Beidh breithlá Mháire ann an tseachtain seo chugainn. Cén dóchúlacht atá ann go mbeidh a breithlá ann
- (i) Dé Luain
 - (ii) ar lá ar túslitir dó *M*
 - (iii) Dé Sathairn nó Dé Domhnaigh?

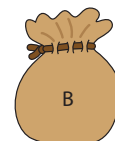


10. Is iad 2, 3, 3, 3, 4, 7 na huimhreacha atá ar dhísle faoi leith. Má chaitear an dísle, faigh an dóchúlacht go bhfaighfeair
- (i) 7
 - (ii) ré-uimhir.

11. Scríobhtar 26 litir na haibítire Béarla ar dhioscaí. Cuirtear na cúig dhiosca a bhfuil guta scríofa orthu i mála A agus cuirtear na dioscaí eile i mála B. Céard é an dóchúlacht go roghnófar
- (i) 'o' as mála A
 - (ii) 'z' as mála B
 - (iii) 'w' as mála A.



Gutaí



Consain



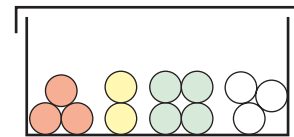


12. I scrúdú, bronntar ceann de na gráid *A, B, C, D, E, F* ar gach dalta. Is é grád *A* an grád is airde agus is é grád *F* an grád is ísle. Léirítear sa tábla thíos dáileadh na ngrád a fuair an 30 dalta i rang faoi leith.

| Grád | <i>A</i> | <i>B</i> | <i>C</i> | <i>D</i> | <i>E</i> | <i>F</i> |
|-----------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Líon na ndaltaí | 4 | 9 | 7 | 5 | 3 | 2 |

Má roghnaítear dalta as an ngrúpa go randamach, cén dóchúlacht atá ann go bhfuair sé/sí

- (i) Grád *A* (ii) Grád *C* nó *D* (iii) Grád *C* nó níos airde?
13. Tá 12 dhiosca i mbosca: 3 cinn dhearga, 2 cheann bhuí, 4 cinn ghlasa agus 3 cinn bhána.
- (i) Céard é an dóchúlacht go roghnófar
 (a) diosca dearg (b) diosca buí?
- (ii) Cuirtear isteach trí dhiosca bhuí in áit na dtrí dhiosca bhána. Anois céard é an dóchúlacht go roghnófar
 (a) diosca dearg (b) diosca buí?



14. Sular tháinig deireadh le Campa Samhraidh bliain amháin, fiafraíodh de 50 dalta, idir bhuaichailí agus chailíní, cén cluiche ar an gcampa ab fhearr leo. Tugtar na torthaí sa tábla thíos:

| | Leadóg | Cispheil | Eitpheil |
|-----------|--------|----------|----------|
| Cailíní | 15 | 10 | 5 |
| Buachailí | 6 | 12 | 2 |

Má roghnaíodh duine go randamach as an ngrúpa ansin, faigh an dóchúlacht

- (i) gur buachaill a bhí ann
 (ii) gur cailín a bhí ann agus gurbh í an leadóg ab fhearr léi
 (iii) gurbh í an chispheil an cluiche ab fhearr leis/léi.
- Más cailín a roghnaíodh, faigh an dóchúlacht gurbh í an eitpheil ab fhearr léi.
15. Tá 6 licín i mbosca.
 Is é $\frac{1}{2}$ an dóchúlacht go dtógfar licín glas amach as an mbosca. Tógtar licín glas amach as an mbosca agus cuirtear i leataobh é. Tógann Gearóid licín as an mbosca go randamach ansin. Céard é an dóchúlacht gur licín glas a bheidh ann?
16. Tugtar sonraí sa tábla thíos faoi ghrúpa 50 duine. Is iad na sonraí atá i gceist ná líon na bhfear agus líon na mban sa ghrúpa a chaitheann speaclaí nó nach gcaitheann speaclaí.

| | Fir | Mná | Iomlán |
|------------------------|-----|-----|--------|
| Caitheann speaclaí | 16 | 18 | 34 |
| Ní chaitheann speaclaí | 9 | 7 | 16 |
| Iomlán | 25 | 25 | 50 |

Má roghnaítear duine as an ngrúpa go randamach, faigh an dóchúlacht:





- (i) gur bean a bheidh ann
- (ii) nach gcaitheann sé/sí speaclaí
- (iii) gur fear a chaitheann speaclaí a bheidh ann

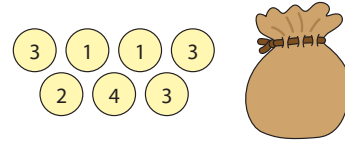
17. Sa tábla seo tugtar sonraí ar an gcaoi a bhfuil 1 nó 2 scríofa ar 50 licín. Tá na licíní ar fad dearg nó gorm. Roghnaítear ceann amháin de na licíní go randamach. Céard é an dóchúlacht go roghnófar

| | Dearg | Gorm |
|---|-------|------|
| 1 | 12 | 8 |
| 2 | 8 | 22 |

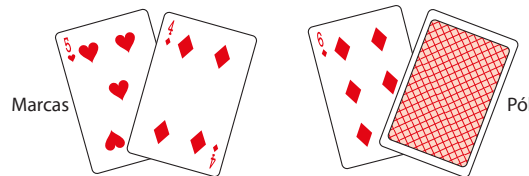
- (i) licín a bhfuil 1 air
 - (ii) licín gorm
 - (iii) licín gorm a bhfuil 1 air?
- Roghnaítear licín gorm go randamach.
- (iv) Céard é an dóchúlacht gur 1 a bheidh ar an licín?
 - (v) Céard é an dóchúlacht gur licín gorm a bheidh ann?

18. Chuir Maidhc na dioscaí seo ar dheis isteach i mála.

- (i) Croitheann sé an mála agus tógann sé diosca amháin amach as, gan breathnú isteach ann. Cén dóchúlacht atá ann go bhfaighidh sé 2?
- (ii) Ba mhaith le Maidhc níos mó dioscaí a chur isteach sa mhála ionas go mbeidh an seans go bhfaighidh sé 4 dhá oiread níos mó ná an seans go bhfaighidh sé 3. Cé na dioscaí ba chóir dó a chur isteach sa mhála?



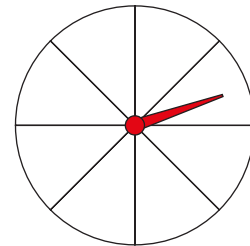
19. D'imir Marcas cluiche cártaí le Pól. Roinneadh na cártaí sa chaoi is go bhfuair siad dhá chárta an duine. 4 agus 5 a fuair Marcas. 6 a bhí sa chéad chárta a fuair Pól.



Faigh an dóchúlacht gurb é a bhí sa dara cárta a fuair Pól ná

- (i) cúig
- (ii) pictiúrchárta [Rí, Banríon nó Cuireata].

20. Tá an ciorcal ar dheis roinnte ina ocht dteascóg agus iad uile ar cóimhéid lena chéile. Cóipeáil an léaráid agus marcáil na litreacha D(dearg), G(glas) nó Go(gorm) sna teascóga sa dóigh is gurb é $\frac{1}{4}$ an dóchúlacht go bhfaighfear gorm nuair a chastar an rothlóir, agus sa dóigh go mbeidh an dóchúlacht go bhfaighfear dearg dhá oiread níos mó ná an dóchúlacht go bhfaighfear glas.



Mír 6.3 Dhá theagmhas – spásanna samplacha a úsáid —

Nuair a chaitear dhá bhonn airgid san aer, is é tacar na bhfothorthaí féideartha ná

{AA, AC, CA, CC}, áit a bhfuil A = aghaidh agus C = cúl.

Spás samplach a thugtar ar thacar seo na bhfothorthaí féideartha.



Ach leas a bhaint as an spás samplach seo, is féidir an dóchúlacht go bhfaighfear 2 aghaidh a scríobh síos, mar shampla.

$$P(AA) = \frac{1}{4}$$

$$P(\text{aghaidh amháin agus cúl amháin}) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Is iomaí fothoradh a d'fhéadfadh a bheith ar thurgnamh, dhá dhísle a chaitheamh, mar shampla. Dá réir sin, ní foláir an spás samplach a leagan amach ar bhealach eagraithe, mar a léirítear sa sampla thíos.

Sampla 1

Leag amach spás samplach ina mbeidh na fothorthaí féideartha go léir a bheidh ann má chaitear dhá dhísle agus má shuimítear na scóir le chéile. Ríomh an dóchúlacht

- (i) gur 7 a bheidh san iomlán
- (ii) gur 4 nó níos lú a bheidh san iomlán
- (iii) gur 11 nó níos mó a bheidh san iomlán
- (iv) gur iolraí ar 5 a bheidh san iomlán.

Tá an spás samplach le feiceáil ar dheis. 36 fothoradh atá ann.

- (i) Is é 7 an t-iomlán 6 huaire.

$$\Rightarrow P(7) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$
- (ii) Is é 4 nó níos lú an t-iomlán 6 huaire.

$$\Rightarrow P(4 \text{ nó níos lú}) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$
- (iii) Is é 11 nó níos mó an t-iomlán 3 huaire.

$$\Rightarrow P(11 \text{ nó níos mó}) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$
- (iv) Is iad 5 agus 10 na hiolraithe ar 5. Is é 5 nó 10 an t-iomlán 7 n-uaire.

$$\Rightarrow P(\text{iolraí ar } 5) = \frac{7}{36}$$

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

Cleachtadh 6.3

- Caitear bonn cóir agus díisle cóir san aer. Tugtar na fothorthaí féideartha ar fad sa tábla thíos.

| | | Díisle | | | | | |
|------|-------------|--------|------|------|------|------|------|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Bonn | Aghaidh (A) | A, 1 | A, 2 | A, 3 | A, 4 | A, 5 | A, 6 |
| | Cúl (C) | C, 1 | C, 2 | C, 3 | C, 4 | C, 5 | C, 6 |

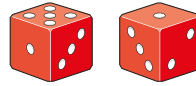
Scríobh síos an dóchúlacht go bhfaighfear na fothorthaí seo:

- (i) aghaidh agus 5
- (ii) cúl agus ré-uimhir
- (iii) cúl agus 3 nó níos mó
- (iv) aghaidh agus iolraí ar 3.



2. Caitear dhá dhísle agus suimítear na scóir.

Tugtar na fothorthaí féideartha sa spás samplach ar dheis. Faigh an dóchúlacht gurb é suim an dá uimhir ná



| | | | | | | |
|---|---|---|---|----|----|----|
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |

- (i) 9 (ii) 10
(iii) 3 nó níos lú (iv) 10 nó 11.

3. Caitear trí bhonn san aer, agus is aghaidh (A) nó cúl (C) an toradh ar gach caitheamh. Déan amach spás samplach le haghaidh na bhfothorthaí féideartha agus scríobh síos an dóchúlacht go bhfaighfear na fothorthaí seo a leanas:

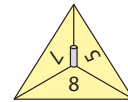
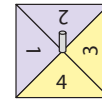
- (i) AAA
(ii) ACA san ord sin
(iii) 2 aghaidh agus 1 chúl amháin in ord ar bith.

4. Tá tú ag imirt cluiche le dhá rothlóir, mar a léirítear ar dheis.

Castar an dá rothlóir ag an am céanna agus suimítear na scóir.

Déan amach spás samplach le haghaidh na bhfothorthaí

féideartha uile agus scríobh síos an dóchúlacht gurb é suim an dá uimhir ná:



- (i) 6 (ii) 10 (iii) ré-uimhir

Cén scór is minice a fhaigheann tú?

Scríobh síos uaidh sin an dóchúlacht go bhfaighidh tú an scór sin.

5. Tá dhá chárta ghorma agus cárta dearg amháin ag duine áirithe.

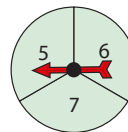
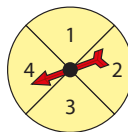
Leagtar na trí chárta taobh le taobh ar bhord go randamach.

Seo ceann de na bealaí a leagtar síos iad:



Liostaigh na bealaí eile go léir ina bhféadfaí na cártaí a leagan síos agus scríobh síos an dóchúlacht go mbeidh an dá chárta ghorma taobh lena chéile.

6. Castar na saigheada ar an dá rothlóir seo.



- (i) Déan liosta chun na fothorthaí féideartha go léir a léiriú, e.g. (1, 5), (1, 6), ...
(ii) Cé mhéad fothoradh féideartha atá ann?
(iii) Céard é an dóchúlacht
(a) go sínfidh an dá shaighead i dtreo corruimhreach
(b) go sínfidh an dá shaighead i dtreo ré-uimhreach
(c) gurb é 8 suim an dá uimhir a mbeidh na saigheada ag síneadh ina dtreo?

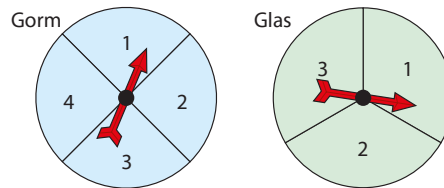




7. Capaill is ea A , B agus C . Má tá rás idir na trí chapall sin, beidh an seans céanna ag gach capall an bua a fháil. Má bhaineann gach capall ceann scríbe amach sa rás, agus mura comhbhua atá ann, liostaigh na hoird go léir ina bhféadfadh na capaill ceann scríbe a bhaint amach.
- Cén dóchúlacht atá ann gur san ord A , B agus C a bhainfidh na capaill ceann scríbe amach?
 - Cén dóchúlacht atá ann gurb é A a bhuafaidh an rás?



8. Castar rothlóir gorm agus rothlóir glas ag an am céanna agus iolraítear na scóir faoina chéile.



Cóipeáil agus críochnaigh an tábla d'fhothorthaí féideartha a thugtar thíos.

| | | Gorm | | | |
|------|---|------|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Glas | 1 | | | | |
| | 2 | 2 | 4 | 6 | 8 |
| | 3 | | | 9 | |

Cén dóchúlacht atá ann go bhfaighfear

- 4
 - ré-uimhir
 - 8 nó níos mó?
9. Caitear trí bhonn chóra san aer. Déan amach spás samplach le haghaidh na bhfothorthaí féideartha go léir.
- Ansin scríobh síos an dóchúlacht:
- go bhfaighfear trí aghaidh
 - go bhfaighfear dhá aghaidh agus cúl amháin
 - nach bhfaighfear aghaidh ar bith
 - go bhfaighfear aghaidh amháin ar a laghad.



Mír 6.4 Dóchúlachtaí a mheas ó thurgnaimh

Go dtí seo ríomhamar dóchúlachtaí ar an mbonn go raibh gach fothoradh chomh dóchúil lena chéile. San fhíorshaol, áfach, ní i gcónaí a bhíonn rudaí éagsúla chomh dóchúil lena chéile agus ní mór teacht ar bhealach éigin eile chun an dóchúlacht a mheas.

I gcásanna den sórt sin déanaimid turgnamh nó suirbhé chun an dóchúlacht go dtarlóidh rud faoi leith a mheas.



Turgnamh

Is dóigh le Seán go bhfuil bonn airgid faoi leith laofa.

Déanann sé turgnamh chun é sin a fhiosrú. Caitheann sé an bonn san aer 200 uair agus déanann sé cuntas ar líon na n-aghaidheanna tar éis 10, 50, 100, 150 agus 200 caitheamh.

Tá na torthaí le feiceáil sa tábla seo ar dheis:

Dá mhéad uair a chaitheann sé an bonn san aer is ea is gaire do 0.5 (i.e. do $\frac{1}{2}$) a bhíonn líon na n-aghaidheanna roinnte ar líon na n-uaireanta a caitheadh an bonn.

Minicíocht choibhneasta a thugtar ar an luach sin agus tugann sé **meastachán ar an dóchúlacht** go dtarlóidh rud faoi leith.

| Líon (uair. a chaitear) | Líon na n-aghaidh. | Aghaidh ÷ uair. |
|-------------------------|--------------------|-----------------|
| 10 | 7 | 0.7 |
| 50 | 28 | 0.56 |
| 100 | 53 | 0.53 |
| 150 | 78 | 0.52 |
| 200 | 103 | 0.515 |

Dá réir sin, is féidir meastachán a thabhairt ar an dóchúlacht go dtarlóidh rud faoi leith – sa chás go ndéanann tú suirbhé nó turgnamh – ar an gcaoi seo

$$\text{Minicíocht choibhneasta} = \frac{\text{Líon na dtrialacha fabhracha}}{\text{Líon iomlán na dtrialacha}}$$

Ar an mórgóir, dá mhéad uair a dhéantar an triail nó an turgnamh is ea is gaire don fhíordhóchúlacht nó don dóchúlacht teoriciúil a bheidh luach na minicíochta choibhneasta.

Sampla 1

Bailíonn Dara sonraí ar dhathanna na gcarranna a ghabhann thar gheata na scoile. Tugtar na torthaí sa tábla thíos.

| Dath | Scór | Minicíocht |
|-------|------|------------|
| Bán | | 24 |
| Dearg | | 32 |
| Dubh | | 14 |
| Gorm | | 16 |
| Glas | | 10 |
| Eile | | 4 |

- Cé mhéad carr a chuir Dara san áireamh sa suirbhé?
- Céard é minicíocht choibhneasta na gcarranna gorma?
- Céard é minicíocht choibhneasta na gcarranna dearga?
Scríobh do fhreagra ina dheachúil.
- Scríobh síos meastachán ar an dóchúlacht gur carr glas a bheidh sa chéad charr eile a ghabhfaidh thar gheata na scoile.
- Cén chaoi ar féidir an meastachán sin a dhéanamh níos iontaofa?



- (i) Is ionann líon na gcarranna sa suirbhé agus suim na minicíochtaí. Sin 100 carr.
- (ii) Tá minicíocht choibhneasta na gcarranna gorma = $\frac{16}{100} = \frac{4}{25}$.
- (iii) Tá minicíocht choibhneasta na gcarranna dearga = $\frac{32}{100} = 0.32$.
- (iv) Tá an dóchúlacht gur carr glas a bheidh sa chéad charr eile
= minicíocht choibhneasta na gcarranna glasa = $\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$
- (v) Is féidir an meastachán ag (iv) thuas a dhéanamh níos iontaofa ach cur le líon na gcarranna a ndéantar suirbhé orthu. Thabharfadh cúig chéad carr meastachán an-chruinn ar an bhfiordhóchúlacht.

Minicíocht ionchais

Tá 3 dhiosca dhearga agus 2 dhiosca ghorma i mála áirithe.

Roghnaítear diosca go randamach as an mála agus ansin cuirtear ar ais é.

Is é an dóchúlacht go bhfaighfear diosca gorm ná $\frac{2}{5}$.

Ciallaíonn sé sin go mbeifeá ag súil, ar an meán, le 2 dhiosca ghorma as

gach 5 cinn a roghnaítear nó le 20 diosca gorm as gach 50 ceann a roghnaítear.

Chun teacht ar mhinicíocht ionchais na ndioscaí gorma (is é sin, líon na ndioscaí gorma a mbeifeá ag súil leo) nuair a roghnaíonn tú diosca 100 uair,

- (i) Faigh an dóchúlacht go bhfaighfear diosca gorm uair amháin.
- (ii) Iolraigh an dóchúlacht sin faoi líon na n-uaireanta a rinneadh an turgnamh.

Dá réir sin, is é minicíocht ionchais na ndioscaí gorma ná

$$\frac{2}{5} \times \frac{100}{1} = 40.$$



Minicíocht ionchais =
dóchúlacht \times líon na dtrialacha.

Sampla 2

Sa tábla ar dheis tugtar an dóchúlacht, i gcás gach

ceann de na huimhreacha ó 1 go 6, gurb í an uimhir sin a gheofar nuair a chaitear díisle laofa:

| | | | | | | |
|-------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Uimhir | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Dóchúlacht | 0.1 | 0.1 | 0.2 | a | 0.2 | 0.3 |

- (i) Scríobh síos an luach atá ar a .
- (ii) Má chaitear an díisle 300 uair, cé mhéad 6 a mbeifeá ag súil leo?

- (i) Ós rud é go gcaithfear ceann de na huimhreacha ó 1 go 6 a fháil nuair a chaitear an díisle, is é 1 suim na ndóchúlachtaí go léir.

$$\therefore 0.1 + 0.1 + 0.2 + 0.2 + 0.3 + a = 1$$

$$\Rightarrow 0.9 + a = 1$$

$$\Rightarrow a = 1 - 0.9 \Rightarrow a = 0.1$$

- (ii) Líon ionchais séanna = $P(6) \times$ líon na dtrialacha
= $0.3 \times 300 = 90$

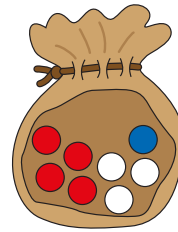
Is é 1 suim na ndóchúlachtaí.





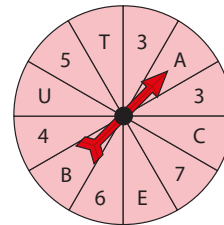
Cleachtadh 6.4

1. Caitear bonn cóir san aer 100 uair.
Cé mhéad aghaidh a mbeifeá ag súil leo?
2. Caitear dísle cóir séthaobhach 60 uair.
 - (i) Cé mhéad 6 a mbeifeá ag súil leo?
 - (ii) Cé mhéad 2 a mbeifeá ag súil leo?
 - (iii) Cé mhéad 2 nó 6 a mbeifeá ag súil leo?
3. Roghnaítear liathróid amháin go randamach as an mála ar dheis agus ansin cuirtear ar ais í. Déantar é sin 400 uair.
Cé mhéad uair a bheifeá ag súil go roghnófaí:
 - (i) liathróid ghorm,
 - (ii) liathróid bhán?



4. Síleann Seosamh go bhfuil bonn airgid faoi leith laofa. Caitheann sé san aer 200 uair é agus 130 aghaidh agus 70 cúl an toradh a fhaigheann sé.
 - (i) Céard é an dóchúlacht gur aghaidh a gheofar má chaitear an bonn áirithe seo?
 - (ii) Dá mbeadh an bonn cóir, cé mhéad aghaidh a mbeifeá ag súil leo dá gcaithfeá an bonn san aer 200 uair?
 - (iii) An gceapann tú go bhfuil an bonn laofa?
Tabhair míniú ar do fhreagra.

5. Tá 12 theascóg ar rothlóir faoi leith agus iad uile ar cóimhéid lena chéile. Castar an rothlóir 420 uair.
Cé mhéad uair a bheifeá ag súil le:
 - (i) E
 - (ii) ré-uimhir
 - (iii) guta?



6. Theastaigh ó Mháire a fháil amach an raibh dísle faoi leith laofa. Chaith sí an dísle 300 uair. Tugtar na torthaí sa tábla thíos.

| Uimhir ar an dísle | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|--------------------|----|----|----|----|----|----|
| Minicíocht | 30 | 40 | 55 | 65 | 50 | 60 |

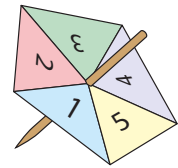
- (i) Don dísle seo, ríomh an dóchúlacht go bhfaighfí
 - (a) 6
 - (b) 2.
- (ii) Do dhísle cóir, ríomh an dóchúlacht go bhfaighfí
 - (a) 6
 - (b) 2.
- (iii) Ag cuimhneamh ar na freagraí a fuair tú, an dóigh leat go bhfuil an dísle cóir?
Tabhair cúis le do fhreagra.





7. Tá uimhreacha ar na teascóga éagsúla de rothlóir, mar atá le feiceáil ar dheis. Tugtar torthaí an chéad 30 casadh thíos.

1 2 3 3 5 1 3 2 2 4 5 3 2 1 2
5 2 4 1 5 1 5 2 2 4 2 5 4 2 3



Déan tábla ina léirítear líon na n-aonta, na ndónna, etc. a fuarthas.

Dá mbeadh an rothlóir cóir, cé mhéad uair a bheifeá ag súil go bhfaighfí gach uimhir?

An gceapann tú go bhfuil an rothlóir cóir? Tabhair cúis le do fhreagra.

8. Coinníonn Sinéad cuntas ar na cluichí fichille a imríonn sí le Mairéad.

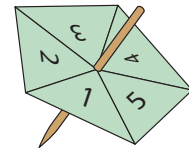
As an gcéad 10 gcluiche, buann Sinéad 6 cinn.

As an gcéad 30 cluiche, buann Sinéad 21 ceann.

Bunaithe ar na torthaí sin, déan meastachán ar an dóchúlacht go mbuafaidh Sinéad an chéad chluiche fichille eile a imríonn sí le Mairéad.

9. Tá an rothlóir seo laofa. Sa tábla thíos tugtar an dóchúlacht go stopfaidh an rothlóir ar gach ceann de na huimhreacha ó 1 go 4 faoi seach.

| Uimhir | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|------------|------|-----|------|------|---|
| Dóchúlacht | 0.35 | 0.1 | 0.25 | 0.15 | |



Castar an rothlóir aon uair amháin.

(i) Oibrigh amach an dóchúlacht go stopfaidh an rothlóir ar 5.

(ii) Scríobh síos an uimhir is mó seans go stopfaidh an rothlóir uirthi.

(iii) Dá gcasfaí an rothlóir 200 uair, cé mhéad uair a bheifeá ag súil go stopfaidh sé ar 3?

10. Tá trí dhísle éagsúla ann – ceann ag Síle, ceann ag Rónán agus ceann ag Máirtín. Caitheann gach duine acu a dhísle féin 360 uair.

Níl ach ceann amháin de na díslí cóir.

Cén duine a bhfuil an díslle sin acu?

Tabhair míniú ar do fhreagra.

Cén duine a bhfuil an díslle is laofa acu?

Tabhair míniú ar do fhreagra.

| Uimhir | Síle | Rónán | Máirtín |
|--------|------|-------|---------|
| 1 | 27 | 58 | 141 |
| 2 | 69 | 62 | 52 |
| 3 | 78 | 63 | 56 |
| 4 | 43 | 57 | 53 |
| 5 | 76 | 56 | 53 |
| 6 | 67 | 64 | 5 |

11. Sa tábla thíos tugtar an dóchúlacht go bhfaighfear na huimhreacha ó 1 go 6 ar dhísle laofa faoi leith:

| Uimhir | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Dóchúlacht | x | 0.2 | 0.1 | 0.3 | 0.1 | 0.2 |

(i) Ríomh luach x .

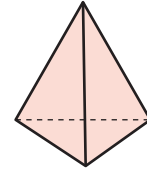
(ii) Má chaitear an díslle uair amháin, faigh an dóchúlacht go bhfaighfear uimhir atá níos airde ná 3.

(iii) Má chaitear an díslle 1000 uair, déan meastachán ar líon na n-uaireanta a gheofar 6.





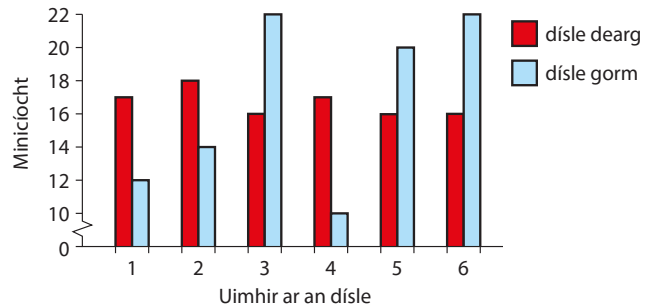
12. Tá ceithre aghaidh ar dhísle agus tá na huimhreacha 1, 2, 3 agus 4 orthu. Is é an 'scór' an uimhir atá ar barr nuair a stopann an dísle. Caitheann cúigear daltaí an dísle féachaint an bhfuil sé laofa. Ní chaitheann aon bheirt acu an dísle an líon céanna uaireanta. Tugtar na torthaí sa tábla.



| Dalta | Líon (uair. a caitheadh) | Scór | | | |
|----------|--------------------------|------|----|----|----|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Aindí | 20 | 7 | 6 | 3 | 4 |
| Brian | 50 | 19 | 16 | 8 | 7 |
| Ciara | 250 | 102 | 76 | 42 | 30 |
| Dara | 80 | 25 | 25 | 12 | 18 |
| Clíodhna | 150 | 61 | 46 | 26 | 17 |

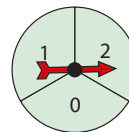
- (i) Cén dalta a mbeidh na torthaí is iontaofa acu? Cén fáth?
- (ii) Suimigh na hiontrálacha ar fad i ngach colún scór agus oibrigh amach minicíocht choibhneasta gach scóir.
Bíodh do chuid freagraí ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.
- (iii) An bhfuil an dísle laofa? Tabhair míniú ar do fhreagra.

13. Caitheadh dísle dearg agus dísle gorm 100 uair an ceann. Tugtar na torthaí sa bharrachairt ar dheis. Tá ceann de na dísleí cóir agus tá an ceann eile laofa. Cén dísle atá cóir, dar leat? Cén fáth?



14. Tá ceathrar cairde ag úsáid rothlóra le haghaidh cluiche agus tá fonn orthu a fháil amach an bhfuil sé go hiomlán cóir. Casann gach duine acu an rothlóir roinnt mhaith uaireanta agus breacann siad síos na torthaí.

| Ainm | Líon (uair. a casadh) | Torthaí | | |
|---------|-----------------------|---------|-----|----|
| | | 0 | 1 | 2 |
| Piaras | 30 | 12 | 12 | 6 |
| Stiofán | 100 | 31 | 49 | 20 |
| Liam | 300 | 99 | 133 | 68 |
| Áine | 150 | 45 | 73 | 32 |



- (i) Cén duine a mbeidh na torthaí is iontaofa acu?
- (ii) Suimigh na torthaí ar fad le chéile agus déan tábla astu.
Ag féachaint ar an tábla, an dóigh leat go bhfuil an rothlóir laofa nó nach bhfuil?
- (iii) Bain úsáid as na torthaí chun teacht ar an dóchúlacht go stopfaidh an rothlóir ar 2.





15. Tá 100 milseán i mbosca. Tógann Brian milseán gan breathnú isteach sa bhosca. Scríobhann sé síos cén cineál milseáin é agus ansin **cuireann sé ar ais é**. Déanann sé sin 100 uair. Léiríonn an chairt seo torthaí Bhriain.

| | |
|----------|----|
| taiff | 20 |
| miontas | 38 |
| glóthach | 14 |
| seacláid | 25 |
| caramal | 3 |

- (i) Ceapann Brian go gcaithfidh sé gur 20 taiff go baileach atá sa bhosca. Mínigh cén fáth a bhfuil sé mícheart.
- (ii) Céard é an líon is lú caramal a d'fhéadfadh a bheith sa bhosca?
- (iii) An bhféadfadh aon sórt eile milseáin a bheith sa bhosca? Mínigh do fhreagra.
- (iv) Tosaíonn Brian arís agus déanann sé an rud céanna 100 uair eile. An mbeidh na huimhreacha céanna ar an gcairt an uair seo?
- (v) Tógann cara Bhriain milseán amháin. Cén sórt ar mó seans go bhfaighidh sé é?

Mír 6.5 Teagmhais chomheisiatacha – rial an tsuimithe

Seo thíos seacht gcárta a bhfuil uimhreacha agus dathanna éagsúla orthu:



Cuir i gcás an dá theagmhas seo:

- (i) cárta dearg a tharraingt
- (ii) ré-uimhir a tharraingt.

Ní féidir go tarlódh an dá rud sin le chéile mar nach bhfuil aon chárta dearg ann a bhfuil ré-uimhir air.

Deirtear go bhfuil na fothorthaí sin **comheisiatach**.

Más teagmhais iad A agus B nach féidir a tharlú le chéile, tá

$$P(A \text{ nó } B) = P(A) + P(B)$$

Fothorthaí comheisiatacha atá i gceist mura féidir leo tarlú ag an am céanna.

Dlí an tsuimithe le haghaidh teagmhais chomheisiatacha a thugtar air sin.

Ag úsáid na gcártaí thuas,

$$\begin{aligned} P(\text{cárta dearg nó ré-uimhir}) &= P(\text{cárta dearg}) + P(\text{ré-uimhir}) \\ &= \frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{5}{7} \end{aligned}$$

Uaireanta tugtar rial **OR** ar dhlí an tsuimithe

Nuair nach bhfuil dhá theagmhas comheisiatach

Cuir i gcás na cártaí seo:



Céard é an dóchúlacht go dtarraingeofar cárta dearg nó ré-uimhir amach as na cártaí seo? Tá 3 chárta dhearga agus 3 ré-uimhir ann.

Ní hé $P(\text{cárta dearg}) + P(\text{ré-uimhir})$ an dóchúlacht

i.e. ní hé $\frac{3}{8} + \frac{3}{8}$ an dóchúlacht mar go bhfuil 4 curtha san áireamh faoi dhó.

Níl ach 5 chárta ann atá dearg nó a bhfuil ré-uimhir orthu.

$$\therefore P(\text{cárta dearg nó ré-uimhir}) = \frac{5}{8}$$



Maidir leis na cártaí ar an leathanach roimhe seo,

$$\begin{aligned}P(\text{dearg nó ré-uimhir}) &= P(\text{dearg}) + P(\text{ré-uimhir}) - P(\text{dearg agus ré-uimhir}) \\ &= \frac{3}{8} + \frac{3}{8} - \frac{1}{8} \\ &= \frac{6}{8} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8}\end{aligned}$$

Go ginearálta, nuair is féidir le dhá theagmhas (A agus B) tarlú ag an am céanna, ansin tá

$$P(A \text{ nó } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ agus } B)$$

Sampla 1

Tá uimhir le roghnú go randamach as na slánuimhreacha ó 1 go 30, agus an dá uimhir sin san áireamh.

Faigh an dóchúlacht

- (i) gur iolraí ar 3 a bheidh ann
- (ii) gur iolraí ar 5 a bheidh ann
- (iii) gur iolraí ar 3 nó iolraí ar 5 a bheidh ann.

(i) Is iad seo na hiolraithe ar 3: 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30.

$$\Rightarrow P(\text{iolraí ar 3}) = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

(ii) Is iad seo na hiolraithe ar 5: 5, 10, 15, 20, 25, 30.

$$\Rightarrow P(\text{iolraí ar 5}) = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$$

(iii) Iolraithe ar 3 agus ar 5 araon is ea na huimhreacha 15 agus 30.

$$\begin{aligned}\Rightarrow P(\text{iolraí ar 3 nó 5}) &= P(\text{iolraí ar 3}) + P(\text{iolraí ar 5}) \\ &\quad - P(\text{iolraí ar 3 agus 5}) \\ &= \frac{10}{30} + \frac{6}{30} - \frac{2}{30} = \frac{14}{30} = \frac{7}{15}\end{aligned}$$

Cleachtadh 6.5

1. Caitear díse nach bhfuil laofa.
Faigh an dóchúlacht gurb é an uimhir a gheofar ná
 - (i) 3
 - (ii) ré-uimhir
 - (iii) 3 nó ré-uimhir.
2. Tá 16 dhiosca i mbosca agus tá na huimhreacha ó 1 go 16 ar na dioscaí sin. Má roghnaítear diosca go randamach, céard é an dóchúlacht go roghnófar
 - (i) corruimhir
 - (ii) iolraí ar 4
 - (iii) corruimhir nó iolraí ar 4?
3. Tá 4 mhirlín dhearga, 3 mhirlín ghorma agus 2 mhirlín ghlasa i mála áirithe. Má roghnaítear mirlín go randamach, céard é an dóchúlacht go roghnófar
 - (i) mirlín dearg
 - (ii) mirlín glas
 - (iii) mirlín dearg nó mirlín glas?



4. Roghnaítear cárta go randamach as paca 52 cárta imeartha. Cén dóchúlacht atá ann go roghnófar
- (i) spéireata (ii) pictiúrchárta dearg
(iii) spéireata nó pictiúrchárta dearg?
5. Roghnaítear uimhir go randamach as na slánuimhreacha ó 1 go 12, agus an dá uimhir sin san áireamh. Faigh an dóchúlacht go roghnófar
- (i) ré-uimhir (ii) iolraí ar 3 (iii) ré-uimhir nó iolraí ar 3.
6. Roghnaítear cárta go randamach as paca 52 cárta. Faigh an dóchúlacht go roghnófar
- (i) triuf (ii) rí (iii) triuf nó rí
(iv) cárta dearg (v) banríon (vi) cárta dearg nó banríon?
7. Caitear dhá dhísle. Cén dóchúlacht atá ann go bhfaighfear
- (i) scór iomlán de 12
(ii) an uimhir chéanna ar an dá dhísle
(iii) scór iomlán de 12 nó an uimhir chéanna ar an dá dhísle?
8. Piocann Máirtín cárta go randamach as na cártaí ar dheis. Deir Máirtín



Is é an dóchúlacht go bhfaighidh mé cárta buí ná $\frac{2}{5}$.
Is é an dóchúlacht go bhfaighidh mé 3 ná $\frac{2}{5}$.
Mar sin, is é an dóchúlacht go bhfaighidh mé cárta buí nó 3 ná $\frac{2}{5} + \frac{2}{5} = \frac{4}{5}$.

- (i) Mínigh cén fáth a bhfuil Máirtín mícheart.
(ii) Céard é an dóchúlacht cheart go bhfaighidh sé cártaí buí nó 3?
9. Caitear gnáthdhísle. Mínigh cé acu atá na péirí fothorthaí seo comheisiatach nó nach bhfuil. Tá an chéad cheann déanta duit.

| | An chéad fothoradh | An dara fothoradh |
|-------|---|---------------------------|
| (i) | Is é 5 an scór. | Is é 3 an scór. |
| | Tá na fothorthaí seo comheisiatach. Ní féidir 3 agus 5 a fháil ar an dísle ag an am céanna. | |
| (ii) | Is é 3 an scór. | Is ré-uimhir é an scór. |
| (iii) | Is ré-uimhir é an scór. | Tá an scór níos mó ná 4. |
| (iv) | Is uimhir phríomha é an scór. | Is ré-uimhir é an scór. |
| (v) | Is iolraí ar 5 é an scór. | Is iolraí ar 3 é an scór. |

Mír 6.6 Léaráidí Venn a úsáid

Tugtar sa léaráid Venn ar dheis dhá thacar, A agus B, san uilethacar U.

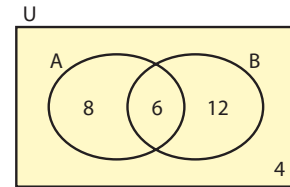
Tugtar freisin líon na mball i ngach réigiún.

Is é 8 líon na mball atá in A ach nach bhfuil in B.

Is é 12 líon na mball atá in B ach nach bhfuil in A.

Is é 6 líon na mball atá in A agus B araon.

Is é 4 líon na mball nach bhfuil in A ná B.



Má chuirtear eolas i láthair i bhfoirm léaráid Venn, bíonn sé éasca teacht ar an dóchúlacht go dtarlóidh na teagmhais éagsúla.

Sa léaráid thuas, is é líon iomlán na mball ná

$$8 + 6 + 12 + 4 = 30.$$

Seo mar a scríobhtar an dóchúlacht go dtarlóidh A agus B: $P(A \text{ agus } B)$.

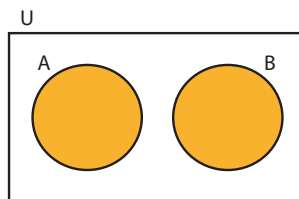
$$\text{Ón léaráid Venn, tá } P(A \text{ agus } B) = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$$

$$P(B \text{ amháin}) = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$$

$$P(\text{nach dtarlóidh A ná B}) = \frac{4}{30} = \frac{2}{15}$$

$$P(A \text{ nó } B) = \frac{8 + 6 + 12}{30} = \frac{26}{30} = \frac{13}{15}$$

Sa léaráid thíos, ní thrasnaíonn na tacair A agus B a chéile.



Dá réir sin, is teagmhais chomheisiatacha iad A agus B mar nach féidir leo tarlú ag an am céanna.

Sa chás seo, tá $P(A \text{ nó } B) = P(A) + P(B)$.

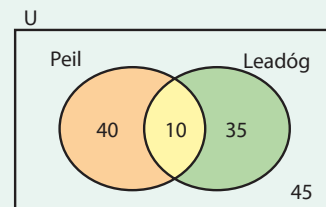
Sampla 1

Sa léaráid Venn ar dheis léirítear na spóirt a imríonn na baill i gclub áirithe.

Cé mhéad ball

- (i) a imríonn idir pheil agus leadóg
- (ii) a imríonn leadóg ach nach n-imríonn peil
- (iii) nach n-imríonn ceachtar den dá chluiche
- (iv) a imríonn peil nó leadóg?

Anois scríobh síos dóchúlacht gach ceann de (i)–(iv) thuas.





- (i) Idir pheil agus leadóg = 10
- (ii) Imríonn leadóg ach ní imríonn peil = 35
- (iii) Ní imríonn ceachtar den dá chluiche = 45
- (iv) Peil nó leadóg = 40 + 10 + 35 = 85

$$P(\text{i}) = \frac{10}{\text{líon iomlán na mball}} = \frac{10}{130} = \frac{1}{13}$$

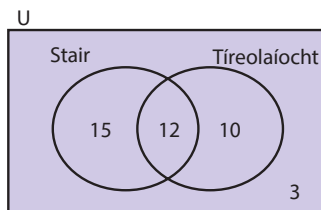
$$P(\text{ii}) = \frac{35}{130} = \frac{7}{26}$$

$$P(\text{iii}) = \frac{45}{130} = \frac{9}{26}$$

$$P(\text{iv}) = \frac{85}{130} = \frac{17}{26}$$

Cleachtadh 6.6

1. Sa léaráid Venn thíos léirítear líon na ndaltaí a rinne Stair agus líon na ndaltaí a rinne Tíreolaíocht i rang 40 dalta, bliain amháin.



Má roghnaítear dalta amháin go randamach, faigh an dóchúlacht

- (i) go ndearna an dalta sin Tíreolaíocht
- (ii) go ndearna an dalta sin Stair agus Tíreolaíocht araon
- (iii) nach ndearna an dalta sin ceachtar den dá ábhar sin
- (iv) go ndearna an dalta sin Stair ach nach ndearna sé/sí Tíreolaíocht.

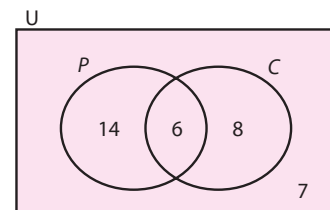
2. Sa léaráid Venn ar dheis,

U = na daltaí i rang 2K

P = na daltaí i rang 2K a imríonn peil

C = na daltaí i rang 2K a imríonn cispheil.

- (i) Cé mhéad dalta atá sa rang?



Má roghnaítear dalta amháin go randamach, céard é an dóchúlacht

- (ii) go n-imríonn an dalta sin peil
- (iii) go n-imríonn an dalta sin cispheil ach nach n-imríonn sé/sí peil
- (iv) nach imríonn an dalta sin ceachtar den dá chluiche
- (v) go n-imríonn an dalta sin peil agus cispheil
- (vi) go n-imríonn an dalta sin peil nó cispheil?



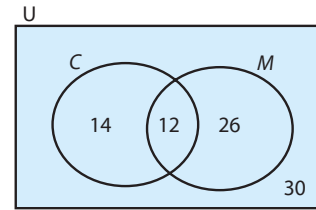


3. Sa léaráid Venn ar dheis,

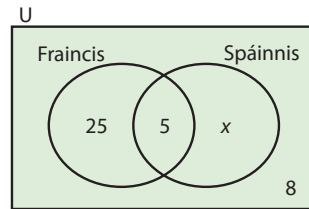
seasann U do na teaghlaigh atá ina gcónaí ar shráid áirithe, seasann C do na teaghlaigh a bhfuil cat acu agus seasann M do na teaghlaigh a bhfuil madra acu.

Má roghnaítear teaghlach go randamach, céard é an dóchúlacht

- (i) go bhfuil cat acu
- (ii) go bhfuil cat agus madra acu
- (iii) go bhfuil madra acu ach nach bhfuil cat acu
- (iv) go bhfuil cat nó madra acu
- (v) nach bhfuil cat ná madra acu?



4. Sa léaráid Venn thíos tugtar na teangacha a dhéanann grúpa 50 dalta ar scoil.



- (i) Faigh luach x .

Má roghnaítear dalta go randamach, faigh an dóchúlacht go ndéanann an dalta sin

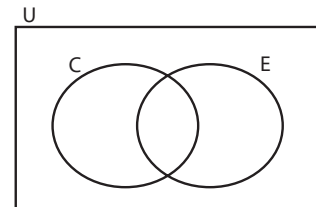
- (ii) Fraincis
- (iii) Fraincis agus Spáinnis
- (iv) Fraincis nó Spáinnis
- (v) ceann amháin den dá theanga sin.

5. I rang 30 dalta, déanann 8 ndalta Ceol (C), déanann 14 dhalta Ealaín (E) agus déanann 6 dhalta Ceol agus Ealaín araon.

- (i) Déan cóip den léaráid Venn ar dheis, agus cuir an t-eolas sin i láthair ann.

Má roghnaítear dalta go randamach, céard é an dóchúlacht

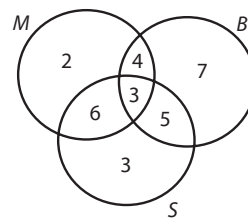
- (ii) go ndéanann an dalta sin Ceol agus Ealaín araon
- (iii) go ndéanann an dalta sin Ealaín ach nach ndéanann sé/sí Ceol
- (iv) nach ndéanann an dalta sin Ceol ná Ealaín
- (v) go ndéanann an dalta sin Ceol nó Ealaín?



6. Sa léaráid Venn ar dheis tugtar líon na ndaltaí a dhéanann Mata (M), Béarla (B) agus Stair (S).

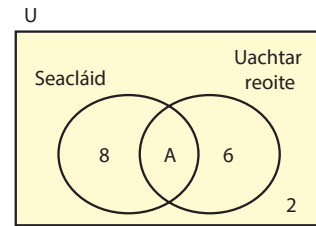
Má roghnaítear dalta amháin go randamach, faigh an dóchúlacht go ndéanann an dalta sin

- (i) Béarla
- (ii) Mata agus Stair araon
- (iii) Mata nó Béarla
- (iv) Mata amháin
- (v) na trí ábhar uile
- (vi) Béarla nó Stair.





7. I rang 40 páiste, rinneadh suirbhé le fáil amach cé mhéad páiste a dtaitníonn seacláid leo agus cé mhéad páiste a dtaitníonn uachtar reoite leo. Tugtar na torthaí sa léaráid Venn ach níl an réigiún marcáilte A líonta isteach.



- (i) Cén uimhir ba cheart a bheith i réigiún A?
- (ii) Céard is féidir a rá faoi na páistí i réigiún A?
- (iii) Má roghnaítear páiste amháin go randamach, céard é an dóchúlacht go dtaitníonn uachtar reoite leis an bpáiste sin ach nach dtaitníonn seacláid leis/léi?
- (iv) Roghnaítear go randamach duine amháin de na páistí a dtaitníonn seacláid leo. Céard é an dóchúlacht go dtaitníonn uachtar reoite leis an bpáiste sin freisin?

Mír 6.7 Riail an iolraithe – trialacha Bernoulli

Tugtar thíos an spás samplach le haghaidh bonn airgid agus díse a chaitheamh le chéile.

| | | Dísle | | | | | |
|------|---|-------|----|----|----|----|----|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Bonn | A | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | A6 |
| | C | C1 | C2 | C3 | C4 | C5 | C6 |

Ón spás samplach, is féidir a fheiceáil go bhfuil

$$P(A, 6) = \frac{1}{12}.$$

Nuair a chaitear an bonn is cuma cé acu a fhaightear ceann, nó nach bhfaightear, ní bhíonn aon tionchar aige sin ar an toradh a fhaightear nuair a chaitear an díse. Tá an dá theagmhas sin, 'aghaidh a fháil' agus '6 a scóráil', neamhspleách ar a chéile.

Is é an dóchúlacht go bhfaighidh tú aghaidh nuair a chaitheann tú bonn san aer ná $\frac{1}{2}$.

Is é an dóchúlacht go bhfaighidh tú 6 ar an díse ná $\frac{1}{6}$.

Má iolraímid an dá dhóchúlacht $\frac{1}{2}$ agus $\frac{1}{6}$ faoina chéile, faighaimid $\frac{1}{12}$, mar a fuaireamar thuas.

Is léiriú é sin ar **riail an iolraithe** sa dóchúlacht, mar a thugtar thíos.

Riail an iolraithe: $P(A \text{ agus } B) = P(A) \times P(B)$

Bíonn riail an iolraithe úsáideach, go háirithe agus muid ag déileáil le dhá theagmhas nó níos mó, áit a bhfuil gach teagmhas acu neamhspleách ar a chéile. Modh eile atá ann le dul i ngleic le fadhbanna áirithe, fadhbanna ar nós dhá dhísle a chaitheamh, rud a pléadh cheana i Mír 6.3.

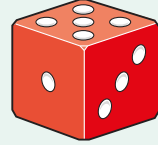
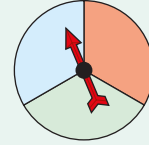
Tugtar riail **AND** ar riail an iolraithe de ghnáth.





Sampla 1

Caitheann Amanda gnáthdhísle agus casann sí an rothlóir atá le feiceáil ar dheis. Tá an seans céanna ann go stopfaidh an rothlóir ar dhath ar bith. Faigh an dóchúlacht gur dearg agus ré-uimhir a gheobhaidh Amanda.



$$P(\text{dearg}) = \frac{1}{3} \quad P(\text{ré-uimhir}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore P(\text{dearg agus ré-uimhir}) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

Nóta: Gheobhaidh tú an toradh céanna seo má úsáideann tú spás samplach.

Sampla 2

Beidh breithlá Mháire agus breithlá Sheáin ann an tseachtain seo chugainn. Faigh an dóchúlacht

- (i) gur Dé Luain a bheidh breithlá Mháire ann
- (ii) gur Dé Luain a bheidh breithlá na beirte ann
- (iii) gur Dé Sathairn nó Dé Domhnaigh a bheidh breithlá na beirte ann.

$$(i) P(\text{breithlá Mháire Dé Luain}) = \frac{1}{7}$$

$$(ii) P(\text{breithlá na beirte Dé Luain}) = P(M, \text{Dé Luain}) \times P(S, \text{Dé Luain}) \\ = \frac{1}{7} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{49}$$

$$(iii) P(\text{breithlá na beirte Dé Sathairn nó Dé Domhnaigh}) = \frac{2}{7} \times \frac{2}{7} \\ = \frac{4}{49}$$

Trialacha Bernoulli

Cuir i gcás an turgnamh seo – tá tú ag caitheamh dísle agus caithfidh tú 6 a fháil chun tús a chur le cluiche faoi leith. Má chaitear 6, is féidir ‘fothoradh fabhrach’ a thabhairt air sin. Má chaitear aon uimhir eile, tugtar ‘fothoradh neamhfabhrach’ air.

Más **trial** a thugaimid ar gach caitheamh den dísle, ansin

- do gach triail tá dhá chineál fothoradh féideartha ann, ‘fothoradh fabhrach’ agus ‘fothoradh neamhfabhrach’
- tá an dóchúlacht go bhfaighfear fothoradh fabhrach (i.e. go bhfaighfear 6) mar an gcéanna do gach triail
- tá gach triail neamhspleách ar fhothorthaí trialacha eile.

Trialacha Bernoulli a thugtar ar thurgnaimh ina ndéantar trialacha arís is arís eile, má bhaineann na coinníollacha atá liostaithe thuas leo. Ainmníodh as James Bernoulli iad.

Sa turgnamh thuas, má chaitear 6 den chéad uair ar an tríú triail, deirimid gur tharla an chéad fothoradh fabhrach ar an tríú triail.

Sa chúrsa seo ní bheimid ag plé ach le fadhbanna a mbaineann trí thriail Bernoulli nó níos lú leo.

Ba mhatamaiticeoir Eilvéiseach é James Bernoulli (1654–1705). Rinne sé obair cheannródaíoch i réimsí na dóchúlachta agus an chalcála.



Sampla 3

Caitear bonn cóir san aer go dtí go bhfaightear aghaidh.
Faigh an dóchúlacht gur ar an tríú caitheamh a gheofar an chéad aghaidh.

Más ar an 3ú caitheamh a fhaightear an chéad aghaidh, is cúl a fuarthas ar an gcéad dá chaitheamh, i.e. CCA

$$P(A) = \frac{1}{2} \text{ agus } P(C) = \frac{1}{2}$$
$$P(CCA) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

C = cúl
A = aghaidh

∴ is é an dóchúlacht go bhfaighfear aghaidh ar an 3ú caitheamh ná $\frac{1}{8}$.

Sampla 4

Caitear díse cóir arís is arís eile.
Faigh an dóchúlacht gur ar an tríú caitheamh a gheofar 5 nó 6 den chéad uair.

Tugaimis 'fhothradh fabhrach' (F) ar 5 nó 6 agus tugaimis 'fhothradh neamhfhabhrach' (N) ar 1, 2, 3 nó 4.

$$P(F) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \text{ agus } P(N) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Más ar an 3ú caitheamh a fhaightear an chéad 'fhothradh fabhrach', is é NNF ord na dtorthaí.

$$P(NNF) = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{27}$$

∴ is é an dóchúlacht gur ar an 3ú caitheamh a gheofar 5 nó 6 den chéad uair ná $\frac{4}{27}$.

Sampla 5

Téann iarrthóir faoi scrúdú faoi leith. Sa scrúdú seo tá 3 cheist ilroghnacha.
Tá ceithre rogha i ngach ceist.

Más buille faoi thuairim a thugann sí agus í ag freagairt gach ceiste, céard é an dóchúlacht

- go bhfaighidh sí an freagra ceart i ngach ceann de na trí cheist
- go mbeidh an chéad dá fhreagra mícheart aici ach go mbeidh an tríú ceann ceart?

- 4 rogha atá ann;

Dá réir sin, $P(\text{freagra ceart}) = \frac{1}{4}$ agus $P(\text{freagra mícheart}) = \frac{3}{4}$.

$$P(\text{gach ceann ceart}) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{64}$$

- $P(\text{1ú agus 2ú mícheart ach an 3ú ceart}) = P(\text{mícheart}) \times P(\text{mícheart}) \times P(\text{ceart})$
 $= \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{9}{64}$

Nóta: Má sheasann F do 'fhothradh fabhrach' agus N do 'fhothradh neamhfhabhrach' i dtrialacha Bernoulli, is é an dóchúlacht nach mbeidh ach 'fhothradh fabhrach' amháin i dtrí thriail ná suim na dtrí dhóchúlacht seo:

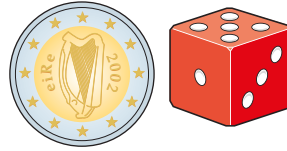
$$P(NNF) + P(NFN) + P(FNN)$$



Cleachtadh 6.7

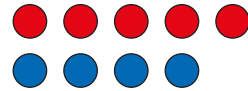
1. Caitear bonn san aer faoi dhó. Cén dóchúlacht atá ann go bhfaighfear
(i) 2 aghaidh (ii) aghaidh an chéad bhabhta agus cúl an dara babhta?

2. Caitear bonn san aer agus caitear díisle.
Cén dóchúlacht atá ann go bhfaighfear
(i) aghaidh agus 6
(ii) cúl agus ré-uimhir
(iii) aghaidh agus iolraí ar 3?



3. Caitear dhá dhísle. Cén dóchúlacht atá ann go bhfaighfear
(i) 2 chúig (ii) 2 ré-uimhir (iii) uimhir níos lú ná 3 ar an dá dhísle?

4. Tá 5 dhiosca dhearga agus 4 dhiosca ghorma i mála áirithe.
Roghnaítear diosca go randamach as an mála agus ansin cuirtear ar ais é. Roghnaítear an dara diosca ansin.
Faigh an dóchúlacht go bhfaighfear
(i) dhá dhiosca dhearga
(ii) diosca dearg agus diosca gorm san ord sin
(iii) diosca gorm agus diosca dearg san ord sin.

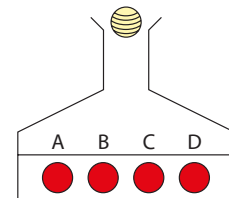


5. Tarraingítear cárta as paca 52 cárta agus caitear díisle.
Cén dóchúlacht atá ann go bhfaighfear
(i) muileata agus 6 ar an díisle
(ii) cárta dubh agus ré-uimhir ar an díisle
(iii) hart agus iolraí ar 3 ar an díisle?

Tá 13 mhuilleata, 26 cárta dubh and 13 hart i bpaca cártaí.

6. 9 litir atá san fhocal AILGÉABAR. Scríobhtar gach litir ar chárta faoi leith, agus cuirtear na cártaí isteach i mbosca. Roghnaítear cárta go randamach as an mbosca agus ansin cuirtear ar ais é. Roghnaítear an dara cárta ansin.
Cén dóchúlacht atá ann go bhfaighfear
(i) an litir A faoi dhó (ii) na litreacha G agus É, san ord sin
(iii) an litir R faoi dhó (iv) dhá ghuta?

7. Nuair a chuirtear liathróid leadóige sa ghaireas seo ar dheis, tá an seans céanna ann go dtiocfaidh sí amach trí cheann ar bith de na poill A, B, C nó D.
Má chuirtear liathróid leadóige isteach ann, céard é an dóchúlacht go dtiocfaidh sí amach trí pholl
(i) A (ii) A nó C?

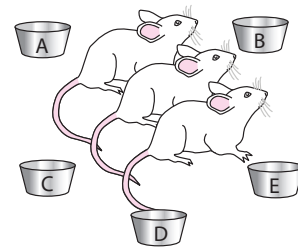


- Má chuirtear dhá liathróid eile isteach ann ceann i ndiaidh a chéile, faigh an dóchúlacht
(iii) go dtiocfaidh an dá cheann amach trí pholl A
(iv) go dtiocfaidh an dá cheann amach trí pholl A nó go dtiocfaidh an dá cheann amach trí pholl C.





8. Tá trí luch i gcró. Sam, Pam agus Ham na hainmneacha atá orthu. Tá an rogha acu ithe as ceann ar bith de na cúig mhias A, B, C, D agus E. Tá an rogha go hiomlán randamach.
- Céard é an dóchúlacht go n-íosfaidh Sam as mias A?
 - Céard é an dóchúlacht go n-íosfaidh Sam agus Pam araon
 - as mias A
 - as an mias chéanna?



9. Castar an rothlóir ar dheis faoi dhó. Tá an seans céanna ann go stopfaidh an rothlóir ar cheann ar bith de na teascóga. Faigh an dóchúlacht go stopfaidh sé
- ar an dath buí ar an gcéad chasadh
 - ar an dath dearg agus an dath glas, san ord sin
 - ar an dath dearg faoi dhó
 - ar an dath dearg faoi dhó nó ar an dath buí faoi dhó.



10. Beidh breithlá Áine agus breithlá Bharra ann an tseachtain seo chugainn. Má tá an seans céanna ann go mbeidh an dá bhreithlá ar lá ar bith den tseachtain, céard é an dóchúlacht
- gur Dé Céadaoin a bheidh breithlá Áine ann
 - gur Dé Luain a bheidh an dá bhreithlá ann
 - gur ar lá dar túslitir S a bheidh an dá bhreithlá?
11. Caitheann Seán bonn cóir san aer cuid mhaith uaireanta. Faigh an dóchúlacht go bhfaighfear
- an chéad aghaidh ar an dara caitheamh
 - an chéad aghaidh ar an tríú caitheamh.
12. Caitheann Caitlín díse cóir go dtí go bhfaigheann sí 6. Ríomh an dóchúlacht go bhfaighidh sí
- 6 ar an gcéad chaitheamh
 - an chéad 6 ar an tríú caitheamh.
13. Is é $\frac{2}{3}$ an dóchúlacht go bhfaighfear aghaidh agus bonn laofa in úsáid. Caitheann Pádraig an bonn trí huair.
- Ríomh an dóchúlacht go bhfaighidh sé aghaidh faoi thrí.
 - Ríomh an dóchúlacht go bhfaighidh sé an chéad aghaidh
 - ar an dara caitheamh
 - ar an tríú caitheamh.
14. Is ar an mbus a thagann 25% de na daltaí i scoil áirithe chun na scoile. Roghnaítear triúr daltaí go randamach as daltaí uile na scoile. Faigh an dóchúlacht
- gur ar an mbus a thagann an triúr acu chun na scoile
 - nach ar an mbus a thagann an chéad bheirt daltaí a roghnaíodh
 - nach ar an mbus a thagann an chéad bheirt daltaí chun na scoile ach gur ar an mbus a thagann an tríú dalta.





- 15.** I mála áirithe tá 3 chnaipe dhearga agus 2 chnaipe ghlasa. Roghnaítear cnaipe as an mála agus ansin cuirtear ar ais é. Déantar é sin trí huair. Faigh an dóchúlacht
- (i) gur cnaipe glas a bheidh sa chéad chnaipe a roghnófar
 - (ii) gur ar an tríú hiarracht a gheofar an chéad chnaipe glas.
- 16.** Imríonn Aindí sraith cluichí leadóige i gcoinne an duine chéanna. Is é an dóchúlacht go mbuafaidh sé cluiche ar bith de na cluichí ar fad ná $\frac{4}{5}$. Ríomh an dóchúlacht
- (i) gur sa dara cluiche a bhuafeadh Aindí den chéad uair
 - (ii) gur sa tríú cluiche a bhuafeadh Aindí den chéad uair
 - (iii) go gcaillfidh Aindí na trí chluiche.
- 17.** Is é an dóchúlacht go mbeidh báisteach ann ar lá ar bith i mí Bealtaine ná 0.3. Má roghnaítear trí lá i mí Bealtaine go randamach, faigh an dóchúlacht
- (i) nach mbeidh báisteach ann an chéad lá
 - (ii) go mbeidh báisteach ann an chéad dá lá
 - (iii) gur ar an tríú lá a bheidh báisteach ann den chéad uair.
- 18.** Tá an litir 'A' scríofa ar cheithre aghaidh de chiúb agus tá an litir 'B' scríofa ar an dá aghaidh eile. Caitear an ciúb trí huair. Cén dóchúlacht atá ann go bhfaighfear
- (i) B ar an gcéad chaitheamh
 - (ii) an chéad B ar an dara caitheamh
 - (iii) an chéad A ar an tríú caitheamh?
- 19.** Tarraingíonn Seán cárta amach as gnáthphaca cártaí agus ansin cuireann sé ar ais é. Déanann sé sin trí huair. Ríomh an dóchúlacht go roghnóidh sé
- (i) muileata ar an gcéad tarraingt
 - (ii) an chéad mhuileata ar an tríú tarraingt
 - (iii) aon mhuileata amháin sna trí tharraingt.
- 20.** Caitear bonn cóir san aer ag tús gach cluiche i sraith 3 chluiche. Caitheann captaen amháin an bonn agus glaonn an captaen eile 'Aghaidh' nó 'Cúl'. Faigh an dóchúlacht go nglaofar an caitheamh i gceart
- (i) trí huair
 - (ii) uair amháin
 - (iii) dhá uair.
- 21.** Imríonn Aindí peil agus leadóg. Tá cluiche amháin peile agus cluiche amháin leadóige le himirt aige. Is é an dóchúlacht go mbuafaidh sé an cluiche peile ná 0.3. Is é an dóchúlacht go gcríochnóidh an cluiche ar comhscór ná 0.5. Is é an dóchúlacht go mbuafaidh sé an cluiche leadóige ná 0.6, é sin nó caillfidh sé. Faigh an dóchúlacht
- (i) go gcaillfidh Aindí an cluiche peile
 - (ii) go mbuafaidh Aindí an dá chluiche
 - (iii) go gcaillfidh Aindí an dá chluiche
 - (iv) go mbuafaidh Aindí an cluiche peile agus go gcaillfidh sé an cluiche leadóige.





22. I gcluiche boird, bogtar licín ar aghaidh ó chearnóg go cearnóg. Is é an fad a bhogtar é ná líon cearnóg arb ionann é agus an uimhir a fhaightear nuair a chaitear díisle cóir. Má stopann tú ar chearnóg atá ag bun dréimire, caithfidh tú an licín a bhogadh go dtí an chearnóg atá ag barr an dréimire sin.

- (i) Céard é an dóchúlacht go sroichfidh imreoir ar bith cearnóg 4 in aon chaitheamh amháin den díisle?
- (ii) Céard é an dóchúlacht go sroichfidh imreoir ar bith cearnóg 7 in aon chaitheamh amháin den díisle?
- (iii) Céard é an dóchúlacht go dtógfaidh sé dhá chaitheamh ar imreoir dul chomh fada le cearnóg 2?
- (iv) Liostaigh na trí bhealach ar féidir cearnóg 18 a bhaint amach i dtrí chaitheamh den díisle.
- (v) Ríomh an dóchúlacht go sroichfidh imreoir ar bith cearnóg 18 i dtrí chaitheamh den díisle go baileach.



| | | | |
|-----|----|----|---|
| 18 | 17 | 16 | |
| 13 | 14 | 15 | |
| 12 | 11 | 10 | |
| 7 | 8 | 9 | |
| 6 | 5 | 4 | |
| Tús | 1 | 2 | 3 |

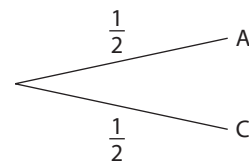
Mír 6.8 Léaráidí crainn

Is féidir na fothorthaí féideartha ar dhá theagmhas nó níos mó a thaispeáint ar léaráid ar a dtugtar **léaráid chrainn**. I léaráid chrainn

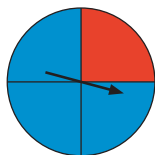
- (i) scríobh na fothorthaí ag ceann gach craobhe
- (ii) scríobh na dóchúlachtaí ar gach craobh.

Léiríonn an léaráid chrainn seo na fothorthaí nuair a chaitear bonn san aer. Tá dhá chraobh (nó dhá fhothoradh) ann.

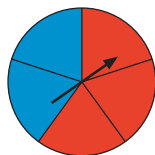
Tá an dóchúlacht, $\frac{1}{2}$, scríofa ar an dá chraobh.



Is féidir na fothorthaí féideartha uile a bhaineann leis an dá rothlóir seo a thaispeáint ar léaráid chrainn.

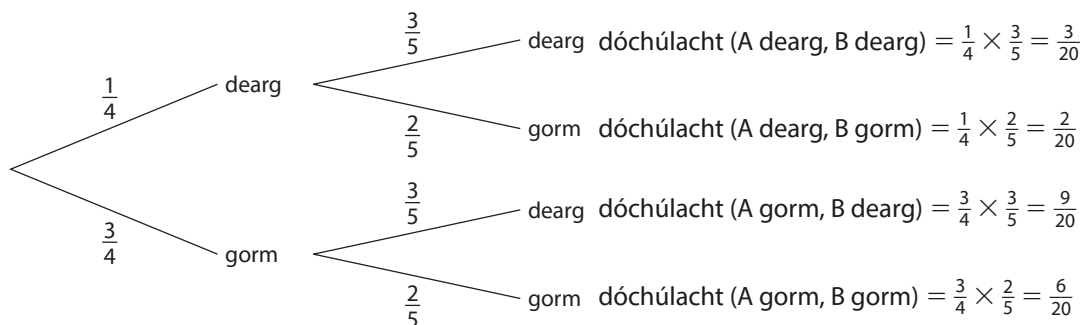


Rothlóir A



Rothlóir B

Is féidir teacht ar na dóchúlachtaí a bhaineann le Rothlóir A agus Rothlóir B le chéile ach na dóchúlachtaí sin a iolrú faoina chéile.



Seo mar a fhaightear an dóchúlacht go stopfaidh an dá rothlóir ar an dath céanna:

dóchúlacht go bhfaighfear an dath céanna = $P(A \text{ dearg, } B \text{ dearg}) + P(A \text{ gorm, } B \text{ gorm})$

$$= \frac{3}{20} + \frac{6}{20} = \frac{9}{20}$$

Is fearr gan na codáin a shimpliú le go mbeidh sé níos éasca iad a chur i gcomparáid lena chéile agus a shuimiú.

Tabhair faoi deara gurb é 1 suim na ndóchúlachtaí ag ceann na gceithre chraobh.

Sampla 1

Tá 3 chnaipe dhearga agus 4 chnaipe ghorma i mBosca A

Tá 2 chnaipe dhearga agus 3 chnaipe ghorma i mBosca B

Tógtar cnaipe amháin go randamach amach as gach bosca.

- (i) Tarraing léaráid chrainn chun na fothorthaí go léir a léiriú.
- (ii) Faigh an dóchúlacht go mbeidh an dath céanna ar an dá chnaipe.

- (i) Tugtar na fothorthaí féideartha go léir ar an léaráid chrainn thíos.

Is teagmhais neamhspleácha iad cnaipe dearg a thógáil amach as bosca A agus cnaipe dearg a thógáil amach as bosca B.

Dá réir sin, tá $P(\text{dearg, dearg}) = P(\text{dearg}) \times P(\text{dearg})$

$$= \frac{3}{7} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{35}$$

| Bosca A | Bosca B | Fothoradh | Dóchúlacht |
|-----------------|-----------------|-----------|--|
| $\frac{3}{7}$ D | $\frac{2}{5}$ D | DD | $\frac{3}{7} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{35}$ |
| | $\frac{3}{5}$ G | DG | $\frac{3}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{35}$ |
| $\frac{4}{7}$ G | $\frac{2}{5}$ D | GD | $\frac{4}{7} \times \frac{2}{5} = \frac{8}{35}$ |
| | $\frac{3}{5}$ G | GG | $\frac{4}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{12}{35}$ |

- (ii) $P(\text{an dath céanna}) = P(\text{an dá cheann dearg nó an dá cheann gorm})$

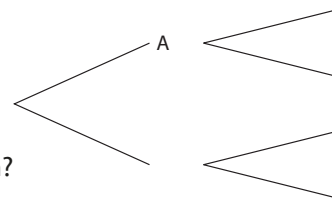
$$= P(D, D) + P(G, G)$$

$$= \frac{6}{35} + \frac{12}{35} = \frac{18}{35}$$

Cleachtadh 6.8

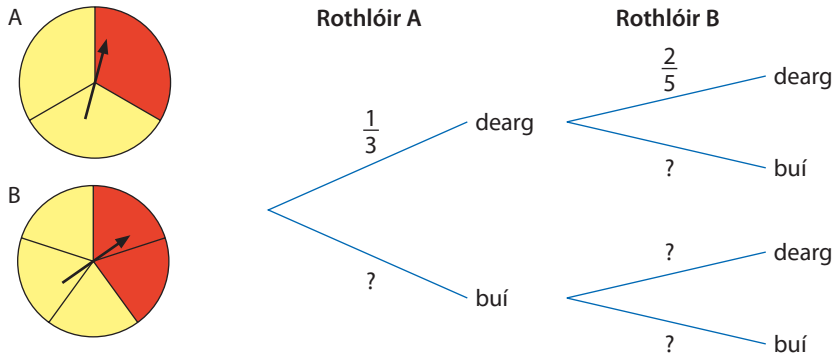
1. Caitear bonn san aer faoi dhó. Cóipeáil agus críochnaigh an léaráid chrainn chun na fothorthaí go léir a thaispeáint.

- (i) Cé mhéad fothoradh atá ann?
- (ii) Cén dóchúlacht atá ann go bhfaighfear dhá aghaidh?





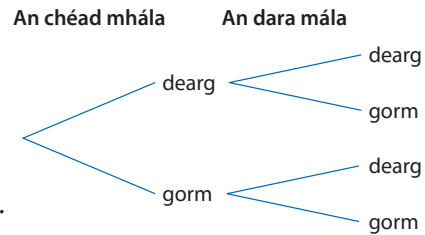
2. Cóipeáil agus críochnaigh an léaráid chrainn don dá rothlóir seo.



Céard é an dóchúlacht go stopfaidh A agus B

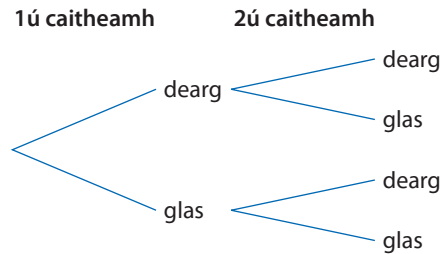
- (i) ar an dath céanna
- (ii) ar dhathanna difriúla?

3. Tá 4 chnaipe **dhearga** agus 3 chnaipe **ghorma** i mála áirithe. Tá 2 chnaipe **dhearga** agus 8 gcnaipe **ghorma** i mála eile. Tógann Peadar cnaipe amháin go randamach amach as gach mála.



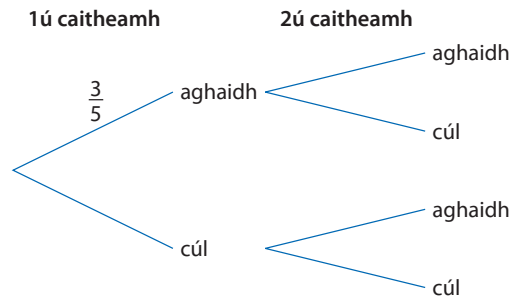
- (i) Críochnaigh léaráid chrainn na ndóchúlachtaí.
- (ii) Faigh an dóchúlacht go dtógfaidh Peadar
 - (a) 2 chnaipe dhearga
 - (b) cnaipe dearg agus cnaipe gorm san ord sin
 - (c) cnaipe dearg agus cnaipe gorm in ord ar bith.

4. 5 aghaidh dhearga agus 1 aghaidh ghlas atá ar an díslé atá ag Póilín. Caitheann sí an díslé faoi dhó.



- (i) Cóipeáil agus críochnaigh an léaráid chrainn.
- (ii) Faigh an dóchúlacht gurb é an dath céanna a gheofar ar an díslé an dá uair.
- (iii) Faigh an dóchúlacht go bhfaighfear an dath glas agus an dath dearg san ord sin.

5. Tá bonn ag Pilib atá ualaithe sa chaoi is gurb é $\frac{3}{5}$ an dóchúlacht go bhfaighfear aghaidh agus $\frac{2}{5}$ an dóchúlacht go bhfaighfear cúl nuair a chaitear é.



- (i) Cóipeáil agus críochnaigh an léaráid chrainn le haghaidh dhá chaitheamh den bhonn ualaithe.
- (ii) Cén dóchúlacht atá ann go bhfaighfear aghaidh an dá uair?
- (iii) Faigh an dóchúlacht go bhfaighfear aghaidh amháin agus cúl amháin (in ord ar bith) as dhá chaitheamh.

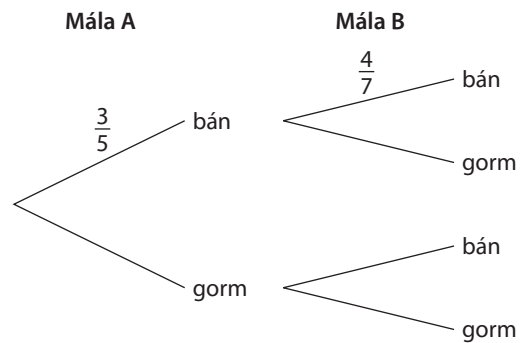




6. Tá 2 licín ghorma agus 3 licín bhána i mála A.
Tá 3 licín ghorma agus 4 licín bhána i mála B.
Tógtar licín amach go randamach as gach mála.
Cóipeáil agus críochnaigh an léaráid chrainn chun na fothorthaí féideartha go léir a léiriú.

Faigh an dóchúlacht go mbeidh an dá licín:

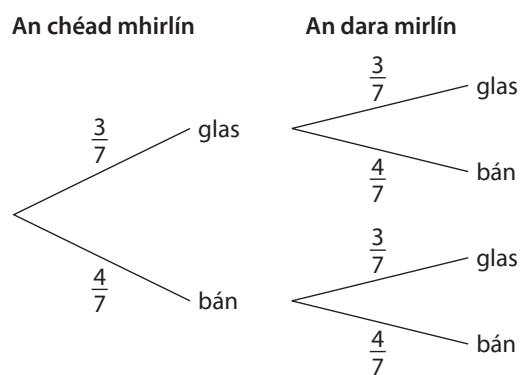
- (i) bán
- (ii) gorm
- (iii) ar aon dath.



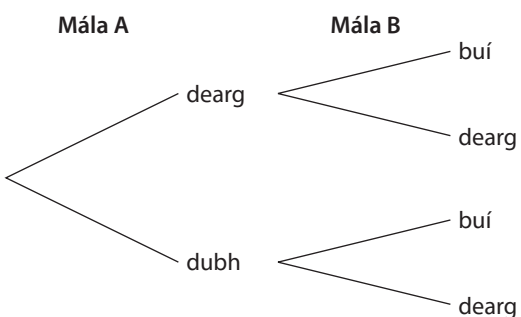
7. Tá 3 mhirlín ghlasa agus 4 mhirlín bhána i mála áirithe. Roghnaítear mirlín as an mála go randamach, scríobhtar síos an dath atá air agus ansin cuirtear ar ais é. Croitear an mála agus roghnaítear an dara mirlín go randamach. Tá na fothorthaí féideartha go léir le feiceáil sa léaráid chrainn ar dheis.

Bain úsáid as an léaráid chrainn chun teacht ar an dóchúlacht go roghnófar

- (i) dhá mhirlín ghlasa
- (ii) dhá mhirlín bhána
- (iii) mirlín bán agus mirlín glas, san ord sin.



8. Tá 5 licín dhearga agus 7 licín dhubha i mála A.
Tá 2 licín buí agus 8 licín dhearga i mála B.
Roghnaítear licín amháin as gach mála.
(i) Cóipeáil agus críochnaigh an léaráid chrainn chun na fothorthaí féideartha a léiriú.
(ii) Faigh an dóchúlacht go roghnófar
(a) licín dubh agus licín buí
(b) dhá licín dhearga.





9. Ar a bhealach chun na hoibre, tá dhá áit a mbíonn ar Nick stopadh cuid den am, is é sin ag na soilse tráchta agus ag crosaire comhréidh. Thar thréimhse ama, rinne Nick meastachán ar an dóchúlacht go mbeadh air stopadh ag an dá áit sin.

Is é an dóchúlacht go mbeidh air stopadh ag na soilse tráchta ná $\frac{2}{3}$.

Is é an dóchúlacht go mbeidh air stopadh ag an gcrosaire comhréidh ná $\frac{1}{5}$.

Tá na dóchúlachtaí sin neamhspleách ar a chéile.

- (i) Déan léaráid chrainn chun an t-eolas sin a thaispeáint.
- (ii) Ríomh an dóchúlacht nach mbeidh ar Nick stopadh ag na soilse tráchta ná ag an gcrosaire comhréidh agus é ag dul chun na hoibre.

10. Caitear bonn cóir san aer trí huair.

Tarraing léaráid chrainn chun na fothorthaí féideartha go léir a léiriú.

Faigh an dóchúlacht go bhfaighfear:

- (i) 3 aghaidh
- (ii) 2 aghaidh agus cúl amháin, in ord ar bith.

11. Tá 20 bonn i mála áirithe.

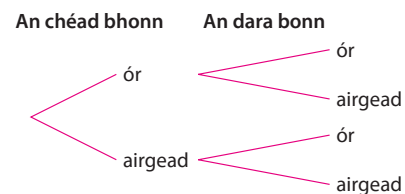
Tá 6 bhonn óir ann agus is boinn airgid an chuid eile.

Tógtar bonn amach as an mála go randamach.

Scríobhtar síos cén cineál boinn atá ann agus ansin cuirtear ar ais sa mhála é.

Ansin tógtar bonn eile amach as an mála go randamach.

- (i) Tugann an léaráid chrainn na féidearthachtaí ar fad maidir leis na boinn a thógfar amach as an mála. Cóipeáil an léaráid agus scríobh na dóchúlachtaí uirthi.
- (ii) Bain úsáid as do léaráid chrainn chun teacht ar an dóchúlacht gur bonn óir amháin agus bonn airgid amháin a roghnófar.



Mír 6.9 Luach ionchais

Tá an ciorcal ar dheis roinnte ina 3 theascóg.

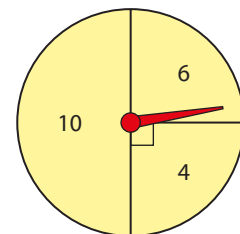
Nuair a chastar an rothlóir, stopfaidh sé ar 10, ar 6 nó ar 4.

Má chastar an rothlóir faoi dhó agus má fhaighimid 10 agus 6,

is é meán an dá chasadh ná $\frac{10+6}{2}$ i.e. 8.

Má chastar an rothlóir 100 uair, an bhfuil bealach tapa ann chun 'meánluach' na bhfothorthaí a fháil?

Gheobhaimid an meánluach nó an **luach ionchais** seo ach gach uimhir a iolrú faoin dóchúlacht a bhaineann léi agus na torthaí a shuimiú le chéile.





Tá an méid sin leagtha amach sa tábla thíos.

| Fothoradh (x) | Dóchúlacht (P) | $x \times P$ |
|-------------------|--------------------|----------------|
| 10 | $\frac{1}{2}$ | 5 |
| 6 | $\frac{1}{4}$ | $1\frac{1}{2}$ |
| 4 | $\frac{1}{4}$ | 1 |

Nuair a iolraímid gach fothoradh faoin dóchúlacht chomhfhreagrach, faighimid 5, $1\frac{1}{2}$ agus 1.

Is é suim na dtorthaí sin ná $7\frac{1}{2}$.

Is é $7\frac{1}{2}$ an **luach ionchais**.

Dá mhéad uair a chastar an rothlóir, is ea is gaire a bhíonn meánluach na bhfothorthaí don luach ionchais, $7\frac{1}{2}$. **Dlí na n-uimhreacha móra** a thugann staitisteoirí air sin.

Tabhair faoi deara nach ceann de na fothorthaí (4, 6 agus 10) é an luach ionchais ($7\frac{1}{2}$).

Ní gá go mbeadh an luach ionchais i measc na bhfothorthaí tugtha.

Le **E(x)** a chuirtear an luach ionchais ar fhothoradh turgnaimh in iúl.

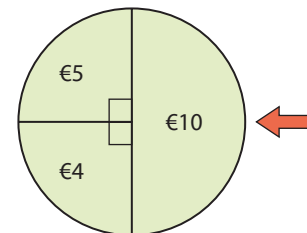
Is féidir an oibríocht a úsáidtear leis an luach ionchais a fháil a chur in iúl ar bhealach gonta mar seo a leanas:

$$E(x) = \sum x.P(x), \text{ áit a seasann } \Sigma \text{ do shuim na dtorthaí.}$$

Baintear úsáid as an luach ionchais go minic i dtionscal an árachais agus i dtithe cearrbhachais.

Dá mbeifeá ag iarraidh a fháil amach an raibh cluiche áirithe i dteach cearrbhachais cóir, bheadh ort fios a bheith agat cén íocaíocht amach a bhí i gceist leis agus cén dóchúlacht a bhí ann go bhfaighfí an íocaíocht amach sin. Go bunúsach, bheadh ort luach ionchais na n-íocaíochtaí amach a bheith ar eolas agat.

Cuir i gcás roth i bpáirc spraoi mar atá le feiceáil sa léaráid ar dheis. Cosnaíonn sé €8 an roth a chasadh uair amháin agus an méid airgid a stopfaidh an tsaighead uirthi, sin an méid a bhuafaidh tú. An 'cluiche cóir' é sin?



Ar dtús ríomhaimid luach ionchais na híocaíochta amach.

| Fothoradh (x) | Dóchúlacht (P) | $x \times P$ |
|-------------------|--------------------|--------------|
| €10 | $\frac{1}{2}$ | €5 |
| €5 | $\frac{1}{4}$ | €1.25 |
| €4 | $\frac{1}{4}$ | €1 |

$$\sum x.P(x) = €5 + €1.25 + €1 = €7.25$$



Is é luach ionchais na híocaíochta amach ná €7.25.

Ach cosnaíonn sé €8 an roth a chasadh.

Dá réir sin, is ionann luach ionchais na híocaíochta amach agus €7.25 – €8, i.e. –€0.75

Dá gcasfá an roth méid mór uaireanta, mar sin, ba cheart go mbeifeá ag súil le €0.75 a chailleadh ar gach casadh ar an meán.

Agus muid ag iarraidh a dhéanamh amach an bhfuil cluiche faoi leith cóir, caithfimid dhá rud a chur san áireamh:

- (i) luach ionchais na híocaíochta amach
- (ii) an méid a chosnaíonn sé an cluiche a imirt.

Ansín (a) más ionann luach ionchais na híocaíochta amach agus nialas, tá an cluiche cóir

(b) má tá an íocaíocht amach níos mó ná nialas, déanfaidh tú airgead san fhadtéarma

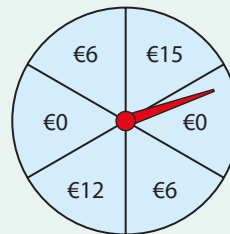
(c) má tá an íocaíocht amach níos lú ná nialas, caillfidh tú airgead san fhadtéarma.

Sampla 1

Tá an ciorcal seo roinnte ina 6 theascóg, agus iad uile ar cóimhéid lena chéile.

Cosnaíonn sé €8 an tsaighead a chasadh agus an tsuim atá sa teascóg ina stopfaidh an tsaighead, sin an tsuim a bhuafaidh tú.

Cé mhéad a mbeifeá ag súil lena bhuachan nó lena chailleadh sa chluiche seo?



Faighimid luach ionchais na híocaíochta amach mar seo a leanas:

| Íocaíocht amach (x) | Dóchúlacht (P) | Íocaíocht amach \times Dóchúlacht |
|-------------------------|--------------------|-------------------------------------|
| 0 | $\frac{2}{6}$ | 0 |
| 6 | $\frac{2}{6}$ | €2 |
| 12 | $\frac{1}{6}$ | €2 |
| 15 | $\frac{1}{6}$ | €2.50 |

$$\sum x.P(x) = €0 + €2 + €2 + €2.50 = €6.50$$

Is é luach ionchais na híocaíochta amach ná €6.50.

Má íocann tú €8 chun an cluiche a imirt, is é luach ionchais na híocaíochta amach ná

$$€6.50 - €8 = -€1.50$$

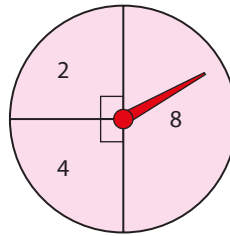
Mar sin, ba cheart a bheith ag súil le €1.50 a chailleadh, má imríonn tú an cluiche seo.

Cleachtadh 6.9

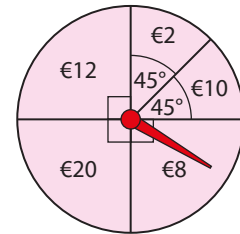
1. Sa tábla ar dheis tugtar na fothorthaí féideartha nuair a chaitear díse cóir. Tugtar freisin na dóchúlachtaí a bhaineann leis na fothorthaí sin. Cóipeáil agus críochnaigh an tábla agus léirigh gurb é 3.5 an luach ionchais.

| Fothoradh (x) | Dóchúlacht (P) | $x \times P$ |
|-------------------|--------------------|---------------|
| 1 | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ |
| 2 | $\frac{1}{6}$ | |
| 3 | $\frac{1}{6}$ | |
| 4 | $\frac{1}{6}$ | |
| 5 | $\frac{1}{6}$ | $\frac{5}{6}$ |
| 6 | $\frac{1}{6}$ | |

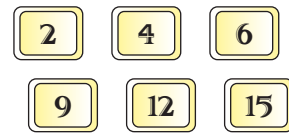
2. Faigh an luach ionchais nuair a chastar an rothlóir seo méid mór uaireanta.



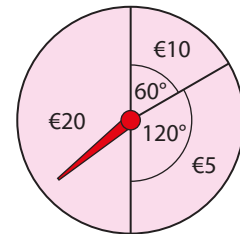
3. Nuair a chastar an rothlóir seo, íocfar amach an méid atá scríofa ina stopfaidh an tsaighead. Céard é luach ionchais na híocaíochta amach?



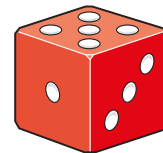
4. Roghnaítear cárta go randamach as na cártaí ar dheis agus ansin cuirtear ar ais é. Déantar an rud céanna cuid mhaith uaireanta. Faigh luach ionchais na huimhreach a roghnaítear.



5. Sa roth ar dheis, buaifaidh tú an méid atá scríofa sa teascóg ina stopfaidh an tsaighead. Cosnaíonn sé €10 an cluiche a imirt. Cé mhéad a mbeifeá ag súil lena bhuachan nó lena chailleadh dá n-imreofa an cluiche seo? Mínigh cén fáth nach bhfuil an cluiche cóir.



6. I dteach cearrbhachais, cosnaíonn sé €6 díse a chaitheamh. Má fhaigheann tú 3, buaifaidh tú €12. Má fhaigheann tú ré-uimhir, buaifaidh tú €6. Má fhaigheann tú aon uimhir eile, ní buaifaidh tú dada. Cé mhéad a mbeifeá ag súil lena bhuachan nó lena chailleadh dá n-imreofa an cluiche seo?





7. Tarraingítear cárta amach as gnáthphaca cártaí.
 Má fhaigheann tú rí, buaifaidh tú €50.
 Má fhaigheann tú muileata, buaifaidh tú €8.
 Má fhaigheann tú cuireata, caillfidh tú €5.
 Má fhaigheann tú aon cárta eile, ní buaifaidh tú ná ní chaillfidh tú dada.
 Má chosnaíonn sé €10 an cluiche seo a imirt, cé mhéad a mbeifeá ag súil lena bhuchan nó lena chailleadh? Bíodh do fhreagra ceart go dtí an 10c is gaire.
8. Díolann club spóirt 1000 ticéad le haghaidh crannchuir. Tá duais amháin €100 ann, cúig dhuais €50 agus deich nduais €20. Faigh an luach ionchais atá ar dhuais.

9. Seo é an spás samplach nuair a dhéantar dhá dhísle a chaitheamh agus na scóir a shuimiú.

- (i) Céard é an dóchúlacht go bhfaighfear 9 nuair a shuimítear na scóir?

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

I dteach cearrbhachais, tá cluiche ann ina gcaithfidh tú dhá dhísle a chaitheamh agus na scóir a shuimiú.

Más é 7 an t-iomlán, buaifaidh tú €24.

Más é 9 an t-iomlán, caillfidh tú €27.

I ngach cás eile ní buaifaidh tú ná ní chaillfidh tú dada.

Dá n-imreofa an cluiche seo, cé mhéad a mbeifeá ag súil lena bhuchan nó lena chailleadh?

Dá gcosnódh sé €2 an cluiche seo a imirt, an ndéarfá gur cluiche cóir a bhí ann?

Tabhair míniú ar do fhreagra.

10. Déan amach spás samplach le haghaidh na bhfothorthaí féideartha go léir nuair a chaitear trí bhonn san aer.
 I gcluiche áirithe, caithfidh tú trí bhonn a chaitheamh san aer agus líon na n-aghaidheanna a chomhaireamh. Má fhaigheann tú dhá aghaidh, buaifaidh tú €20.
 Má fhaigheann tú rud ar bith eile, caillfidh tú €5. Má chosnaíonn sé €2 an cluiche seo a imirt, cé mhéad a mbeifeá ag súil lena bhuchan nó lena chailleadh?
 Ón bhfreagra a fuair tú, an ndéarfá gur cluiche cóir atá sa chluiche sin?

Mír 6.10 Bunphrionsabal an chomhairimh

Tá ceithre mhúnla éagsúla ann de chineál carr faoi leith, mar atá le feiceáil thíos:



Caighdeánach (Ca)



Clasaiceach (Cl)



Galánta (G)



Diamaint (D)

Tagann gach múnla díobh i dtrí dhath faoi leith: dath an airgid (a), dearg (dr), nó dubh (du).

Seo iad na roghanna a bheidh ag custaiméir ar bith:

(Ca, a) , (Ca, dr) , (Ca, du) , (Cl, a) , (Cl, dr) , (Cl, du) , (G, a) , (G, dr) , (G, du) , (D, a) , (D, dr) , (D, du) .





Tá 12 rogha ann.

3 dhath atá ar fáil i gcás gach ceann de na 4 mhúnla.

Is féidir teacht ar líon na roghanna ach líon na múnlaí a iolrú faoi líon na ndathanna,

i.e. $4 \times 3 = 12$.

Is léiriú é sin ar **Bhunphrionsabal an Chomhairimh** a thugtar anseo ar dheis.

Má tá x bealach ann le tasc áirithe a dhéanamh **agus**, ina dhiaidh sin, y bealach leis an dara tasc a dhéanamh, xy bealach atá ann leis an gcéad tasc agus ansin an dara tasc a dhéanamh.

Sampla 1

11 imreoir atá ar fhoireann sacair.

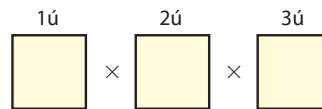
Cé mhéad bealach atá ann le captaen agus leaschaptaen a roghnú?

$$\begin{array}{rcccl} \text{Captaen} & \text{agus} & \text{Leaschaptaen} & & \\ 11 & \times & 10 & = & 110 \end{array}$$

agus = iolrú

\therefore 110 bealach atá ann le captaen agus leaschaptaen a roghnú.

I gcás dhá oibríocht nó níos mó, bíonn sé áisiúil 'boscaí' a úsáid, mar atá le feiceáil ar dheis.

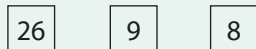


Sampla 2

Is éard atá i gcód faoi leith ná litir d'aibítir an Bhéarla agus ansin dhá dhigit dhifriúla as na huimhreacha ó 1 go 9 agus an dá uimhir sin san áireamh. Cé mhéad cód difriúil a d'fhéadfaí a cheapadh ar an dóigh sin?

Tá 26 litir agus 9 ndigit ann.

Trí 'bhosca' a bheidh againn ó tharla 1 litir amháin agus 2 dhigit a bheith i ngach cód.



26 bealach atá ann leis an gcéad bosca a líonadh

9 mbealach atá ann leis an dara bosca a líonadh ...9 ndigit

8 mbealach atá ann leis an tríú bosca a líonadh ...digit amháin in úsáid cheana féin

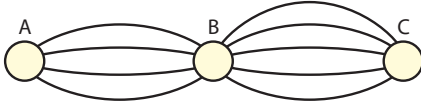
26 litir atá in aibítir an Bhéarla.

$$\begin{aligned} \therefore \text{Líon na gCód} &= 26 \times 9 \times 8 \\ &= 1872 \end{aligned}$$





Cleachtadh 6.10

1. Caitear díse agus bonn san aer.
Cé mhéad fothoradh féideartha atá ann?
Liostaigh na fothorthaí sin.
2. 3 chúrsa tosaigh agus 4 phríomhchúrsa atá ar bhiachlár an lóin i mbialann áirithe.
Cé mhéad béile dhá chúrsa a d'fhéadfaí a chur le chéile leis na roghanna sin, dá mbeadh na béilí ar fad éagsúil lena chéile?
3. Tá trí dhigit dhifriúla as na huimhreacha ó 1 go 9 i gcód áirithe.
Cé mhéad cód difriúil a d'fhéadfaí a cheapadh ar an dóigh sin?
4. Tá ceithre bhóthar ann a théann ó *A* go *B* agus tá cúig bhóthar ann a théann ó *B* go *C*.
Cé mhéad bealach a bhféadfadh duine dul ó *A* go *C*?

5. Caithfidh dalta ábhar amháin a roghnú as gach ceann de na grúpaí ábhar seo a leanas:
Grúpa A ina bhfuil 3 nua theanga.
Grúpa B ina bhfuil 2 ábhar eolaíochta.
Grúpa C ina bhfuil 2 ábhar gnó.
Cé mhéad bealach atá ann leis na hábhair a roghnú?
6. I gcód áirithe tá ceann de na litreacha *A, B, C, D, E* agus *F* agus digit amháin ó 1 go 9.
Cé mhéad cód difriúil a d'fhéadfaí a cheapadh ar an dóigh sin?
7. Caitear bonn san aer agus roghnaítear digit as na huimhreacha ó 0 go 9.
Cé mhéad fothoradh féideartha atá ann?
8. Bíonn déantóir carranna ag déanamh saghsanna éagsúla carranna, mar seo a leanas:
 - is iad na múnlaí atá ar fáil ná carr salúin, carr fada agus carr cúlhaiste
 - is iad na dathanna atá ar fáil ná dath an airgid, dubh agus dearg
 - is iad na stíleanna atá ar fáil ná Carr Caighdeánach, Carr *deluxe* agus Scothcharr.Cé mhéad rogha a bheadh ag duine agus é ag ceannach cairr?
9. Deichniúr atá ar choiste áirithe.
Cé mhéad bealach atá ann le cathaoirleach agus rúnaí a roghnú?
10. Cé mhéad uimhir 3 dhigit is féidir a dhéanamh as na digití 4, 5, 6, 7, 8, 9, mura féidir digit ar bith a úsáid ach aon uair amháin in uimhir ar bith?
11. Ocht gcapall atá i rás áirithe. Cé mhéad bealach ar féidir na chéad trí áit a líonadh?



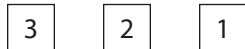
Mír 6.11 Iomalartuithe

Is féidir na litreacha A, B agus C a eagrú ar na bealaí seo:

ABC ACB BAC BCA CAB CBA

Tá 6 iomalartú dhifriúla ann.

Má úsáidimid boscaí le haghaidh líon na roghanna do gach litir, faighimid



$3 \times 2 \times 1 = 6$, mar a fuaireamar thuas.

Leis an nodaireacht **3!** a chuirimid $3 \times 2 \times 1$ in iúl. '3-iolrán' a deirtear.

Ar an gcaoi chéanna, tá $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

agus $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

Go ginearálta $n! = n(n-1)(n-2) \dots 3.2.1$

3 bhealach atá ann leis an gcéad bhosca a líonadh, 2 bhealach i gcás an dara ceann, agus 1 bhealach i gcás an tríú ceann.

Is é $n!$ líon na n -iomalartuithe ar n rud difriúil, áit a bhfuil $n! = n(n-1)(n-2) \dots 3.2.1$.

Sampla 1

Cé mhéad uimhir 6 dhigit is féidir a dhéanamh as na digití 1, 2, 3, 4, 5, 6 má úsáidtear na digití go léir i ngach uimhir?

6! bealach atá ann leis na 6 dhigit a eagrú.

$$\begin{aligned} 6! &= 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \\ &= 720 \text{ uimhir} \end{aligned}$$

Iomalartuithe teoranta

7! bealach atá ann le litreacha an fhocail *BIORACH* a eagrú.

Cé mhéad iomalartú díobh sin a thosaíonn leis an litir *B*?

Réitimid fadhbanna den chineál seo le 'boscaí' ina scríobhaimid líon na roghanna féideartha. Is é an chéad bhosca a líonaimid ná an ceann atá teoranta do luach faoi leith.

An chéad bhosca sa sampla seo, ní féidir é a líonadh ach ar aon bhealach amháin, i.e. le *B*.



Is féidir na boscaí eile a líonadh ar 6, 5, 4, 3, 2 agus 1 bhealach.

Dá bhrí sin, is é líon na n -iomalartuithe a thosaíonn leis an litir *B* ná

$$1 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$$

Má tá dhá bhosca teoranta ann, déan na boscaí sin a líonadh ar dtús.

Sampla 2

- (i) Cé mhéad bealach atá ann le litreacha an fhocail *ÓGFHEAR* a eagrú?
(ii) Cé mhéad de na hiomalartuithe sin a thosaíonn ar *G* agus a chríochnaíonn ar ghuta?

- (i) 7 litir dhifriúla atá san fhocal *ÓGFHEAR*.

∴ is é $7!$ líon na n-iomalartuithe

$$\begin{aligned}7! &= 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \\ &= 5040\end{aligned}$$

- (ii) Má úsáidimid ‘boscaí’ le haghaidh iomalartuithe a thosaíonn ar *G* agus a chríochnaíonn ar ghuta, faighimid



Ní féidir an chéad bhosca a líonadh ach ar aon bhealach amháin, i.e. le *G*.

Is féidir an bosca deiridh a líonadh ar 3 bhealach, mar go bhfuil 3 ghuta ann: *Ó, E, A*.

5 litir atá fágtha, mar sin, is féidir na boscaí eile a líonadh ar 5, 4, 3, 2 agus 1 bhealach.

Dá réir sin, is é líon na n-iomalartuithe ná:

$$\begin{aligned}1 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 3 \\ = 360\end{aligned}$$

Sampla 3

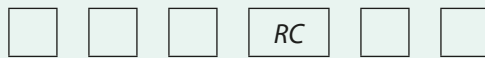
- (i) Cé mhéad bealach atá ann le litreacha an fhocail *DRÉACHT* a eagrú?
(ii) Cé mhéad de na hiomalartuithe sin ina bhfuil na litreacha *R* agus *C* taobh lena chéile iontu?

- (i) Seacht litir atá san fhocal *DRÉACHT*.

Mar sin is é $7!$ líon na n-iomalartuithe féideartha.

$$\begin{aligned}7! &= 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \\ &= 5040\end{aligned}$$

- (ii) Más taobh lena chéile atá *R* agus *C*, is mar aonad nó mar bhosca amháin a láimhseálaimid iad.



Sé bhosca atá le heagrú ansin.

6! bealach atá ann leis sin a dhéanamh.

2! bealach atá ann le *RC* a eagrú i gcás gach ceann de na hiomalartuithe sin.

∴ $6! \times 2!$ líon na n-iomalartuithe.

$$\begin{aligned}6! \times 2! &= 720 \times 2 \\ &= 1440\end{aligned}$$



Cleachtadh 6.11

1. Cé mhéad bealach atá ann le litreacha an fhocail *AOIRE* a eagrú, má bhaintear úsáid as gach litir gach uair?
2. Cé mhéad iomalartú difriúil is féidir a dhéanamh as litreacha uile an fhocail *BLIAIN*?
 - (i) Cé mhéad de na hiomalartuithe sin a thosaíonn ar *I*?
 - (ii) Cé mhéad de na hiomalartuithe sin a thosaíonn ar *I* agus a chríochnaíonn ar *B*?
3. Cé mhéad uimhir ceithre dhigit is féidir a dhéanamh as na digití 3, 4, 5, 6 mura mbaintear úsáid as digit ar bith ach aon uair amháin in uimhir ar bith?
4. Cé mhéad uimhir trí dhigit is féidir a dhéanamh as na digití 1, 2, 3, 4, 5?
 - (i) Cé mhéad de na huimhreacha sin a thosaíonn ar 5?
 - (ii) Cé mhéad de na huimhreacha sin atá os cionn 400?
5. Cé mhéad iomalartú difriúil is féidir a dhéanamh as litreacha uile an fhocail *GNÍOMH*?
 - (i) Cé mhéad de na hiomalartuithe sin a thosaíonn ar ghuta?
 - (ii) Cé mhéad de na hiomalartuithe sin a thosaíonn ar *G* agus a chríochnaíonn ar *H*?
 - (iii) Cé mhéad de na hiomalartuithe sin a thosaíonn ar *G* agus a chríochnaíonn ar ghuta?
6. Cé mhéad iomalartú trí litir is féidir a dhéanamh as na litreacha *A, B, C, D, E, F* mura mbaintear úsáid as litir ar bith ach aon uair amháin in iomalartú ar bith?
7. Tá 6 chapall ag rith i rás áirithe. Má bhaineann gach capall ceann scríbe amach, agus mura comhbhua atá ann,
 - (i) cé mhéad bealach inar féidir leis na capaill an rás a chríochnú?
 - (ii) cé mhéad bealach inar féidir na chéad trí áit a líonadh?
8. Cé mhéad iomalartú is féidir a dhéanamh as litreacha an fhocail *TAISME*?
 - (i) Cé mhéad de na hiomalartuithe sin a thosaíonn ar *T*?
 - (ii) Cé mhéad de na hiomalartuithe a thosaíonn ar ghuta?
 - (iii) Cé mhéad de na hiomalartuithe a thosaíonn ar ghuta agus a chríochnaíonn ar ghuta?
9. Cé mhéad bealach atá ann leis na litreacha *A, B, C, D*, agus *E* a eagrú, mura gcuirtear *D* ar dtús riamh?
10. Cé mhéad bealach atá ann leis na cúig litir san focal *OTHAR* a eagrú?
Cé mhéad iomalartú díobh sin a bhfuil an dá ghuta taobh lena chéile iontu?
11. Cé mhéad bealach atá ann le litreacha an fhocail *SLIABH* a eagrú?
Cé mhéad iomalartú díobh sin a bhfuil na litreacha *A* agus *H* taobh lena chéile iontu?

Féach Sampla 3.





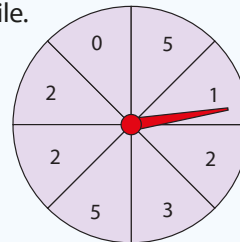
- 12.** Cé mhéad uimhir ceithre dhigit is féidir a dhéanamh as na digití 4, 5, 6 agus 7, mura mbaintear úsáid as digit ar bith ach aon uair amháin in uimhir ar bith?
- Cé mhéad de na huimhreacha sin atá os cionn 6000?
 - Cén dóchúlacht atá ann go roghnófa uimhir os cionn 6000 amach as na huimhreacha ar fad?
- 13.** Suíonn beirt bhan, A agus B , agus beirt fhear, C agus D , ina líne le haghaidh grianghraif.
- Cé mhéad bealach atá ann leis an gceathrar a eagrú?
 - Scríobh amach na ceithre iomalartú ina mbeadh an bheirt bhan sa lár.
 - Má roghnaítear iomalartú den cheathrar go randamach as gach iomalartú féideartha, cén dóchúlacht atá ann go mbeidh an bheirt bhan sa lár?
- 14.** Tá cúig licín ag Mairéad. Cuireann sí i líne dhíreach iad. Tá dath difriúil ar gach ceann acu: dearg, bán, glas, gorm agus buí.
- Cé mhéad iomalartú féideartha atá ann?
 - Cé mhéad iomalartú atá ann ina bhfuil an chéad licín gorm?
 - Cé mhéad iomalartú atá ann ina bhfuil an chéad licín gorm agus an cúigiú licín glas?
- 15.** Faigh luach gach ceann díobh seo a leanas:
- (i) $5!$ (ii) $7!$ (iii) $\frac{6!}{3!}$ (iv) $4! \times 3!$
- 16.** (i) An bhfuil $7! = 4! \times 3!$? (ii) An bhfuil $8! = 5! + 3!$?
- 17.** Scríobh $8!$ san fhoirm
- (i) $p(7!)$ (ii) $q(6!)$
- 18.** Má tá $10! + 9! = k(9!)$, faigh luach k .

Cuir triail ort féin 6

1. Tá 8 dteascóg ar an rothlóir seo agus iad ar fad ar cóimhéid lena chéile.

Faigh an dóchúlacht

- (i) go bhfaighfear 5 (ii) nach bhfaighfear 5
 (iii) go bhfaighfear 2 (iv) go bhfaighfear 7
 (v) nach bhfaighfear 7.



2. Caitheann Ben díse cóir 300 uair.

Cé mhéad uair a bheifeá ag súil go bhfaigheadh sé

- (i) 6 (ii) ré-uimhir?

3. Roghnaítear litir amháin go randamach as litreacha an fhocail *OSCAILT*.

- (i) Faigh an dóchúlacht gurb é *T* an litir a roghnófar.
 (ii) Faigh an dóchúlacht gur guta nó *T* a roghnófar.

4. 6 chnaipe dhearga, 4 chnaipe ghorma agus 2 chnaipe ghlasa atá i mála áirithe. Má roghnaítear cnaipe go randamach as an mála, céard é an dóchúlacht go roghnófar

- (i) cnaipe glas (ii) cnaipe gorm
 (iii) cnaipe glas nó gorm (iv) cnaipe nach bhfuil dearg?



5. D'fhéadfadh ceann ar bith de cheithre thoradh a bheith ar chluiche faoi leith. Tugtar sa tábla an dóchúlacht a bhaineann le gach toradh.

- (i) Céard é an dóchúlacht go bhfaighidh tú do chuid airgid ar ais?
 (ii) Céard é an toradh is dóchúla?
 (iii) Céard é an dóchúlacht nach mbuafaidh tú an phríomhdhuais?

| Toradh | Dóchúlacht |
|------------------------|----------------|
| Príomhdhuais | $\frac{1}{20}$ |
| Dara duais | $\frac{1}{10}$ |
| Do chuid airgid ar ais | ? |
| Cailleann tú | $\frac{3}{5}$ |

- (iv) Cé mhéad uair a bheifeá ag súil leis an gcluiche a chailleadh dá n-imreofa 100 uair é?

6. Tógann Séamas leabhar anuas ón tseif go randamach. Tá ceithre chineál leabhair ar an tseif. Tugtar thíos na dóchúlachtaí go bhfaighidh sé gach ceann acu.

| Ábhar | Clúdach crua | Clúdach bog |
|-----------|--------------|-------------|
| Ficsean | 0.1 | 0.3 |
| Spórt | 0.2 | 0 |
| Ríomhairí | 0.1 | 0.15 |
| Ainmhithe | 0.05 | 0.1 |

Cén dóchúlacht atá ann go roghnóidh sé

- (i) leabhar faoi chlúdach bog (ii) leabhar faoi ríomhairí?

Má tá 120 leabhar ar fad ar an tseif,

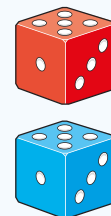
- (iii) cé mhéad díobh a bhaineann le hainmhithe?


7. Tá rogha ceithre sneaic ar fáil sa bhialann i scoil áirithe. Is iad na ceithre sneaic ná burgair, píotsa, pasta agus sailéad. Is féidir le daltaí **ceann amháin** de na ceithre sneaic sin a roghnú. Sa tábla thíos tugtar an dóchúlacht go roghnóidh dalta ar bith burgar nó píotsa nó sailéad sa tábla.

| Sneaic | burgar | píotsa | pasta | sailéad |
|------------|--------|--------|-------|---------|
| Dóchúlacht | 0.35 | 0.15 | | 0.2 |

Bhí sneaic ag 300 dalta sa bhialann Dé Máirt.
Déan meastachán ar líon na ndaltaí a roghnaigh pasta.

8. Caitheann Sinéad díse dearg agus díse gorm ag an am céanna. Léirigh na fothorthaí féideartha go léir i spás samplach. Faigh an dóchúlacht go bhfaighidh Sinéad
- scór iomlán de 10
 - scór iomlán de 12
 - scór iomlán atá níos lú ná 6
 - an uimhir chéanna ar an dá dhíse.



9.  Piocann Clíodhna dhá chárta go randamach as an 3, 4, 5 agus 6 hart. Faigh an dóchúlacht go mbeidh suim na n-uimhreacha ar an dá chárta níos mó ná 9.

10. Tá ceathrar cairde ann – Aoibhe, Brian, Caitriona agus Dara. Scríobhann siad ar fad a gcéadainm ar chártaí éagsúla agus cuirtear na ceithre chárta i hata. Roghnaíonn Aoibhe dhá chárta le cinneadh a dhéanamh maidir le cé a dhéanfaidh an obair bhaile sa mhata an oíche sin. Liostaigh na bealaí ar fad ar féidir le hAoibhe na cártaí a roghnú. Cén dóchúlacht atá ann go mbeidh ar Chaitriona agus Dara an obair bhaile a dhéanamh?

11. Meashtar na huimhirchártaí seo agus cuirtear ina líne iad.



Piocann Seán cárta amháin go randamach agus ní chuireann sé ar ais é. Ansin pioicann sé cárta eile.

- Más é '11' an chéad chárta a phioc sé, faigh an dóchúlacht go roghnóidh Seán ré-uimhir ar an dara tarraingt.
- Más é '8' an chéad chárta a phioc sé, faigh an dóchúlacht go roghnóidh sé uimhir atá níos airde ná 9 ar an dara tarraingt.

12. Tá páistí d'aoiseanna éagsúla le chéile in aon rang amháin i scoil faoi leith. Tugtar na sonraí sa tábla thíos.

| | | | | | |
|---------------------|------------------------|---------------------|------------------------|----------------------|-------------------------|
| Cailíní 5 bliana | Buachaillí 5 bliana | Cailíní 6 bliana | Buachaillí 6 bliana | Cailíní 7 mbliana | Buachaillí 7 mbliana |
| 3 | 4 | 6 | 8 | 5 | 2 |

Roghnaítear dalta go randamach.

Céard é an dóchúlacht go roghnófar

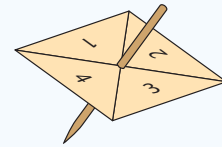
- (i) buachaill 6 bliana d'aois (ii) cailín
(iii) páiste 6 nó 7 mbliana d'aois (iv) páiste 6 bliana d'aois nó buachaill?
13. (i) 3 aghaidh dhearga, 2 aghaidh ghorma agus 1 aghaidh ghlas atá ar an díisle atá ag Aodán. Caitheann sé an díisle 300 uair. Tugtar na torthaí sa tábla thíos.

| Dearg | Gorm | Glas |
|-------|------|------|
| 156 | 98 | 46 |

- (a) Céard é minicíocht choibhneasta na n-aghaidheanna dearga?
(b) An gceapann tú go bhfuil an díisle cóir?
Tabhair míniú ar do fhreagra.
- (ii) 4 aghaidh dhearga agus 2 aghaidh ghorma atá ar an díisle atá ag Emma. Caitheann sí an díisle 10 n-uair agus faigheann sí an dath dearg 2 uair. Deir Emma **nach bhfuil** an díisle cóir. Mínigh cén fáth a bhféadfadh Emma a bheith mícheart.
14. Tá bonn laofa sa chaoi is gurb é $\frac{2}{3}$ an dóchúlacht go bhfaighfear aghaidh. Caitear an bonn trí huair. Cén dóchúlacht atá ann go bhfaighfear
(i) cúl ar an gcéad dá chaitheamh (ii) an chéad aghaidh ar an tríú caitheamh?
15. Tá 2 chnaipe ghorma agus 3 chnaipe dhearga i mála A. Tá 3 chnaipe ghorma agus 6 chnaipe dhearga i mála B. Roghnaítear cnaipe amháin go randamach as gach mála. Tarraing léaráid chrainn chun na fothorthaí féideartha go léir a thaispeáint.
(i) Céard é an dóchúlacht go bhfaighfear dhá chnaipe ghorma?
(ii) Céard é an dóchúlacht go bhfaighfear dhá chnaipe dhearga?
(iii) Céard é an dóchúlacht go bhfaighfear dhá chnaipe atá ar aon dath?
(iv) Céard é an dóchúlacht go bhfaighfear dhá chnaipe nach bhfuil ar aon dath?
16. I gcluiche áirithe caitear díisle cóir. Má fhaigheann tú 1, buafaidh tú €1; má fhaigheann tú 2, buafaidh tú €2; i gcás 3, 4, 5 agus 6, buafaidh tú €3, €4, €5 agus €6 faoi seach. Cosnaíonn sé €4 an díisle a chaitheamh uair amháin. Faigh an méid airgid a mbeifeá ag súil lena bhuachan nó lena chailleadh, dá n-imreofa an cluiche seo. An gceapann tú go bhfuil an cluiche cóir? Tabhair míniú ar do fhreagra.



- 17.** Seo rothlóir a bhfuil 4 thaobh air.
Tá 1, 2, 3 agus 4 scríofa ar thaobhanna an rothlóra.
Tá an rothlóir laofa.
Tugtar sa tábla thíos an dóchúlacht go stopfaidh an rothlóir ar na huimhreacha 2 agus 3.



| Uimhir | 1 | 2 | 3 | 4 |
|------------|-----|-----|-----|-----|
| Dóchúlacht | x | 0.3 | 0.2 | x |

Is ionann an dóchúlacht go stopfaidh an rothlóir ar 1 agus an dóchúlacht go stopfaidh sé ar 4.

- (i) Oibrigh amach luach x .

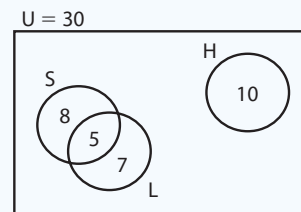
Tá Sorcha chun an rothlóir a chasadh 200 uair.

- (ii) Déan meastachán ar líon na n-uaireanta a stopfaidh sé ar 2.

- 18.** Iarrtar ar thríocha dalta a rá cé na gníomhaíochtaí a thaitníonn leo as na trí rogha seo: snámh (S), leadóg (L) agus haca (H).

Roghnaítear dalta amháin go randamach.

- (i) Cé acu de na péirí teagmhas seo atá comheisiatach?
(a) 'dalta a roghnú as S', 'dalta a roghnú as H'
(b) 'dalta a roghnú as S', 'dalta a roghnú as L'



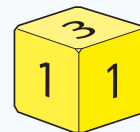
- (ii) Céard é an dóchúlacht go roghnófar dalta a dtaitníonn haca nó leadóg leis/léi?

- 19.** Tá uimhir scríofa ar gach aghaidh de chuid díse – 1, 1, 1, 2, 2, agus 3.

- (i) Céard é an dóchúlacht go bhfaighfear 2?

Caitear an díse trí huair.

- (ii) Céard é an dóchúlacht go bhfaighfear 2 ar an gcéad dá chaitheamh?
(ii) Céard é an dóchúlacht gur ar an tríú caitheamh a gheofar an chéad 2?



- 20.** Tá Ailbhe agus Bríd ag imirt cluiche ina gcaitear trí bhonn san aer.

Is ag Ailbhe a bheidh an bua mura bhfaightear aghaidh ar bith, nó má fhaightear aghaidh amháin.

Is ag Bríd a bheidh an bua más dhá aghaidh nó trí aghaidh a fhaightear.

An dtugann an cluiche cothrom na Féinne don dá imreoir? Tabhair míniú ar do fhreagra.

- 21.** Cé mhéad uimhir trí dhigit is féidir a dhéanamh as na digití 1, 2, 3, 4, 5 mura mbíonn digit ar bith in aon uimhir níos mó ná uair amháin?

- (i) Cé mhéad de na huimhreacha sin a thosaíonn ar 3?
(ii) Cé mhéad de na huimhreacha sin atá os cionn 300?



Achoimre ar na príomhphointí ...

Scála dóchúlachta

Cuirtear an **dóchúlacht** a bhaineann le rud faoi leith in iúl mar uimhir ó 0 go 1 agus an dá uimhir sin san áireamh.

- Má táthar cinnte **nach dtarlóidh** rud faoi leith, is é 0 an dóchúlacht.
- Má táthar cinnte **go dtarlóidh** an rud sin, is é 1 an dóchúlacht.

Dóchúlacht theoriciúil

$$P(\text{teagmhas}) = \frac{\text{líon na bhfothorthaí fabhracha}}{\text{líon iomlán na bhfothorthaí féideartha}}$$

Teagmhais chomheisiatacha

Mura féidir le dhá theagmhas tarlú ag an am céanna, tá siad **comheisiatach**.

Nuair atá an dá theagmhas A agus B comheisiatach, tá $P(\mathbf{A \text{ nó } B}) = P(A) + P(B)$

Tugann $P(\text{nach } A)$ an dóchúlacht nach dtarlóidh fothoradh A: $P(\mathbf{nach } A) = 1 - P(A)$

Minicíocht choibhneasta

$$\text{Minicíocht choibhneasta} = \frac{\text{líon na dtrialacha fabhracha}}{\text{líon iomlán na dtrialacha}}$$

$$\text{Minicíocht ionchais} = \text{dóchúlacht} \times \text{líon na dtrialacha}$$

Teagmhais neamhspleácha – Riail an Iolraithe

Tá dhá theagmhas neamhspleách ar a chéile mura dteánn ceann amháin i bhfeidhm ar fhothoradh an chinn eile.

Má tá na teagmhais A agus B neamhspleách ar a chéile, tá $P(\mathbf{A \text{ agus } B}) = P(A) \times P(B)$

Trialacha Bernoulli

Triail Bernoulli a thugtar ar thurgnamh ina ndéantar trialacha arís is arís eile.

Caithfidh na trialacha na coinníollacha seo a shásamh fosta:

- tá dhá fhothoradh fhéideartha ann, 'fothoradh fabhrach' agus 'fothoradh neamhfhabhrach'
- tá an dóchúlacht go bhfaighfear fothoradh fabhrach mar an gcéanna do gach triail
- tá gach fothoradh neamhspleách ar fhothorthaí trialacha eile.

Bunphrionsabal an Chomhairimh

Má tá x bealach ann le tasc áirithe a dhéanamh agus, ina dhiaidh sin, y bealach leis an dara tasc a dhéanamh, xy bealach atá ann leis an gcéad tasc agus ansin an dara tasc a dhéanamh.

Iomalartuithe

Is ionann líon na n-iomalartuithe ar n rud difriúil agus n!, áit a bhfuil

$$n! = n(n - 1)(n - 2) \dots \mathbf{3.2.1}$$

Focail thábhachtacha

| | | |
|---------------------|----------------------|----------------------------|
| uimhreacha aiceanta | slánuimhreacha | uimhir chóimheasta |
| uimhir éagóimheasta | deachúlacha críochna | deachúlacha athfhillteacha |
| réaduimhreacha | uimhir shamhailteach | uimhir choimpléascach |
| cuid réadach | cuid shamhailteach | comhchuingeach |
| léaráid Argand | modal | cothrom le chéile |
| | | aistriú |
| | | rothlú |

Mír 7.1 Uimhreachórais

Sa staidéar a rinne tú ar an matamaitic go dtí seo, d'fhoghlaim tú faoi uimhreacha aiceanta, faoi shlánuimhreacha, faoi chodáin agus faoi dheachúlacha.

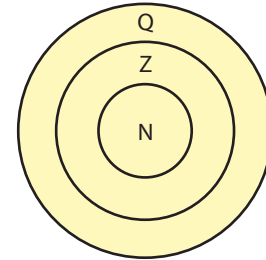
Cuirfidh an méid thíos na huimhreachórais sin i gcuimhne duit:

N = uimhreacha aiceanta = 1, 2, 3, 4, 5, ...

Z = slánuimhreacha = ... -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...

Q = uimhreacha cóimheasta (nó codáin): is uimhreacha iad seo is féidir a scríobh san fhoirm $\frac{a}{b}$, áit a bhfuil $a, b \in Z$.

$\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, -\frac{2}{3}, -\frac{5}{2}, \frac{10}{1}$: is samplaí iad seo d'uimhreacha cóimheasta.



Má léirítear na huimhreacha sin ar léaráid Venn, feictear go bhfuil $N \subset Z$ agus $Z \subset Q$.

Bhaineamar úsáid as na huimhreachórais sin chun cothromóidí mar seo a leanas a réiteach:

| | | | | | |
|-----|---------------------|------|---------------------|-------|---------------------------|
| (i) | $x - 5 = 3$ | (ii) | $x + 5 = 3$ | (iii) | $3x + 5 = 3$ |
| | $x - 5 + 5 = 3 + 5$ | | $x + 5 - 5 = 3 - 5$ | | $3x + 5 - 5 = 3 - 5$ |
| | $x = 8, \in N$ | | $x = -2, \in Z$ | | $3x = -2$ |
| | | | | | $x = -\frac{2}{3}, \in Q$ |

Anois réiteoidimid an chothromóid,

$$x^2 = 2$$

$$x = \pm \sqrt{2}$$

Ach áireamhán a úsáid, tá $\sqrt{2} = 1.4142135\dots$

Is deachúil gan chríoch gan athfhillleadh é sin.

Mar nach féidir $\sqrt{2}$ a scríobh mar chóimheas (i.e. mar uimhir chóimheasta), deirtear gur uimhir **éagóimheasta** é.

Is samplaí d'uimhreacha éagóimheasta iad $\sqrt{2}, \sqrt{3}$ agus $\sqrt{5}$.

Ní uimhir éagóimheasta gach fréamh chearnach, áfach, ó tharla go bhfuil $\sqrt{4} = 2$ agus $\sqrt{16} = 4$.



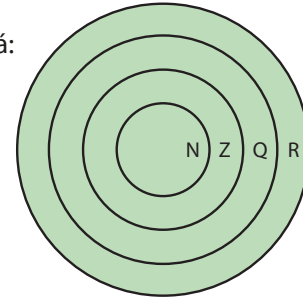
Tá $\pi = 3.141592\dots$ ar cheann de na huimhreacha éagóimheasta is mó clú.

Ní féidir í a scríobh mar chodán.

Ach tá an codán $\frac{22}{7}$ gar go leor dá luach.

I measc na gcineálacha uimhreacha atá feicthe againn go dtí seo tá:

- (i) uimhreacha aiceanta
- (ii) slánuimhreacha
- (iii) uimhreacha cóimheasta
- (iv) uimhreacha éagóimheasta.



Réaduimhreacha a thugtar ar na huimhreacha sin ar fad le chéile.

Cuireann an litir R tacar na réaduimhreacha in iúl.

Sampla 1

Léirigh gur uimhreacha cóimheasta iad seo a leanas:

(i) 5.2

(ii) 0.3333...

(iii) $\sqrt{\frac{16}{9}}$

(i) Tá $5.2 = 5 + \frac{2}{10} = 5 + \frac{1}{5} = 5\frac{1}{5} = \frac{26}{5}$, atá ina uimhir chóimheasta.

(ii) 0.3333... Bíodh $x = 0.3333\dots$

$$10x = 3.3333$$

$$x = 0.3333$$

Deaigh:

$$9x = 3$$

$$x = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \dots \text{ atá ina uimhir chóimheasta}$$

(iii) Tá $\sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}} = \frac{4}{3}$, atá ina uimhir chóimheasta

Nóta: Léiríonn an sampla thuas gur féidir deachúlacha críochna agus deachúlacha athfhillteacha a scríobh mar chodáin (i.e. mar uimhreacha cóimheasta).

Is réaduimhir í gach uimhir chóimheasta freisin.

Cleachtadh 7.1

1. Déan cur síos i bhfocail ar na tacair seo a leanas:

- (i) uimhreacha aiceanta
- (ii) slánuimhreacha
- (iii) uimhreacha cóimheasta
- (iv) uimhreacha éagóimheasta.

2. Scríobh síos sampla de gach ceann díobh seo a leanas:

- (i) uimhir aiceanta atá níos mó ná 10
- (ii) slánuimhir nach uimhir aiceanta í
- (iii) uimhir chóimheasta dheimhneach nach slánuimhir í
- (iv) uimhir chóimheasta ar slánuimhir freisin í.





3. Abair cé acu fíor nó bréagach atá gach ceann díobh seo a leanas:

- (i) $3 \in \mathbb{N}$ (ii) $5 \in \mathbb{Z}$ (iii) $-4 \in \mathbb{N}$ (iv) $\frac{2}{3} \in \mathbb{Q}$
 (v) $-\frac{3}{4} \in \mathbb{Z}$ (vi) $1.3 \in \mathbb{Q}$ (vii) $2.4 \in \mathbb{Z}$ (viii) $8 \in \mathbb{Q}$

4. Scríobh gach ceann díobh seo a leanas san fhoirm $\frac{a}{b}$, $a, b, \in \mathbb{N}$:

- (i) 0.7 (ii) 1.2 (iii) 2.6 (iv) 8.2 (v) 0.05

5. Cé acu de na huimhreacha seo ar uimhreacha éagóimheasta iad?

- (i) $\sqrt{8}$ (ii) $\sqrt{16}$ (iii) $4\sqrt{7}$ (iv) π (v) $\sqrt{24}$

6. Déan gach ceann díobh seo a leanas a shimplíú agus, ar an dóigh sin, oibrigh amach an uimhreacha aiceanta iad:

- (i) $\frac{16}{4}$ (ii) $\frac{18}{4}$ (iii) $\sqrt{81}$ (iv) $\sqrt{\frac{48}{3}}$ (v) $\frac{25}{10}$

7. Cén cineál uimhreach a theastaíonn chun na cothromóidí seo a leanas a réiteach? Roghnaigh as uimhreacha aiceanta, slánuimhreacha, uimhreacha cóimheasta agus uimhreacha éagóimheasta.

- (i) $x + 4 = 9$ (ii) $3x - 2 = 7$ (iii) $4x + 14 = 2$
 (iv) $3x - 4 = 7$ (v) $3x - \sqrt{5} = 0$ (vi) $x^2 = 17$

8. Cóipeáil agus críochnaigh an obair ar dheis chun 0.4444... a scríobh mar chodán.

$$\begin{array}{r} \text{Bíodh } x = 0.4444\dots \\ 10x = 4.444\dots \\ \hline x = 0.444 \\ 9x = \dots\dots\dots \\ \hline x = \dots\dots\dots \end{array}$$

9. Athraigh gach ceann de na deachúlacha athfhillteacha seo ina uimhir chóimheasta:

- (i) 0.7777... (ii) 1.7777... (iii) 0.1555...

10. Cé acu de na huimhreacha seo atá idir 2 agus 3?

- (i) $\sqrt{5}$ (ii) $\sqrt{7}$ (iii) $\sqrt{11}$ (iv) $\sqrt{12} - 1$ (v) $\pi - 1$

11. Scríobh síos uimhir éagóimheasta atá idir

- (i) 4 agus 5 (ii) 6 agus 7 (iii) 0 agus 1 (iv) 10 agus 11

12. Cé acu de na huimhreacha seo ar uimhreacha cóimheasta iad?

- (i) $3\frac{1}{2}$ (ii) $\sqrt{5}$ (iii) $(\sqrt{5})^2$ (iv) $2\sqrt{10}$ (v) $\pi + 3$

13. I ngach ceann díobh seo a leanas, scríobh síos dhá shlánuimhir a shásaíonn na coinníollacha a thugtar:

- (i) nuair a iolraítear na slánuimhreacha, is uimhir aiceanta é an toradh
 (ii) nuair a roinntear na slánuimhreacha, is uimhir chóimheasta dhiúltach é an toradh
 (iii) is uimhir aiceanta í fréamh chearnach shuim an dá shlánuimhir
 (iv) is uimhir éagóimheasta í fréamh chearnach na difríochta idir na slánuimhreacha.



Mír 7.2 Uimhreacha coimpléascacha

Tá $\sqrt{25} = 5$ mar go bhfuil $5 \times 5 = 25$.

Ar an gcaoi chéanna tá $\sqrt{36} = 6$ agus $\sqrt{100} = 10$.

Ach céard é $\sqrt{-4}$?, is é sin, cén uimhir a thabharfaidh -4 má iolraíonn tú fúithi féin í?

Ní hé 2 ná -2 an freagra, ó tá $2^2 = 4$ agus $(-2)^2 = 4$.

Nuair a chearnaítear réaduimhir, is cuma cé acu atá sí deimhneach nó diúltach, bíonn an freagra deimhneach i gcónaí.

\therefore Ní réaduimhir é $\sqrt{-4}$.

Uimhreacha samhailteacha a thugtar ar uimhreacha mar $\sqrt{-1}$, $\sqrt{-4}$ agus $\sqrt{-25}$.

Úsáidtear an tsiombail i chun an uimhir shamhailteach $\sqrt{-1}$ a léiriú.

Ó tá $i = \sqrt{-1}$,

tá $i^2 = -1$...cearnaigh an dá thaobh

Uimhreacha samhailteacha

$$i = \sqrt{-1} \text{ agus } i^2 = -1$$

Seo roinnt uimhreacha samhailteacha agus iad scríofa le i in áit $\sqrt{-1}$.

- (i) $\sqrt{-9} = \sqrt{9}$. $\sqrt{-1} = 3i$
- (ii) $\sqrt{-25} = \sqrt{25}$. $\sqrt{-1} = 5i$
- (iii) $\sqrt{-18} = \sqrt{18}$. $\sqrt{-1} = \sqrt{9}$. $\sqrt{2} \cdot i = 3\sqrt{2}i$

Uimhreacha coimpléascacha

Uimhir choimpléascach a thugtar ar uimhir ar nós $3 + 4i$.

Tá cuid **réadach** agus cuid **shamhailteach** ann.

An chuid **réadach** a thugtar ar 3

An chuid **shamhailteach** a thugtar ar 4.

Is éard is uimhir choimpléascach ann ná uimhir san fhoirm $a + bi$, áit a bhfuil $i = \sqrt{-1}$.

Is féidir an réaduimhir 5 a scríobh san fhoirm $5 + 0i$.

Is é 5 an chuid réadach agus is é 0 an chuid shamhailteach.

Is féidir an uimhir shamhailteach $-6i$ a scríobh san fhoirm $0 - 6i$.

Is é 0 an chuid réadach agus is é -6 an chuid shamhailteach.

Úsáidtear an cheannlitir **C** chun tacar na n-uimhreacha coimpléascacha a chur in iúl.

Úsáidtear an litir bheag z de ghnáth chun uimhir choimpléascach a chur in iúl, e.g.

$$z_1 = 2 + 3i \quad \text{nó} \quad z_2 = -2 + 5i.$$



Sampla 1

Faigh an chuid réadach agus an chuid shamhailteach díobh seo a leanas:

- (i) $2 - 5i$ (ii) $-1 + 2i$ (iii) 6 (iv) $-2i$

| | An chuid réadach | An chuid shamhailteach |
|---------------------|------------------|------------------------|
| (i) $2 - 5i$ | 2 | -5 |
| (ii) $-1 + 2i$ | -1 | 2 |
| (iii) $6 = 6 + 0i$ | 6 | 0 |
| (iv) $-2i = 0 - 2i$ | 0 | -2 |

Cleachtadh 7.2

1. Bain úsáid as an tsiombail i chun gach ceann díobh seo a shimpliú:

- (i) $\sqrt{-4}$ (ii) $\sqrt{-100}$ (iii) $\sqrt{-64}$ (iv) $\sqrt{-49}$ (v) $\sqrt{-1}$

2. Scríobh síos an chuid réadach agus an chuid shamhailteach de gach ceann de na huimhreacha coimpléascacha seo a leanas:

- (i) $2 + 5i$ (ii) $6 - 2i$ (iii) $-1 + 9i$ (iv) $-3 + i$ (v) $a + bi$
 (vi) $\frac{1}{2} - 3i$ (vii) -4 (viii) $-3i$ (ix) i (x) $(x - 2) + 6i$

3. Scríobh gach ceann díobh seo san fhoirm $a + bi$:

- (i) $6 + \sqrt{-16}$ (ii) $\sqrt{-121}$ (iii) $-2 - \sqrt{-100}$ (iv) $2 + \sqrt{-8}$

Mír 7.3 Uimhreacha coimpléascacha a shuimiú agus a dhealú

Chun dhá uimhir choimpléascacha a shuimiú nó a dhealú, suimigh nó dealaigh na codanna réadacha ar dtús, agus ansin suimigh nó dealaigh na codanna shamhailteacha.

Sampla 1

Scríobh gach ceann díobh seo a leanas san fhoirm $a + bi$:

- (i) $(3 + 2i) + (4 - 3i)$ (ii) $(-5 + 3i) + (-1 - 7i)$
 (iii) $(-6 + 3i) - (5 - 2i)$ (iv) $(a + bi) + (c + di)$

- (i) $(3 + 2i) + (4 - 3i) = 3 + 2i + 4 - 3i = 7 - i$
 (ii) $(-5 + 3i) + (-1 - 7i) = -5 + 3i - 1 - 7i = -6 - 4i$
 (iii) $(-6 + 3i) - (5 - 2i) = -6 + 3i - 5 + 2i = -11 + 5i$
 (iv) $(a + bi) + (c + di) = a + bi + c + di = (a + c) + (b + d)i$

Ag iolrú faoi réaduimhir

Is féidir $3(2 - 4i)$ a shimpliú ach gach téarma laistigh de na lúibíní a iolrú faoi 3.

Dá réir sin, tá $3(2 - 4i) = 6 - 12i$ agus $-3(-4 + 3i) = 12 - 9i$.





Sampla 2

Má tá $z_1 = 1 + 2i$ agus $z_2 = 5 - 2i$, scríobh iad seo san fhoirm $a + bi$:

(i) $3z_1$ (ii) $z_1 + z_2$ (iii) $2z_1 - z_2$ (iv) $z_1 - 3z_2$

$$(i) \quad 3z_1 = 3(1 + 2i) \\ = 3 + 6i$$

$$(ii) \quad z_1 + z_2 = (1 + 2i) + (5 - 2i) \\ = 1 + 2i + 5 - 2i \\ = 6 + 0i$$

$$(iii) \quad 2z_1 - z_2 = 2(1 + 2i) - (5 - 2i) \\ = 2 + 4i - 5 + 2i \\ = -3 + 6i$$

$$(iv) \quad z_1 - 3z_2 = (1 + 2i) - 3(5 - 2i) \\ = 1 + 2i - 15 + 6i \\ = -14 + 8i$$

Cleachtadh 7.3

1. Scríobh gach ceann de na huimhreacha coimpléascacha seo a leanas san fhoirm $a + bi$:

(i) $(3 + 4i) + (5 + i)$ (ii) $(3 - 4i) + (2 - 6i)$
 (iii) $(5 - i) + (-2 - 3i)$ (iv) $(-3 + 6i) + (4 - 2i)$
 (v) $(2 - 6i) + (-4 - i)$ (vi) $(-3 - 2i) + (6 - 2i)$
 (vii) $(3 - 6i) + 5$ (viii) $3i + (-2 - 4i)$
 (ix) $(a + bi) + (3 + 2i)$ (x) $(a + bi) + (x + yi)$

2. Scríobh gach ceann díobh seo a leanas san fhoirm $a + bi$:

(i) $(2 + 5i) - (1 + 2i)$ (ii) $(3 - 2i) - (5 + 4i)$
 (iii) $(-2 + i) - (3 - 5i)$ (iv) $(-3 - 4i) - (-2 + 6i)$
 (v) $(4 - 2i) - (3 - 7i)$ (vi) $(-6 - 2i) - (5 - i)$
 (vii) $(3 - 4i) - 6$ (viii) $5i - (3 + 2i)$
 (ix) $(a + bi) - (5 - 2i)$ (x) $(x + yi) - (p - qi)$

3. Má tá $z_1 = 2 + 3i$ agus $z_2 = 5 - i$, scríobh gach ceann díobh seo a leanas san fhoirm $a + bi$:

(i) $3z_1$ (ii) $3z_1 + z_2$
 (iii) $z_1 + 3z_2$ (iv) $2z_1 + 4z_2$
 (v) $4z_1 - 3z_2$ (vi) $2z_1 - 4z_2$

4. Má tá $z_1 = 1 - 2i, z_2 = 3 + 2i$ agus $z_3 = 1 - 3i$, scríobh iad seo a leanas san fhoirm $a + bi$:

(i) $z_1 + z_3$ (ii) $2z_2 - z_3$
 (iii) $z_1 + z_2 - z_3$ (iv) $2z_3 - 3z_1$
 (v) $z_1 - (z_2 + z_3)$ (vi) $z_1 - z_2 - 2z_3$

5. Scríobh $3(4 + i) - 2(2 - 5i)$ san fhoirm $a + bi$.

6. I gcás na gcothromóidí seo a leanas, faigh luach na huimhreach coimpléascaí z_1 :

(i) $(3 + 4i) + z_1 = 7 + 5i$ (ii) $z_1 + (5 + 2i) = 6 - 4i$
 (iii) $(8 - 3i) - z_1 = 3 + 2i$ (iv) $(8 + 6i) - (4 - 3i) = z_1$



Mír 7.4 Uimhreacha coimpléascacha a iolrú

D'fhoghlaim tú cheana féin an chaoi le dhá shlonn ailgéabracha mar $(2x + 4)$ agus $(x - 3)$ a iolrú faoina chéile,

$$\begin{aligned} \text{i.e. } (2x + 4)(x - 3) &= 2x^2 - 6x + 4x - 12 \\ &= 2x^2 - 2x - 12 \end{aligned}$$

Is féidir dhá uimhir choimpléascacha a iolrú ar an gcaoi chéanna, ach amháin go gcuirtear -1 in ionad i^2 .

Cuimhnigh go bhfuil $i^2 = -1$

Sampla 1

Scríobh gach ceann díobh seo a leanas san fhoirm $a + bi$:

(i) $i(3 - 2i)$ (ii) $(2 + 3i)(-4 + 5i)$ (iii) $(3 - 2i)(5 + 3i)$

(i) $i(3 - 2i) = 3i - 2i^2 = 3i - 2(-1) = 3i + 2 = 2 + 3i$

(ii) $(2 + 3i)(-4 + 5i) = 2(-4 + 5i) + 3i(-4 + 5i)$
 $= -8 + 10i - 12i + 15i^2$
 $= -8 - 2i + 15(-1) \quad \dots i^2 = -1$
 $= -8 - 2i - 15$
 $= -23 - 2i$

(iii) $(3 - 2i)(5 + 3i) = 3(5 + 3i) - 2i(5 + 3i)$
 $= 15 + 9i - 10i - 6i^2$
 $= 15 - i - 6(-1) \quad \dots i^2 = -1$
 $= 15 - i + 6 = 21 - i$

Cleachtadh 7.4

Scríobh gach ceann díobh seo a leanas san fhoirm $a + bi$:

1. $i(3 + 2i)$

2. $3i(1 - 5i)$

3. $-2i(4 - 3i)$

4. $(2 - 3i)(4 + i)$

5. $(2 + i)(3 - 2i)$

6. $(-1 + i)(3 + 2i)$

7. $(1 - 3i)(4 + 2i)$

8. $(1 - 4i)(1 + i)$

9. $(2 - 3i)(2 + 3i)$

10. $(-3 + 4i)(2 - i)$

11. $(3 - 2i)^2$

12. $(4 + 2i)^2$

13. Má tá $z_1 = 3 - 2i$, $z_2 = 5 + i$ agus $z_3 = -1 + 3i$, scríobh iad seo a leanas san fhoirm $a + bi$,

(i) $z_1 \cdot z_3$

(ii) $z_2 \cdot z_3$

(iii) $z_1(z_2 - z_3)$

(iv) iz_1z_2

14. Cóipeáil agus críochnaigh an tábla seo:

| | | | | |
|--|---|----------------|---|--|
| $i \times i$ | = | | = | |
| $i \times i \times i$ | = | $i \times i^2$ | = | |
| $i \times i \times i \times i$ | = | | = | |
| $i \times i \times i \times i \times i$ | = | | = | |
| $i \times i \times i \times i \times i \times i$ | = | | = | |

Mír 7.5 Uimhreacha coimpléascacha a roinnt

1. Comhchuingeach uimhir choimpléascach

Más uimhir choimpléascach é $z = a + bi$, **comhchuingeach coimpléascach** z nó **comhchuingeach** z a thugtar ar $a - bi$.

Scríobhtar comhchuingeach z mar \bar{z} .

Dá réir sin, chun comhchuingeach uimhir choimpléascach faoi leith a fháil, ní gá ach comhartha na coda samhailtí a athrú.

- (i) Is é $3 - 4i$ comhchuingeach $3 + 4i$
- (ii) Is é $-2 + 6i$ comhchuingeach $-2 - 6i$.

Sampla 1

Má tá $z = 3 - 4i$, scríobh iad seo san fhoirm $a + bi$

(i) $z + \bar{z}$

(ii) $z \cdot \bar{z}$

(i) $z + \bar{z} = (3 - 4i) + (3 + 4i)$

$$= 3 - 4i + 3 + 4i$$

$$= 6 + 0i$$

i.e. 6

(ii) $z \cdot \bar{z} = (3 - 4i)(3 + 4i)$

$$= 9 + 12i - 12i - 16i^2$$

$$= 9 + 0i + 16$$

$$= 25 + 0i$$

i.e. 25

Tabhair faoi deara gur réaduimhreacha atá i bhfreagraí (i) agus (ii) araon.

Cuimhnigh

Nuair a shuimítear uimhir choimpléascach lena comhchuingeach, nó nuair a iolraítear faoina comhchuingeach í, is réaduimhir a bhíonn sa fhreagra i gcónaí.

2. Uimhreacha coimpléascacha a roinnt

Chun $\frac{4 + 10i}{5}$ a scríobh san fhoirm $a + bi$, roinnimid gach téarma den uimhreoir ar 5.

Dá réir sin, tá $\frac{4 + 10i}{5} = \frac{4}{5} + \frac{10i}{5} = \frac{4}{5} + 2i$.

Chun $\frac{2 - 3i}{4 + 2i}$ a scríobh san fhoirm $a + bi$, iolraímid an t-uimhreoir agus an t-ainmneoir faoi chomhchuingeach an ainmneora.

Réaduimhir faoin líne an toradh a bheidh air sin.

Tugtar na céimeanna a bhaineann leis sin sa sampla seo a leanas.

Sampla 2

Scríobh $\frac{6+2i}{2-3i}$ san fhoirm $a+bi$.

$$\begin{aligned}\frac{6+2i}{2-3i} &= \frac{6+2i}{2-3i} \times \frac{2+3i}{2+3i} \\ &= \frac{(6+2i)(2+3i)}{(2-3i)(2+3i)} \\ &= \frac{12+18i+4i+6i^2}{4+6i-6i-9i^2} \\ &= \frac{12+22i-6}{4+9} \\ &= \frac{6+22i}{13} = \frac{6}{13} + \frac{22i}{13}\end{aligned}$$

Cleachtadh 7.5

- Scríobh síos comhchuingeach gach ceann de na huimhreacha coimpléascacha seo a leanas:
 - $2+3i$
 - $-3-4i$
 - $4-6i$
 - $(x+2)+yi$
- Má tá $z_1 = 2+3i$ agus $z_2 = 3-4i$, scríobh iad seo a leanas san fhoirm $a+bi$:
 - \bar{z}_1
 - $2\bar{z}_2$
 - $z_1 + \bar{z}_2$
 - $\bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$
 - $\bar{z}_1 \cdot z_2$
- Scríobh gach ceann de na huimhreacha coimpléascacha seo san fhoirm $a+bi$:
 - $\frac{6+4i}{2}$
 - $\frac{3-2i}{2}$
 - $\frac{7+3i}{4}$
 - $\frac{-2+6i}{3}$
- Scríobh gach ceann díobh seo a leanas san fhoirm $a+bi$:
 - $\frac{2}{3-2i}$
 - $\frac{5}{3-4i}$
 - $\frac{3}{6-i}$
 - $\frac{2+3i}{1-2i}$
 - $\frac{4-3i}{3+2i}$
 - $\frac{-2+3i}{5-i}$
 - $\frac{6+5i}{2-3i}$
 - $\frac{6-2i}{i}$
- Má tá $z_1 = 3-4i$, $z_2 = 5+i$ agus $z_3 = -2+i$, scríobh iad seo san fhoirm $x+yi$:
 - $z_1 \cdot \bar{z}_1$
 - $\frac{z_1}{z_3}$
 - $\bar{z}_2 \cdot z_1$
 - $\frac{z_3}{\bar{z}_1}$
 - $\frac{z_1 - z_2}{\bar{z}_3}$
- Má tá $z_1 = 1+2i$ agus $z_2 = 3-2i$, scríobh iad seo san fhoirm $a+bi$:
 - $2iz_2$
 - $iz_1 - iz_2$
 - $\frac{i}{z_1}$
 - $\frac{z_2}{i}$
 - $\frac{iz_1}{iz_2}$
- Má tá $z_1 = 3+4i$ agus $z_2 = 12-5i$, léirigh gur réaduimhir é $z_1 \cdot \bar{z}_2 + \bar{z}_1 \cdot z_2$.
- Má tá $z = 5+4i$,
 - ríomh $z \cdot \bar{z}$
 - scríobh $\frac{z}{\bar{z}}$ san fhoirm $a+bi$.
- Bíodh $w = (1-3i)(2+i)$. Scríobh w san fhoirm $p+qi$, $p, q \in R$.
Cén luach ar a a fhágann go bhfuil $\frac{\bar{w}}{2i} = aw$, áit a bhfuil $a \in R$?
- Má tá $u = 3-6i$.
 - Scríobh iu san fhoirm $a+bi$.
 - Léirigh go bhfuil $iu + \frac{u}{i} = 0$.

Mír 7.6 Léaráid Argand

Chun uimhir choimpléascach a léiriú ar ghráf, tógaimid ais chothrománach agus ais cheartingearach mar a bheadh x -ais agus y -ais ann.

An **ais réadach (Ré)** a thugtar ar an ais chothrománach.

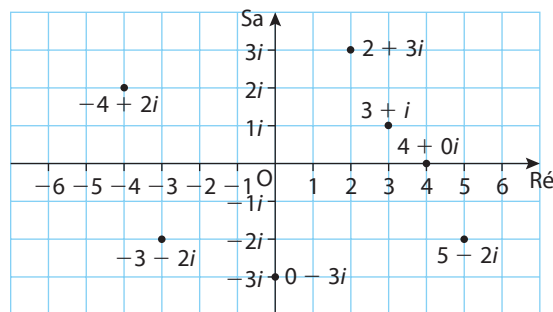
An **ais shamhailteach (Sa)** a thugtar ar an ais cheartingearach.

Is féidir uimhreacha coimpléascacha a bhreacadh ar an gcaoi chéanna ansin agus a bhreactar pointí ar an bplána comhordanáidithe.

Mar shampla, cuirtear an uimhir choimpléascach $3 + 2i$ in iúl leis an bpointe $(3, 2)$.

Léaráid Argand a thugtar ar léaráid ina léirítear uimhreacha coimpléascacha.

Léirítear roinnt uimhreacha coimpléascacha ar an Léaráid Argand thíos.



Nóta: Tá an uimhir $4 = 4 + 0i$ agus tá $-3i = 0 - 3i$.

Cleachtadh 7.6

- Tarraing léaráid Argand agus breac na huimhreacha coimpléascacha seo a leanas uirthi:

| | | | | |
|----------------|-----------------|-----------------|--------------|--------------|
| (i) $4 + i$ | (ii) $3 + 3i$ | (iii) $4 - 2i$ | (iv) $1 - i$ | (v) $-4 + i$ |
| (vi) $-3 + 2i$ | (vii) $-3 - 2i$ | (viii) $5 - 2i$ | (ix) -4 | (x) $3i$ |
- Scríobh gach ceann de na huimhreacha coimpléascacha seo a leanas san fhoirm $a + bi$ agus ansin breac ar léaráid Argand iad:

| | |
|-----------------------------|------------------------|
| (i) $(3 - 2i) + (-1 + 4i)$ | (ii) $2(1 - 2i) + 3i$ |
| (iii) $3(2 - i) - (6 - 6i)$ | (iv) $(2 + i)(-1 - i)$ |
- Dhá uimhir choimpléascacha atá in $z_1 = 2 - i$ agus $z_2 = 1 + 3i$. Scríobh gach ceann díobh seo a leanas san fhoirm $a + bi$ agus ansin breac an uimhir ar léaráid Argand.

| | | | |
|-----------|------------------|-----------------------|-------------|
| (i) z_1 | (ii) $z_1 + z_2$ | (iii) $z_1 \cdot z_2$ | (iv) iz_2 |
|-----------|------------------|-----------------------|-------------|
- Scríobh gach ceann díobh seo a leanas san fhoirm $a + bi$ agus ansin léirigh do fhreagra ar léaráid Argand:

| | | |
|-----------------|-----------------------|----------------------------|
| (i) $2(3 - 2i)$ | (ii) $3(1 - 2i) + 4i$ | (iii) $(3 + 4i) - (2 - i)$ |
|-----------------|-----------------------|----------------------------|
- Breac gach ceann díobh seo a leanas ar léaráid Argand:

| | | | |
|---------|------------|-------------|------------|
| (i) i | (ii) i^2 | (iii) i^3 | (iv) i^4 |
|---------|------------|-------------|------------|
- Má tá $z_1 = 4 + 2i$ agus $z_2 = -1 + 2i$, breac gach ceann díobh seo a leanas ar an léaráid Argand chéanna.

| | | | |
|-----------|------------------|-------------------------|----------------------------|
| (i) z_1 | (ii) \bar{z}_2 | (iii) $z_1 + \bar{z}_1$ | (iv) $z_2 \cdot \bar{z}_2$ |
|-----------|------------------|-------------------------|----------------------------|

Mír 7.7 Modal uimhir choimpléascach

Is ionann **modal** (nó fad) uimhir choimpléascach agus an fad ón mbunphointe go dtí an pointe a sheasann don uimhir choimpléascach ar léaráid Argand.

Is é modal na huimhreach coimpléascaí

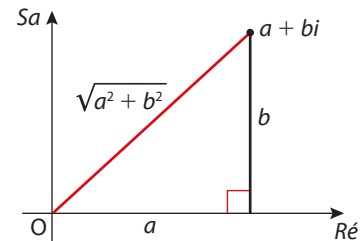
$$a + bi \text{ ná } \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Is mar seo a scríobhtar modal $a + bi$: $|a + bi|$

Modal

Is é modal na huimhreach coimpléascaí,
 $z = a + bi$ ná

$$|z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}.$$



Sampla 1

Má tá $z_1 = -2 + 3i$ agus $z_2 = 3 + 4i$, faigh

(i) $|z_1|$

(ii) $|z_2|$

(iii) $|z_1 + z_2|$

Fíoraigh go bhfuil $|z_1| + |z_2| > |z_1 + z_2|$.

$$\begin{aligned} \text{(i) } |z_1| &= |-2 + 3i| = \sqrt{(-2)^2 + (3)^2} \\ &= \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii) } |z_2| &= |3 + 4i| = \sqrt{(3)^2 + (4)^2} \\ &= \sqrt{9 + 16} \\ &= \sqrt{25} = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(iii) } z_1 + z_2 &= -2 + 3i + 3 + 4i \\ &= 1 + 7i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |z_1 + z_2| &= |1 + 7i| = \sqrt{1^2 + 7^2} \\ &= \sqrt{1 + 49} \\ &= \sqrt{50} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} = 5\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |z_1| + |z_2| &= \sqrt{13} + 5 \approx 3.6 + 5 \\ &\approx 8.6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |z_1 + z_2| &= 5\sqrt{2} \approx 5(1.4) \\ &\approx 7 \end{aligned}$$

Ó tá $8.6 > 7 \Rightarrow$ tá $|z_1| + |z_2| > |z_1 + z_2|$.

Nóta: Ciallaíonn \approx 'beagnach cothrom le'.



Cleachtadh 7.7

Faigh luach gach ceann díobh seo a leanas:

1. $|-3 + 4i|$ 2. $|8 + 6i|$ 3. $|2 + 3i|$ 4. $|-1 + 2i|$
5. $|3 - 2i|$ 6. $|5 + i|$ 7. $|-3 + i|$ 8. $|6 - i|$
9. $|4 + 0i|$ 10. $|5|$ 11. $|0 - 3i|$ 12. $|5i|$

13. Faigh luach gach ceann díobh seo a leanas:

- (i) $|2(1 - 2i)|$ (ii) $|\sqrt{3} + i|$ (iii) $|3 + 4i - (1 - 2i)|$

14. Scríobh síos ceithre uimhir choimpléascacha a bhfuil an modal céanna acu le $3 + 4i$.

15. Má tá $z_1 = -3 - 2i$ agus $z_2 = 1 - 3i$, faigh luach gach ceann díobh seo a leanas:

- (i) $|z_1|$ (ii) $|z_2|$ (iii) $|z_1 - z_2|$ (iv) $|z_1 \cdot z_2|$

16. Má tá $z_1 = 5 + 3i$ agus $z_2 = 2 - i$, faigh

- (i) $|z_1|$ (ii) $|z_2|$ (iii) $|z_1 + z_2|$

Anois léirigh go bhfuil $|z_1| + |z_2| > |z_1 + z_2|$.

17. Má tá $z_1 = 2 - 3i$ agus $z_2 = 1 + 2i$, faigh

- (i) $|z_1|$ (ii) $|z_2|$ (iii) $z_1 \cdot z_2$ (iv) $|z_1 \cdot z_2|$

Anois léirigh go bhfuil $|z_1| \cdot |z_2| = |z_1 \cdot z_2|$.

18. Má tá $z = 3 + 2i$, faigh $z \cdot \bar{z}$, áit a seasann \bar{z} do chomhchuingeach z .

Uaidh sin faigh $|z \cdot \bar{z}|$.

19. Má tá $z_1 = -2 + i$ agus $z_2 = -3 - 4i$.

Faigh luach (i) $|z_1|$ (ii) $|z_2|$ (iii) $|z_1 - z_2|$

Fiosraigh an bhfuil $|z_1| - |z_2| = |z_1 - z_2|$.

20. Bíodh $w = 3 - i$.

(i) Scríobh $w + 6i$ san fhoirm $a + bi$.

(ii) Faigh luach $|w + 6i|$.

21. Scríobh $|a + 8i|$ i dtéarmaí a .

Uaidh sin, faigh an dá luach ar a a fhágann go bhfuil $|a + 8i| = 10$.

22. Bíodh $w = 3 - 4i$.

Fíoraigh go bhfuil $|w|^2 = w \cdot \bar{w}$, áit a seasann \bar{w} do chomhchuingeach w .

23. Má tá $z_1 = 5 + i$ agus $z_2 = -2 + 3i$, faigh $|z_1|$ agus $|z_2|$.

Anois léirigh go bhfuil $|z_1|^2 = 2|z_2|^2$.

24. Má tá $z_1 = 2 + 3i$ agus $z_2 = 2 - 3i$, scríobh $\frac{z_1}{z_2}$ san fhoirm $a + bi$.

Anois faigh an luach ar $k \in \mathbb{R}$ a shásóidh an chothromóid seo a leanas: $|z_1| = k \left| \frac{z_1}{z_2} \right|$.



Mír 7.8 Uimhreacha coimpléascacha atá cothrom lena chéile

Má tá dhá uimhir choimpléascacha cothrom lena chéile, tá na codanna réadacha cothrom lena chéile agus tá na codanna samhailteacha cothrom lena chéile.

Má tá $a + bi = c + di$,
tá $a = c$ agus $b = d$.

Sampla 1

Má tá $5 - i = x + (5 - 2y)i$, faigh luach x agus luach y .

$$5 - i = x + (5 - 2y)i$$

Má dhéanaimid na codanna réadacha a chothromú, faighimid: $5 = x$ i.e. $x = 5$

Má dhéanaimid na codanna samhailteacha a chothromú, faighimid:

$$-i = (5 - 2y)i$$

$$\Rightarrow -1 = 5 - 2y \quad \dots \text{is é } -1 \text{ comhéifeacht } -i$$

$$\Rightarrow 2y = 6 \Rightarrow y = 3$$

$$\therefore x = 5 \text{ agus } y = 3$$

Sampla 2

Is réaduimhreacha iad a agus b sa chaoi go bhfuil

$$a(2 + i) + 8 - bi = 5b - 3 - i.$$

Faigh luach a agus luach b .

$$a(2 + i) + 8 - bi = 5b - 3 - i$$

$$\Rightarrow 2a + ai + 8 - bi = (5b - 3) - i$$

$$\Rightarrow (2a + 8) + i(a - b) = (5b - 3) + i(-1)$$

Má dhéanaimid na codanna réadacha a chothromú, faighimid:

$$2a + 8 = 5b - 3 \Rightarrow 2a - 5b = -11 \dots \textcircled{1}$$

Má dhéanaimid na codanna samhailteacha a chothromú, faighimid:

$$a - b = -1 \dots \textcircled{2}$$

Ag réiteach chothromóidí $\textcircled{1}$ agus $\textcircled{2}$:

$$\textcircled{1} : 2a - 5b = -11$$

$$\textcircled{2} \times 2: 2a - 2b = -2$$

$$-3b = -9 \Rightarrow b = 3$$

$$\text{Ó chothromóid } \textcircled{2}: a - 3 = -1 \Rightarrow a = 2$$

$$\therefore a = 2 \text{ agus } b = 3$$

Cleachtadh 7.8

Faigh luach x agus luach y i gceisteanna (1–10).

- $(x + 3) + i(y - 1) = 6 + 2i$
- $(2x + 1) + i(1 - y) = 5 - 3i$
- $x + iy + 6 - 9i = 6 - 10i$
- $3(2x + 3yi) + 4 - 6i = 2 - 5i$
- $(2x - 4) + 5i = (x - 3) + yi$
- $2(x + yi) + 3(4 - 6i) = 7 - 3i$
- $x(2 + 3i) - 2y = 3 + 6i$
- $6 - 9i - 2(x + yi) = 8 - 3i$
- $2x + (x + y)i = 4 - 5i$
- $(x - iy) + (y + xi) = 1 - 5i$
- Faigh a agus b má tá $3(a + bi) - 4(ai - b) = 6 - 3i$.
- Faigh luach a agus luach b má tá $(4a - 2) + (a - 4)i = (4 - 2b) + 2bi$.
- Faigh a agus b má tá $(a + bi)(5 + i) = 3 - 2i$.
- Faigh luach x agus luach y má tá $x(3 + 4i) + 5 = y(1 + 2i)$.
- Faigh luach x agus luach y i ngach ceann de na cothromóidí seo a leanas:
 - $(2x - 1) + (x + y)i = (y - 6) + (2y - 4)i$
 - $2(x + yi) = 4(2 + 3i) - 2(1 - 2i)$

Mír 7.9 Cothromóidí cearnacha a bhfuil fréamhacha coimpléascacha leo

Chun cothromóid chearnach san fhoirm $ax^2 + bx + c = 0$ a réiteach, úsáidimid fachtóirí de ghnáth. Ach mura féidir $ax^2 + bx + c$ a fhachtóiriú, úsáidimid an fhoirmle

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ chun an chothromóid a réiteach.}$$

Más luach diúltach atá ar $b^2 - 4ac$, i.e. má tá sé níos lú ná nialas, is uimhreacha coimpléascacha a bheidh sna fréamhacha. Má tá fréamhacha coimpléascacha le cothromóid faoi leith, z a thugaimid ar an athróg sa chothromóid.

Sampla 1

Réitigh an chothromóid $z^2 + 6z + 10 = 0$, agus scríobh do chuid freagraí san fhoirm $a \pm bi$.

Ag úsáid na foirmle $z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ tá $\begin{cases} a = 1 \\ b = 6 \\ c = 10 \end{cases}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow z &= \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 4(1)(10)}}{2(1)} \\ &= \frac{-6 \pm \sqrt{-4}}{2} \\ &= \frac{-6 \pm 2i}{2} \quad \dots \sqrt{-4} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{-1} = 2i \\ &= -3 \pm i \\ \therefore z &= -3 + i \text{ nó } -3 - i \end{aligned}$$



Nóta: Is péire comhchuingeach iad na fréamhacha coimpléascacha i Sampla 1, i.e. is comhchuingigh a chéile iad na fréamhacha.
Dá réir sin, más fréamh le cothromóid chearnach é $2 + 3i$, is fréamh é $2 - 3i$ freisin.

Sampla 2

Más fréamh é $z = 3 + i$ leis an gcothromóid $z^2 - 6z + k = 0$, faigh luach k agus scríobh síos an fhréamh eile san fhoirm $a + bi$.

Más fréamh é $z = 3 + i$ leis an gcothromóid $z^2 - 6z + k = 0$, sásóidh sé an chothromóid.

Anois cuirimid $(3 + i)$ in áit z sa chothromóid $z^2 - 6z + k = 0$.

$$\begin{aligned} \text{Dá réir sin, tá } & (3 + i)^2 - 6(3 + i) + k = 0 \\ \Rightarrow & 9 + 6i + i^2 - 18 - 6i + k = 0 \\ \Rightarrow & 9 + 6i - 1 - 18 - 6i + k = 0 \\ \Rightarrow & -10 + k = 0 \Rightarrow k = 10 \end{aligned}$$

Is ionann an fhréamh eile agus comhchuingeach $3 + i$, i.e. $3 - i$.

Cleachtadh 7.9

- Réitigh gach ceann de na cothromóidí seo a leanas, agus tabhair do chuid freagraí san fhoirm $a + bi$:

| | | |
|--------------------------|--------------------------|---------------------------|
| (i) $z^2 + 4z + 5 = 0$ | (ii) $z^2 + 6z + 13 = 0$ | (iii) $z^2 + 2z + 10 = 0$ |
| (iv) $z^2 - 6z + 34 = 0$ | (v) $z^2 - 10z + 29 = 0$ | (vi) $z^2 - 2z + 17 = 0$ |
- Léirigh gur fréamh é $2 + 5i$ leis an gcothromóid $z^2 - 4z + 29 = 0$ agus scríobh síos an fhréamh eile.
- Léirigh gur fréamh é $4 - 3i$ leis an gcothromóid $z^2 - 8z + 25 = 0$ agus scríobh síos an fhréamh eile.
- Léirigh gur fréamh é $6 + i$ leis an gcothromóid $z^2 - 12z + 37 = 0$ agus scríobh síos an fhréamh eile.
- Más fréamh é $-5 + i$ leis an gcothromóid $z^2 + kz + 26 = 0$, faigh luach k .
- Más fréamh é $5 - 3i$ leis an gcothromóid $z^2 - 10z + k = 0$, faigh luach k .
- Más fréamhacha iad $4 + i$ agus $4 - i$ leis an gcothromóid $z^2 + az + b = 0$, faigh luach a agus luach b .

Mír 7.10 Uimhreacha coimpléascacha agus claochluithe -

Sa mhír seo, úsáidfidimid léaráid Argand chun iarmhairt oibríochtaí áirithe ar uimhreacha coimpléascacha a léiriú.

1. Uimhir choimpléascach a iolrú faoi réaduimhir

Má iolraímid an uimhir choimpléascach $z_1 = 3 + 2i$ faoin réaduimhir 2, faighimid $2z_1 = 2(3 + 2i) = 6 + 4i$

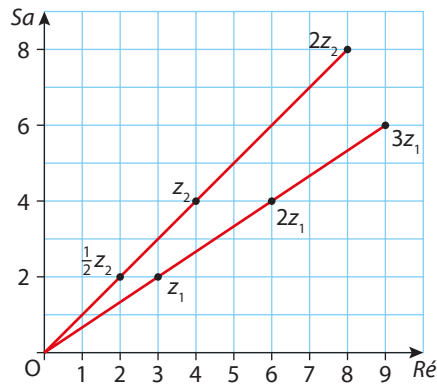
Iolraítear an chuid réadach faoi 2 agus iolraítear an chuid shamhailteach faoi 2 freisin.





Ar an gcaoi chéanna, tá $3z_1 = 3(3 + 2i) = 9 + 6i$.

Tá z_1 , $2z_1$ agus $3z_1$ le feiceáil sa léaráid Argand thíos:



Léirítear sa léaráid thuas freisin $z_2 = 4 + 4i$.

Léirítear $2z_2 = 2(4 + 4i) = 8 + 8i$ agus $\frac{1}{2}z_2 = \frac{1}{2}(4 + 4i) = 2 + 2i$ freisin.

Tabhair faoi deara nuair a iolraítear an uimhir choimpléascach z_1 faoi 2, go bhfuil modal $2z_1$ dhá oiread níos mó ná modal z_1 .

Ar an gcaoi chéanna, tá modal $3z_1$ trí oiread níos mó ná modal z_1 .

Léirítear sa léaráid freisin go bhfuil $|\frac{1}{2}z_2| = \frac{1}{2}|z_2|$.

2. An uimhir choimpléascach chéanna a shuimiú le huimhreacha coimpléascacha difriúla

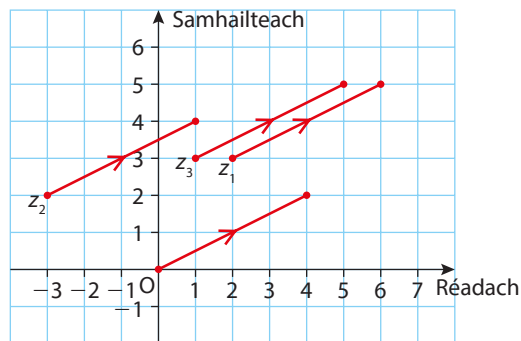
Tá na huimhreacha coimpléascacha seo a leanas le feiceáil sa léaráid thíos:

$$0 = 0 + 0i, \quad z_1 = 2 + 3i, \quad z_2 = -3 + 2i \quad \text{agus} \quad z_3 = 1 + 3i$$

Má chuirimid $4 + 2i$ le gach ceann de na huimhreacha sin, faighimid:

$$4 + 2i, \quad 6 + 5i, \quad 1 + 4i \quad \text{agus} \quad 5 + 5i.$$

Tá na huimhreacha sin le feiceáil sa léaráid Argand thíos:



Nuair a shuimítear an uimhir choimpléascach $4 + 2i$ le 0 , z_1 , z_2 agus z_3 , is aistriú é an toradh a fhaightear, mar atá le feiceáil sa léaráid thuas. Bogtar na huimhreacha uile fad faoi leith sa treo céanna.



3. Uimhir choimpléascach a iolrú faoi i

Má iolraímid an uimhir choimpléascach $z = 4 + i$ faoi i , faighimid

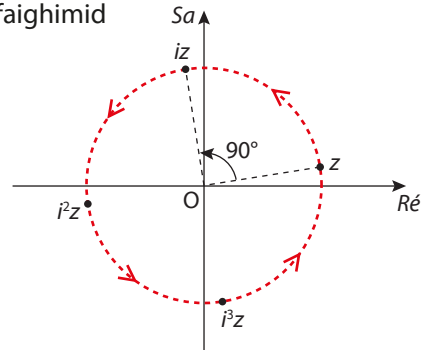
$$i(4 + i) = 4i + i^2 = -1 + 4i$$

Má iolraímid $z = 4 + i$ faoi i, i^2 agus i^3 , faighimid

$$iz = -1 + 4i \dots \text{mar a fuaireamar thuas}$$

$$i^2(z) = -1(4 + i) = -4 - i$$

$$\begin{aligned} i^3(z) &= i^2 \cdot i(z) = -i(4 + i) \\ &= -4i - i^2 \\ &= 1 - 4i \end{aligned}$$



Ón léaráid feicimid gurb é a tharlaíonn nuair a iolraítear uimhir choimpléascach faoi i ná go rothlaíonn an uimhir choimpléascach sin ar tuathal trí 90° .

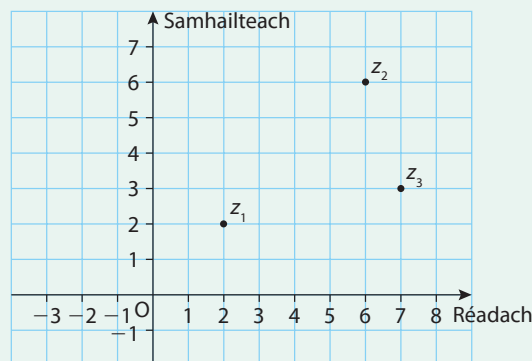
Cuimhnigh

$$\begin{aligned} z \times i, & \text{ rothlaíonn } z \text{ trí } 90^\circ \\ z \times i^2, & \text{ rothlaíonn } z \text{ trí } 180^\circ \\ z \times i^3, & \text{ rothlaíonn } z \text{ trí } 270^\circ \end{aligned}$$

Sampla 1

Scríobh síos na huimhreacha coimpléascacha z_1, z_2 agus z_3 , ag baint úsáid as an léaráid Argand thíos.

- Má tá $z_2 = a \cdot z_1$, faigh a .
- Má tá $z_3 = z_1 + z$, faigh z .



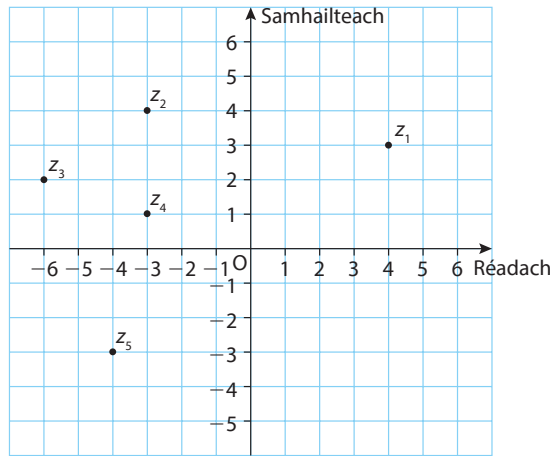
Ón léaráid, tá $z_1 = 2 + 2i$, $z_2 = 6 + 6i$ agus $z_3 = 7 + 3i$.

- Má tá $z_2 = a \cdot z_1$, ansin tá $6 + 6i = a(2 + 2i)$
 $\therefore a = 3$
- Má tá $z_3 = z_1 + z$, ansin tá $7 + 3i = 2 + 2i + z$
 $\therefore z = 7 + 3i - 2 - 2i$
 $z = 5 + i$

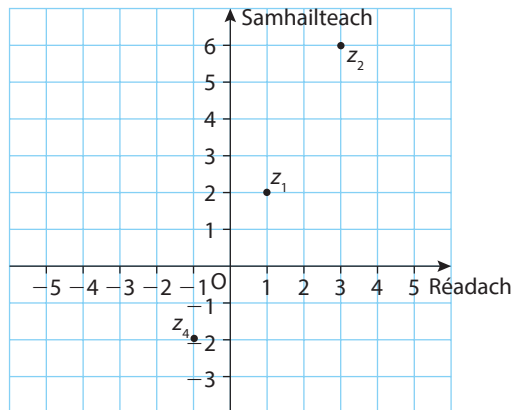


Cleachtadh 7.10

- Breac an uimhir choimpléascach $z = 4 + 2i$ ar léaráid Argand.
Ar an léaráid chéanna breac na huimhreacha coimpléascacha $2z$ agus $\frac{1}{2}z$.
Fíoraigh go bhfuil (i) $|2z| = 2|z|$ (ii) $|\frac{1}{2}z| = \frac{1}{2}|z|$.
- Tá $z_1 = 2 - i$.
Breac na huimhreacha coimpléascacha $z_1, 3z_1, 4z_1$ agus $-2z_1$ ar léaráid Argand.
Úsáid an léaráid chun cur síos a dhéanamh ar an ngaol idir na huimhreacha $z_1, 3z_1, 4z_1$ agus $-2z_1$.
- Scríobh síos na huimhreacha coimpléascacha z_1 agus z_2 , ag baint úsáid as an léaráid Argand thíos.



- Léirigh go bhfuil $z_2 = iz_1$.
 - Cé acu de na pointí z_3, z_4 nó z_5 a sheasann do $i^2 z_1$?
 - Má tá $z_6 = i^3(z_2)$, faigh z_6 san fhoirm $a + bi$.
- Tá na huimhreacha coimpléascacha z_1, z_2 agus z_4 le feiceáil ar an léaráid Argand thíos.



- Má tá $z_2 = az_1$, faigh a .
- Má tá $z_4 = bz_1$, faigh b .





5. Breac an uimhir choimpléascach $z = 6 + 2i$ ar léaráid Argand.

Ar an léaráid chéanna, breac na huimhreacha coimpléascacha seo a leanas:

(i) iz

(ii) i^2z

(iii) i^3z .

6. Breac ar léaráid Argand na huimhreacha coimpléascacha

$$z_1 = 4 + i, \quad z_2 = 7 + 2i \quad \text{agus} \quad z_3 = 5 + 5i.$$

Ceangail na trí phointe agus scáthaigh an triantán a dhéanann siad.

Má tá $z_4 = -3 - 4i$, breac na huimhreacha coimpléascacha seo a leanas ar an léaráid Argand chéanna:

$$z_1 + z_4, \quad z_2 + z_4 \quad \text{agus} \quad z_3 + z_4.$$

Ceangail na trí phointe agus scáthaigh an triantán nua.

Déan cur síos ar an gclaoclú a tharlaíonn nuair a shuimítear $-3 - 4i$ le z_1, z_2 agus z_3 .

7. Scríobh síos aon uimhir choimpléascach agus tabhair z mar ainm uirthi.

Léirigh go bhfuil $i^4z = z$.

Mínigh, i dtéarmaí an rothlaithe, an rud a tharlódh dá ndéanfaí uimhir choimpléascach a iolrú faoi i^4 .

8. Tá $z = 3 - 2i$.

Breac z, iz, i^2z agus i^3z ar léaráid Argand.

Agus compás in úsáid agat, fóraigh gur féidir ciorcal a tharraingt trí z, iz, i^2z agus i^3z . Bíodh an bunphointe mar lárphointe agat.

9. Breac an pointe $z_1 = 3 + i$ agus $z_2 = 1 + 2i$ ar léaráid Argand.

Má tá $z_3 = z_1 \cdot z_2$, faigh z_3 agus breac ar an léaráid chéanna é.

Ceangail z_1, z_2 agus z_3 leis an mbunphointe.

Úsáid uillinntomhas chun tomhas a dhéanamh ar an uillinn a dhéanann gach ceann de na pointí z_1, z_2 agus z_3 leis an ais réadach.

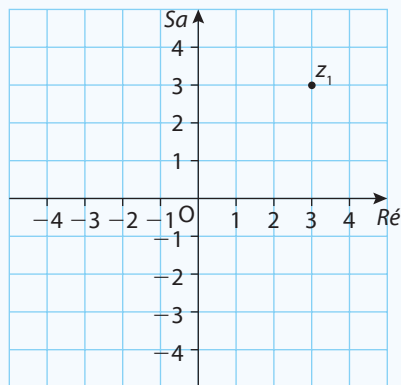
Úsáid na torthaí chun a léiriú gurb ionann an tríú huillinn agus suim an chéad dá uillinn.



Cuir triail ort féin 7

- Scríobh síos sampla amháin de gach ceann díobh seo a leanas:
 - Uimhir aiceanta atá níos mó ná 25 agus níos lú ná 40
 - Slánuimhir atá níos lú ná -5 agus atá ina hionraí ar 2
 - Uimhir chóimheasta atá idir 1 agus 2
 - Uimhir éagóimheasta atá idir 8 agus 9.
 - Má tá $z_1 = 3 + 4i$ agus $z_2 = -1 + 2i$,
 - scríobh $2z_1 - 3z_2$ san fhoirm $a + bi$
 - scríobh $\frac{1}{z_1}$ san fhoirm $a + bi$.
 - Má tá $z_1 + kz_2 = 6 - 2i$, faigh luach k , áit a bhfuil $k \in \mathbb{R}$.
 - Faigh x agus y má tá
$$x(3 - 2i) + y(-2 + i) = 5 - 4i$$
, áit a bhfuil $x, y \in \mathbb{R}$.
- Simpligh $3(1 + 5i) + i(3 - 2i)$ agus scríobh do fhreagra san fhoirm $p + qi$, áit a bhfuil $p, q \in \mathbb{R}$.
 - Bíodh $z_1 = 10 - 2i$ agus $z_2 = 2 - 3i$.
Léirigh gur féidir $\frac{z_1}{z_2}$ a scríobh san fhoirm $k(1 + i)$, áit a bhfuil $k \in \mathbb{N}$ agus, uaidh sin, scríobh síos luach k .
 - Scríobh $\frac{3 + 2i}{2 - i}$ san fhoirm $x + yi$, áit a bhfuil $x, y \in \mathbb{R}$.
Uaidh sin faigh $|x + yi|$.
- Scríobh gach ceann díobh seo a leanas san fhoirm $a + bi$:
 - $3 + \sqrt{-16}$
 - $2 - \sqrt{-9}$
 - $\frac{-10 + \sqrt{-100}}{5}$
 - Bíodh $z = 1 - 4i$, áit a bhfuil $i^2 = -1$.
Breac z agus iz ar léaráid Argand.
 - Má tá $|2 + ki| = \sqrt{29}$, faigh an dá luach ar k , áit a bhfuil $k \in \mathbb{R}$.
- Scríobh síos uimhir éagóimheasta atá idir 6 agus 7.
 - Scríobh gach ceann díobh seo a leanas san fhoirm $a + bi$:
 - $3(2 + 3i) - i(2 - 3i)$
 - $\frac{2}{1 - 2i}$
 - Má tá $z_1 = 3 - 4i$ agus $z_2 = 2 + 3i$, scríobh $z_1 z_2$ san fhoirm $a + bi$.
Fóraigh go bhfuil $|z_1 z_2| = |z_1| |z_2|$.
- Abair cé acu fíor nó bréagach atá gach ceann díobh seo a leanas:
 - $-2 \in \mathbb{N}$
 - $4 \in \mathbb{Z}$
 - $\frac{2}{3} \in \mathbb{Q}$
 - Is uimhir éagóimheasta é $\sqrt{16}$

- (ii) Réitigh an chothromóid $z^2 - 4z + 13 = 0$.
Scríobh na fréamhacha san fhoirm $a + bi$.
- (iii) Breac $z_1 = 2 - 4i$ agus $z_2 = -4 + 2i$ ar léaráid Argand.
Faigh $|z_1|$ agus $|z_2|$.
Scríobh síos dhá uimhir choimpléascacha eile a bhfuil an modal céanna le z_1 acu.
- 6.** (i) Simpligh $7(2 + i) + i(11 + 9i)$ agus scríobh do fhreagra san fhoirm $a + bi$, áit a bhfuil $a, b \in \mathbb{R}$ agus $i^2 = -1$.
- (ii) Má tá $z_1 = 2 + 3i$ agus $z_2 = 5 - i$, faigh
(a) $z_1 + z_2$ (b) $z_1 - z_2$.
Anois fiosraigh an bhfuil $|z_1 + z_2| > |z_1 - z_2|$.
- (iii) Bíodh $w = 3 - 4i$
Réitigh an chothromóid $x + w = 3yi$, áit a bhfuil $x, y \in \mathbb{R}$.
- 7.** (i) Má tá $z = 2i$, breac (a) z^2 agus (b) iz ar léaráid Argand.
(ii) Scríobh síos, san fhoirm $a + bi$, an uimhir choimpléascach z_1 atá le feiceáil sa léaráid Argand thíos.



Anois faigh na huimhreacha coimpléascacha iz_1, i^2z_1 agus i^3z_1 agus breac iad ar chóip den léaráid Argand thuas.

Féach ar an léaráid agus ansin, ón méid a fheiceann tú, déan cur síos ar an gclaoclú céimseatóil a tharla.

- (iii) Más fréamh é $z_1 = -4 + i$ leis an gcothromóid $z^2 + 8z + k = 0$, faigh luach k agus uaidh sin scríobh síos z_2 , fréamh eile na cothromóide.
Faigh z_1z_2 agus uaidh sin faigh t , má tá $|z_1z_2| = t|z_1|$, áit a bhfuil $t \in \mathbb{R}$.
- 8.** (i) Má tá $w = 3 - i$, breac $w + 4i$ ar léaráid Argand.
Anois faigh $|w + 4i|$.
- (ii) Má tá $z = -2 + i$, scríobh z^2 san fhoirm $a + bi$, áit a bhfuil $a, b \in \mathbb{R}$.
Uaidh sin réitigh an chothromóid $kz^2 = 2z + t$ chun teacht ar luach k agus luach t , áit a bhfuil $k, t \in \mathbb{R}$.
- (iii) Más fréamh é $2 - i$ leis an gcothromóid $z^2 + pz + q = 0$, scríobh síos an fhréamh eile. Uaidh sin faigh luach p agus luach q .

Achoimre ar na príomhphointí...

1. Uimhchórais

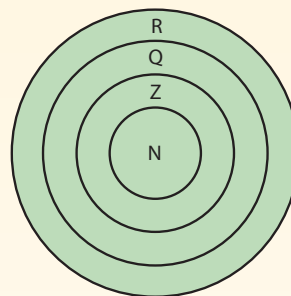
N = uimhreacha aiceanta = 1, 2, 3, 4 ...

Z = slánuimhreacha = ... -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...

Q = uimhreacha cóimheasta = uimhreacha san fhoirm $\frac{a}{b}$, áit ar slánuimhreacha iad a agus b .

Uimhreacha éagóimheasta a thugtar ar uimhreacha ar nós $\sqrt{2}$, π nó deachúlacha gan chríoch gan athfilleadh.

Is **réaduimhreacha (R)** iad na huimhreacha sin ar fad.



2. Uimhreacha coimpléascacha

- Is éard atá i gceist le **huimhir choimpléascach** ná uimhir san fhoirm $a + bi$, áit a bhfuil $i = \sqrt{-1}$ agus $i^2 = -1$.
- Is é $3 - 4i$ **comhchuingeach coimpléascach** $3 + 4i$.
Nuair a shuimítear uimhir choimpléascach lena comhchuingeach, nó nuair a iolraítear faoina comhchuingeach í, is réaduimhir a bhíonn sa fhreagra i gcónaí.
- Chun $\frac{2 + 3i}{4 + 2i}$ a scríobh san fhoirm $a + bi$, iolraigh an téarma os cionn na líne agus an téarma thíos faoin líne faoi $4 - 2i$, is é sin faoi chomhchuingeach an ainmneora.
- Má tá $z = a + bi$, is é modal z ná $|a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$.
- Má tá $a + bi = c + di$, ansin tá $a = c$ agus $b = d$.
- Is féidir uimhir choimpléascach a léiriú ar **léaráid Argand**.
An **ais réadach** a thugtar ar an ais chothrománach.
An **ais shamhailteach** a thugtar ar an ais cheartingearach.
- Beidh fréamhacha coimpléascacha ag an gcothromóid $ax^2 + bx + c = 0$ má tá $b^2 - 4ac < 0$.

3. Uimhreacha coimpléascacha a chlaohlú

Nuair a iolraítear uimhir choimpléascach faoi i , is é an toradh a bhíonn air ná rothlú ar tuathal trí 90° .

$z \times i$, rothlaíonn z trí 90°
 $z \times i^2$, rothlaíonn z trí 180°
 $z \times i^3$, rothlaíonn z trí 270°

Tomhais ar Shuíomh agus ar Leathadh

Focail thábhachtacha

| | | | | |
|-------------------|----------------------|--------------------------------|-----------------------|-----------------|
| mód | airmheán | meán | raon | inathraitheacht |
| comhsheasmhach | riail eimpíreach | ceathairíl | raon idircheathairíle | |
| asluiteach | dáileadh minicíochta | dáileadh minicíochta grúpáilte | | |
| lárluach eatraimh | diall caighdeánach | | | |

Mír 8.1 Mód – Airmheán – Meán

Is cuid den ghnáthchaint é an focal **meán** sa Ghaeilge. Mar shampla, déanaimid tagairt don mheánphá seachtainiúil, don mheánteocht laethúil, don mheánscór i gcomórtas gailf nó don mheánmharc i scrúdú.

I ngach ceann de na samplaí thuas, bainimid úsáid as **luach amháin** nó as **luach tipiciúil** chun na luachanna ar fad i dtacar sonraí a chur in iúl. An **meán staitistiúil** a thugtar ar an luach sin.

Is luach an-úsáideach é an meán staitistiúil. Má táimid ag iarraidh dhá thacar sonraí a chur i gcomparáid lena chéile, ní gá dúinn ach dhá luach éagsúla a chur i gcomparáid lena chéile, is iad sin na meáin staitistiúla.

Tá cineálacha éagsúla meáin staitistiúla ann, ach is iad na meáin staitistiúla is coitianta a úsáidtear ná an **mód**, an **t-airmheán** agus an **meán**.

1. An Mód

Is é an **mód** an luach is coitianta i dtacar sonraí. Bíonn an mód thar a bheith úsáideach nuair a bhíonn luach amháin ann i bhfad níos minice ná aon luach eile. Tá sé éasca an mód a fháil agus is féidir é a úsáid le haghaidh sonraí neamhuimhriúla, dathanna na gcarranna a dhíolann garáiste, abair.

Sampla 1

Is iad aoiseanna na ndaltaí ar bhus scoile ná:

12, 15, 12, 13, 14, 16, 15, 11, 12
16, 15, 16, 14, 10, 13, 17, 15, 17

Ach iad sin a chur in ord, faighimid:

10, 11, 12, 12, 12, 13, 13, 14, 14, 15, 15, 15, 15, 16, 16, 16, 17, 17

Is é 15 an uimhir is coitianta ar an liosta sin.

∴ an mód = 15

2. An tAirmheán

Le teacht ar an airmheán i gcás liosta uimhreacha, cuir na huimhreacha in ord méide, ag tosú leis an uimhir is lú. Is é an t-**airmheán** an uimhir atá i lár an liosta.

Má tá 11 uimhir ar an liosta, is é an uimhir láir ná

$$\frac{1}{2}(11 + 1), \text{ i.e., an } 6^{\text{ú}} \text{ huimhir.}$$

Má tá 10 n-uimhir ar an liosta, is é an uimhir láir ná

$$\frac{1}{2}(10 + 1), \text{ i.e., an } 5\frac{1}{2}^{\text{ú}} \text{ huimhir.}$$

Is ionann an luach sin agus leath na suime a fhaightear nuair a shuimítear an 5ú huimhir leis an 6ú huimhir.

Má tá n uimhir i liosta, is é an téarma láir ná $\frac{1}{2}(n + 1)$.

Má tá $\frac{1}{2}(n + 1) = 4$, is é an 4ú huimhir an t-airmheán.

Sampla 2

Faigh airmheán na n-uimhreacha seo: 5, 8, 12, 4, 9, 3, 7, 2.

Má scríobhaimid na huimhreacha in ord méide, faighimid:

$$2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 12$$

$$\text{Is é an t-airmheán ná } \frac{1}{2}(5 + 7) = \frac{5 + 7}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$$\therefore \text{ an t-airmheán} = 6$$

Scríobh na huimhreacha in ord méide chun an t-airmheán a fháil.

3. An Meán

Chun teacht ar mheán tacar uimhreacha,

1. Faigh suim na n-uimhreacha ar fad.
2. Roinn an tsuim sin ar líon na n-uimhreacha.

Is é an meán an 'meán staitistiúil' is mó a mbaintear úsáid as.

Tá sé tábhachtach mar cuimsítear gach uile shonra leis. Is féidir le luachanna atá i bhfad ón gcuid eile de na luachanna imirt ar an meán, áfach.

$$\text{An meán} = \frac{\text{suim na n-uimhreacha}}{\text{líon na n-uimhreacha}}$$

Sampla 3

Faigh meán na n-uimhreacha seo:

$$12, 14, 10, 17, 21, 22$$

$$\text{Meán} = \frac{12 + 14 + 10 + 17 + 21 + 22}{6} = \frac{96}{6} = 16$$

Sampla 4

Ghlac cúigear cailíní agus triúr buachaillí páirt i dtráth na gceist.

Ba é 54 meánmharc na gcailíní.

Ba é 62 meánmharc na mbuachaillí.

Faigh an meánmharc don ghrúpa ar fad.

Chun an meán a fháil, suimigh iomlán na marcanna a fuair na cailíní le hiomlán na marcanna a fuair na buachaillí agus roinn an freagra ar 8.

$$\text{lomlán na marcanna a fuair na cailíní} = 54 \times 5 = 270$$

$$\text{lomlán na marcanna a fuair na buachaillí} = 62 \times 3 = 186$$

$$\text{An t-iomlán don ochtar} = 270 + 186 = 456$$

$$\text{An meán don ghrúpa ar fad} = \frac{456}{8} = 57$$

Cleachtadh 8.1

1. Faigh meán gach ceann de na heagair uimhreacha seo a leanas:
 - (i) 2, 6, 10, 14, 18
 - (ii) 0, 2, 8, 16, 6, 22
 - (iii) 3, 7, 8, 13, 4, 12, 9
 - (iv) 5, 12, 3, 4, 3, 6, 9
2. Athscríobh gach ceann de na heagair uimhreacha seo in ord méide agus ansin scríobh síos
 - (i) an mód
 - (ii) an t-airmheán.

(a) 8, 11, 2, 5, 8, 7, 8, 2, 5 (b) 3, 3, 7, 8, 7, 9, 8, 5, 7, 11, 12
3. Léirítear thíos an luas ar a bhfuil 11 charr ag taisteal ar bhóthar. Is ina chiliméadair san uair atá gach tomhas:
41, 42, 31, 36, 42, 43, 42, 34, 41, 37, 45
 - (i) Faigh an luas airmheánach.
 - (ii) Faigh an meánluas.
4. D'imir foireann rugbaí 10 gcluiche. Seo líon na bpointí a scóráil an fhoireann.
12, 22, 14, 11, 7, 18, 22, 14, 36, 14
 - (i) Scríobh síos an mód.
 - (ii) Céard é líon airmheánach na bpointí a scóráladh?
 - (iii) Faigh meánlíon na bpointí a scóráladh.
5. Cuir na marcanna thíos in ord agus ansin scríobh síos an t-airmheán i ngach cás.
 - (i) 9, 5, 8, 3, 2, 7, 6
 - (ii) 8, 12, 18, 9, 14, 7, 10, 6
6. Scríobh síos seacht n-uimhir dhifriúla arb é 12 a n-airmheán.



7. Is é 7 meán ceithre uimhir. Trí cinn de na huimhreacha sin ná 5, 12 agus 9.
 (i) Faigh suim na gceithre uimhir. (ii) Faigh an ceathrú huimhir.
8. Is é 19 meán ceithre uimhir. Trí cinn acu ná 21, 25 agus 16.
 Faigh an ceathrú huimhir.
9. Is é €4.90 meán ceithre shuim airgid. Nuair a chuirtear an cúigiú suim leo, is é €5.34 meán na gcúig shuim sin. Faigh an cúigiú suim airgid.

10. Scríobh cúig uimhir sa dóigh gurb é

4 an mód

6 an meán

5 an t-airmheán.



11. (i) Is é 6 meán na n-uimhreacha 3, 7, 8, 10 agus x . Faigh x .
 (ii) Is é 7 meán na n-uimhreacha 1, k , 3, 6 agus 8. Faigh k .

12. Is é 11 meán 5 uimhir.

Nuair a chuirtear an séú huimhir leo, is é 12 meán na sé uimhir sin.

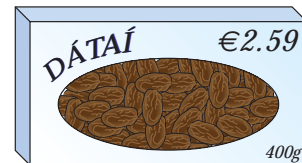
Faigh an séú huimhir.

13. 50 g an meánmheáchan a bhí i gcúig dháta.

D'íth Cáit ceann amháin acu. 40 g an meánmheáchan

a bhí sna ceithre cinn a bhí fágtha.

Cén meáchan a bhí sa dáta a d'íth Cáit?



14. Is iad na marcanna a fuair Sinéad i gceithre scrúdú ná:

8, 4, 5, 3

Cén marc a fuair sí sa chúigiú agus sa séú scrúdú, más é 4 an marc módúil

agus 5 an meánmharc a bhí aici tar éis na sé scrúdú?

15. Tugtar thíos na marcanna a fuair Maitiú in ocht scrúdú.

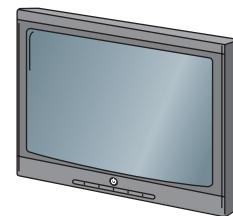
Cén marc a fuair sé sa naoú scrúdú más é 6 an marc airmheánach a bhí aige?

5 9 7 3 7 4 5 8

16. Mar chuid de shuirbhé, scríobh grúpa buachaillí agus cailíní síos cé mhéad uair an chloig a chaith siad ag breathnú ar an teilifís seachtain áirithe.

| | | | | | | | | | | | | | |
|-------------------|----|----|----|----|----|----|----------------|---|----|----|----|----|----|
| Buachaillí | 17 | 22 | 21 | 23 | 16 | 12 | Cailíní | 9 | 13 | 15 | 19 | 10 | 12 |
| | 0 | 5 | 13 | 15 | 13 | 14 | | 9 | 8 | 12 | 14 | 15 | 11 |

- (i) Faigh meán-am na mbuachaillí.
 (ii) Faigh meán-am na gcailíní.
 (iii) Faigh am airmheánach gach grúpa.
 (iv) An gcaitheann na buachaillí níos mó ama ag breathnú ar an teilifís ná na cailíní? Mínigh do fhreagra.





17. Tá na huimhreacha 4, 8, 12, 17, x in ord de réir méide.
Más ionann meán na n -uimhreacha agus airmheán na n -uimhreacha, faigh x .
18. Is é 165 cm meánairde grúpa daltaí. Tá ochtar sa ghrúpa ar fad.
(i) Céard é airde iomlán an ochtar daltaí?
Tagann an naoú dalta isteach sa ghrúpa. Tá sé 168 cm ar airde.
(ii) Céard é meánairde an ghrúpa anois?
19. Is é 39 meán cúig uimhir. Dhá cheann de na huimhreacha sin ná 103 agus 35 agus tá gach ceann de na trí uimhir eile cothrom le x .
Faigh (i) suim na gcúig uimhir
(ii) an luach atá ar x .
20. Ba é 85 an meánmharc a fuair mé i gceithre scrúdú. Marcáladh gach scrúdú as 100. Céard é an marc is ísle a d'fhéadfainn a fháil in aon cheann de na scrúduithe sin?
A 0 B 40 C 60 D 81 E 85
Mínigh do fhreagra.
21. Chuaigh Seán ag iascaireacht gach seachtain.
Gach seachtain scríobh sé síos líon na n -iasc a fuair sé.
Tar éis roinnt seachtainí ríomh sé na meáin staitistiúla seo:

Is é 9.3 **meánlíon** na n -iasc a fuarthas in aghaidh na seachtaine.

Is é 12 **líon módúil** na n -iasc a fuarthas in aghaidh na seachtaine.

Is é 10 **líon airmheánach** na n -iasc a fuarthas in aghaidh na seachtaine.

An chéad seachtain eile ní bhfuair sé iasc ar bith.

Níor tharla sin riamh roimhe sin.

Rinne Seán na meáin staitistiúla a ríomh arís.

- (i) Cé acu de na meáin staitistiúla nach mbeadh athrú ar bith tar éis teacht air dá bharr sin? Tabhair cúis le do fhreagra.
- (ii) Cé acu de na meáin staitistiúla a mbeadh athrú tar éis teacht air go cinnte? Mínigh do fhreagra.

Mír 8.2 Raon agus inathraitheacht

I gcás tacar sonraí, is é an **raon** an luach is airde sa tacar lúide an luach is ísle.

Ní meán staitistiúil é an raon.

Léiríonn sé **leathadh** nó **scaipeadh** na sonraí.

Bíonn sé an-úsáideach agus dhá thacar sonraí á gcur i gcomparáid lena chéile.

Is tomhas an-gharbh ar an leathadh é an raon mar nach n -úsáideann sé ach an luach is mó agus an luach is lú as na sonraí.

Raon tacar sonraí,
sin an luach is mó
lúide an luach is lú.





Sampla 1

Is iad na marcanna a fuair Sinéad as 20 i ndeich scrúdú matamaitice ná:

8, 8, 14, 12, 12, 10, 14, 12, 18, 12

Is iad na marcanna a fuair Conchúr sna scrúduithe céanna ná:

12, 14, 12, 16, 10, 12, 10, 12, 10, 12

Faigh (i) meán (ii) raon

na marcanna a fuair Sinéad agus Conchúr agus scríobh nóta tráchta mar anailís ar na torthaí.

$$\begin{aligned} \text{I gcás Shinéad: (i) an meán} &= \frac{8 + 8 + 14 + 12 + 12 + 10 + 14 + 12 + 18 + 12}{10} \\ &= \frac{120}{10} = 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii) an raon} &= \text{an marc is airde} - \text{an marc is ísle} \\ &= 18 - 8 \\ &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{I gcás Chonchúir: (i) an meán} &= \frac{12 + 14 + 12 + 16 + 10 + 12 + 10 + 12 + 10 + 12}{10} \\ &= \frac{120}{10} = 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii) an raon} &= 16 - 10 \\ &= 6 \end{aligned}$$

Nóta tráchta: Cé go bhfuil na meáin mar a chéile, tá raon níos lú ag baint le marcanna Chonchúir. Léiríonn sé sin go bhfuil torthaí Chonchúir níos comhsheasmhaí ná torthaí Shinéad.

Tá raon níos leithne ag marcanna Shinéad ná mar atá ag marcanna Chonchúir i Sampla 1 thuas, rud a léiríonn **inathraitheacht** na sonraí agus an tábhacht a bhaineann leis sin.

Úsáidtear an **raon** go minic mar thomhas ar an inathraitheacht mar go bhfuil sé éasca a ríomh agus a thuiscint.

Ceathairleanna agus an raon idircheathairíle

Mar a chonaiceamar cheana, nuair atá sonraí faoi leith in ord de réir méide, is é an **t-airmheán** an luach atá leathshlí trí na sonraí.

Dá réir sin, is féidir linn a rá go roinneann an t-airmheán na sonraí ina dhá leath.

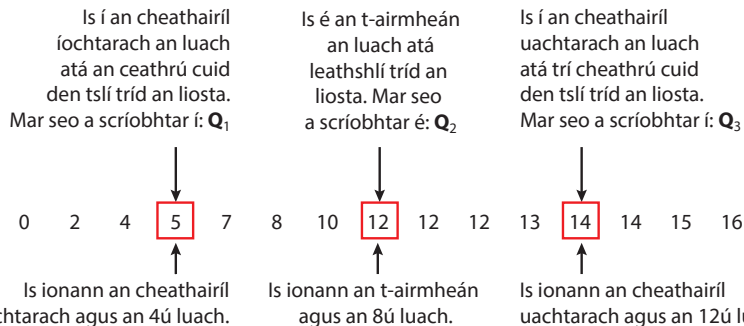
Is féidir na sonraí a roinnt ina gceithre cheathrú freisin.

Nuair a eagraítear na sonraí de réir méide, ag tosú leis na sonraí is lú:

- › an **cheathairíl íochtarach** a thugtar ar an luach atá an ceathrú cuid den tslí trí na sonraí
- › an **cheathairíl uachtarach** a thugtar ar an luach atá trí cheathrú cuid den tslí trí na sonraí
- › an **raon idircheathairíle** a thugtar ar an gceathairíl uachtarach lúide an cheathairíl íochtarach.



Cuir i gcás na sonraí seo thíos atá curtha in ord méide. Tá 15 uimhir i gceist.



An cheathairíl íochtarach $Q_1 = 5$.
 An t-airmheán $Q_2 = 12$.
 An cheathairíl uachtarach $Q_3 = 14$.
 An raon idircheathairíle $= Q_3 - Q_1$
 $= 14 - 5$
 $= 9$

An raon idircheathairíle, sin an cheathairíl uachtarach – an cheathairíl íochtarach
 $= Q_3 - Q_1$

Sampla 2

Seo iad na marcanna a fuair 11 dalta i scrúdú:

52, 78, 61, 49, 79, 47, 54, 58, 72, 62, 73

Faigh (i) an t-airmheán (ii) an cheathairíl íochtarach
 (iii) an cheathairíl uachtarach (iv) an raon idircheathairíle.

An chéad rud a dhéanaimid ná na huimhreacha a athscríobh in ord, ag tosú leis an gceann is lú:

47, 49, 52, 54, 58, 61, 62, 72, 73, 78, 79

- (i) Is é an t-airmheán lárлуach an liosta.
 Ós rud é go bhfuil 11 luach ann, is é an lárлуach ná:
 $\frac{1}{2}(11 + 1)$ i.e. an 6ú luach.
 Is é 61 an 6ú luach \Rightarrow an t-airmheán = 61.
- (ii) Is ionann an cheathairíl íochtarach agus an luach atá $\frac{1}{4}$ den tslí tríd an dáileadh.
 Is féidir an luach sin a fháil ach $\frac{1}{4}(11 + 1)$ a fháil = an 3ú luach.
 Is é 52 an 3ú luach \Rightarrow an cheathairíl íochtarach (Q_1) = 52.
- (iii) Is í an cheathairíl uachtarach an luach atá $\frac{3}{4}$ den tslí tríd an dáileadh.
 Is féidir an luach sin a fháil ach $\frac{3}{4}(11 + 1)$ a fháil = an 9ú luach.
 Is é 73 an naoú luach sin \Rightarrow an cheathairíl uachtarach (Q_3) = 73.
- (iv) An raon idircheathairíle $= Q_3 - Q_1$
 $= 73 - 52$
 $= 21$



Nóta: Cuir i gcás go bhfuil líon cothrom luachanna i ndáileadh, e.g.

2, 5, 6, 8, 9, 12, 15, 17, 20, 25

Is é an lárлуach ná $\frac{1}{2}(10 + 1) = \frac{1}{2}(11) = 5\frac{1}{2}$ ú luach

Is ionann an luach sin agus meán an 5ú luach agus an 6ú luach.

Is é an t-airmheán ná $\frac{1}{2}(9 + 12) = \frac{1}{2}(21) = 10\frac{1}{2}$.

Cleachtadh 8.2

1. Faigh raon gach ceann de na tacair shonraí seo a leanas:

- (i) 6, 3, 8, 2, 9, 5, 10
- (ii) 21, 16, 72, 40, 67, 65, 55, 34, 17, 48, 32, 19, 44, 61, 73
- (iii) 8, 2, 9, 6, 7, 10, 12, 13, 5, 12, 10, 8, 10, 4

2. Bhí scrúdú matamaitice ag rang Iníon Uí Mhóra.

Seo iad na marcanna a fuair na cailíní:

7, 5, 8, 5, 2, 8, 7, 4, 7, 10, 3, 7, 4, 3, 6

Céard é (i) an marc airmheánach (ii) raon na marcanna?

7 an marc airmheánach a bhí ag na buachaillí sa rang, agus ba é 4 raon mharcanna na mbuachaillí. Déan comparáid idir na torthaí agus, ar an gcaoi sin, abair cén grúpa a fuair na torthaí ab fhearr sa scrúdú – na buachaillí nó na cailíní. Mínigh do fhreagra.

3. Rinne naonúr daltaí ceacht faoi leith agus thug siad don mhúinteoir é.

Marcáladh na ceachtanna as 40. Ba iad na marcanna a fuair siad ná:

37, 34, 34, 29, 27, 27, 10, 4, 34

- (i) Scríobh síos raon na marcanna.
- (ii) Scríobh síos an marc airmheánach.
- (iii) Faigh (a) an cheathairíl íochtarach
(b) an cheathairíl uachtarach
(c) an raon idircheathairíle.

4. Maidir leis an tacar sonraí thíos, faigh:

- (i) an cheathairíl íochtarach
 - (ii) an cheathairíl uachtarach
 - (iii) an raon idircheathairíle.
- 4, 12, 7, 6, 10, 5, 11, 14, 2, 3, 9

5. Rinneadh aistear bus 11 uair. Seo a leanas an méid ama a thóg an t-aistear sin gach uair, agus é scríofa ina nóiméid:

15, 7, 9, 12, 9, 19, 6, 11, 9, 16, 8

- (i) Faigh raon na sonraí sin.
- (ii) Faigh an cheathairíl íochtarach.
- (iii) Faigh an cheathairíl uachtarach.
- (iv) Scríobh síos an raon idircheathairíle.





6. Rinne grúpa buachaillí agus cailíní scrúdú Fraincise. Seo iad na marcanna a fuair na buachaillí:
13, 14, 14, 15, 14, 14, 15, 17, 16, 14, 16, 12

- (i) Faigh raon mharcanna na mbuachaillí.
(ii) Ríomh meánmharc na mbuachaillí.

Ba é 13.2 meánmharc na gcailíní sa rang agus ba é 7 raon mharcanna na gcailíní.

- (iii) Scríobh dhá abairt faoi na difríochtaí idir marcanna na mbuachaillí agus marcanna na gcailíní sa scrúdú Fraincise.

7. D'imir Conchúr naoi mbabhta galf mearaí. Seo iad na scóir a fuair sé:

51, 53, 50, 41, 59, 64, 66, 65, 50

- Faigh (i) an raon (ii) an cheathairíl íochtarach
(iii) an cheathairíl uachtarach (iv) an raon idircheathairíle.

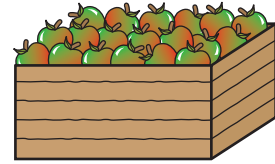
8. Díolann grósaeir málaí úll a thagann ó thíortha éagsúla.

Tá 9 n-úll ón bhFrainc i mála amháin.

Tugtar thíos meáchan gach úill, ina ghraim.

101, 107, 98, 109, 115, 103, 96, 112, 104

- (i) Ríomh meánmheáchan na n-úll ón bhFrainc.
(ii) Faigh raon mheáchain na n-úll ón bhFrainc.



Tá 9 n-úll ón Afraic Theas i mála eile.

107g a meánmheáchan agus 19g a raon.

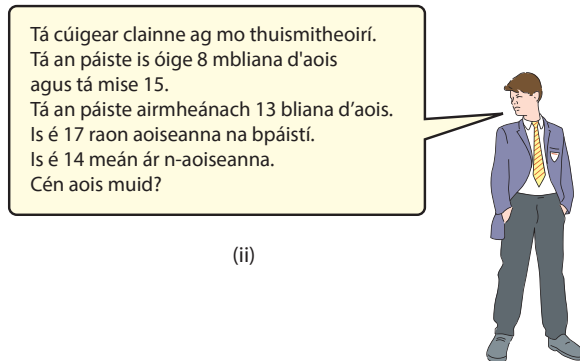
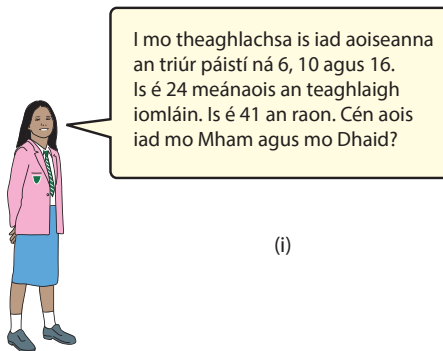
- (iii) Scríobh dhá abairt faoi mheáchain na n-úll sa dá mhála.

9. Tá roinnt uimhreacha scríofa ar chártaí mar a léirítear thíos:



- (i) As na cártaí sin, faigh cúig chárta arb é 6 a n-airmheán agus 4 a raon.
(ii) Faigh ceithre chárta arb é 6 a n-airmheán agus 3 a raon.

10. Réitigh an dá cheist seo:



11. Tomhaiseann an múinteoir corpoideachais i scoil áirithe an t-am a thógann sé ar bhail na foirne peile agus ar bhail na foirne haca 100 méadar a rith. Is ina shoicindí atá gach tomhas.

Foireann peile

13 14 15 11 14 12 12 13 11 13 15

Foireann haca

12 13 14 11 14 16 15 13 15 17 11

- (i) Ríomh an meán, an t-airmheán agus an raon don dá fhoireann.
- (ii) Cé acu grúpa is tapúla, dar leat? Tabhair cúis le do fhreagra.

Mír 8.3 Cén meán staitistiúil ba cheart a úsáid?

Tá gach ceann de na trí mheán staitistiúla úsáideach, i.e. an **meán**, an **mód** agus an **t-airmheán**, ach d’fhéadfadh ceann amháin acu a bheith níos oiriúnaí ná na cinn eile i gcásanna éagsúla.

Bíonn an **mód** úsáideach nuair a theastaíonn uait a fháil amach cén mhéid i mbróga is coitianta.

Bíonn an **meán** úsáideach chun luach ‘tipiciúil’ a fháil má tá an chuid is mó de na sonraí grúpáilte le chéile. Tharlódh nach luach tipiciúil a bheidh sa mheán sa chás go bhfuil na sonraí an-scaipthe amach óna chéile nó sa chás go bhfuil cúpla luach ar an liosta an-difriúil leis na luachanna eile. **Asluitigh** a thugtar ar luachanna mar sin.

Cuir i gcás, mar shampla, comhlacht beag ina dtuilleann an príomhfheidhmeannach €12 100 sa mhí agus ina dtuilleann an t-aon fhostaí dhéag eile €2 500 an duine sa mhí. Sa chás seo is é €3 300 an meántuarastal míosúil. Ní luach tipiciúil é sin i gcomhthéacs na dtuarastal míosúil sa chomhlacht.

I gcásanna mar sin, d’fhéadfadh an **t-airmheán** nó an lárluach léiriú níos fearr a thabhairt ar na sonraí.

Déantar cur síos sa tábla thíos ar na buntáistí agus ar na míbhuntáistí a bhaineann le gach cineál meán staitistiúil. Ba cheart go gcabhródh sé leat an cinneadh ceart a dhéanamh.

| Meán Staitistiúil | Buntáistí | Míbhuntáistí |
|-------------------|---|---|
| Mód | <ul style="list-style-type: none"> › Éasca é a oibriú amach › Ní théann luachanna atá an-mhór nó an-bheag i bhfeidhm air | <ul style="list-style-type: none"> › B’fhéidir nach ann dó › Ní féidir mórán leasa a bhaint as le haghaidh tuilleadh anailíse |
| Airmheán | <ul style="list-style-type: none"> › Ní théann luachanna atá an-mhór nó an-bheag i bhfeidhm air › Éasca é a oibriú amach má tá na sonraí in ord | <ul style="list-style-type: none"> › Ní gá gur ceann de na luachanna tugtha a bheadh ann › Ní féidir mórán leasa a bhaint as le haghaidh tuilleadh anailíse |
| Meán | <ul style="list-style-type: none"> › Cuimsítear na sonraí ar fad leis › Éasca é a ríomh › An-úsáideach le haghaidh tuilleadh anailíse | <ul style="list-style-type: none"> › Cuireann torthaí atá an-mhór nó an-bheag as a riocht é › Ní gá gur ceann de na luachanna tugtha a bheadh sa mheán |



Sampla 1

Tá 10 n-árasán i mbloc.

Is é líon na litreacha a sheachadtar chuig gach ceann de na hárasáin lá áirithe ná

2, 0, 5, 3, 4, 0, 1, 0, 3, 15

Ríomh meánlíon, líon módúil agus líon airmheánach na litreacha.

Cé acu de na meáin staitistiúla sin is oiriúnaí chun na sonraí seo a léiriú?

Tabhair cúis le do fhreagra.

$$\text{An meán} = \frac{2 + 0 + 5 + 3 + 4 + 0 + 1 + 0 + 3 + 15}{10} = \frac{33}{10} = 3.3$$

An mód = 0

An t-airmheán: 0, 0, 0, 1, 2, 3, 3, 4, 5, 15

$$\text{An t-airmheán} = \frac{2 + 3}{2} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$

Seachadadh líon mór litreacha chuig árasán amháin, rud a chuireann an meán as a riocht. Ní léiriú maith é, dá bhrí sin, ar an líon 'tipiciúil' litreacha a sheachadtar gach lá.

Ní léiriú maith é an mód ach an oiread ar an líon 'tipiciúil' litreacha, mar is amhlaidh go bhfuair 7 gcinn de na 10 n-árasán litreacha.

Is é an t-airmheán a thugann an léiriú is fearr ar an líon 'tipiciúil' litreacha a sheachadtar ós rud é go bhfuair leath na n-árasán níos mó ná an t-airmheán agus go bhfuair an leath eile níos lú ná an t-airmheán.

Cleachtadh 8.3

1. Cén meán staitistiúil a d'úsáidfeá i gcás gach ceann díobh seo?

Tabhair cúis le do fhreagra.

- An meánmharc i scrúdú.
- Meánmhéid na héide scoile a chaitheann gach dalta i rang faoi leith.
- Meánairde na n-imreoirí ar fhoireann cispheile.
- Dathanna na gcarranna a dhíoltar i ngaráiste.
- An meántuarastal atá ag seachtar a oibríonn do chomhlacht beag.

2. Is iad meáchain na ndaoine atá ar chriú báid, ina gcileagraim, ná

96, 86, 94, 96, 91, 95, 90, 96, 43

- Ríomh
- meáchan airmheánach an chriú
 - meánmheáchan an chriú.

Cé acu den dá mheán staitistiúla sin is fearr chun na sonraí thuas a léiriú?

Tabhair cúis le do fhreagra.





3. Faigh (i) meán (ii) airmheán na n-uimhreacha seo:

9, 11, 11, 15, 17, 18, 100

Cé acu den dá mheán staitistiúla sin a roghnófa chun an liosta uimhreacha sin a chur in iúl?

4. Bhí Seán ar laethanta saoire sa Spáinn ar feadh seachtaine. Gach lá, bhreac sé síos an teocht a bhí ann ag an meán lae. Seo thíos na torthaí:

| Lá | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|----------------------------|----|----|----|----|----|----|----|
| Teocht ag an meán lae (°C) | 32 | 30 | 30 | 28 | 33 | 31 | 30 |

- (i) Faigh an mheánteocht ag an meán lae.
(ii) Mínigh cén fáth a bhfuil an meán oiriúnach chun léiriú a thabhairt ar na sonraí sin.
5. (i) Faigh meán an tacair uimhreacha seo a leanas:
37, 26, 37, 18, 18, 20, 26, 18, 37, 37, 18.
(ii) Cén fáth nach bhfuil an mód oiriúnach mar mheán staitistiúil sa chás seo?
6. Faigh (i) meán (ii) airmheán an tacair shonraí seo:

3, 5, 4, 7, 29, 9, 2, 4, 10, 8

Cé acu den dá mheán staitistiúla sin is oiriúnaí chun na sonraí a léiriú?
Tabhair cúis le do fhreagra.

7. Tá aiste á clóscríobh ag Cáit don choláiste. Coinníonn sí tuairisc scríofa ar líon na mbotún a dhéanann sí ar gach leathanach. Seo líon na mbotún a thaifead sí:

6, 19, 14, 17, 51, 16, 20, 13, 16

- (i) Scríobh síos líon módúil na mbotún.
(ii) Faigh líon airmheánach na mbotún.
(iii) Faigh meánlíon na mbotún, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.
(iv) Cé acu de na meáin staitistiúla sin is oiriúnaí chun na sonraí a léiriú?
Mínigh do fhreagra.

8. Liostaítear thíos tuarastail bhliantúla na bhfostaithe i gcomhlacht beag:

€30,000, €25,000, €24,000, €22,000, €20,000, €105,000

- Faigh (i) an meántuarastal (ii) an tuarastal airmheánach.
(iii) Cén fáth nach féidir an mód a fháil?

Cé acu de na meáin staitistiúla, an meán nó an t-airmheán, is fearr a léiríonn an tuarastal 'tipiciúil'?

9. Faigheann ceannaire club óige lascaire ar channaí dí mura gceannaíonn sí ach an t-aon mhéid amháin. Chuir sí ceist ar na páistí cén mhéid a bhí siad a iarraidh. Seo thíos na torthaí:

| | | | | |
|---------------------|-----|-----|-----|-----|
| Méid an channa (ml) | 100 | 200 | 330 | 500 |
| Líon na vótaí | 9 | 12 | 19 | 1 |

Mód = 330 ml

Airmheán = 200 ml

Meán = 245.6 ml, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.

Cén mhéid ba chóir di a cheannach?

Mínigh do fhreagra.



Mír 8.4 Dáileadh minicíochta

Léiríonn an tábla thíos líon na ríomhphost a fuair na 31 duine in oifig faoi leith lá amháin.

| | | | | | | | | |
|-------------------------------------|---|----|---|---|---|---|---|---|
| Líon na ríomhphost | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Minicíocht (líon na ndaoine) | 4 | 11 | 8 | 6 | 1 | 0 | 0 | 1 |

Tábla dáileadh minicíochta a thugtar ar an tábla sin.

Ón tábla feicimid gurb é 6 líon na ndaoine a fuair 3 ríomhphost.

Léireoimid anois cén chaoi le **mód**, **airmheán** agus **meán** dáileadh minicíochta a fháil.

Léiríonn an tábla minicíochta thíos líon na litreacha sna freagraí ar chrosfhocal.

| | | | | | |
|-------------------------------------|---|---|---|---|---|
| Líon na litreacha san fhocal | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Minicíocht | 3 | 4 | 9 | 5 | 2 |

Sa chás seo is ionann an **mód** agus an líon litreacha (san fhocal) is minice a bhí sna freagraí.

Dá réir sin, is é an mód atá ann ná 5 mar gurb é is minice a tháinig aníos i gcomparáid le huimhir ar bith eile.

Is é an **t-airmheán** an uimhir atá sa lár sa dáileadh.

Is é an mhinicíocht iomlán atá ann ná $3 + 4 + 9 + 5 + 2$, i.e. 23.

Is é an lárluach ag an 23 luach ná $\frac{1}{2}(23 + 1)$, i.e. an 12ú luach.

D'fhéadfaí an 23 luach a liostú mar seo:

3 3 3 4 4 4 4 5 5 5 5 5 5 5 5 5 6 6 6 6 6 7 7
 lárluach

Is ionann uimhir láir an liosta seo agus an 12ú huimhir.

Is é 5 an uimhir sin.

∴ an t-airmheán = 5

Nóta: Is féidir an t-airmheán a léamh ón tábla gan na huimhreacha ar fad a scríobh amach.

Féach ar shraith na minicíochta agus faighimid an colún ina bhfuil an 12ú huimhir.

Is é suim an chéad dá mhinicíocht ná $3 + 4 = 7$.

Is é suim an chéad trí mhinicíocht ná $3 + 4 + 9 = 16$.

Dá réir sin, tarlaíonn an 12ú luach sa tríú colún, áit arb é 5 líon na litreacha san fhocal.

∴ an t-airmheán = 5

Meán dáileadh minicíochta

Léiríonn an tábla thíos na marcanna (ó 1 go 10) a fuair an 20 dalta i rang.

| | | | | | | | | | | |
|------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| Marcanna | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Líon na ndaltaí | 1 | 1 | 1 | 3 | 5 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 |

Gheofar meánmharc an dáilte thuas ach suim na marcanna a roinnt ar líon iomlán na ndaltaí.

Chun líon iomlán na marcanna a fháil, iolraímid gach marc (nó *athróg*) faoi líon na ndaltaí (*minicíocht*) a fuair an marc sin.

$$\begin{aligned} \therefore \text{an meán} &= \frac{1(1) + 2(1) + 3(1) + 4(3) + 5(5) + 6(3) + 7(2) + 8(2) + 9(1) + 10(1)}{1 + 1 + 1 + 3 + 5 + 3 + 2 + 2 + 1 + 1} \\ &= \frac{110}{20} = 5.5 \text{ marc} \end{aligned}$$

Má sheasann x don athróg agus má sheasann f don mhinicíocht, ansin tá

$$\text{Meán} = \frac{\sum fx}{\sum f}$$

$$\text{meán} = \frac{\sum fx}{\sum f}$$

áit arb é $\sum fx$ suim na n -athróg uile iolraithe faoi na minicíochtaí comhfhreagracha, agus $\sum f$ suim na minicíochtaí.

Sampla 1

Más é 3 meán an dáilte minicíochta thíos, faigh luach x .
Scríobh síos an mód atá ag an dáileadh.

| | | | | | | |
|-------------------------|---|---|---|---|---|-----|
| Cúil a scóráladh | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Líon na gcluichí | 7 | 8 | 4 | 4 | 3 | x |

$$\begin{aligned} \text{An meán} &= \frac{7(1) + 8(2) + 4(3) + 4(4) + 3(5) + x(6)}{7 + 8 + 4 + 4 + 3 + x} \\ &= \frac{7 + 16 + 12 + 16 + 15 + 6x}{26 + x} = \frac{66 + 6x}{26 + x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Ó tá an meán} = 3 &\Rightarrow \frac{66 + 6x}{26 + x} = 3 \\ &\Rightarrow 66 + 6x = 3(26 + x) \\ &\Rightarrow 66 + 6x = 78 + 3x \\ &\Rightarrow 3x = 12 \\ &\Rightarrow x = 4 \end{aligned}$$

Tá an mód = 2, ós rud é gurb é 2 is minice atá ann.

Cleachtadh 8.4

1. Tugann an tábla thíos líon na gcúl a scóráladh in 60 cluiche deireadh seachtaine áirithe:

| | | | | | | |
|-------------------------|----|----|----|---|---|---|
| Cúil a scóráladh | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Líon na gcluichí | 12 | 16 | 10 | 8 | 6 | 8 |

- (i) Scríobh síos an mód atá ag an dáileadh.
- (ii) Faigh líon airmheánach na gcúl a scóráladh.



2. Ríomh meán an dáilte minicíochta seo:

| | | | | | | |
|-----------------------|---|---|---|---|---|---|
| Athróg (x) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Minicíocht (f) | 9 | 9 | 6 | 4 | 7 | 3 |

3. Bhí 10 gceist i scrúdú, 1 mharc ag dul ar gach ceist, agus 0 marc ar fhreagra mícheart. Léiríonn an tábla thíos na marcanna a fuair na daltaí i rang áirithe sa scrúdú:

| | | | | | | | |
|------------------------|---|---|---|----|---|---|---|
| Marcanna | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| Líon na ndaltaí | 3 | 2 | 6 | 10 | 0 | 3 | 1 |

- Cé mhéad dalta a bhí sa rang?
 - Scríobh síos mód na sonraí.
 - Ríomh meánmharc na ndaltaí.
 - Cé mhéad dalta a fuair marc níos airde ná an meánmharc?
 - Faigh an marc airmheánach.
4. Tá seisear i dteaghlach Phóilín. Ba mhaith léi a fháil amach cé mhéad duine atá i dteaghlach a cuid cairde. Iarrann sí an t-eolas ar a cuid cairde ar fad agus breacann sí síos na torthaí i dtábla.

| | | | | | | | |
|-------------------------------------|---|---|---|---|---|---|---|
| Líon na ndaoine sa teaghlach | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Minicíocht | 2 | 4 | 6 | 5 | 2 | 0 | 1 |

- Scríobh síos líon módúil na ndaoine sna teaghlaigh.
 - Faigh líon airmheánach na ndaoine sna teaghlaigh.
 - Ríomh meán an dáilte seo.
5. Tá Mairéad ag iarraidh meastachán a dhéanamh ar líon na bhfocal atá scríofa aici in aiste. Breacann sí síos líon na bhfocal a scríobh sí ar gach líne de leathanach amháin. Tugtar na torthaí sa tábla thíos.

| | | | | | | |
|----------------------------------|----|----|----|----|----|----|
| Focail in aghaidh na líne | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| Líon na línte | 1 | 3 | 6 | 9 | 7 | 4 |

- Cé mhéad líne san iomlán a bhí ar an leathanach?
 - Cé mhéad líne a raibh 14 fhocal iontu?
 - Cérbh é líon módúil na bhfocal sa líne?
 - Faigh líon airmheánach na bhfocal sa líne.
 - Ríomh meán an dáilte seo.
6. Léiríonn an tábla thíos líon na gcúl a scóraladh in 100 cluiche haca Satharn áirithe.

| | | | | | | |
|-------------------------|----|----|----|----|----|---|
| Líon na gcúl | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Líon na gcluichí | 10 | 25 | 30 | 25 | 10 | 0 |

- Scríobh síos líon módúil na gcúl a scóraladh.
- Ríomh meán an dáilte seo.
- Faigh an líon is mó cluichí a d'fhéadfadh críochnú ar comhscór.
- Cé mhéad cluiche a bhféadfadh comhscór 2–2 a bheith mar thoradh orthu?





7. Más é 2 meán an dáilte minicíochta thíos, faigh luach x .

| | | | | |
|-------------------|---|---|-----|---|
| Athróg | 0 | 2 | 3 | 4 |
| Minicíocht | 4 | 3 | x | 3 |

8. Is é 6 meánmharc an tábla minicíochta thíos. Ríomh luach y .

| | | | |
|------------------------|---|-----|---|
| Marcanna | 3 | 5 | 8 |
| Líon na ndaltaí | 3 | y | 7 |

9. Tá dhá luach ar iarraidh ón tábla minicíochta thíos.

| | | | | | |
|------------------------------------|---|---|---|---|---|
| Athróg (x) | 1 | 3 | 4 | 6 | |
| Minicíocht (f) | 2 | 4 | 6 | | 3 |

- (i) Is é 7 an raon atá ag x agus is é 20 suim na minicíochtaí. Úsáid an t-eolas sin chun an tábla a chríochnú.
- (ii) Céard é luach módúil x ?
- (iii) Céard é meánluach x ?

Mír 8.5 Dáileadh minicíochta grúpáilte

1. An Meán

Agus muid ag déileáil le líon mór athróg, aoiseanna na ndaoine i gceantar áirithe, mar shampla, d'fhéadfadh sé a bheith áisiúil na sonraí a eagrú ina **ngrúpaí** nó ina **n-aicmí**. Agus tuairisc á scríobh ar aoiseanna daoine, d'fhéadfaimis na torthaí a ghrúpáil mar seo: (0–9) de bhlianta, (10–19) de bhlianta ... etc.

Is éard atá sa tábla minicíochta grúpáilte seo ná na marcanna (as 25) a fuair 50 dalta i scrúdú.

| | | | | | |
|----------------------------|-----|------|-------|-------|-------|
| Marcanna a fuarthas | 1–5 | 6–10 | 11–15 | 16–20 | 21–25 |
| Líon na ndaltaí | 11 | 12 | 15 | 9 | 3 |

Maidir le dáileadh minicíochta grúpáilte, ní féidir ach meastachán a dhéanamh ar an meán. Is féidir an meastachán sin a dhéanamh ach úsáid a bhaint as lárлуach eatraimh gach ranga. I gcás an ranga (1–5), faightear an lárлуach eatraimh ach 1 agus 5 a shuimiú le chéile, agus an tsuim sin a roinnt ar 2,

$$\text{i.e. } \frac{1 + 5}{2} = 3$$

Ar an gcaoi chéanna, is é an lárлуach eatraimh i gcás an ranga (6–10) ná $\frac{6 + 10}{2} = 8$.

An tábla a tugadh thuas, tugtar anseo arís é agus an lárлуach eatraimh scríofa i gcló beag os cionn gach eatraimh ranga.





| | | | | | |
|----------------------------|-----|------|-------|-------|-------|
| | 3 | 8 | 13 | 18 | 23 |
| Marcanna a fuarthas | 1–5 | 6–10 | 11–15 | 16–20 | 21–25 |
| Líon na ndaltaí | 11 | 12 | 15 | 9 | 3 |

$$\text{Meán} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{11(3) + 12(8) + 15(13) + 9(18) + 3(23)}{11 + 12 + 15 + 9 + 3} = \frac{555}{50} = 11.1$$

2. An Mód agus an tAirmheán

Tugtar sa tábla thíos líon na bhfón póca a díoladh gach lá i siopa áitiúil.

| | | | | | |
|----------------------|-----|-----|-------|-------|-------|
| Líon na bhfón | 0–4 | 5–9 | 10–14 | 15–19 | 20–24 |
| Minicíocht | 5 | 8 | 4 | 9 | 3 |

Ní féidir linn an mód cruinn a fháil ón tábla **grúpáilte** seo, ach is féidir linn a rá gurb é an t-eatramh (15–19) an **rang módúil** ós rud é gur san eatramh sin atá an mhinicíocht is mó.

Agus tú ag plé le sonraí grúpáilte, ní bheidh tú in ann a rá go brách céard é an t-airmheán, ach beidh tú in ann a rá cén t-eatramh ranga ina bhfuil an t-airmheán.

Sa tábla thuas is é an mhinicíocht iomlán ná $5 + 8 + 4 + 9 + 3$, i.e. 29.

Is é lárлуach an dáilte sin ná $\frac{1}{2}(29 + 1)$, i.e. an 15ú luach.

Is é suim an chéad dá mhinicíocht ná $5 + 8 = 13$.

Is é suim an chéad trí mhinicíocht ná $5 + 8 + 4 = 17$.

Dá réir sin, tá an 15ú luach san eatramh ranga (10–14).

\therefore tá an t-airmheán san eatramh ranga (10–14).

Cleachtadh 8.5

1. Iarradh ar dhaoine a bhí ag freastal ar chúrsa ceann de na slánuimhreacha ó 1 go 12 a roghnú. Seo thíos na torthaí a fuarthas:

| | | | | |
|------------------------|-----|-----|-----|-------|
| Uimhir | 1–3 | 4–6 | 7–9 | 10–12 |
| Líon na ndaoine | 3 | 17 | 2 | 8 |

- (i) Scríobh síos rang módúil an dáilte.
 - (ii) Bain leas as lárлуach eatraimh gach ranga chun meastachán a thabhairt ar mheán an dáilte.
 - (iii) Cén t-eatramh ina bhfuil an t-airmheán?
2. Is éard atá sa tábla thíos ná aoiseanna na bpáistí i gclub óige áirithe:

| | | | | | |
|---------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Aois (ina blianta) | 10–12 | 12–14 | 14–16 | 16–18 | 18–20 |
| Líon na bpáistí | 12 | 24 | 18 | 12 | 4 |

- (i) Céard é an t-aoisghrúpa módúil?
- (ii) Bain leas as lárлуach eatraimh gach ranga chun meastachán a thabhairt ar mheán an dáilte. Bíodh do fhreagra ceart go dtí an leathbhliain is gaire.
- (iii) Cén t-eatramh ina bhfuil an t-airmheán?





3. Bain leas as na lárluachanna eatraimh chun meastachán a thabhairt ar mheán an dáilte minicíochta thíos:

| Rang | 14–16 | 16–18 | 18–20 | 20–22 | 22–24 |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Minicíocht | 1 | 5 | 12 | 3 | 0 |

Tabhair do fhreagra ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.

4. Breacadh síos an t-am a thóg sé ar 20 duine óg rás trastíre a rith, go dtí an nóiméad is gaire. Tá na torthaí le feiceáil sa tábla seo thíos:

| An t-am (ina nóiméid) | 12–14 | 15–17 | 18–20 | 21–23 |
|-----------------------|-------|-------|-------|-------|
| Líon na ndaoine | 3 | 5 | 8 | 4 |

- (i) Bain leas as lárluach eatraimh gach ranga chun meastachán a thabhairt ar mheán an dáilte. Bíodh do fhreagra ceart go dtí an nóiméad is gaire.
(ii) Cén t-eatramh ina bhfuil an t-airmheán?
5. Tá aoiseanna roinnt daoine atá ag breathnú ar scannán le feiceáil sa tábla minicíochta thíos:

| Aois (ina blianta) | 10–20 | 20–30 | 30–40 | 40–50 |
|--------------------|-------|-------|-------|-------|
| Líon na ndaoine | 4 | 15 | 11 | 10 |

- (i) Bain leas as lárluach eatraimh gach ranga chun meastachán a thabhairt ar mheán an dáilte. Bíodh do fhreagra ceart go dtí an bhliain is gaire.
(ii) Cén t-eatramh ina bhfuil an t-airmheán?
6. Iarradh ar 100 duine líon na nglaoanna a fuair siad ó fhóin phóca ar lá faoi leith a bhreacadh síos. Tugtar na torthaí sa tábla thíos.

| Líon na nglaoanna | 0–4 | 5–9 | 10–14 | 15–19 | 20–24 |
|-------------------|-----|-----|-------|-------|-------|
| Minicíocht | 45 | 29 | 17 | 8 | 1 |

- (i) Cén t-eatramh ina bhfuil an t-airmheán?
(ii) Céard é an grúpa módúil?
(iii) Bain leas as na lárluachanna eatraimh chun meastachán a thabhairt ar mheánlíon na nglaoanna. Bíodh do fhreagra ceart go dtí an tslánuimhir is gaire.

Mír 8.6 An diall caighdeánach

Cuir i gcás na marcanna a fuarthas sa dá scrúdú seo a leanas:

| | | | | | | | |
|------------|----|----|----|----|----|----|----|
| Béarla | 46 | 48 | 51 | 53 | 64 | 67 | 70 |
| Matamaitic | 14 | 38 | 49 | 58 | 67 | 84 | 89 |

Is é 57 an meán sa dá chás, ach ní mar a chéile in aon chor leathadh na marcanna sa dá scrúdú. Cé gur léiriú é an meán ar an lárluach nó ar an luach tipiciúil, is minic a bhíonn níos mó tábhachta ag baint le leathadh nó le **scaipeadh** na marcanna timpeall ar an meán.





Ar cheann de na tomhais is tábhachtaí agus is coitianta a dhéantar ar an leathadh, tá an **diall caighdeánach**. Is féidir smaoineamh air mar an mheándifríocht idir na scóir agus an meán, is é sin, cá fhad atá na scóir ón meán. Cuireann diall caighdeánach íseal in iúl go bhfuil na pointí sonraí an-ghar don mheán den chuid is mó; cuireann diall caighdeánach ard in iúl go bhfuil na sonraí scaipthe amach thar raon mór luachanna.

Leis an litir Ghréigise σ a chuirtear an diall caighdeánach in iúl.

Cuir i gcás, mar shampla, gach fear in Éirinn.

Thart ar 177 cm atá an mheánairde agus is é an diall caighdeánach ná thart ar 8 cm.

Don daonra mór sin, tá airde 68% de na fir taobh istigh de 8 cm ón meán.

Nuair a bhíonn daonra mór mar sin i gceist, is féidir ráiteas níos láidre ná sin a dhéanamh, ráiteas a dtugtar an **Riail Eimpíreach** air de ghnáth.

An Riail Eimpíreach

I gcás daonra mór ar bith, má bhíonn an meán $= \bar{x}$ agus an diall caighdeánach $= \sigma$

- (i) beidh thart ar 68% de na luachanna taobh istigh d'aon diall caighdeánach amháin ón meán, is é sin, idir $\bar{x} + \sigma$ agus $\bar{x} - \sigma$
- (ii) beidh thart ar 95% de na luachanna taobh istigh de dhá dhiall caighdeánacha ón meán
- (iii) beidh beagnach gach luach (99.7%) laistigh de thrí dhiall caighdeánacha ón meán.

An modh chun an diall caighdeánach a fháil

Is iad seo a leanas na céimeanna a thugtar leis an diall caighdeánach ar thacar uimhreacha a fháil:

1. Ríomh meán na n-uimhreacha. Is mar seo a scríobhtar é sin: \bar{x} .
2. Faigh diall gach athróige, x , ón meán (nó an difríocht idir na hathróga agus an meán). Is mar seo a chuirtear é sin in iúl: $(x - \bar{x})$.
3. Cearnaigh gach ceann de na dialltaí sin, i.e. faigh $(x - \bar{x})^2$.
4. Faigh suim (Σ) na luachanna sin, i.e. faigh $\Sigma(x - \bar{x})^2$.
5. Roinn an freagra sin ar n , líon na n-uimhreacha.

Tugann sé sin $\frac{\Sigma(x - \bar{x})^2}{n}$.

6. Ar deireadh, faigh fréamh chearnach an fhreagra ag **5** thuas.

Ní gá an fhoirmle seo thall a úsáid más féidir leat cuimhne a choinneáil ar na céimeanna atá liostaithe thuas. Nó is féidir leat úsáid a bhaint as áireamhán.

An diall caighdeánach

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(x - \bar{x})^2}{n}}$$



Sampla 1

Faigh diall caighdeánach na n-uimhreacha 6, 9, 10, 12, 13.

$$\text{An meán} = \frac{6 + 9 + 10 + 12 + 13}{5} = \frac{50}{5} = 10.$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(6 - 10)^2 + (9 - 10)^2 + (10 - 10)^2 + (12 - 10)^2 + (13 - 10)^2}{5}}$$

$$= \sqrt{\frac{(-4)^2 + (-1)^2 + (0)^2 + (2)^2 + (3)^2}{5}}$$

$$= \sqrt{\frac{16 + 1 + 0 + 4 + 9}{5}} = \sqrt{\frac{30}{5}} = \sqrt{6} = 2.45$$

∴ is é 2.45 an diall caighdeánach

An Diall Caighdeánach ar Dháileadh Minicíochta a fháil

Chun an diall caighdeánach ar dháileadh minicíochta a fháil, cearnaímid diall gach athróige ón meán, agus ansin iolraímid an toradh a fhaightear faoi mhinicíocht (f) na hathróige sin.

Roinnimid an freagra ar shuim na minicíochtaí ansin.

Ar deireadh, faighimid fréamh chearnach an fhreagra sin.

Is féidir an cur chuige sin a chur in iúl leis an bhfoirmle

$$\sqrt{\frac{\sum f(x - \bar{x})^2}{\sum f}} \quad \text{áit arb é } \sum f(x - \bar{x})^2 \text{ suim an cholúin } f(x - \bar{x})^2 \text{ agus } \sum f \text{ suim na minicíochtaí.}$$

Sa sampla thíos, léireofar duit cén chaoi le do chuid oibre a leagan amach agus tú ag iarraidh an diall caighdeánach ar dháileadh minicíochta a fháil.

Sampla 2

Faigh diall caighdeánach an dáilte minicíochta seo a leanas:

| | | | | | | |
|------------------------------------|---|---|---|---|---|---|
| Athróg (x) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Minicíocht (f) | 9 | 9 | 6 | 4 | 7 | 3 |

I dtosach faigh meán an dáilte.

$$\text{An meán} = \frac{(9 \times 1) + (9 \times 2) + (6 \times 3) + (4 \times 4) + (7 \times 5) + (3 \times 6)}{9 + 9 + 6 + 4 + 7 + 3}$$

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{114}{38} = 3$$

Anois leag amach tábla mar seo.

| x | f | $x - \bar{x}$ | $(x - \bar{x})^2$ | $f(x - \bar{x})^2$ |
|-----|-----|---------------|-------------------|--------------------|
| 1 | 9 | -2 | 4 | 36 |
| 2 | 9 | -1 | 1 | 9 |
| 3 | 6 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 4 | 1 | 1 | 4 |
| 5 | 7 | 2 | 4 | 28 |
| 6 | 3 | 3 | 9 | 27 |

$$\downarrow$$

$$\Sigma f = 38$$

$$\downarrow$$

$$\Sigma f(x - \bar{x})^2 = 104$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma f(x - \bar{x})^2}{\Sigma f}} = \sqrt{\frac{104}{38}} = 1.65$$

Nóta: Chun an diall caighdeánach ar dháileadh minicíochta grúpáilte a ríomh, glac lárluachanna eatraimh na n -athróg agus ansin déan mar a rinneadh i Sampla 2 thuas.

Úsáid a bhaint as áireamhán chun an diall caighdeánach a fháil

An obair fhadálach a bhaineann leis an diall caighdeánach ar thacar mór sonraí a ríomh, is féidir í a éascú go mór ach úsáid a bhaint as áireamhán eolaíochta.

Sna samplaí seo a leanas, bainfidimid úsáid as an áireamhán **Casio fx-83ES** chun léiriú a thabhairt ar na heochracha agus ar na céimeanna a bhaineann leis an diall caighdeánach a fháil.



Sampla 3

Faigh (a) meán (b) diall caighdeánach na dtacar uimhreacha seo a leanas:

(i) 5, 3, 1, 8, 2

(ii) 10, 6, 2, 16, 4

(i) Eochraigh isteach **MODE** agus roghnaigh **2** do mhodh na staitisticí.

Ansin roghnaigh **1** le haghaidh 1 – VAR.

Anois cuir isteach na huimhreacha

5 =
3 =
1 =
8 =
2 =

| CASIO | | fx-83ES |
|-------|---|---------|
| | X | FREQ |
| 1 | 5 | 1 |
| 2 | 3 | 1 |
| 3 | 1 | 1 |
| 4 | 8 | 1 |
| 5 | 2 | 1 |



Chun do chuid freagraí a fháil, cuir isteach **AC** leis an scáileán a ghlanadh, agus **SHIFT** **1** le dul go dtí an roghchlár.

Anois roghnaigh **5** chun teacht ar na staitisticí a bhaineann leis na hathróga.

Ansin roghnaigh **2** le haghaidh \bar{x} (an meán), ansin **=**

Is é an meán \bar{x} ná 3.8.

Chun an diall caighdeánach a fháil, eochraigh isteach **AC** leis an scáileán a ghlanadh.

Anois cuir isteach **SHIFT** **1** le dul go dtí an roghchlár agus roghnaigh **5** chun teacht ar na staitisticí a bhaineann leis na hathróga.

Anois eochraigh isteach **3** le haghaidh $x \sigma n$ (diall caighdeánach) **=**

Is é an toradh ná $2.4819... = 2.5$

\therefore an diall caighdeánach = 2.5

(ii) 10, 6, 2, 16, 4.

Seo ord na n-eochracha a úsáidtear chun an meán agus an diall caighdeánach a fháil.

MODE **2** **1**

10 **=** **6** **=** **2** **=** **16** **=** **4** **=**

AC **SHIFT** **1** **5** **2** **=** 7.6 = an meán

AC **SHIFT** **1** **5** **3** **=** 4.963869... = 5.0 = an diall caighdeánach

Sampla 4

D'imir Peadar 25 babhta gailf thar thréimhse ama. Léirítear sa tábla minicíochta seo ar dheis líon na n-éiníní a scóráil sé in aghaidh an bhabhta.

| | | | | | | | |
|-------------------------|---|---|---|---|---|---|---|
| Líon na n-éiníní | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Minicíocht | 5 | 6 | 4 | 6 | 3 | 1 | 0 |

Faigh an meán agus an diall caighdeánach, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.

Cuir isteach **MODE** agus roghnaigh **2** do mhodh na staitisticí.

Ansin roghnaigh **1** le haghaidh 1 – VAR agus cuir isteach na hathróga.

0 **=** **5** **=**
1 **=** **6** **=**
2 **=** **4** **=**
3 **=** **6** **=**
4 **=** **3** **=**
5 **=** **1** **=**
6 **=** **0** **=**



| CASIO | | fx-83ES |
|-------|---|---------|
| | X | FREQ |
| 1 | 0 | 5 |
| 2 | 1 | 6 |
| 3 | 2 | 4 |
| 4 | 3 | 6 |
| 5 | 4 | 3 |
| 6 | 5 | 1 |
| 7 | 6 | 0 |





Chun na freagraí a fháil, eochraigh isteach

AC **SHIFT** **1** **5** **2** **=** $1.96 = 2.0 =$ an meán (éiníní in aghaidh an bhabhta)

AC **SHIFT** **1** **5** **3** **=** $1.4554... = 1.5 =$ an diall caighdeánach

\therefore An meán = 2.0 agus an diall caighdeánach = 1.5

Cleachtadh 8.6

1. Ríomh an diall caighdeánach ar gach ceann de na heagair uimhreacha seo a leanas. Bíodh do fhreagra ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha:

(i) 2, 5, 6, 7 (ii) 3, 6, 7, 9, 10 (iii) 2, 4, 6, 8, 10
(iv) 1, 3, 7, 9, 10 (v) 8, 12, 15, 9 (vi) 1, 3, 4, 6, 10, 12

Bain úsáid as d'áireamhán chun do fhreagra a sheiceáil i ngach cás.

2. Léirigh gurb é an diall caighdeánach céanna atá ar an dá thacar uimhreacha seo:

(a) 2, 3, 5, 7, 8 (b) 6, 7, 9, 11, 12

3. Faigh diall caighdeánach na n-uimhreacha

2, 3, 4, 5, 6.

Anois faigh diall caighdeánach na n-uimhreacha seo

12, 13, 14, 15, 16.

- (i) Céard é an gaol idir an dá thacar uimhreacha?
(ii) Céard é an gaol idir a ndialltaí caighdeánacha?

4. Deimhnigh gurb é 2 meán an dáilte seo. Uaidh sin ríomh an diall caighdeánach, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.

| | | | | |
|-------------------|---|---|---|---|
| Athróg | 0 | 2 | 3 | 4 |
| Minicíocht | 4 | 3 | 2 | 3 |

5. Léirigh gurb é 3 meán an dáilte minicíochta ar dheis agus, uaidh sin, faigh an diall caighdeánach, ceart go dtí 2 ionad de dheachúlacha.

| | | | | |
|-------------------|---|---|---|---|
| Athróg | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Minicíocht | 1 | 4 | 9 | 6 |

6. Ríomh diall caighdeánach an dáilte minicíochta seo thall, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.

| | | | | |
|-------------------|---|---|---|---|
| Athróg | 2 | 4 | 6 | 8 |
| Minicíocht | 4 | 3 | 0 | 2 |

7. Ríomh meán an dáilte minicíochta seo agus uaidh sin faigh an diall caighdeánach.

| | | | | |
|-------------------|---|---|---|---|
| Athróg | 0 | 4 | 6 | 8 |
| Minicíocht | 4 | 3 | 2 | 3 |





8. Bhí triail litriúcháin thapa ag 30 dalta i rang Iníon Uí Bhroin. Tá na marcanna a fuarthas sa tábla thíos.

| | | | | | | |
|------------------------|---|---|---|---|----|---|
| Marc | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Líon na ndaltaí | 3 | 3 | 3 | 6 | 12 | 3 |

Ríomh meán agus diall caighdeánach an dáilte, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.

9. Féach thíos líon na litreacha a seachadadh chuig áitreabh gnó gach lá de 5 lá na seachtaine oibre, seachtain amháin:
- 18, 26, 22, 34, 25
- Ríomh meánlíon na litreacha a seachadadh.
 - Ríomh an diall caighdeánach, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.
 - Más é \bar{x} an meán agus σ an diall caighdeánach, faigh na luachanna atá ar $\bar{x} + \sigma$ agus $\bar{x} - \sigma$.
 - Cé mhéad lá ar a bhfuil líon na litreacha a seachadadh laistigh de dhiall caighdeánach amháin ón meán?

10. Is é atá sna sonraí thíos, líon na leabhar a léigh na daltaí i rang 20 dalta le mí anuas.

| | | | | | |
|--|---|---|---|---|---|
| Líon na leabhar, x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Líon na ndaltaí, f | 2 | 5 | 6 | 5 | 2 |

Faigh meán agus diall caighdeánach líon na leabhar.

11. Bain leas as na lárluachanna eatraimh chun an diall caighdeánach ar an dáileadh minicíochta grúpáilte thíos a fháil. Bíodh do fhreagra ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.

| | | | | |
|----------------------|-----|-----|-----|-----|
| Eatramh ranga | 1–3 | 3–5 | 5–7 | 7–9 |
| Minicíocht | 4 | 3 | 0 | 2 |

12. Tugtar sa tábla seo a leanas an t-am a thóg sé ar 15 dhalta ceist a réiteach.

| | | | |
|------------------------------|-----|-----|------|
| An t-am (ina nóiméid) | 2–4 | 4–6 | 6–10 |
| Líon na ndaltaí | 3 | 5 | 7 |

Agus tú ag úsáid na lárluachanna eatraimh, ríomh

- an meán
 - an diall caighdeánach.
13. Tá dhá bhealach ag oibrí le taisteal chun na hoifige ar maidin. Tá soilse tráchtá ar an dá bhealach agus cuirtear moill ar an oibrí dá bharr sin. Téann sé bealach amháin 6 huairé agus ansin téann sé an bealach eile 6 huairé agus breacann sé síos sé an t-am a thóg gach aistear air. Tugtar na torthaí sa tábla.

| | | | | | | |
|------------------|----|----|----|----|----|----|
| Bealach 1 | 15 | 15 | 11 | 17 | 14 | 12 |
| Bealach 2 | 12 | 15 | 18 | 16 | 17 | 12 |

- Oibrigh amach meán-am an aistir don dá bhealach.
- Ríomh diall caighdeánach an dá bhealach.
- Ag féachaint ar do chuid freagraí ar (i) agus (ii), cén bealach a mholfá don oibrí? Tabhair cúis shoiléir le do mholadh.



Cuir triail ort féin 8

- (i) Is é 6 meán na n-uimhreacha 3, 7, 8, 10 agus x . Faigh x .

(ii) Is é 7 meán na n-uimhreacha 3, 3, y , 7, 8, 10 agus y . Faigh y .
- Seo a leanas líon na gcúl a scóráil an 11 duine ar fhoireann haca in 2009:

6 0 8 12 2 1 2 9 1 0 11

(i) Faigh an t-airmheán.

(ii) Faigh an cheathairíl uachtarach agus an cheathairíl íochtarach.

(iii) Faigh an raon idircheathairíle.
- Fuair Sinéad na marcanna seo sa chéad ocht modúl dá cúrsa.

63 49 51 52 70 67 52 76

(i) Faigh meánmharc Shinéad.

(ii) Caithfidh sí meánmharc de 62 a fháil thar 9 modúl chun pas a fháil sa chúrsa. Cén marc a chaithfidh sí a fháil sa naoú modúl?
- Is é 40 raon na n-ocht n-uimhir ar dheis. Faigh **dhá luach** a d'fhéadfadh a bheith ar an uimhir atá ar iarraidh.

| | | | |
|----|---|----|----|
| 27 | 5 | 33 | 42 |
| 11 | | 13 | 19 |
- Seo na tuarastail a fhaigheann cúigear fostaithe i gcomhlacht beag.

An tUasal A: €45 000 An tUasal B: €35 800 An tUasal C: €42 800
An tUasal D: €45 000 An tUasal E: €170 600

(i) Faigh meán, airmheán agus mód na dtuarastal.

(ii) Cé acu nach léiriú cóir é ar an meán staitistiúil? Mínigh cén fáth in abairt amháin.
- Is é 15 meán cúig uimhir.

Tá na huimhreacha sa chóimheas 1 : 2 : 3 : 4 : 5.

Faigh an uimhir is lú.
- Maidir leis na huimhreacha seo, faigh

(i) an t-airmheán (ii) an cheathairíl uachtarach (iii) an cheathairíl íochtarach.

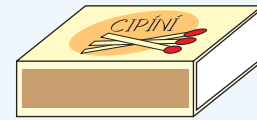
12 6 4 9 8 4 9 8 5 9 10
- Thaistil deichniúr fear le féachaint ar chluiche rugbaí. Ba é 25 meánaois na bhfear sin agus ba é 6 raon a n-aoiseanna. Scríobh amach gach abairt thíos agus i gcás gach ceann acu scríobh síos cé acu atá sí:

(i) fíor (ii) d'fhéadfadh sí a bheith fíor nó
(iii) bréagach.

(a) An fear ab óige, bhí sé 18 mbliana d'aois.
(b) Bhí gach fear 20 bliain d'aois ar a laghad.
(c) An duine ba shine, bhí sé 4 bliana níos sine ná an duine ab óige.
(d) Bhí gach fear idir 20 agus 26 bliain d'aois.



9. Bhí 16 bhosca cipíní solais ag Aodán.
Chomhair sé líon na gcipíní solais i ngach bosca.
Tugtar sa tábla thíos na torthaí a fuair sé.



| | | | | |
|-------------------------------|----|----|----|----|
| Líon na gcipíní solais | 41 | 42 | 43 | 44 |
| Líon na mboscaí | 2 | 7 | 4 | 3 |

- (i) Scríobh síos líon módúil na gcipíní solais sna boscaí.
(ii) Céard é líon airmheánach na gcipíní solais sna boscaí?
(iii) Faigh meánlíon na gcipíní solais sna boscaí.
10. Tá gairdín beag ag Pádraig agus 6 chrann éagsúla aige ann. Is breá leis an gharraíodóireacht agus tá sé ag iarraidh a fháil amach cé mhéad crann atá ag na comharsana. Breacann sé síos líon na gcrann i ngach gairdín ar an tsráid.

| | | | | |
|--------------------------|-----|------|-------|-------|
| Líon na gcrann | 3–7 | 8–12 | 13–17 | 18–22 |
| Líon na ngairdíní | 4 | 9 | 5 | 3 |

- (i) Céard é an grúpa módúil?
(ii) Cén t-eatramh ina bhfuil an t-airmheán?
(iii) Déan meastachán ar mheánlíon na gcrann sna gairdíní, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.
11. Faigh (i) meán (ii) diall caighdeánach na n-uimhreacha seo:
7, 11, 6, 8, 13
Bíodh do fhreagra ar (ii) ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.

12. Tugtar thíos an t-am a thóg sé ar ghrúpa 16 dhalta 100 méadar a rith:

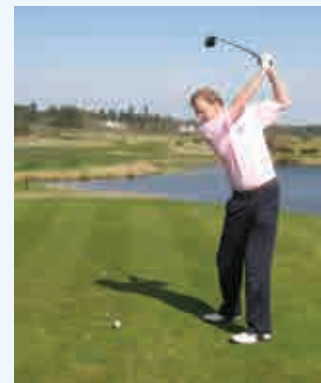
| | | | | |
|---------------------------|----|----|----|----|
| Am (ina shoicindí) | 11 | 12 | 13 | 14 |
| Líon na ndaltaí | 2 | 5 | 6 | 3 |

Oibrigh amach meán agus diall caighdeánach na sonraí seo, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha i ngach cás.

13. Seo iad na scóir a fuair beirt imreoirí in 6 bhabhta gailf.

| | | | | | | |
|---------------|----|----|----|----|----|----|
| Ruairí | 87 | 69 | 80 | 86 | 84 | 80 |
| Darren | 77 | 91 | 90 | 85 | 67 | 70 |

- (i) Ríomh meánscór gach imreora.
(ii) Bain úsáid as d'áireamhán chun diall caighdeánach na scóir a fháil do gach imreoir (nó déan ar chaoi éigin eile é). Bíodh do fhreagra ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.
Bunaithe ar na sonraí sin, cé hé an t-imreoir is fearr i do thuairim? Tabhair cúis le do fhreagra.



Achoimre ar na príomhphointí...

Meán staitistiúla

Is é an **mód** an luach is coitianta ar liosta uimhreacha.

Is é an t-**airmheán** an uimhir láir ar liosta uimhreacha nuair atá na huimhreacha curtha in ord.

Is féidir an **meán** a fháil ach na huimhreacha ar fad a shuimiú le chéile agus an freagra a roinnt ar líon na n-uimhreacha.

Seo mar a fhaightear meán dáileadh minicíochta:

$$\text{Meán} = \frac{\sum fx}{\sum f}$$

Raon agus ceathairleanna

Raon

An luach is airde lúide an luach is ísle

Ceathairíl íochtarach, Q_1

An ceathairíl íochtarach a thugtar ar an luach atá an ceathrú cuid den tslí trí na sonraí.

Ceathairíl uachtarach, Q_3

An ceathairíl uachtarach a thugtar ar an luach atá trí cheathrú cuid den tslí trí na sonraí.

Raon idircheathairíle

An raon idircheathairíle = an ceathairíl uachtarach – an ceathairíl íochtarach, i.e. $Q_3 - Q_1$

Má tá n luach i dtacar sonraí, tá,

$$Q_1 = \frac{1}{4}(n + 1)\text{ú luach}$$

$$Q_3 = \frac{3}{4}(n + 1)\text{ú luach}$$

Meán ualaithe

Tá an meán ualaithe = $\frac{\sum wx}{\sum w}$, áit arb é w an t-ualach a thugtar do gach luach ar x .

Cén meán staitistiúil ba chóir a úsáid?

Bíonn an **mód** úsáideach nuair a theastaíonn an luach is coitianta uainn. Is é an t-aonmheán staitistiúil amháin a úsáidtear le haghaidh sonraí catagóireacha.

Tugann an t-**airmheán** an lárлуach agus bíonn sé an-úsáideach má bhíonn scaipeadh maith ar na sonraí.

Bíonn an **meán** úsáideach nuair a theastaíonn luach ‘tipiciúil’ uainn nuair atá an chuid is mó de na sonraí grúpáilte gar go leor dá chéile. Seans nach dtabharfaidh sé léiriú cóir ar na sonraí, áfach, sa chás go bhfuil luachanna faoi leith sna sonraí an-difriúil leis an gcuid eile de na luachanna.

Diall caighdeánach

Is féidir teacht ar an diall caighdeánach ar thacar sonraí, ach úsáid a bhaint as an bhfoirmle ar dheis.

Dá mhéad an diall caighdeánach is ea is mó an scaipeadh atá ar na sonraí.

Agus tú ag úsáid **áireamháin** chun diall caighdeánach 10, 6, 2, 16, 4 a fháil, bain úsáid as na heochracha seo a leanas (san ord ina dtugtar iad):

MODE 2 1

10 = 6 = 2 = 16 = 4 =

AC SHIFT 1 5 2 = 7.6 = an meán

AC SHIFT 1 5 3 = 4.963869... = 5.0 = an diall caighdeánach

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x - \bar{x})^2}{n}}$$

Achar agus Toirt

cuibidil

9

Focail thábhachtacha

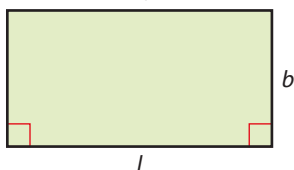
| | | | | |
|------------|------------------|---------------------------|---------------|-----------|
| imlíne | ceathairshleasán | comhthreomharán | traipéisiam | líontán |
| teascóg | imlíne ciorcail | stua | priosma | sféar |
| leathsféar | cón | an Riail Thraipéasóideach | trasghearradh | ordanáidí |

$l = \text{fad}$ $b = \text{leithead}$ $h = \text{airde}$ $r = \text{ga}$

Mír 9.1 Imlíne agus achar triantán agus ceathairshleasán –

Sa bhosca thíos tá foirmlí d'achar agus d'implíne roinnt fóiracha rialta.

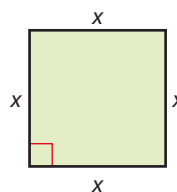
1. Dronuilleog



$$\text{Achar} = l \times b$$

$$\text{Imlíne} = 2(l + b)$$

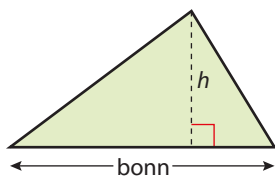
2. Cearnóg



$$\text{Achar} = x^2$$

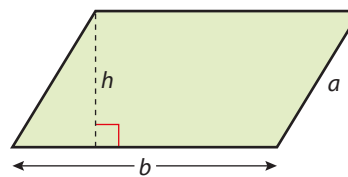
$$\text{Imlíne} = 4x$$

3. Triantán



$$\text{Achar} = \frac{1}{2} \text{bonn} \times h$$

4. Comhthreomharán



$$\text{Achar} = b \times h$$

$$\text{Imlíne} = 2(a + b)$$

5. Traipéisiam

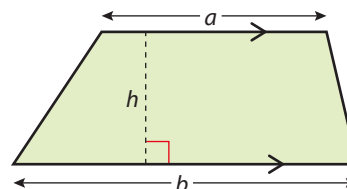
Is ionann traipéisiam agus ceathairshleasán a bhfuil dhá shlios chomhthreomhara air.

$$\text{Imlíne} = \text{suim fhaid na gceithre shlios}$$

$$\text{Achar} = \frac{1}{2}(a + b) \times h \quad \text{nó} \quad \frac{1}{2}(a + b)h$$

l bhfoirm focal:

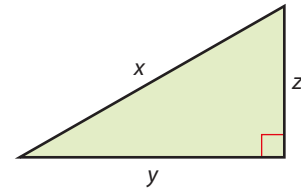
Is ionann an t-achar agus leath de shuim fhaid an dá shlios chomhthreomhara iolraithe faoin airde ingearach.



Teoirim Phótagarás

Cuid mhaith de na ceisteanna a bhaineann le himlínte agus le hachair, baintear leas as teoirim Phótagarás lena réiteach. De réir theoirim Phótagarás:

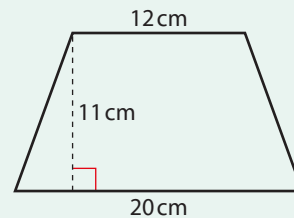
$$x^2 = y^2 + z^2$$



Sampla 1

Faigh achar an traipéisiam seo.

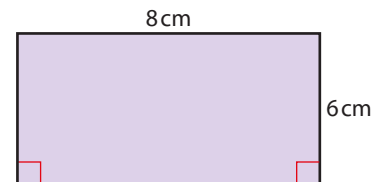
$$\begin{aligned} \text{Achar} &= \frac{1}{2}(a + b) \times h \text{ cm}^2 \\ &= \frac{1}{2}(20 + 12) \times 11 \\ &= \frac{1}{2}(32) \times 11 \\ &= 176 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



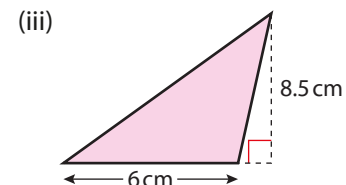
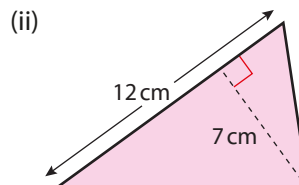
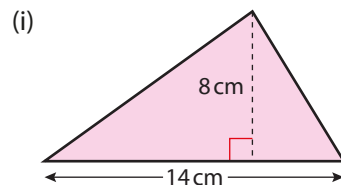
Cleachtadh 9.1

1. Tá an dronuilleog ar dheis 8 cm ar fad agus 6 cm ar leithead.

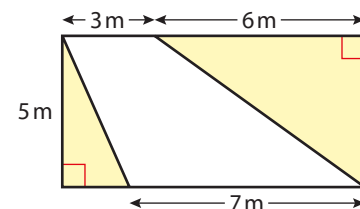
Faigh (i) achar na dronuilleoige
(ii) imlíne na dronuilleoige
(iii) fad an trasnáin sa dronuilleog.



2. Faigh achar gach ceann de na triantáin thíos:

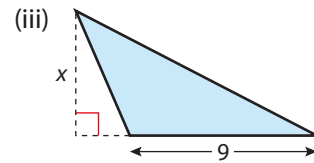
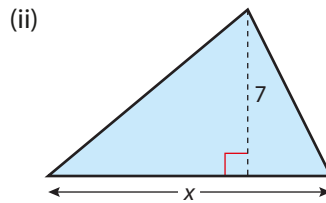
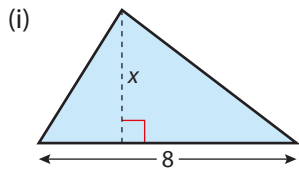


3. Faigh achar na gcodanna scáthaithe sa léaráid ar dheis. Uaidh sin, faigh achar na coda nach bhfuil scáthaithe.





4. Ríomh luach x i ngach ceann de na triantáin seo:



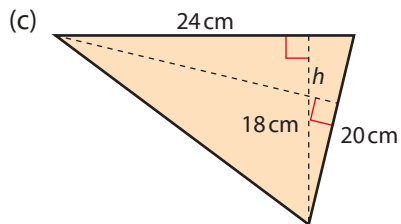
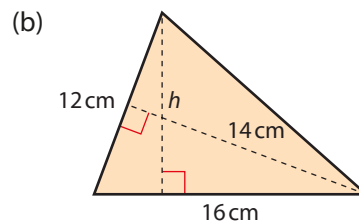
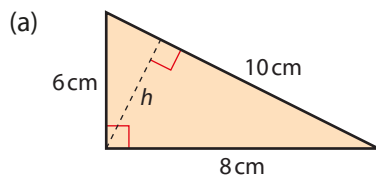
Achar = 24 aonad cearnach

Achar = 42 aonad cearnach

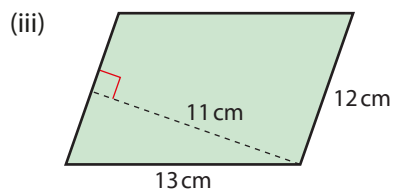
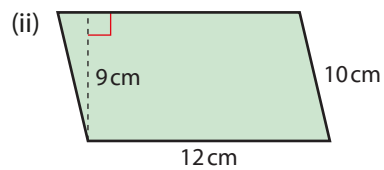
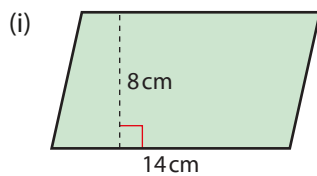
Achar = 36 aonad cearnach

5. (i) Scríobh síos achar gach triantáin thíos.

(ii) Úsáid na freagraí a fuair tú ag (i) thuas chun luach h i ngach triantán a ríomh.



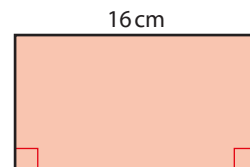
6. Faigh achar gach ceann de na comhthreomharáin seo thíos:



7. 52 cm atá in imlíne na dronuilleoige seo ar dheis.

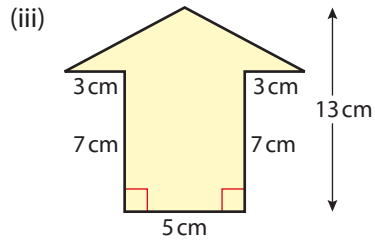
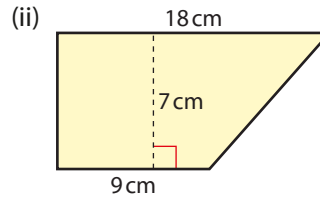
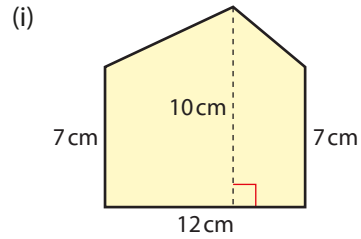
Faigh (i) leithead na dronuilleoige

(ii) achar na dronuilleoige.



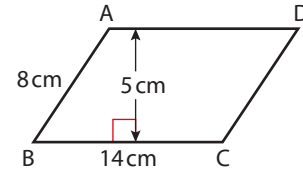


8. Faigh achar gach ceann de na fíoracha seo a leanas:

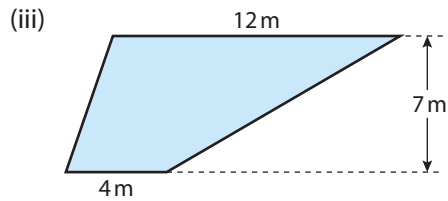
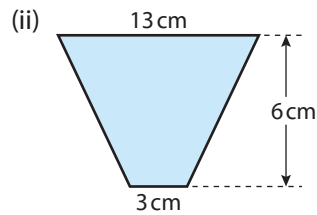
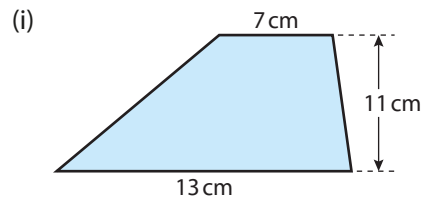


9. Is comhthreomharán é ABCD, mar a léirítear ar dheis.

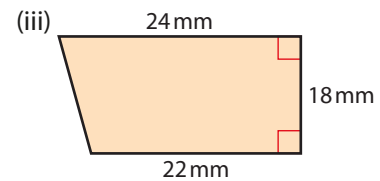
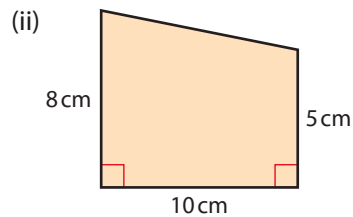
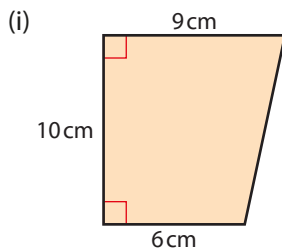
- (i) Ríomh achar an chomhthreomharáin.
- (ii) Ríomh an fad ingearach ó A go DC.



10. Oibrigh amach achar gach ceann de na traipéisiaim seo thíos:

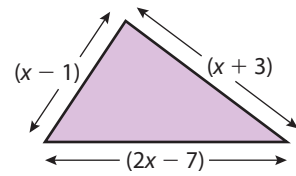


11. Ríomh achar gach ceann de na traipéisiaim seo thíos:

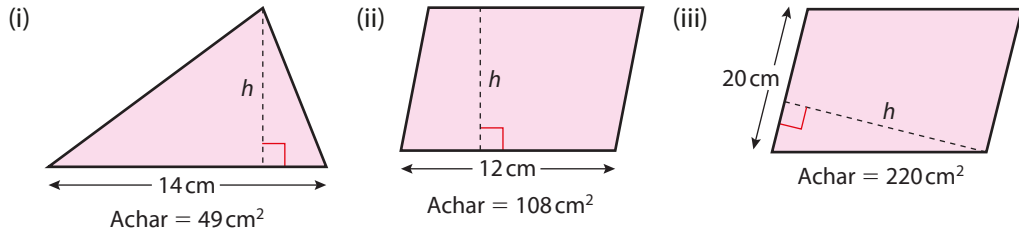




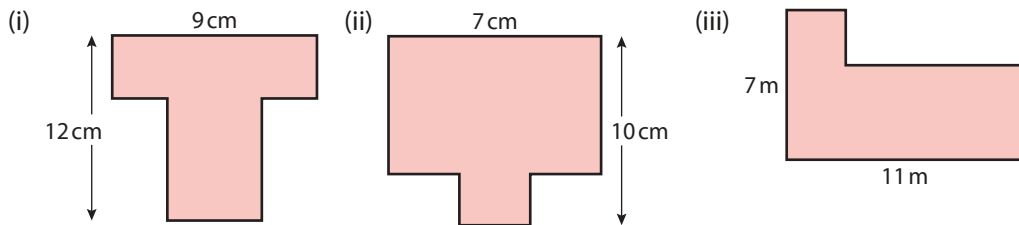
- 12.** (i) Scríobh síos slonn le haghaidh imlíne an triantáin i dtéarmaí x .
 (ii) Más é 29 imlíne an triantáin, ríomh luach x .



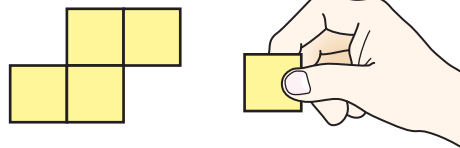
- 13.** Tugtar achar gach fíorach thíos. Faigh an airde ingearach, h , i ngach cás.



- 14.** Síleann Séamas nach bhfuil dóthain eolais ar fáil chun imlíne gach ceann de na cruthanna seo a oibriú amach. Mínigh cén fáth nach bhfuil an ceart ag Séamas agus faigh imlíne gach crutha.

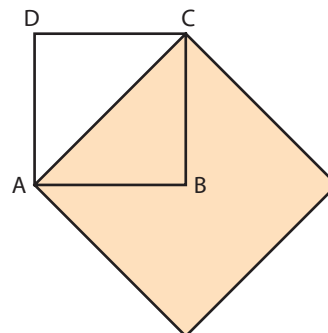


- 15.** Tá cúig thíl chearnógacha ag Dáithí. Tá gach aon slios 1 cm ar fad. Caithfear na tíleanna a leagan imeall le himeall.



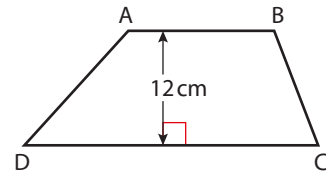
Cén áit ar cheart dó an tíl deiridh a chur chun an cruth leis an imlíne is mó a chruthú?
 Cén áit ar cheart dó an tíl deiridh a chur chun an cruth leis an imlíne is lú a chruthú?
 Cén fad a bheidh san imlíne sa dá chás?

- 16.** 36 cm^2 achar na cearnóige ABCD. Faigh achar na cearnóige scáthaithe a bhfuil [AC] mar cheann dá sleasa.





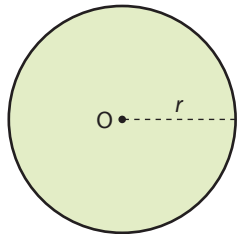
- 17.** Is traipéisiam é ABCD agus tá [AB] comhthreomhar le [DC].
Tá faid [AB] agus [CD] sa chóimheas 1 : 2.
12 cm an fad ingearach idir [AB] agus [DC].
72 cm² achar ABCD.



Ríomh fad [AB].

Mír 9.2 Ciorcail agus teascóga

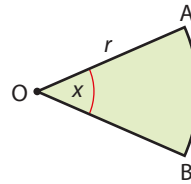
1. Ciorcail



$$\text{Achar} = \pi r^2$$

$$\text{Imlíne} = 2\pi r$$

2. Teascóg ciorcail



$$\text{Achar OAB} = \frac{x}{360} \times \pi r^2$$

$$\text{Fad an stua AB} = \frac{x}{360} \times 2\pi r$$

Sampla 1

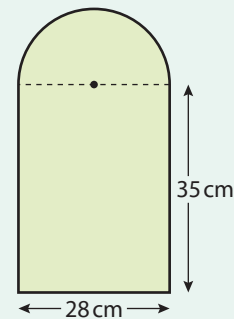
Ríomh imlíne agus achar na fóirach seo ar dheis.

$$\begin{aligned} \text{Imlíne an leathchiorcail} &= \pi r \\ &= \pi \times 14 \\ &= 43.98 \quad \dots \text{ agus an eochair } \pi \text{ á húsáid} \\ &= 44 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Imlíne an chrutha} &= 44 + 28 + (2 \times 35) \\ &= 142 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Achar an leathchiorcail} &= \frac{\pi r^2}{2} \\ &= \frac{\pi \times 14^2}{2} = 307.87 \text{ cm}^2 \\ &= 308 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

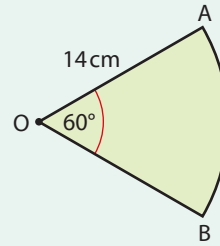
$$\begin{aligned} \text{Achar an chrutha} &= 308 + (35 \times 28) \\ &= 1288 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$





Sampla 2

Faigh (i) achar na teascóige AOB
(ii) fad an stua AB.



(i) Achar na teascóige AOB

$$\begin{aligned} &= \frac{60^\circ}{360^\circ} \times \pi r^2 \\ &= \frac{1}{6} \times \pi \times 14^2 \\ &= \frac{\pi \times 14^2}{6} \\ &= 102.6 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

(ii) Fad an stua AB

$$\begin{aligned} &= \frac{60^\circ}{360^\circ} \times 2\pi r \\ &= \frac{1}{6} \times 2 \times \pi \times 14 \\ &= \frac{2 \times \pi \times 14}{6} \\ &= 14.66 \text{ cm}^2 \\ &= 14.7 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Sampla 3

803.84 cm² achar ciorcal áirithe.

Faigh fad gha an chiorcail, agus úsáid á baint agat as an eochair π ar d'áireamhán.

$$\text{Achar an chiorcail} = \pi r^2$$

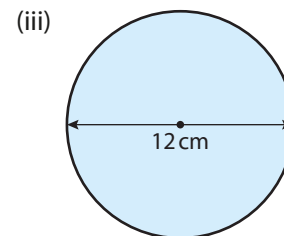
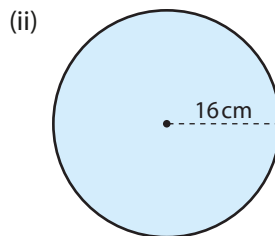
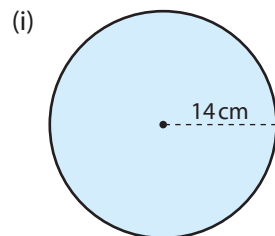
$$\Rightarrow \pi r^2 = 803.84$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{803.84}{\pi} = 255.87$$

$$r^2 = 255.87 \Rightarrow r = \sqrt{255.87} = 16 \text{ cm}$$

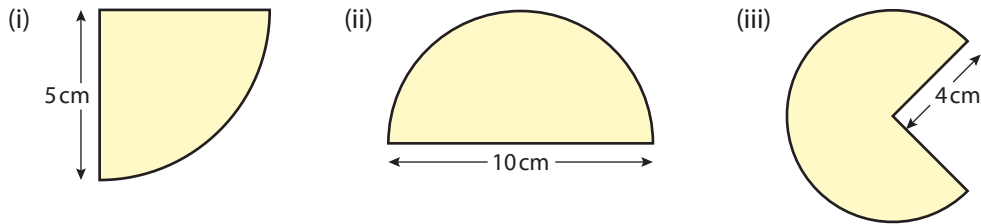
Cleachtadh 9.2

1. Úsáid an eochair π ar d'áireamhán chun imlíne gach ceann de na ciorcail seo thíos a fháil. Bíodh do fhreagra ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.

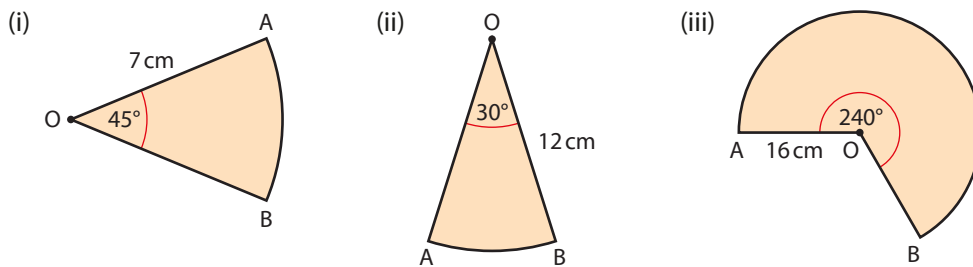




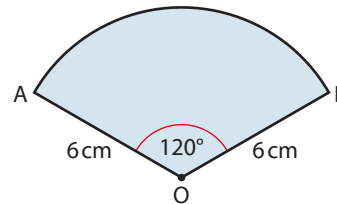
2. Faigh achar gach ceann de na ciorcail i gCeist 1 ina cm^2 .
Bíodh do fhreagra ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.
3. Ríomh achar na bhfíoracha thíos, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.
Leathchiorcal, ceathrú ciorcail agus trí cheathrú ciorcail atá sna fíoracha.



4. Faigh fad an stua AB i ngach ceann de na teascóga seo thíos.
Tabhair gach freagra ina cm, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.

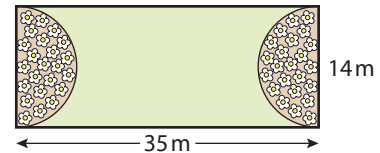


5. Feictear sa léaráid teascóg ciorcail.
Is é O lárphointe an chiorcail.
6 cm atá i nga an chiorcail.
Uillinn AOB = 120° .

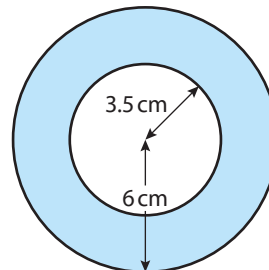


Oibrigh amach imlíne na teascóige.
Tabhair do fhreagra i dtéarmaí π san fhoirm is simplí de.

6. Feictear sa léaráid ar dheis gairdín dronuilleogach atá 35 m ar fad agus 14 m ar leithead. Tá ceapach bláthanna leathchiorclach ag dhá cheann an ghairdín. Plásóg féir atá sa chuid scáthaithe. Faigh, ceart go dtí an tslánuimhir is gaire,
- (i) achar an dá cheapach bláthanna le chéile
(ii) imlíne na plásóige.

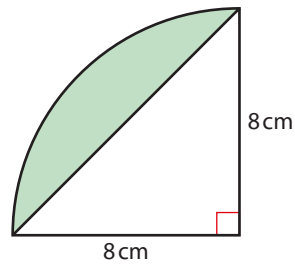


7. Ríomh achar an limistéir ghoirm, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.

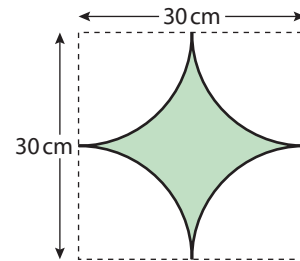




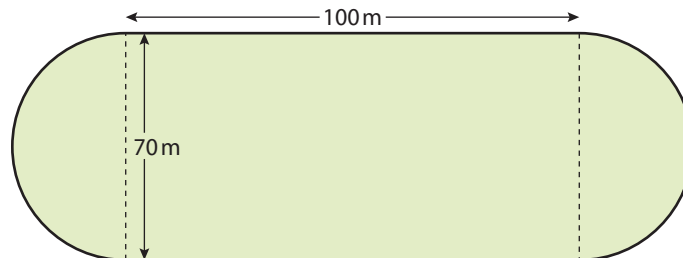
- 8.** Ríomh achar na teascóige scáthaithe sa cheathrú ciorcail seo. Tabhair do fhreagra ina cm^2 , ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.



- 9.** Sa léaráid ar dheis tá réalta a rinneadh nuair a baineadh ceithre cheathrú ciorcail chomhionanna as cúinní cearnóg faoi leith. 30 cm ar fad atá sleasa na cearnóige. Faigh achar na réalta ina cm^2 , ceart go dtí an tslánuimhir is gaire.



- 10.** Is é atá sa léaráid seo ná plean le haghaidh páirc imeartha. Is é atá sa pháirc ná dronuilleog a bhfuil dhá cheann leathchiorclacha uirthi. Tá an dronuilleog 100 m ar fad agus 70 m ar leithead. Tá na leathchiorcail 70 m ar trastomhas. (i) Faigh achar na páirce ina m^2 , ceart go dtí an tslánuimhir is gaire.

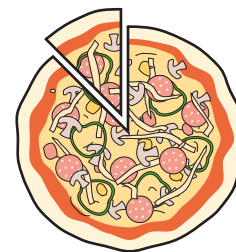


Caithefear an pháirc a chlúdach le leasú a chosnaíonn 5 cent in aghaidh an mhéadair chearnaigh.

- (ii) Oibrigh amach costas an leasaithe a bheidh ag teastáil don pháirc iomlán.

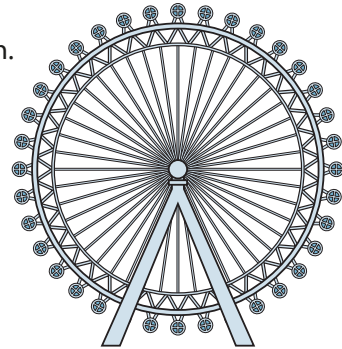
- 11.** 616 cm^2 achar ciorcal faoi leith. Faigh fad gha an chiorcail, ceart go dtí an tslánuimhir is gaire.

- 12.** Ceannaíonn Aodán píotsa agus roinneann sé go cothrom é idir a sheisear cairde agus é féin. Má tá an píotsa 20 cm ar trastomhas, cad é achar gach slisne, ceart go dtí an cm^2 is gaire.

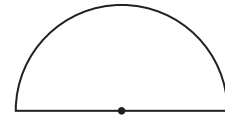




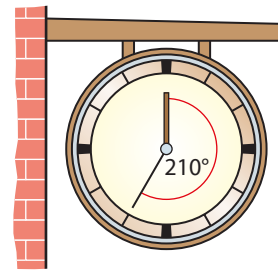
- 13.** Bhí an Dublin Eye 30 m ar trastomhas.
Thóg sé 13 nóiméad air rothlú iomlán amháin a dhéanamh.
- Cá fhad a thaistealófá sa 13 nóiméad sin ar an roth? Bíodh do fhreagra ceart go dtí an tslánuimhir is gaire.
 - Cad é luas an rotha ina mhéadair sa soicind? Bíodh do fhreagra ceart go dtí dhá ionad de dheachúlacha.



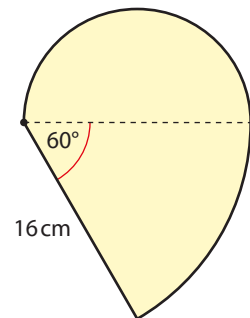
- 14.** Lúbtar píosa sreinge atá 72 cm ar fad agus déantar leathchiorcal agus trastomhas as, mar a léirítear thall. Faigh fad an trastomhais, ceart go dtí an cm is gaire.



- 15.** Tá Cáit ag fanacht ar thraein. Tá sé a trí a chlog agus tá an traein le teacht ag fiche cúig chun a ceathair. Má thagann an traein ag an am ceart agus má tá snáthaid bheag an chloig 20 cm ar fad, cén t-achar d'aghaidh an chloig a rachaidh an tsnáthaid bheag tríd sula dtagann an traein? Tabhair do fhreagra ceart go dtí an tslánuimhir is gaire.



- 16.** Tá cruth le feiceáil ar dheis. As teascóg ciorcail dar ga 16 cm agus as leathchiorcal atá sé déanta. 60° uillinn na teascóige. Tá trastomhas an leathchiorcail agus ga na teascóige ar comhfhad lena chéile.
- Ríomh imlíne an chrutha.
 - Ríomh achar an chrutha.
- Tabhair an dá fhreagra ceart go dtí an tslánuimhir is gaire.

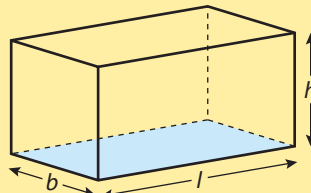


Mír 9.3 Solaid dhronuilleogacha – prismaí

1. An solad dronuilleogach

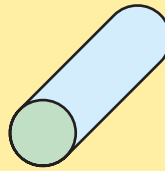
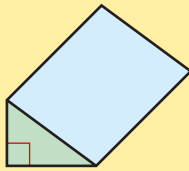
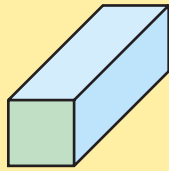
$$\text{Toirt} = l \times b \times h$$

$$\begin{aligned} \text{Achar an dromchla} \\ = 2lb + 2lh + 2bh \end{aligned}$$

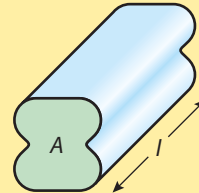


2. Dronphriosmaí

Is ionann **priosma** agus réad a mbíonn **trasghearradh** aonfhoirmeach ann.

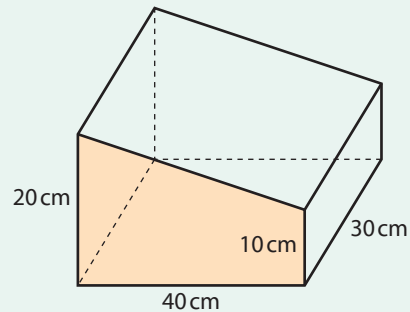


$$\begin{aligned} \text{Toirt an phriosma} &= \text{achar an trasghearrtha} \times \text{fad} \\ &= A \times l \end{aligned}$$



Sampla 1

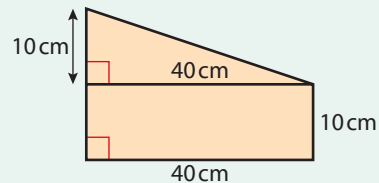
Faigh toirt an phriosma ar dheis.



$$\text{Toirt} = \text{achar an trasghearrtha scáthaithe} \times \text{fad}$$

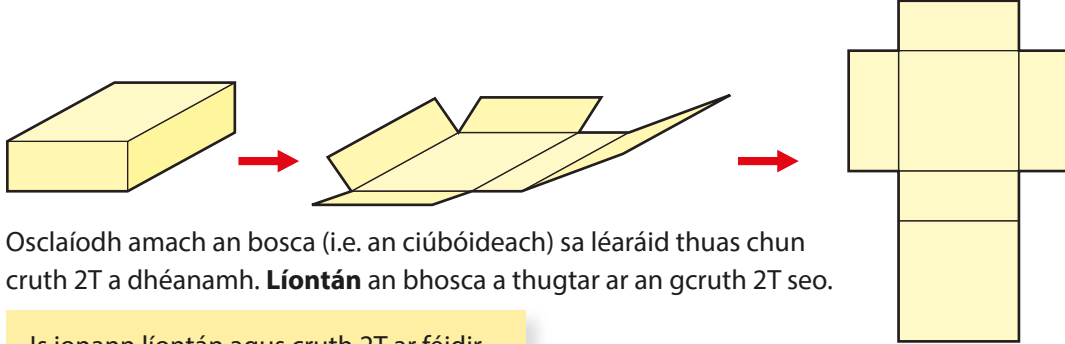
Dronuilleog agus triantán atá sa trasghearradh, mar a léirítear ar dheis.

$$\begin{aligned} \text{Achar an trasghearrtha} &= (40 \times 10) + \frac{1}{2}(40 \times 10) \\ &= 400 + 200 \\ &= 600 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{Toirt an phriosma} &= \text{Achar an trasghearrtha} \times \text{fad} \\ &= (600 \times 30) \text{ cm}^3 \\ &= 18\,000 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

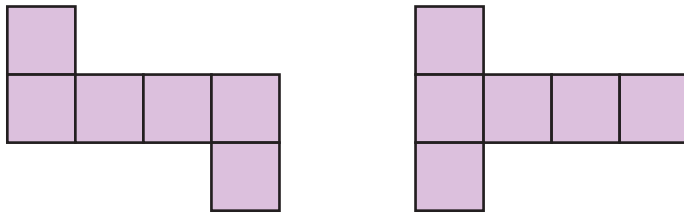
3. Líontáin agus cruthanna 3T



Osclaíodh amach an bosca (i.e. an ciúbóideach) sa léaráid thuas chun cruth 2T a dhéanamh. **Líontán** an bosca a thugtar ar an gcruth 2T seo.

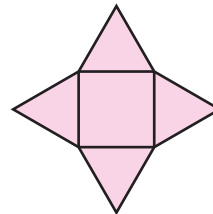
Is ionann líontán agus cruth 2T ar féidir é a fhilleadh le cruth 3T a dhéanamh as.

Seo dhá líontán is féidir a bhaint as ciúb.



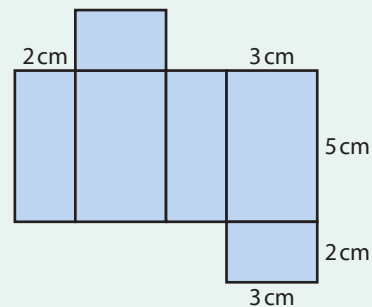
Tá 12 bealach éagsúla le líontán a dhéanamh amach as ciúb.

Is sceitse é seo de líontán a d'fhéadfaí a úsáid le pirimid chearnógach a dhéanamh.



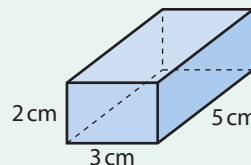
Sampla 2

Tá líontán bosca dronuilleogach le feiceáil ar dheis. Tarraing sceitse den bosca agus faigh a thoirt.



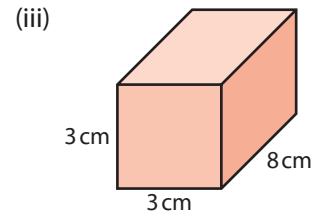
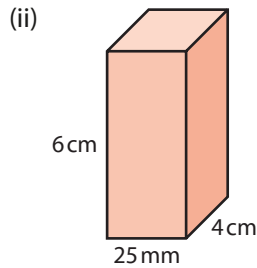
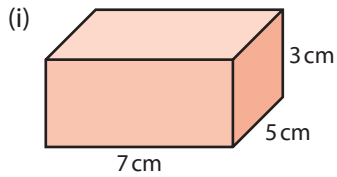
Seo sceitse den bosca.

$$\begin{aligned} \text{Toirt} &= \text{fad} \times \text{leithead} \times \text{airde} \\ &= 5 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} \\ &= 30 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

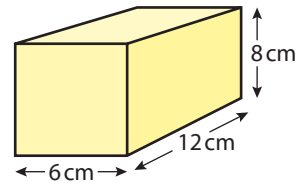


Cleachtadh 9.3

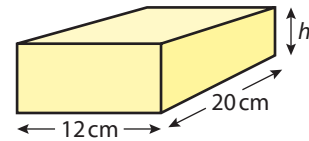
1. Faigh toirt gach ceann de na solaid dhronuilleogacha seo:



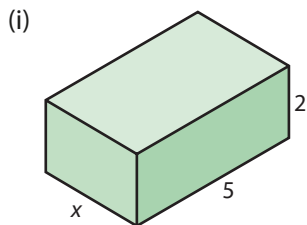
2. Ríomh (i) toirt
(ii) achar dromchla
an tsolaid dhronuilleogaigh a léirítear ar dheis.



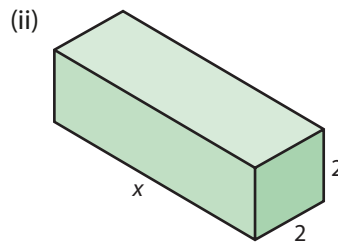
3. 2040 cm^3 an toirt atá sa solad dhronuilleogach ar dheis.
Faigh luach na hairde, h , ina cm.



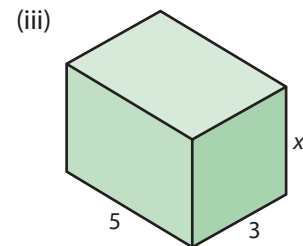
4. Faigh an slios x atá in easnamh i ngach ceann díobh seo thíos. Ina cm atá na faid uile.



Toirt = 35 cm^3

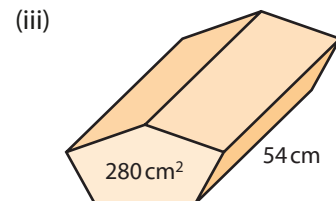
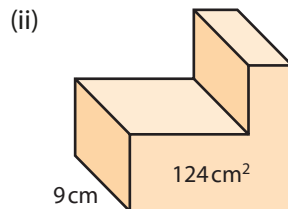
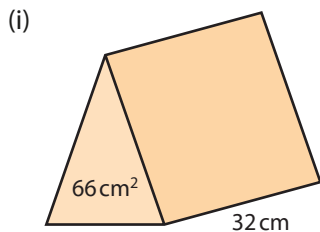


Toirt = 24 cm^3



Toirt = 60 cm^3

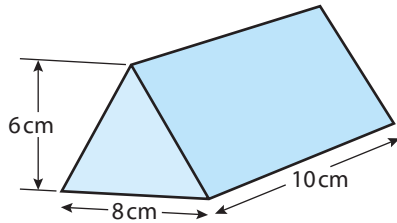
5. Faigh toirt gach ceann de na priosmaí seo a leanas:



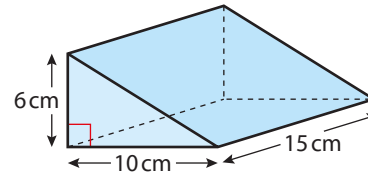


6. Faigh toirt gach ceann de na phriosmaí seo thíos:

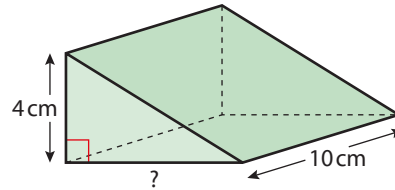
(i)



(ii)

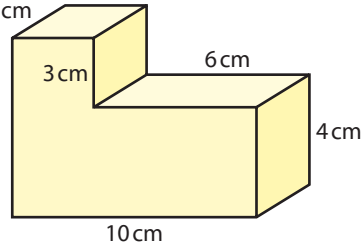


7. 140 cm^3 an toirt atá sa phriosma triantánach seo ar dheis. Faigh fad bhonn a thrasghearrtha.

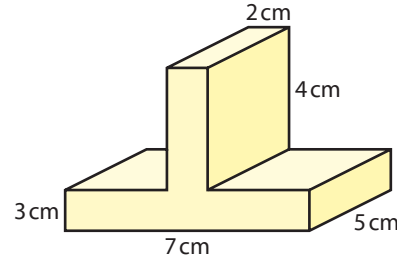


8. Faigh toirt gach ceann de na phriosmaí seo thíos:

(i) 3 cm

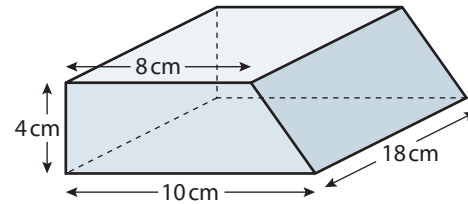


(ii)

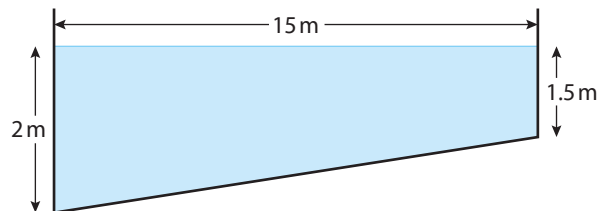


9. Is traipéisiam é trasghearradh an phriosma seo ar dheis.

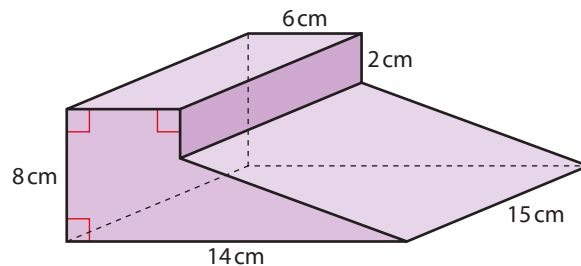
- (i) Faigh achar an traipéisiam.
 (ii) Oibrigh amach toirt an phriosma.



10. Trasghearradh linn snámha atá le feiceáil sa léaráid thall. 6 m leithead na linne. Oibrigh amach cén toirt atá san uisce sa linn.

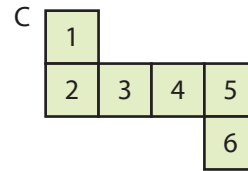
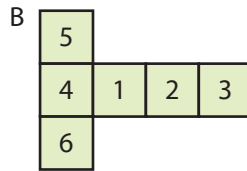
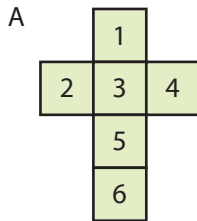


11. Faigh toirt an phriosma seo ina cm^3 .





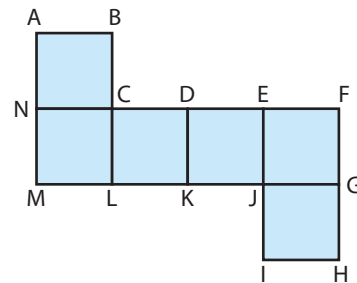
12. Seo thíos trí líontán ciúib.



Tá sé i gceist gach ceann de na líontáin seo a fhilleadh ina chiúb. I gcás gach líontáin, cé acu aghaidh a d'fhéadfadh a bheith os comhair aghaidh 1 nuair a fhillfead iad?

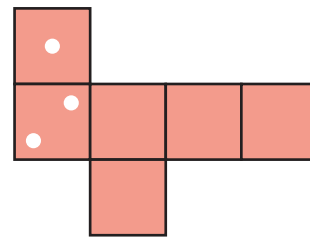
13. Déanfar an líontán seo a fhilleadh ina chiúb.

- (i) Cé acu rinn a luífidh ar N?
- (ii) Cé acu líne a luífidh ar [CD]?
- (iii) Cé acu líne a luífidh ar [IH]?



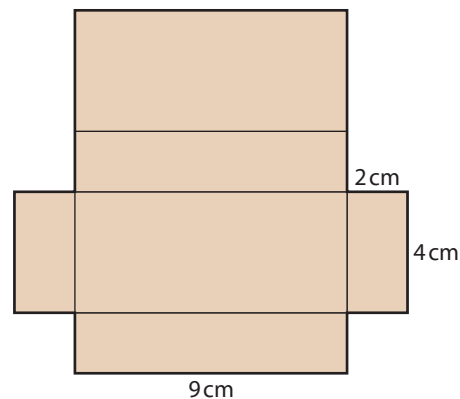
14. Déanfar díslé as an líontán seo ar dheis.

Déan cóip den líontán agus cuir spotaí ar na cearnóga folmha sa chaoi go bhfaighfead 7 má shuimítear dhá aghaidh atá os comhair a chéile.



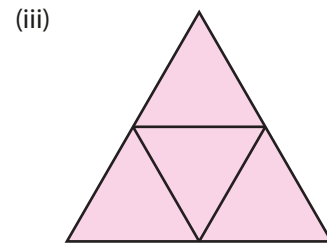
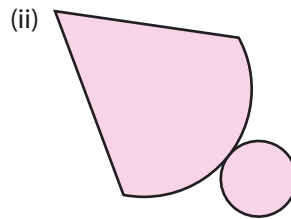
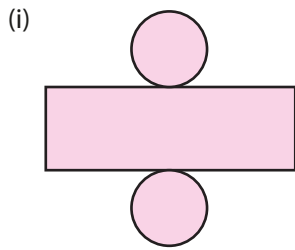
15. Seo líontán bosca dronuilleogach.

- Faigh (i) achar dromchla an bhosca
- (ii) toirt an bhosca.

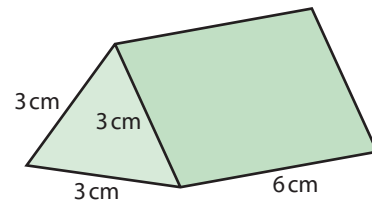




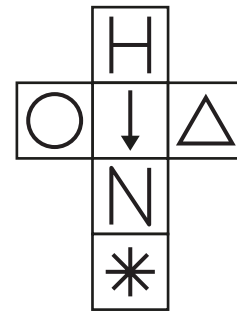
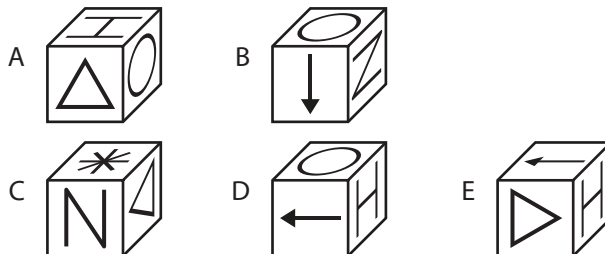
16. Seo thíos líontáin roinnt cruthanna 3T. Ainmnigh na cruthanna.



17. Tarraing líontán an phriosma thriantánaigh seo.

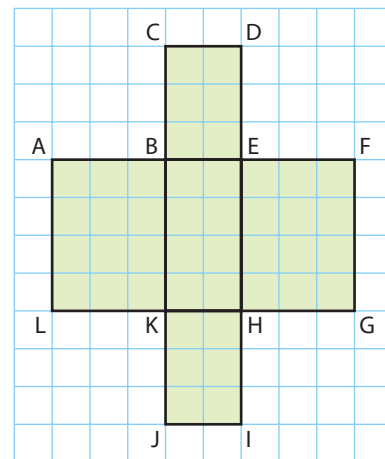


18. Cé acu de na ciúbanna thíos a d'fhéadfaí a dhéanamh ach an líontán ar dheis a fhilleadh?



19. Sa léaráid ar dheis tá líontán neamhchríochnaithe ciúbóidigh. Tarraingíodh an léaráid ar ghreille ar a bhfuil na cearnóga uile 1 cm ar fad.

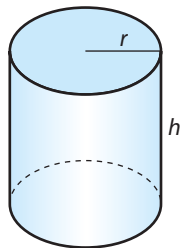
- Cén cruth atá ag teastáil chun an líontán a chríochnú? Luaigh méid an chrutha freisin.
- D'fhéadfaí an píosa atá ar iarraidh a chur i roinnt áiteanna éagsúla ar an léaráid. Déan liosta de na himill lena bhféadfaí é a cheangal.
- Nuair a bheidh an ciúbóideach déanta, cé acu de na pointí lipéadaithe a luífidh ar A?
- Scríobh síos toisí an chiúbóidigh chríochnaithe.
- Faigh achar dromchla iomlán an chiúbóidigh.



Mír 9.4 Sorcóirí agus sféir

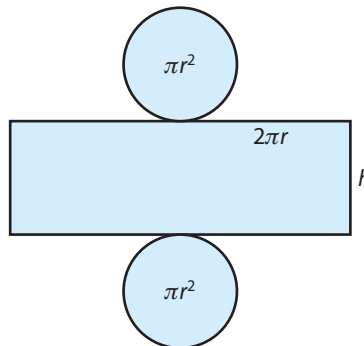
Seo thíos na foirmlí a theastóidh uait agus tú ag plé le sorcóirí, le sféir agus le leathsféir.

1. An sorcóir



$$\text{Toirt} = \pi r^2 h$$

$$\text{Achar an dromchla chuair} = 2\pi r h$$

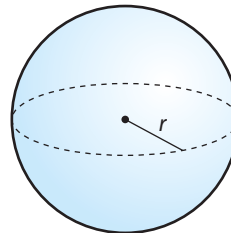


$$\begin{aligned}\text{Achar dromchla iomlán an tsorcóra sholadaigh} &= 2\pi r h + 2\pi r^2 \\ &= 2\pi r(h + r)\end{aligned}$$

2. An sféar

$$\text{Toirt} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

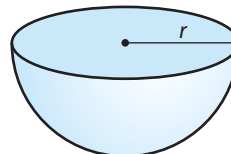
$$\text{Achar dromchla an leathsféir sholadaigh} = 4\pi r^2$$



3. An leathsféar

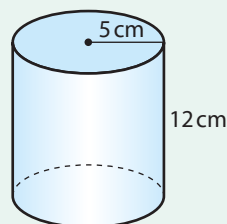
$$\text{Toirt} = \frac{2}{3}\pi r^3$$

$$\text{Achar dromchla an leathsféir sholadaigh} = 3\pi r^2.$$



Sampla 1

Faigh (i) toirt
(ii) achar dromchla iomlán an tsorcóra sholadaigh ar dheis.
Tabhair do fhreagra i dtéarmaí π .



$$\begin{aligned} \text{(i) Toirt} &= \pi r^2 h \\ &= \pi \times 5^2 \times 12 \\ &= 300\pi \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii) Achar dromchla iomlán} &= 2\pi rh + 2\pi r^2 \\ &= (2 \times \pi \times 5 \times 12) + (2 \times \pi \times 5^2) \\ &= 120\pi + 50\pi \\ &= 170\pi \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

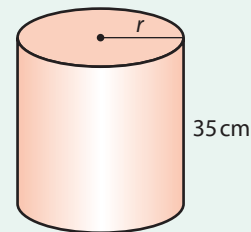
Sampla 2

15 840 cm³ an toirt atá i sorcóir áirithe.

Má tá an sorcóir 35 cm ar airde, ríomh fad gha an bhoinn.

$$\begin{aligned} \text{Toirt} &= 15\,840 \text{ cm}^3 \\ \Rightarrow \pi r^2 h &= 15\,840 \\ \Rightarrow \pi \times r^2 \times 35 &= 15\,840 \\ \Rightarrow r^2 &= \frac{15\,840}{\pi \times 35} \\ \Rightarrow r^2 &= 144.06 \\ \Rightarrow r &= \sqrt{144.06} = 12 \text{ cm} \end{aligned}$$

Ga an bhoinn = 12 cm



Toirt = 15840 cm³

Cruthanna a bhfuil an toirt chéanna iontu

Má tá an toirt chéanna in dhá chruth dhifriúla, scríobhaimid síos an fhoirmle le haghaidh toirt gach crutha díobh, agus ansin déanaimid an dá thoirt a chothromú. Ligeann sé sin dúinn teacht ar thoise anaithnid a bhaineann le ceann amháin den dá chruth.

Seo roinnt samplaí de chruthanna a bhfuil an toirt chéanna iontu:

- ▶ Má dhoirtear leacht ó chruth amháin isteach i gcoimeádán a bhfuil cruth éagsúil air, ní athraíonn toirt an leachta.
- ▶ Má chuirtear réad soladach faoi uisce i gcoimeádán, is ionann toirt an uisce dhíláithrithe agus toirt an réada sholadaigh.

Sampla 3

Ligtear sféar dar ga 4 cm anuas i sorcóir a bhfuil roinnt uisce ann. Nuair atá an sféar iomlán thíos faoin uisce, ardaítear leibhéal an uisce h cm. Más 8 cm atá i nga an tsorcóra, ríomh luach h .

Sa léaráid ar dheis, is ionann toirt an sféir agus toirt an tsorcóra scáthaithe atá h cm ar airde.

Toirt an sféir = Toirt an tsorcóra

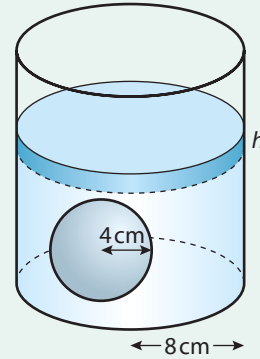
$$\Rightarrow \frac{4}{3} \pi r^3 = \pi r^2 h$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3} \pi (4)^3 = \pi (8)^2 h$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3} \times 64 = 64h \quad \dots \text{roinn an dá thaobh ar } \pi$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3} = h \quad \dots \text{roinn an dá thaobh ar } 64$$

$$\therefore h = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3} \text{ cm}$$



Nóta: I Sampla 3 thuas, tá dhá sholad ann a bhfuil an toirt chéanna iontu, i.e. is ionann toirt an sféir agus toirt an tsorcóra.

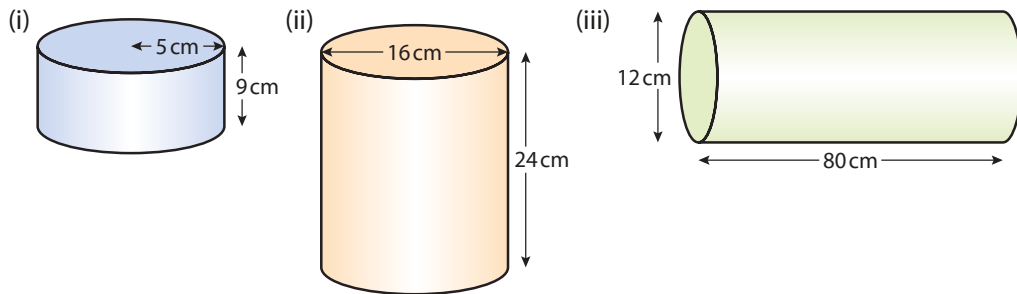
$$\Rightarrow \frac{4}{3} \pi (4)^3 = \pi (8)^2 h.$$

Tá π ar an dá thaobh den chothromóid seo.

Nuair a tharlaíonn sé sin, ní dhéanaimid ach an dá thaobh a roinnt ar π sa tslí is nach gá aon luach a chur in áit π .

Cleachtadh 9.4

1. Úsáid an eochair π ar d'áireamhán chun toirt gach ceann de na sorcóirí seo thíos a fháil. Tabhair do chuid freagraí ina cm^3 , ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.



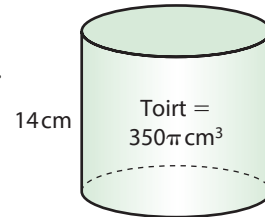
2. Faigh achar dromchla iomlán gach ceann de na sorcóirí soladacha i gCeist 1. Tabhair do chuid freagraí ceart go dtí an tslánuimhir is gaire.



3. Ga 7 cm atá i sorcóir soladach. Tá sé 10 cm ar airde. Má tá $\pi = \frac{22}{7}$, faigh
 (i) toirt an tsorcóra (ii) achar dromchla iomlán an tsorcóra.

4. $350\pi \text{ cm}^3$ an toirt atá i sorcóir áirithe.

- (i) Scríobh síos an fhoirmle a úsáidtear le toirt sorcóra a fháil.
 (ii) Cuir na luachanna uile atá ar eolas agat isteach san fhoirmle, ag glacadh leis gurb é 14 cm airde an tsorcóra.
 (iii) Anois faigh fad gha an tsorcóra.

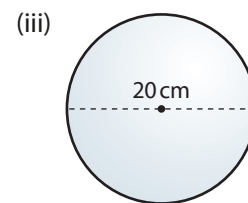
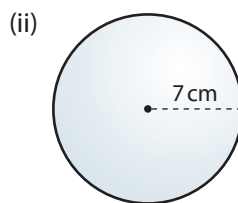
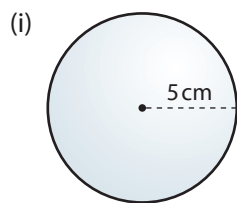


5. Scríobh síos an fhoirmle a úsáidtear chun achar dromchla cuar sorcóra a ríomh. Sorcóir faoi leith, is é 110 cm^2 achar a dhromchla chuair. Má tá an sorcóir 5 cm ar airde, faigh fad an gha ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.

6. Sorcóir soladach, is é $252\pi \text{ cm}^2$ an t-achar dromchla iomlán atá ann. Más 6 cm atá i nga an bhoinn, faigh airde an tsorcóra.

7. Faigh toirt gach ceann de na sféir seo a leanas.

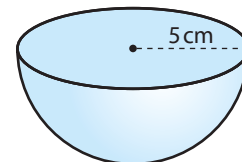
Tabhair do chuid freagraí ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha:



8. Faigh achar dromchla gach ceann de na sféir i gCeist 7. Tabhair do chuid freagraí ceart go dtí an tslánuimhir is gaire.

9. Is é 5 cm fad gha an leathsféir sholadaigh ar dheis.

- Faigh, i dtéarmaí π , (i) toirt an leathsféir
 (ii) achar dromchla iomlán an leathsféir.



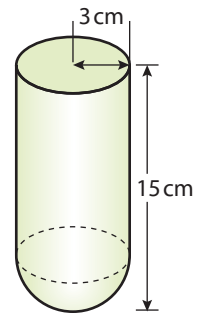
10. $288\pi \text{ cm}^3$ an toirt atá i sféar áirithe.

- (i) Faigh fad gha an sféir.
 (ii) Faigh, i dtéarmaí π , an t-achar dromchla iomlán.

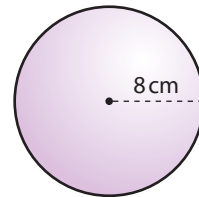
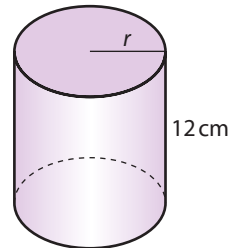




- 11.** Sorcóir ar bharr leathsféir atá sa choimeádán sa léaráid ar dheis. 3 cm atá i nga an tsorcóra, agus tá an coimeádán 15 cm ar airde. Ríomh toirt an choimeádáin ina cm^3 , ceart go dtí an tslánuimhir is gaire.



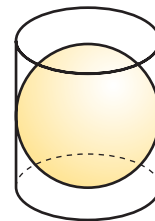
- 12.** Tá an toirt chéanna sa sorcóir agus sa sféar atá le feiceáil ar dheis. Faigh fad gha an tsorcóra, ceart go dtí an ceintiméadar is gaire.



- 13.** $4\frac{1}{2}$ cm ar airde atá sorcóir áirithe agus 2 cm ar fad atá a gha. Tá an toirt chéanna sa sorcóir agus atá i leathsféar áirithe. Ríomh ga an leathsféir.

- 14.** Léirítear sa léaráid ar dheis sféar dar ga 7 cm. Téann an sféar isteach go beacht i sorcóir, is é sin, teagmhaíonn an sféar le barr, le bun agus le taobhanna an tsorcóra.

- (i) Faigh toirt an tsorcóra ina cm^3 , ceart go dtí an tslánuimhir is gaire.
- (ii) Léirigh gurb ionann achar dromchla an sféir agus achar dromchla cuar an tsorcóra.
- (iii) Faigh an cóimheas seo:
Toirt an sféir : Toirt an tsorcóra.



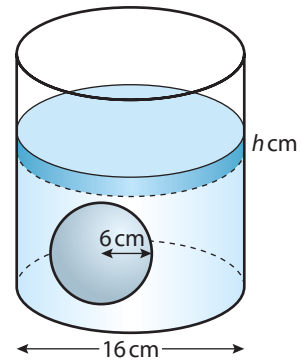
- 15.** Toirt sféir dar ga 3 cm, tá sé ocht n-oiread níos mó ná toirt sféir dar ga r cm. Ríomh r .
- 16.** Is ionann airde sorcóir áirithe agus fad a thrastomhais. $100\pi \text{ cm}^2$ atá in achar dromchla cuar an tsorcóra. Ríomh an airde.





- 17.** Nuair a ligtear sféar dar ga 6 cm anuas i sorcóir a bhfuil roinnt uisce ann, ardaíonn leibhéal an uisce h cm, mar a fheictear ar dheis.

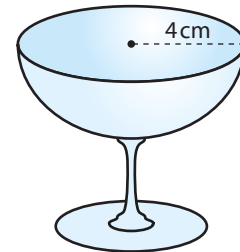
Má tá an sorcóir 16 cm ar trastomhas, ríomh luach h .



- 18.** Féach an ghloine fíona ar dheis. Leathsféar dar ga 4 cm atá inti. Faigh toirt na gloine i dtéarmaí π .

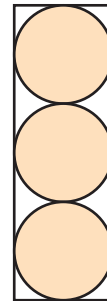
Má tá coimeádán sorcóireach fíona agat, is leor sin le 21 de na gloiní fíona seo a líonadh.

Más 8 cm atá i nga bhonn an tsorcóra, ríomh airde an tsorcóra.



- 19.** Naoi sféar miotail dar ga 2 cm, ligtear anuas iad i sorcóir a bhfuil roinnt uisce ann. Má tá na sféir go hiomlán faoi uisce, ríomh an méid a ardóidh leibhéal an uisce, más 3 cm atá i nga an tsorcóra.

- 20.** Cuirtear trí liathróid leadóige i gcoimeádán sorcóireach lena ndíol. Tá gach liathróid 7 cm ar trastomhas. Is ionann trastomhas inmheánach an choimeádáin agus trastomhas na liathróidí leadóige agus is ionann airde an choimeádáin agus airde iomlán na dtrí liathróidí. Cén codán de spás an choimeádáin a ghlacann na liathróidí?



Mír 9.5 An cón

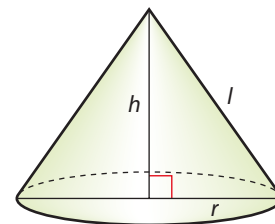
Dronchón ciorclach a thugtar ar an gcón ar dheis mar go bhfuil rinn an chóin go díreach os cionn lárphointe an bhoinn.

An airde ingearach = h .

An chlaon-airde = l .

Ga an bhoinn = r .

De réir *Theoirim Phótagarás* $l^2 = h^2 + r^2$.



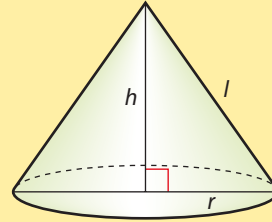


An Cón

$$\text{Toirt an chóin} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$\text{Achar an dromchla chuair} = \pi r l$$

$$\text{Achar dromchla iomlán an chóin sholadaigh} = \pi r l + \pi r^2$$



Sampla 1

Tá cón 12 cm ar airde agus 5 cm atá i nga a bhoinn.

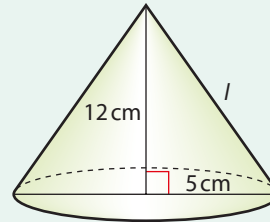
Úsáid an eochair π ar d'áireamhán chun iad seo a leanas a ríomh, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha:

- (i) toirt (ii) achar dromchla cuar an chóin.

De réir Theoirim Phíotagarás

$$l^2 = 12^2 + 5^2$$
$$= 144 + 25 = 169$$

$$\therefore l = \sqrt{169} = 13 \text{ cm}$$



$$\text{Toirt an chóin} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$
$$= \frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 12$$
$$= 314.2 \text{ cm}^3$$

$$\text{Achar an Dromchla Chuair} = \pi r l$$
$$= \pi \times 5 \times 13$$
$$= 204.2 \text{ cm}^2$$

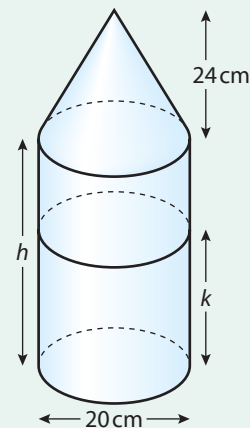
Sampla 2

Seasann an léaráid ar dheis do mhionsamhail roicéid.

Cón soladach ar bharr sorcóir soladach atá sa mhionsamhail.

Bonn ciorclach atá ar an dá cheann acu, agus tá an bonn sin 20 cm ar trastomhas. Tá an cón 24 cm ar airde.

- (i) Ríomh toirt an chóin i dtéarmaí π .
- (ii) Faigh airde an tsorcóra má tá toirt an tsorcóra ceithre oiread níos mó ná toirt an chóin.
- (iii) Ríomh luach k más ionann toirt an tsorcóra atá k cm ar airde agus leath thoirt an tsolaid iomláin.





$$\begin{aligned}
 \text{(i) Toirt an chóin} &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \\
 &= \frac{1}{3} \pi (10^2) 24 \quad \dots r = 10 \text{ cm} \\
 &= \frac{2400 \pi}{3} = 800 \pi \text{ cm}^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(ii) Toirt an tsorcóra} &= 4(800 \pi) \\
 &= 3200 \pi \text{ cm}^3 \\
 \Rightarrow \pi r^2 h &= 3200 \pi \\
 \Rightarrow \pi(100)(h) &= 3200 \pi \quad \dots r = 10 \text{ cm} \\
 100h &= 3200 \quad \dots \text{roinn an dá thaobh ar } \pi \\
 h &= \frac{3200}{100} \\
 \therefore h &= 32 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

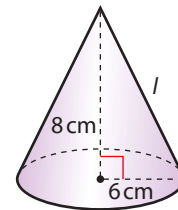
$$\begin{aligned}
 \text{(iii) Toirt an tsolaid iomláin} &= \text{Toirt an chóin} + \text{Toirt an tsorcóra} \\
 &= 800 \pi \text{ cm}^3 + 3200 \pi \text{ cm}^3 \\
 &= 4000 \pi \text{ cm}^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{Toirt an tsorcóra atá } k \text{ ar airde} &= 2000 \pi \text{ cm}^3 \quad \dots \text{leath thoirt an tsolaid iomláin} \\
 \pi r^2 k &= 2000 \pi \\
 \pi(100)k &= 2000 \pi \\
 \Rightarrow 100k &= 2000 \quad \dots \text{roinn an dá thaobh ar } \pi \\
 \Rightarrow k &= \frac{2000}{100} = 20 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

Cleachtadh 9.5

(Sna ceisteanna seo a leanas, úsáid an eochair π ar d'áireamhán.)

- Ríomh toirt an chóin a léirítear ar dheis. Tabhair an freagra ina cm^3 , ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.



- Ríomh, ceart go dtí an tslánuimhir is gaire, toirt cóin arb é 8 cm ga a bhoinn agus 21 cm a airde.

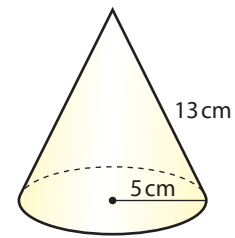




3. 13 cm claon-airde an chóin thall agus 5 cm fad gha a bhoinn.

- Ríomh (i) achar dromchla cuar an chóin
(ii) achar an dromchla iomláin
(iii) airde an chóin
(iv) toirt an chóin.

Tabhair gach freagra i dtéarmaí π .



4. $360\pi \text{ cm}^3$ an toirt atá i gcón áirithe.

Má tá an cón 30 cm ar airde, ríomh fad gha an bhoinn.

5. Cón áirithe, is é $112\pi \text{ cm}^2$ achar a dhromchla chuair.

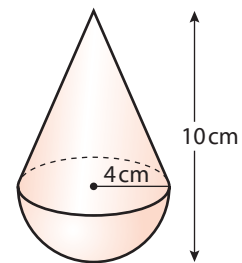
Más é 14 cm claon-airde an chóin, ríomh fad gha an bhoinn.

6. Leagtar cón ar bharr leathsféir mar a léirítear ar dheis.

4 cm atá i nga an leathsféir.

Má tá an réad iomlán 10 cm ar airde, faigh

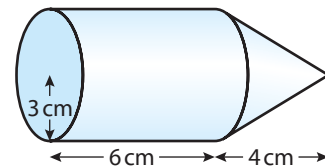
- (i) airde an chóin
(ii) toirt an réada ina cm^3 , ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.



7. Sorcóir agus cón le chéile atá sa chruth thall.

- (i) Faigh toirt an tsorcóra i dtéarmaí π .
(ii) Faigh toirt an chóin i dtéarmaí π .

Uaidh sin, ríomh toirt an chrutha, ceart go dtí an cm^3 is gaire.



8. Sorcóir soladach miotail dar ga 5 cm, tá sé 12 cm ar airde.

Leáitear é agus ansin déantar cón as an ábhar.

Má tá 10 cm i nga bhonn an chóin, ríomh airde an chóin.

9. 6 cm atá i nga bonn cón áirithe. 6 cm atá i nga sféir áirithe freisin.

Más ionann toirt an sféir agus toirt an chóin, ríomh airde an chóin.

10. Má tá sorcóir 12 cm ar airde agus más 4 cm an ga atá ann, scríobh toirt an tsorcóra i dtéarmaí π .

Bonn cón áirithe, 4 cm atá an ga ann. h cm ar airde atá an cón agus is ionann toirt an chóin agus toirt an tsorcóra a luadh thuas. Ríomh luach h .

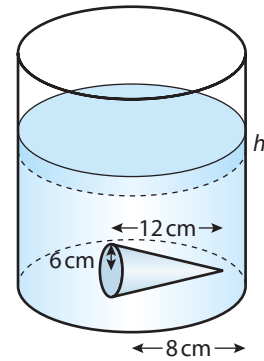




- 11.** Dronchón faoi leith, is é 6 cm an ga atá ann agus tá sé 12 cm ar airde. Cuirtear é i sorcóir ina bhfuil roinnt uisce, mar a léirítear ar dheis. Tá an dronchón faoi uisce ar fad.

Ríomh, i dtéarmaí π , toirt an chóin.

Más 8 cm atá i nga an tsorcóra, ríomh luach h , an méid a d'ardaigh leibhéal an uisce.



- 12.** $\frac{512\pi}{3}$ cm³ toirt cón áirithe.

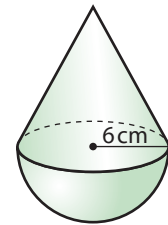
Is ionann airde an chóin agus fad a gha.

Ríomh fad a gha.

- 13.** Is é an dóigh a ndéantar an bréagán ar dheis ná go gcuirtear cón ar bharr leathsféir.

6 cm atá i nga an leathsféir agus is ionann toirt an chóin agus leath thoirt an leathsféir.

- (i) Faigh toirt an chóin i dtéarmaí π .
(ii) Faigh airde an chóin.



- 14.** Sorcóir céarach áirithe, is é 4 cm an ga atá ann agus tá sé 36 cm ar airde.

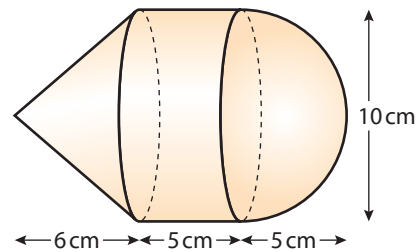
Leáitear an sorcóir agus déantar coinnele i gcruth cón as an gcéir.

6 cm ar airde atá gach coinneal agus 2 cm atá i nga an bhoinn.

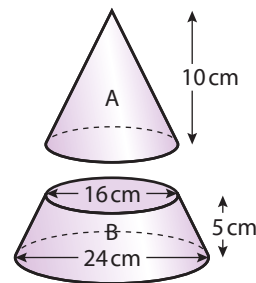
- (i) Cé mhéad coinneal is féidir a dhéanamh mura gcuirtear céir ar bith amú?
(ii) Cuirtear na coinnele ina seasamh ar a mbonn i sraitheanna, 6 cinn i ngach sraith, sa bhosca dronuilleogach is lú a thógfaidh iad.

Ríomh, ina cm³, toirt (toilleadh inmheánach) an bhosca.

- 15.** Ríomh toirt an chrutha seo. Tabhair do fhreagra ina cm³, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.



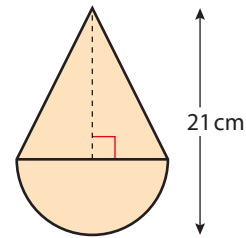
- 16.** Feictear sa léaráid ar dheis cón a gearradh ina dhá chuid, cuid A agus cuid B. Faigh toirt chuid B, ceart go dtí an tslánuimhir is gaire.





17. Chun gléas áirithe a dhéanamh, cuirtear cón ar bharr leathsféir, mar atá le feiceáil sa léaráid ar dheis. 6 cm atá i nga an leathsféir agus tá an gléas iomlán 21 cm ar airde.

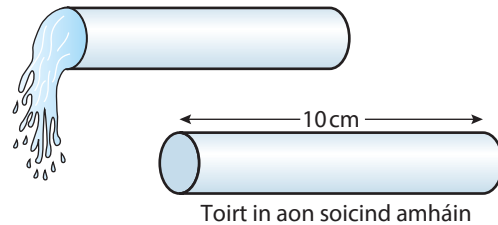
- (i) Scríobh síos airde an chóin agus uaidh sin, faigh toirt an chóin i dtéarmaí π .
- (ii) Faigh toirt an leathsféir i dtéarmaí π .
- (iii) Scríobh síos mar chóimheas, san fhoirm is simplí de, Toirt an chóin : Toirt an leathsféir.



Mír 9.6 Fadhbanna atá níos deacra

1. Uisce ag rith trí pháipéar

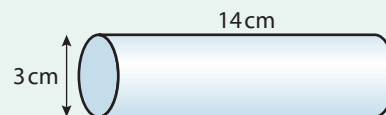
Má ritheann uisce trí pháipéar sorcóireach áirithe ar ráta 10 cm/s, is ionann toirt an uisce a ghabhann tríd an pháipéar gach soicind agus an toirt atá i bpíosa den pháipéar atá 10 cm ar fad, mar a léirítear sa léaráid.



Sampla 1

Is ar ráta 14 cm/s a ritheann uisce trí pháipéar sorcóireach áirithe atá 3 cm ar trastomhas inmheánach. Cá fhad a thógfaidh sé sorcóir a líonadh, má tá bonn an tsorcóra 14 cm ar trastomhas, agus má tá an sorcóir féin 45 cm ar airde?

Is ionann toirt an uisce a ghabhann tríd an pháipéar in aon soicind amháin agus toirt an tsorcóra atá le feiceáil ar dheis.



$$\text{Toirt an uisce} = \pi r^2 h$$

$$\pi \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times 14 \quad \dots r = \frac{3}{2} \text{ cm}$$

$$= \frac{63\pi}{2} \text{ cm}^3 \quad \dots \text{fág an freagra i dtéarmaí } \pi$$

$$\text{Toirt an tsorcóra} = \pi(7)^2 \cdot 45$$

$$= 2205\pi \text{ cm}^3 \quad \dots \text{arís i dtéarmaí } \pi$$

$$\begin{aligned} \text{An t-am a thógann sé an sorcóir a líonadh (ina shoicindí)} &= 2205\pi \div \frac{63\pi}{2} \\ &= \frac{2205\pi \times 2}{63\pi} \\ &= 70 \text{ soicind} \end{aligned}$$



2. Cóimheasa nuair nach dtugtar na toisí

Uaireanta nuair atá dhá fhíor againn ní thugtar toisí na bhfíoracha dúinn.

Má tá na cóimheasa a bhaineann le dhá fhad chomhfhreagracha ar eolas againn, áfach, is féidir toirt an dá fhíor a chur i gcomparáid lena chéile. Feictear sin sa sampla thíos.

Sampla 2

Is ionann ga sorcóir áirithe agus ga cón áirithe.

Má tá an cón dhá oiread níos airde ná an sorcóir, faigh an cóimheas seo:

Toirt an tsorcóra : Toirt an chóin.

Abraimis gurb ionann r agus ga an dá fhíor.

Airde an tsorcóra = h ; Airde an chóin = $2h$.

Toirt an tsorcóra = $\pi r^2 h$...ga = r , airde = h

Toirt an chóin = $\frac{1}{3} \pi r^2 h$

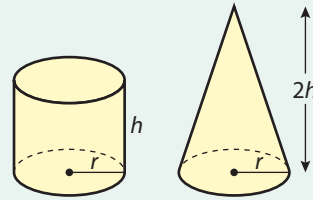
$$= \frac{1}{3} \pi r^2 (2h) = \frac{2\pi r^2 h}{3}$$

Toirt an tsorcóra : Toirt an chóin = $\pi r^2 h : \frac{2\pi r^2 h}{3}$

$$= h : \frac{2h}{3} \quad \dots \text{roinn an dá thaobh ar } \pi r^2$$

$$= 3h : 2h \quad \dots \text{iolraigh an dá thaobh faoi 3}$$

$$= 3 : 2$$

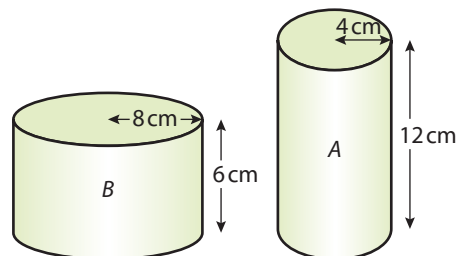


Cleachtadh 9.6

1. Ga r cm atá i gCón A agus tá sé h cm ar airde.
Ga $2r$ cm atá i gCón B agus tá sé $2h$ cm ar airde.
Ríomh an cóimheas seo: Toirt Chón A : Toirt Chón B.
2. Dhá chón sholadacha atá ar comhairde lena chéile,
tá faid ghathanna a mbonn sa chóimheas 1 : 2.
Ríomh cóimheas a dtoirteanna.
3. Feictear sa léaráid ar dheis 2 shorcóir
sholadacha A agus B.
Scríobh toirt gach sorcóra i dtéarmaí π .

Anois faigh san fhoirm 1 : n , na cóimheasa seo:

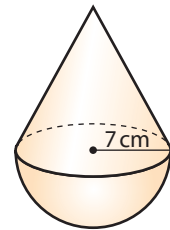
- (i) Toirt A : Toirt B
- (ii) Achar dromchla cuar A : Achar dromchla cuar B.



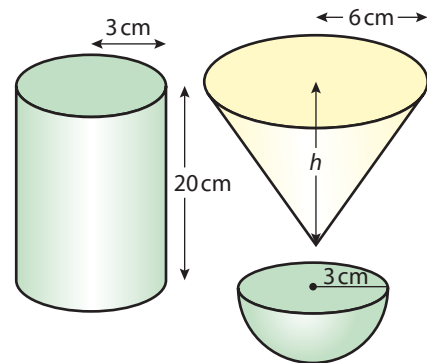


4. Ar ráta 35 cm/s a ritheann uisce trí pháibán sorcóireach dar ga inmheánach 1 cm. Ríomh iad seo:
- toirt an uisce a ghabhann tríd an pháibán in aon nóiméad amháin
 - líon na lítear a ghabhann tríd an pháibán i gcaitheamh uair an chloig.
- (Bíodh $\pi = \frac{22}{7}$ agus 1 lítear = 1000 cm³)
5. Tá sorcóir áirithe 7 cm ar airde agus tá ga 2 cm ann. Ríomh toirt an tsorcóra. Ar ráta 7 cm/s a ritheann uisce trí pháibán sorcóireach dar ga inmheánach 2 cm. Tá an t-uisce ag rith isteach i ndabhach dhronuilleogach atá 1.2 m ar fad, 1.1 m ar leithead agus 30 cm ar airde. Cé mhéad nóiméad a thógfaidh sé an dabhach a líonadh? Tabhair do fhreagra ceart go dtí an nóiméad is gaire.
6. Ar ráta 20 cm/s a ghabhann ola trí pháibán sorcóireach dar ga 4 cm. Cá fhad a thógfaidh sé dabhach shorcóireach a líonadh, má tá sí 1.2 m ar trastomhas agus 3 m ar airde? Tabhair do fhreagra ina nóiméid.

7. Cón ar bharr leathsféir atá sa bhaoi sa léaráid ar dheis. 7 cm atá i nga bhonn an chóin. Más ionann toirt an leathsféir agus toirt an chóin, ríomh airde an chóin ina cm.

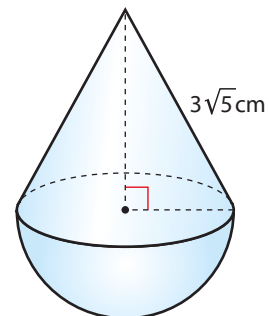


8. Sorcóir dar ga 3 cm agus atá 20 cm ar airde, tá sé lán le huisce. Is leor an t-uisce atá ann leis an dá choimeádán seo a leanas a líonadh go barr: dronchón dar ga 6 cm atá h cm ar airde, agus babhla leathsféarach dar ga 3 cm.



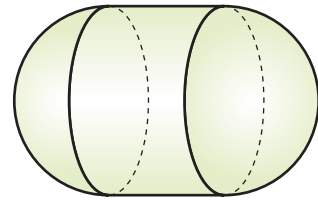
Faigh iad seo i dtéarmaí π ,

- toirt an tsorcóra,
 - toirt an leathsféir,
 - h , airde an chóin.
9. Leathsféar a bhfuil cón ar a bharr atá sa solad sa léaráid ar dheis.
- 18π cm³ toirt an leathsféir. Ríomh ga an leathsféir.
 - $3\sqrt{5}$ cm claonairde an chóin. Léirigh gurb é 6 cm airde ingearach an chóin.
 - Léirigh gurb ionann toirt an chóin agus toirt an leathsféir.
 - Leáitear an solad seo agus déantar sorcóir soladach as an ábhar. Tá an sorcóir 9 cm ar airde. Ríomh a gha.



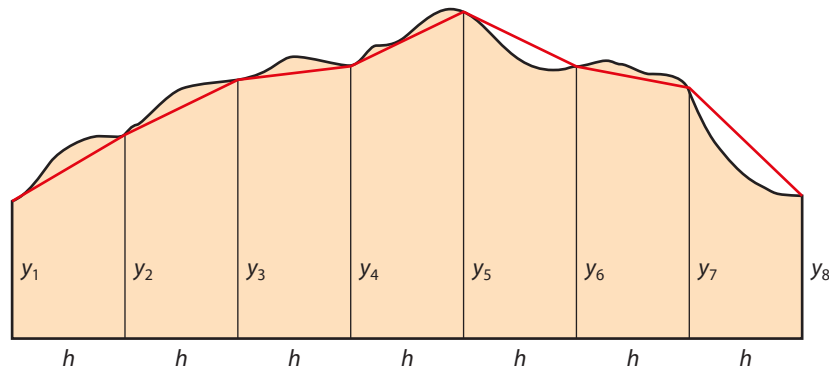


10. (i) Scríobh síos, i dtéarmaí π agus r , toirt an leathsféir dar ga r .
- (ii) Sa léaráid ar dheis tá umar stórála breosla. Tá sé i gcruth sorcóra a bhfuil leathsféar ar gach ceann de.
- Is é $81\pi \text{ m}^3$ toilleadh (toirt inmheánach) an umair.
Is é 5 : 4 an cóimheas atá idir toilleadh an tsorcóra agus toilleadh iomlán an dá cheann leathsféaracha.
Ríomh fad gha inmheánach an umair.



Mír 9.7 An Rial Thraipéasóideach

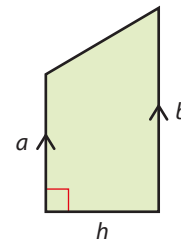
Is minic a bhíonn ar innealtóirí agus ar shuirbhéirí achar cruthanna a ríomh, cruthanna a mbaineann imlínte neamhrialta leo go háirithe. Is iomaí modh a úsáideadh in imeacht na mblianta le garmheastacháin a dhéanamh ar achar cruthanna neamhrialta. Is éard a bhí i gceist leis na modhanna sin den chuid is mó ná an t-achar a roinnt ina stiallacha (agus na stiallacha sin ar comhleithhead lena chéile) agus achar na stiallacha a shuimiú le chéile ansin go ríomhfaí an t-achar iomlán. Seo sampla de sin:



San fhíor thuas, tarraingítear líne trasna bharr gach stéille chun líon áirithe traipéisiamáí a chruthú. Ansin ríomhtar suim achair na dtraipéisiamáí uile. Bíonn an tsuim seo beagnach cothrom leis an achar atá de dhíth.

Níos luaithe sa chaibidil seo, phléamar an dóigh le hachar traipéisiam a fháil. Seo thíos an fhoirmle a úsáidtear:

$$\text{Achar} = \frac{h}{2}(a + b)$$



Faightear suim na n-achar sa chéad fhíor thuas mar seo

$$\text{Achar} \approx \left[\frac{h}{2}(y_1 + y_2) + \frac{h}{2}(y_2 + y_3) + \frac{h}{2}(y_3 + y_4) + \dots + \frac{h}{2}(y_7 + y_8) \right]$$





Is féidir é seo a shimpliú mar:
$$\text{Achar} \approx \frac{h}{2} [y_1 + 2(y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6 + y_7) + y_8].$$

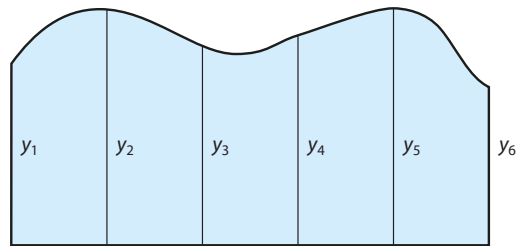
An **Riail Thraipéasóideach** a thugtar ar an modh seo chun meastachán a dhéanamh ar achar cruth neamhrialta.

Beidh sé níos fusa an Riail Thraipéasóideach a chur de ghlanmheabhair má scríobhann tú i bhfoirm focal í, mar seo:

An Riail Thraipéasóideach:

$$\text{Achar} \approx \frac{h}{2} [\text{an chéad airde} + \text{an airde dheiridh} + 2(\text{fuilleach na n-airdí})]$$

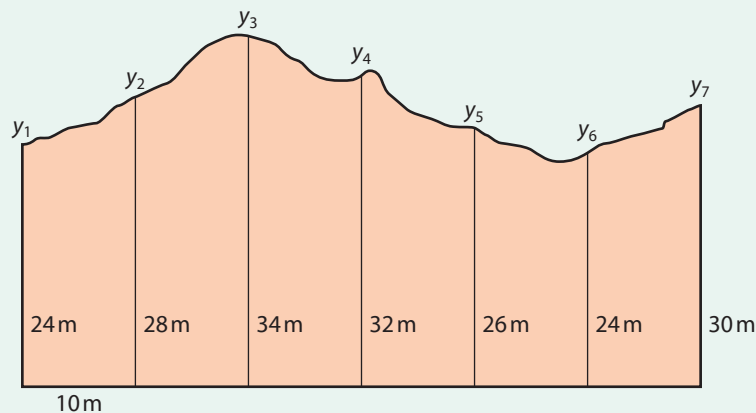
Taobhmhiosúir nó **ordanáid** a thugtar de ghnáth ar gach ceann de na línte ingearacha y_1, y_2, \dots, y_6 san fhíor ar dheis. Tabhair faoi deara go bhfuil 6 ordanáid sa léaráid ar dheis, sin nuair atá 5 stiall ann. Ar an gcaoi chéanna, bheadh 7 n-ordanáid ann sa chás go mbeadh 6 stiall ann.



An **chéad** ordanáid a thugtar ar y_1 agus an ordanáid deiridh a thugtar ar y_6 . Na meánordanáidí nó fuilleach na n-ordanáidí a thugtar ar y_2, y_3, y_4 agus y_5 . Tugtar na meánairdí nó fuilleach na n-airdí orthu freisin.

Sampla 1

Ríomh achar an chrutha thíos, má tá gach stiall 10 m ar leithead. Tugtar faid na n-ordanáidí ar an léaráid.



Ar son na caoithiúlachta, tabharfaimid ainm ar gach ordanáid: $y_1, y_2, y_3 \dots y_7$

$$\Rightarrow y_1 = 24, y_2 = 28, y_3 = 34, y_4 = 32, y_5 = 26, y_6 = 24, y_7 = 30.$$

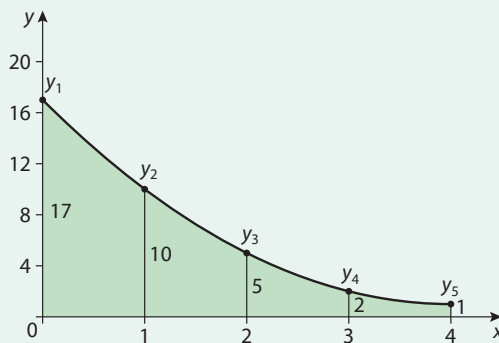


$$\begin{aligned} \text{Achar} &\approx \frac{h}{2} [\text{an chéad ordanáid} + \text{an ordanáid deiridh} + 2(\text{fuílleach na n-ordanáidí})] \\ &= \frac{10}{2} [24 + 30 + 2(28 + 34 + 32 + 26 + 24)] \\ &= 5[54 + 2(144)] \\ \text{Achar} &= 1710 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Sampla 2

Seo léaráid thíos de ghraf na feidhme $f(x) = x^2 - 8x + 17$ san fhearann $0 \leq x \leq 4$.

- Úsáid an Rial Thraipéasóideach chun meastachán a dhéanamh ar an achar atá idir an cuar agus an x -ais. Bain úsáid as stiallacha atá 1 aonad ar leithead.
- Más é $25\frac{1}{3}$ aonad cearnach achar beacht an chrutha faoin gcuar, faigh an earráid chéatadánach atá ann nuair a bhaineann tú úsáid as an Rial Thraipéasóideach.



$$f(x) = x^2 - 8x + 17$$

$$f(0) = 0 - 0 + 17 = 17$$

$$f(1) = 1^2 - 8(1) + 17 = 10$$

$$f(2) = 2^2 - 8(2) + 17 = 5$$

$$f(3) = 3^2 - 8(3) + 17 = 2$$

$$f(4) = 4^2 - 8(4) + 17 = 1$$

Is iad seo na hordanáidí: $y_1 = 17, y_2 = 10, y_3 = 5, y_4 = 2, y_5 = 1$

$$\begin{aligned} \text{(i) Achar} &= \frac{h}{2} [\text{an chéad ordanáid} + \text{an ordanáid deiridh} + 2(\text{fuílleach na n-ordanáidí})] \\ &= \frac{1}{2} [17 + 1 + 2(10 + 5 + 2)] \\ &= \frac{1}{2} [18 + 2(17)] = \frac{1}{2} [52] \\ &= 26 \text{ aonad cearnach} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii) Achar beacht} &= 25\frac{1}{3} \text{ aonad cearnach} & \text{Garbhachar} &= 26 \text{ aonad cearnach} \\ \text{Earráid} &= 26 - 25\frac{1}{3} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Earráid chéatadánach} &= \frac{\text{earráid}}{\text{fíorluach}} \times \frac{100\%}{1} \\ &= \frac{\frac{2}{3}}{25\frac{1}{3}} \times \frac{100\%}{1} = \frac{2}{76} \times \frac{100}{1} = 2.63\% \end{aligned}$$

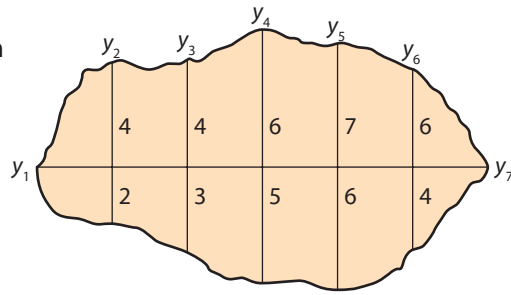
$$\text{Earráid chéatadánach} = 2.63\%$$



Nóta: Má tá dhá chuid i gcruth faoi leith, cuid amháin taobh thuas de líne chothrománach agus an chuid eile taobh thíos di, déanaimid na hordanáidí atá taobh thuas den líne agus na cinn atá taobh thíos di a shuimiú lena chéile.

Mar shampla $y_2 = 4 + 2 = 6$
 $y_3 = 4 + 3 = 7$, etc. ...

Chomh maith leis sin,
 tá $y_1 = 0$ agus $y_7 = 0$.
 Is é sin, tá an chéad airde agus an airde dheiridh cothrom le náid.

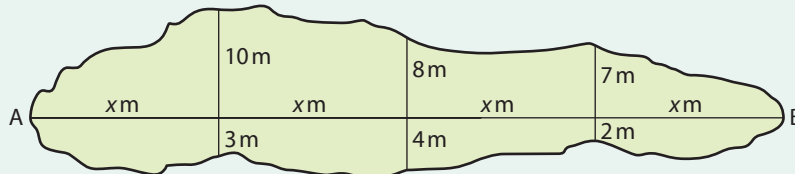


Sampla 3

Tá suirbhéir áirithe ag déanamh meastacháin ar achar an stráice talún a léirítear thíos. Tarraingítear bonnlíne [AB] agus ansin tarraingítear na hordanáidí ag eatraimh chothroma de x m feadh na bonnlíne sin.

Rinne an suirbhéir meastachán ag baint úsáid as an Riall Thraipéasóideach, agus rinne sé amach gur 612 m^2 a bhí in achar an stráice talún.

Faigh x .



Tugaimid ainm ar na hordanáidí mar seo y_1, y_2, y_3, y_4 agus y_5 .

$y_1 = 0, y_2 = 13, y_3 = 12, y_4 = 9, y_5 = 0$.

Achar $\approx \frac{h}{2} [\text{an chéad ordanáid} + \text{an ordanáid deiridh} + 2 (\text{fuílleach na } n\text{-ordanáidí})]$

$$\therefore 612 = \frac{x}{2} [0 + 0 + 2(13 + 12 + 9)]$$

$$612 = \frac{x}{2} [68]$$

$$612 = 34x$$

$$x = \frac{612}{34}$$

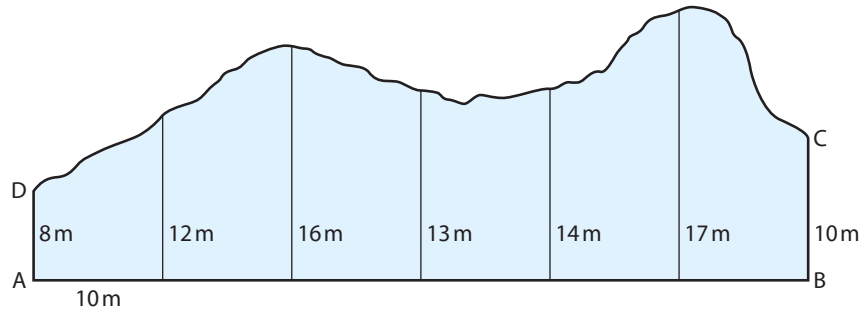
$$x = 18 \text{ m}$$





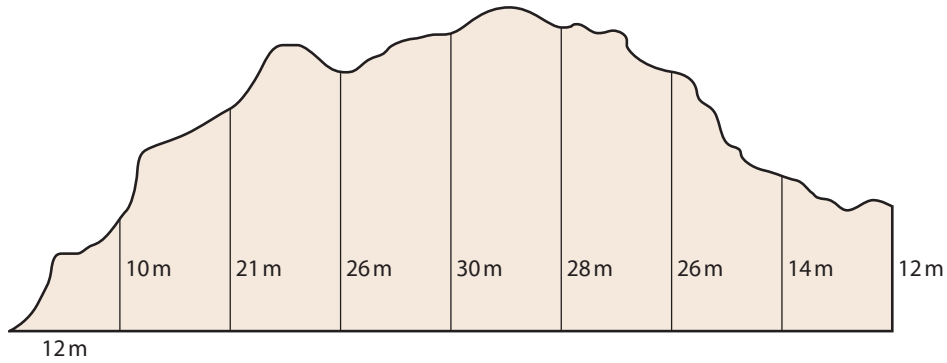
Cleachtadh 9.7

1. Sa léaráid thíos, feictear an fhíor ABCD. Trí líne dhíreacha agus an chuid chuarach CD atá mar imlíne uirthi. Tá na hordanáidí ingearach le [AB] agus tugtar fad gach ceann acu sa léaráid. 10 m ar leithead atá gach stiall.

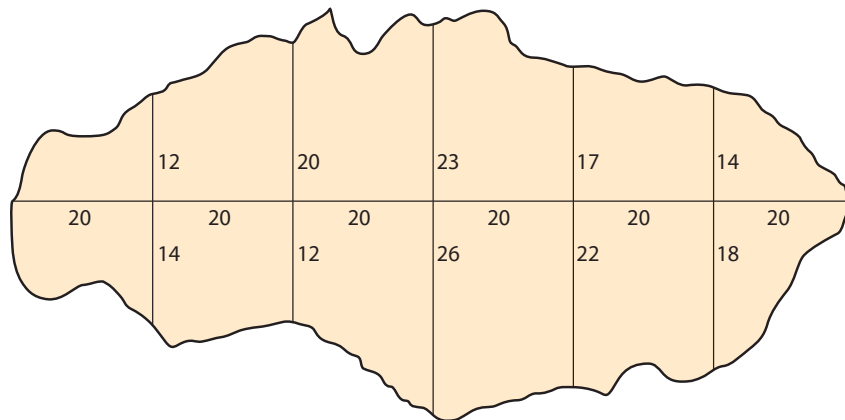


Bain leas as an Riail Thraipéasóideach chun meastachán a dhéanamh ar achar ABCD.

2. Tá meastachán le déanamh ag innealtóir ar achar an láithreáin thíos. Roinneann sé an láithreán ina 8 stiall, mar a léirítear. Má tá gach stiall 12 m ar leithead agus má tá na hordanáidí ingearach leis an mbonnlíne. Bain leas as an Riail Thraipéasóideach chun teacht ar mheastachán d'achar an láithreáin.

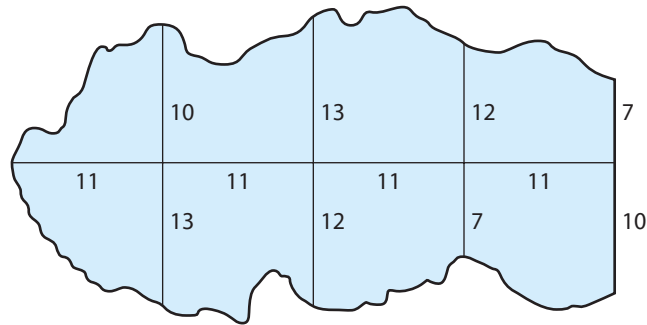


3. Bain leas as an Riail Thraipéasóideach chun meastachán a dhéanamh ar achar an réigiúin thíos. Tugtar gach toise ina mhéadair.

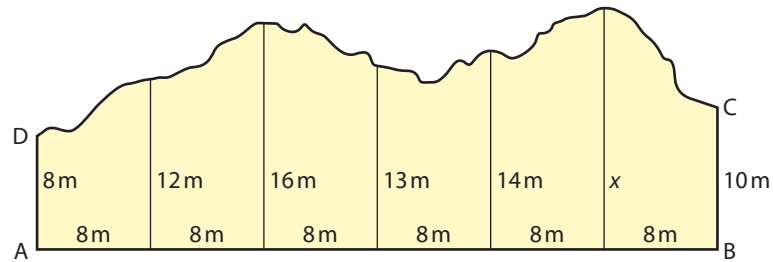




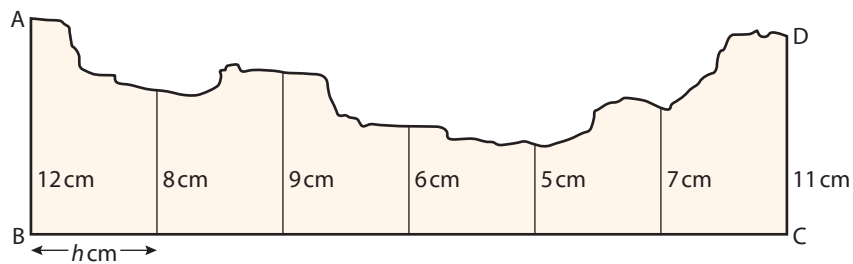
4. San fhíor thíos, tugtar gach toise ina mhéadair. Bain leas as an Riail Thraipéasóideach chun meastachán a dhéanamh ar achar na fíorach.



5. Is é 656 m^2 an meastachán a fuarthas ar achar na fíorach ABCD thíos nuair a baineadh úsáid as an Riail Thraipéasóideach. Ríomh fad na mírlíne marcáilte x .



6. Féach an léaráid thíos de pháipéir ABCD a bhfuil ciumhais neamhrialta amháin air. Ag eatraimh chothroma de $h \text{ cm}$ feadh na líne [BC], déantar tomhais ingearacha go dtí an chiumhais uachtarach. Seo iad na tomhais: 12 cm, 8 cm, 9 cm, 6 cm, 5 cm, 7 cm agus 11 cm.

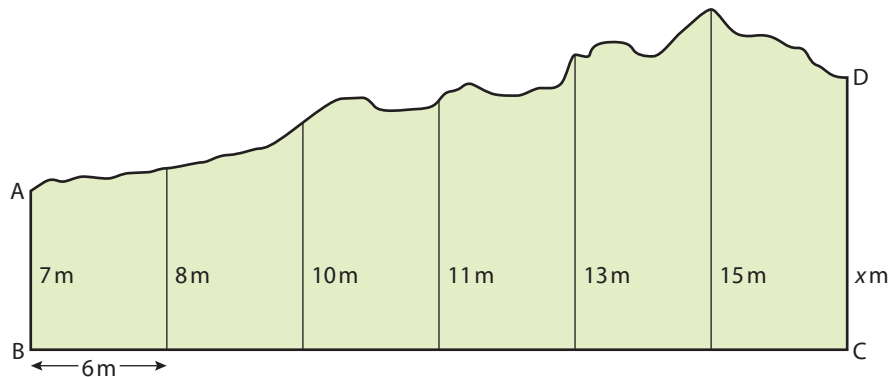


Nuair a bhaintear úsáid as an Riail Thraipéasóideach, ríomhtar gurb é 325.5 cm^2 achar an pháipéir. Faigh luach h .



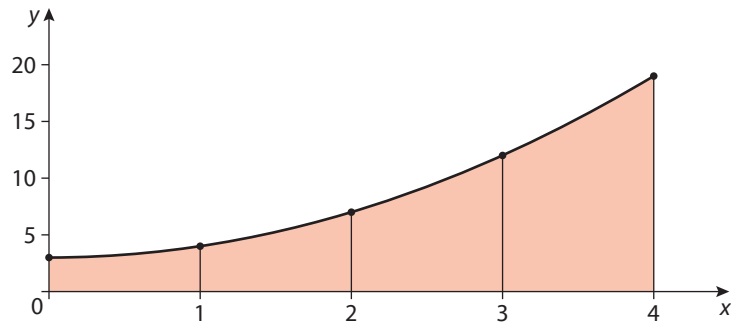


7. Is sceitse é seo den pháirc ABCD a bhfuil ciumhais neamhrialta amháin uirthi. Ag eatraimh chothroma de 6 m feadh na líne [BC], déantar tomhais [BC] suas go dtí barr na páirce. Is iad seo na torthaí: 7 m, 8 m, 10 m, 11 m, 13 m, 15 m agus x m.



Nuair a bhaintear úsáid as an Riall Thraipéasóideach, ríomhtar gurb é 399 m^2 achar na páirce. Faigh luach x .

8. Is léaráid í seo den chuar $y = x^2 + 3$ san fhearann $0 \leq x \leq 4$.

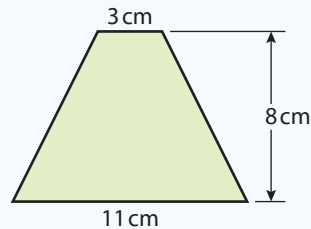


- (i) Cóipeáil agus comhlánaigh an tábla ar dheis agus úsáid á baint agat as cothromóid an chuar.
- | | | | | | |
|-----|---|---|---|---|---|
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| y | | | | | |
- (ii) Uaidh sin, bain úsáid as an Riall Thraipéasóideach chun meastachán a dhéanamh ar an achar idir an cuar agus an x -ais.
- (iii) Más é $33\frac{1}{3}$ aonad cearnach an t-achar beacht, faigh an earráid chéatadánach atá ann nuair a bhaintear úsáid as an Riall Thraipéasóideach.

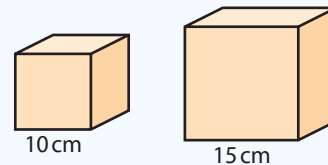


Cuir triail ort féin 9

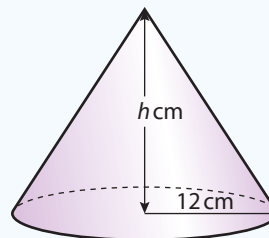
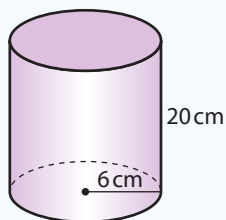
1. (i) Ríomh achar an traipéisiam ar dheis.



- (ii) Díoltar púdair níocháin i mboscaí ciúbacha. 10 cm ar fad atá taobh an bhosca bhig agus 600 gram púdair a bhíonn ann. 15 cm ar fad atá taobh an bhosca mhóir. Ríomh meáchan an phúdair a ghlacann an bosca mór.

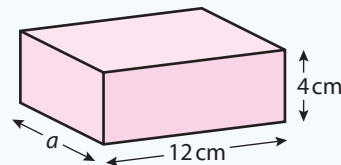


- (iii) Is ionann toirt an tsorcóra agus toirt an chóin seo thíos.

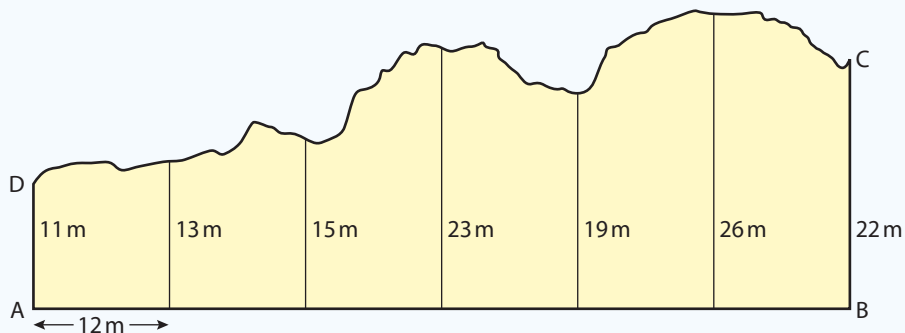


- (a) Faigh toirt an tsorcóra i dtéarmaí π .
 (b) Ríomh h , airde ingearach an chóin.

2. (i) 384 cm^3 an toirt atá sa bhloc dronuilleogach ar dheis. Faigh fad an tsleasa a .



- (ii) Bain úsáid as an Riall Thraipéasóideach chun meastachán a dhéanamh ar achar na fíorach ABCD thíos.

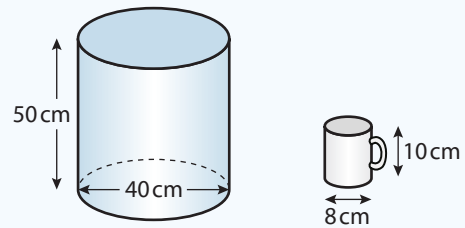




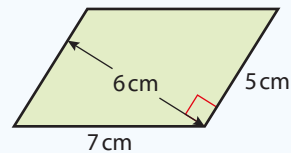
- (iii) Tá umar uisce sorcóireach 40 cm ar trastomhas inmheánach agus 50 cm ar airde.

Tá muga sorcóireach 8 cm ar trastomhas inmheánach agus 10 cm ar airde.

- (a) Faigh toirt an umair i dtéarmaí π .
 (b) Faigh toirt an mhuga i dtéarmaí π .
 (c) Cé mhéad muga is féidir a líonadh as umar lán?



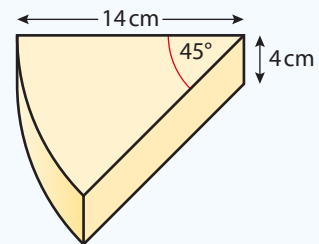
3. (i) Scríobh síos achar an chomhthreomharáin ar dheis.



- (ii) Toirt $192\pi \text{ cm}^3$ atá i gcón soladach áirithe. Más é 16 cm airde an chóin, faigh ga a bhoinn.

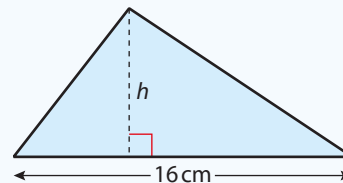
- (iii) Ar dheis tá léaráid de phársa cáise atá mar chuid de shorcóir ciorclach cáise. Ga 14 cm atá sa sorcóir agus tá sé 4 cm ar tiús. 45° atá in uillinn an phársa cáise, mar atá le feiceáil sa léaráid.

Ríomh, ina cm^3 , toirt an phársa cáise, ceart go dtí an tslánuimhir is gaire.

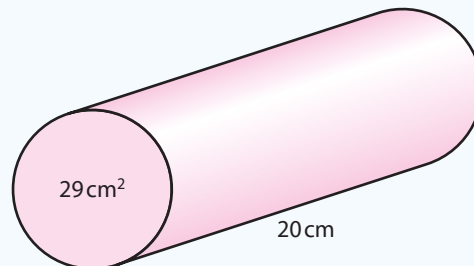


4. (i) 68 cm^2 achar an triantáin ar dheis.

Ríomh h , airde an triantáin, ina ceintiméadair.



- (ii) Ríomh toirt an phriosma ar dheis.

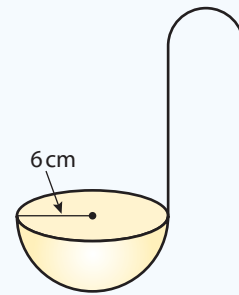


- (iii) (a) Tá anraith i sásan sorcóireach dar ga inmheánach 12 cm. Tá an t-anraith 18 cm ar doimhneacht. Ríomh, i dtéarmaí π , toirt an anraith sa sásan.

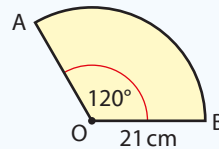


(b) Úsáidtear ladar faoi leith chun anraith a dháileadh amach. Tá an ladar i gcruth leathsféir agus ga inmheánach 6 cm ann. Ríomh, i dtéarmaí π , toirt an anraith a bheadh sa ladar dá mbeadh sé lán.

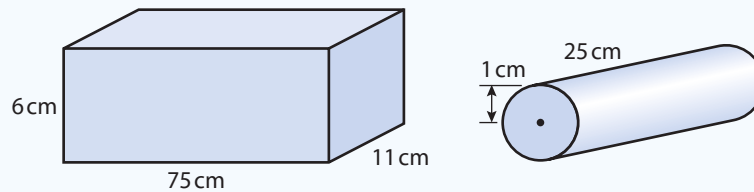
(c) Cé mhéad ladar anraith atá sa sáspan?



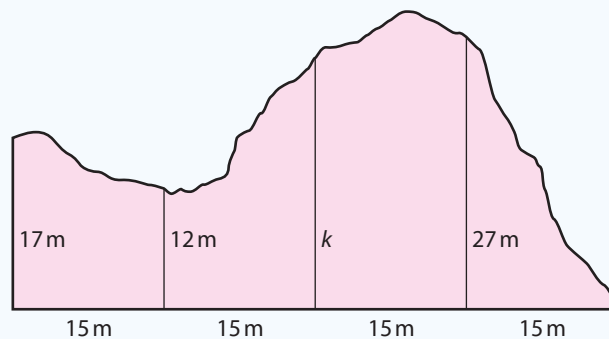
5. (i) Ríomh achar na teascóige ar dheis. Bíodh do fhreagra ceart go dtí an cm^2 is gaire.



(ii) Sa léaráid seo thíos tá bloc soladach dronuilleogach miotail. Tá sé 75 cm ar fad, 11 cm ar leithead agus 6 cm ar airde. Leáitear é agus déantar líon áirithe slata sorcóireacha as an ábhar. Tá na slata seo 25 cm ar fad agus tá ga 1 cm iontu, mar a léirítear thíos. Ríomh líon na slat iomlán a d'fhéadfaí a dhéanamh as an mbloc.

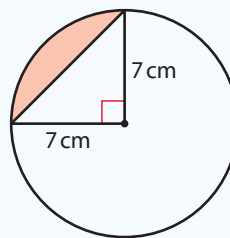


(iii) Is é 1087.5 m^2 an meastachán a fuarthas ar achar na fóirach thíos, nuair a baineadh úsáid as an Rial Thraipéasóideach.

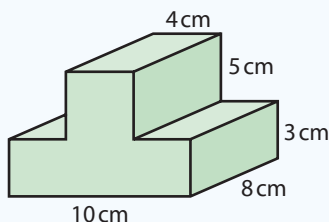


Faigh fad na hordanáide k ina mhéadair.

6. (i) 7 cm atá i nga an chiorcail ar dheis. Faigh achar na coda scáthaithe ceart go dtí an cm^2 is gaire.



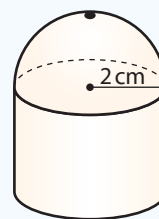
- (ii) Ríomh toirt an phriosma thall.



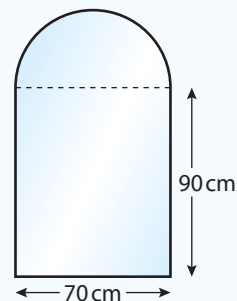
- (iii) Leathsféar ar bharr sorcóra atá sa sáiltéar sa léaráid, ar dheis. 2 cm atá i nga an leathsféir.

(a) Scríobh toirt an leathsféir i dtéarmaí π .

(b) Más ionann toirt an leathsféir agus $\frac{1}{2}$ thoirt an tsorcóra, ríomh airde an tsorcóra.

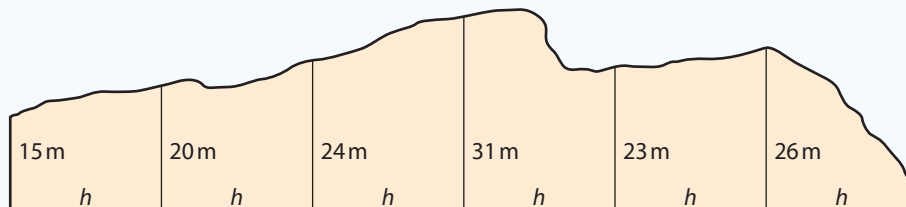


7. (i) Leathchiorcal ar bharr dronuilleoige atá san fhuinneog, sa léaráid ar dheis. 70 cm ar leithead atá an chuid dhronuilleogach agus tá sí 90 cm ar airde. Ríomh achar na fuinneoige ina cm^2 , ceart go dtí an cm^2 is gaire.



- (ii) Seo thíos plean láithreáin a bhfuil imlíne neamhrialta air. Roinntear an plean ina 6 stiall atá ar comhleithhead lena chéile. Nuair a bhaintear úsáid as an Rial Thraipéasóideach, ríomhtar gurb é 3156 m^2 achar an láithreáin.

Ríomh luach h ina mhéadair.

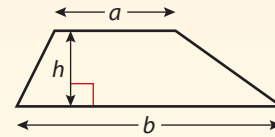


Achoimre ar na príomhphointí...

1. Traipéisiam

$$\text{Achar traipéisiam} = \frac{1}{2}(a + b) \times h$$

I bhfoirm focal: Leath de shuim fhaid an dá shlios chomhthreomhara iolraithe faoin airde ingearach.



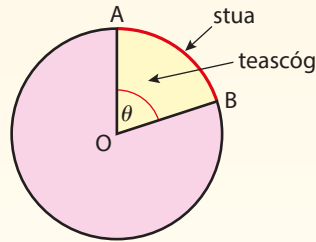
2. Ciorcail – teascóga – stuanna

$$\text{Achar ciorcail} = \pi r^2$$

$$\text{Imlíne ciorcail} = 2\pi r$$

$$\text{Fad stua} = 2\pi r \times \frac{\theta}{360}$$

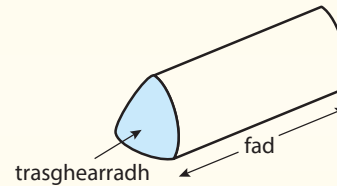
$$\text{Achar teascóige} = \pi r^2 \times \frac{\theta}{360}$$



3. Priosma

Is ionann priosma agus cruth 3T a mbíonn an trasghearradh mar a chéile ann, is cuma cá ngearrtar é.

$$\text{Toirt priosma} = \text{achar an trasghearrtha} \times \text{fad}$$



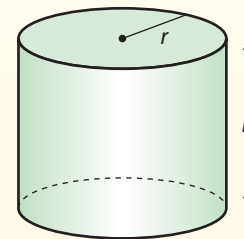
4. Sorcóir

$$\text{Toirt} = \pi r^2 h$$

Achar dromchla iomlán

$$\text{an tsorcóra sholadaigh} = 2\pi r^2 + 2\pi r h$$

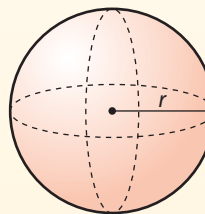
$$\text{Achar an dromchla chuair} = 2\pi r h$$



5. Sféar

$$\text{Toirt sféir} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\text{Achar an dromchla} = 4\pi r^2$$

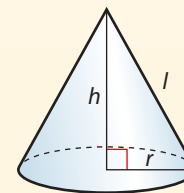


6. An cón

$$\text{Toirt cón} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$\text{Achar an dromchla chuair} = \pi r l$$

$$\text{Achar dromchla iomlán an chóin sholadaigh} = \pi r l + \pi r^2$$



7. An Riail Thraipéasóideach

$$\text{Achar} \approx \frac{h}{2} [\text{an chéad airde} + \text{an airde dheiridh} + 2(\text{fuilleach na na n-airdí})]$$

Focail thábhachtacha

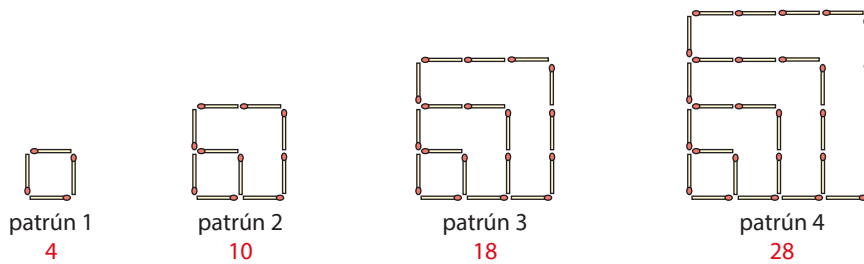
| patrún | seicheamh | téarma | modh na ndifríochtaí | nú téarma |
|---------------------|--------------------------------|--------------------|----------------------|-----------|
| comhéifeacht | seicheamh | comhbhreise | comhbheis | |
| sraith chomhbhreise | S_n , an tsuim go n téarma | seicheamh cearnach | | |

Mír 10.1 Patrúin san uimhreas

Sa mhatamaitic, bíonn sé ríthábhachtach a bheith ábalta patrúin nó seichimh a fheiceáil. Feicimid patrúin uimhreacha ar nós 1, 3, 5, 7, ... nó 5, 10, 15, 20, ... ar bhonn rialta.

Feicimid **patrúin** i ndearadh tíleanna agus i mósáicí.

Seo thíos patrún a rinneadh as cipíní. Bíonn na cearnóga ag dul i méad faoi mar a théann an patrún ar aghaidh.



Léiríonn an uimhir dhearg faoi gach patrún líon na gcipíní a úsáideadh sa chruth sin.

Féach an seicheamh 4, 10, 18, 28, ... a fhaightear as na patrúin sin thuas.

Tá an seicheamh sin beagáinín níos casta ná na seichimh 1, 3, 5, 7, ... nó 5, 10, 15, 20, ...

Seichimh uimhreacha

Is é atá i seicheamh uimhreacha ná tacar uimhreacha atá in ord faoi leith. Bíonn riail faoi leith ag baint leis chun gach uimhir sa seicheamh a aimsiú. D'fhéadfadh nach mbeadh i gceist leis an riail sin ach suimiú nó iolrú simplí a dhéanamh chun an chéad uimhir eile a aimsiú, ach de ghnáth bíonn sé níos casta ná sin. Agus tú ag plé le seichimh atá níos deacra, bíonn ort géarscrúdú a dhéanamh ar na huimhreacha chun an patrún a aimsiú.

Téarma a thugtar ar gach uimhir i seicheamh.

Scríobhtar an chéad téarma mar T_1 ; is é T_4 an 4ú téarma.



Breathnaigh ar na seichimh seo agus ar na rialacha a bhaineann leo.

4, 8, 16, 32, ... dúbail an téarma roimhe gach uair ... 64, 128, ...

4, 7, 10, 13, ... cuir 3 leis an téarma roimhe gach uair ... 16, 19, ...

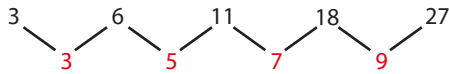
36, 32, 28, 24, ... bain 4 ón téarma roimhe gach uair ... 20, 16, ...

Tá na seichimh sin sách simplí nuair atá an nasc ó théarma amháin go dtí an chéad téarma eile aimsithe agat.

Modh na ndifríochtaí

Má fhéachaimid ar sheicheamh agus mura bhfuil an patrún le feiceáil láithreach, caithfimid breathnú ar an difríocht atá idir téarmaí leantacha chun an patrún a oibriú amach.

Féach an seicheamh seo:



An difríocht idir na téarmaí:

Sa chás seo, is seicheamh ann féin iad na difríochtaí.

Tá sé i bhfad níos éasca an patrún a oibriú amach sa seicheamh seo.

Is é 11 an chéad difríocht eile.

Faighimid an chéad téarma eile sa chéad seicheamh ach 11 a shuimiú le 27.

Is é 38 an chéad téarma eile $27 + 11$, i.e., 38.

Cleachtadh 10.1

1. Breathnaigh ar na seichimh uimhreacha seo a leanas. Scríobh síos an chéad trí théarma eile i ngach cás agus mínigh cén chaoi a bhfaightear an seicheamh.

- | | |
|------------------------|----------------------|
| (i) 2, 4, 6, 8, ... | (ii) 1, 3, 5, 7, ... |
| (iii) 1, 4, 7, 10, ... | (iv) 1, 2, 4, 8, ... |
| (v) 3, 9, 27, ... | (vi) 16, 8, 4, ... |
| (vii) 20, 18, 16, ... | (viii) 2, 6, 18, ... |

2. Féach ar na difríochtaí idir na téarmaí sna seichimh seo a leanas agus uaidh sin, scríobh síos an chéad dá théarma eile i ngach cás:

- | | |
|-------------------------|---------------------------|
| (i) 2, 4, 7, 11, ... | (ii) 1, 2, 5, 10, ... |
| (iii) 2, 6, 12, 20, ... | (iv) 2, 3, 6, 11, 18, ... |
| (v) 1, 4, 10, 19, ... | (vi) 2, 7, 14, 23, ... |

3. Breathnaigh go cúramach ar gach seicheamh uimhreacha thíos. Faigh an chéad dá théarma eile sa seicheamh i ngach cás agus déan iarracht an patrún a mhíniú.

- | | |
|-------------------------------|---|
| (i) 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... | (ii) 3, 4, 7, 11, 18, 29, ... |
| (iii) 1, 8, 27, 64, ... | (iv) $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots$ |





4. Féach ar na patrúin uimhreacha seo:

Scríobh síos an chéad líne eile i ngach patrún gan áireamhán a úsáid.

Anois bain úsáid as áireamhán chun do fhreagra a sheiceáil.

| | | | | | |
|-----|-----------------------|------|-------------------------|-------|-------------------------------|
| (i) | $6 \times 9 = 54$ | (ii) | $9 \times 1 = 9$ | (iii) | $7 \times 7 = 49$ |
| | $66 \times 9 = 594$ | | $9 \times 12 = 108$ | | $67 \times 67 = 4489$ |
| | $666 \times 9 = 5994$ | | $9 \times 123 = 1107$ | | $667 \times 667 = 444889$ |
| | $= = = = =$ | | $9 \times 1234 = 11106$ | | $6667 \times 6667 = 44448889$ |
| | | | $= = = = =$ | | $= = = = =$ |

Mír 10.2 An nú téarma i seicheamh

Amanna agus muid ag baint úsáid as seicheamh uimhreacha, bíonn orainn teacht ar an 50ú nó an 100ú téarma, mar shampla, gan gach ceann den 50 nó den 100 téarma a scríobh amach. Chun é sin a dhéanamh caithfimid teacht ar an riail is bun leis an seicheamh.

An **nú** téarma nó T_n a thugtar ar an riail sin de ghnáth.

Má tá $T_n = 2n + 3$, ansin beidh $T_1 = 2(1) + 3 = 5$

$$T_2 = 2(2) + 3 = 7$$

$$T_3 = 2(3) + 3 = 9$$

.....

Uaidh sin, feicimid gurb é an riail $T_n = 2n + 3$ is bun leis an seicheamh 5, 7, 9, ...

Leis an riail sin, $T_n = 2n + 3$, is féidir linn teacht ar théarma ar bith sa seicheamh.

Sampla 1

Is é $4n - 3$ an nú téarma i seicheamh faoi leith.

Scríobh síos an chéad chúig théarma sa seicheamh.

$$T_n = 4n - 3$$

$$T_1 = 4(1) - 3 = 1$$

$$T_2 = 4(2) - 3 = 5$$

$$T_3 = 4(3) - 3 = 9$$

$$T_4 = 4(4) - 3 = 13$$

$$T_5 = 4(5) - 3 = 17$$

Is iad an chéad 5 théarma ná: 1, 5, 9, 13, 17.

An nú téarma i seicheamh a fháil

Féach ar an seicheamh 2, 5, 8, 11, ...

Tá an **difríocht chéanna** idir gach téarma agus an téarma a thagann ina dhiaidh.

Is é **3** an difríocht sin.

Beidh an nú téarma sa seicheamh cothrom le $3n \pm$ uimhir faoi leith.

Le $3n$, gheofá an seicheamh 3, 6, 9, 12.





Cuir an seicheamh nua i gcomparáid leis an seicheamh bunaidh go bhfeicfidh tú cén uimhir a chaithfidh tú a chur le gach téarma nó a bhaint ó gach téarma chun an patrún bunaidh a fháil.

$-1 \curvearrowright$ 2, 5, 8, 11 Sa chás seo bainimid 1 ó gach téarma
3, 6, 9, 12 chun an téarma bunaidh a fháil.

Mar sin is é $3n - 1$ an nú téarma;

$$\therefore T_n = 3n - 1$$

Sa seicheamh 6, 10, 14, 18, ... is é 4 an difríocht.

Is é a bheidh san nú téarma $T_n = 4n \pm$ uimhir faoi leith.

Le $4n$ faightear an seicheamh 4, 8, 12, ...

Nuair a dhéanaimid comparáid idir an seicheamh bunaidh agus an seicheamh nua faighimid:

$+2 \curvearrowright$ 6, 10, 14, 18, ... Anseo cuirimid 2 le gach téarma chun teacht ar an
4, 8, 12, 16, ... téarma comhfhreagrach den seicheamh bunaidh.

Is é $T_n = 4n + 2$ an nú téarma

Sampla 2

Faigh an nú téarma sa seicheamh 3, 7, 11, 15, ...

Sa seicheamh 3, 7, 11, 15, ..., is é 4 an difríocht idir na téarmaí.

Mar sin is é an chéad chuid den nú téarma ná $4n$.

Leis sin, gheofá an seicheamh 4, 8, 12, 16, ...

Má chuirimid na seichimh i gcomparáid lena chéile, faighimid: 3, 7, 11, 15
4, 8, 12, 16 $\curvearrowright -1$

Sa chás seo bainimid 1 ó gach téarma chun an seicheamh bunaidh a fháil.

$$\therefore T_n = 4n - 1$$

Sampla 3

Faigh an nú téarma agus an 20ú téarma sa seicheamh 4, 7, 10, 13, 16, ...

Sa seicheamh 4, 7, 10, 13, ..., is é 3 an difríocht idir na téarmaí.

$$T_n = 3n \pm \text{uimhir faoi leith}$$

Le $3n$, gheofá an seicheamh 3, 6, 9, 12, ...

Á gcur i gcomparáid: $+1 \curvearrowright$ 4, 7, 10, 13, ...
3, 6, 9, 12, ...

Sa chás seo cuirimid 1 le gach téarma sa dara seicheamh chun an chéad seicheamh a fháil.

$$\therefore T_n = 3n + 1$$

$$T_{20} = 3(20) + 1 \quad \dots \text{ cuir 20 in áit } n$$

$$T_{20} = 61$$





Cleachtadh 10.2

- Úsáid gach ceann de na rialacha seo a leanas chun teacht ar an gcéad trí théarma sa seicheamh:
 - $n + 4$ do $n = 1, 2, 3$
 - $2n + 1$ do $n = 1, 2, 3$
 - $4n + 3$ do $n = 1, 2, 3$
 - $3n - 2$ do $n = 1, 2, 3$
- I ngach ceann de na seichimh seo a leanas, tugtar an nú téarma, T_n .
Scríobh síos an chéad cheithre théarma i ngach seicheamh:
 - $T_n = 3n$
 - $T_n = 2n + 3$
 - $T_n = 3n - 2$
- Má tá $T_n = 3n - 4$, faigh T_1, T_3 agus T_{10} .
- Scríobh síos an chéad trí théarma sna seichimh seo a leanas.
Tá an nú téarma ar fáil i ngach gás.
 - $T_n = n^2$
 - $T_n = n^2 + 3$
 - $T_n = 2n^2 + 1$
- Má tá $T_n = 2n^2 - 1$, faigh
 - T_1
 - T_2
 - T_5
 - T_{10} .
- Má tá $T_n = 2n - 6$, léirigh go bhfuil $T_1 + T_5 = 0$.
- Faigh an chéad dá théarma eile agus an nú téarma i ngach ceann de na seichimh seo a leanas:
 - 3, 5, 7, 9, 11, ...
 - 4, 7, 10, 13, ...
 - 2, 6, 10, 14, 18, ...
 - 5, 9, 13, 17, ...
- Faigh an nú téarma agus an 20ú téarma i ngach ceann de na seichimh seo a leanas:
 - 2, 5, 8, 11, ...
 - 6, 8, 10, 12, ...
 - 4, 9, 14, 19, ...
 - 2, 7, 12, 17, ...
- Madir leis an seicheamh 6, 11, 16, 21, ...
faigh (i) T_n (ii) T_{20} (iii) T_{100}
- Is é $T_n = 3n - 4$ an rialil lena bhfaightear an nú téarma i seicheamh faoi leith.
Cén téarma sa seicheamh é 23? [Nod: Bíodh $3n - 4 = 23$.]

Mír 10.3 Seichimh a fhaightear ó chruthanna

Déantar na dearaí seo ach licíní a eagrú ina gcearnóga.



Tugtar sa tábla seo líon na licíní i ngach dearadh.

| | | | | | |
|-----------------------|---|---|---|----|----|
| Dearadh | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Líon na licíní | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 |

Uimhreacha cearnacha a thugtar ar na huimhreacha sa seicheamh 1, 4, 9, 16, 25 ...

Ón seicheamh sin, is féidir a fheiceáil go dteastaíonn 6^2 licín (i.e. 36 licín) do dhearadh 6, agus go dteastaíonn n^2 licín do dhearadh n .

Sampla 1

Déantar na dearaí seo ach licíní a eagrú ina L-chruthanna.



(i) Cóipeáil agus críochnaigh an tábla ar dheis i dtaca leis na dearaí seo.

| | | | | | |
|-----------------------|---|---|---|---|---|
| Dearadh | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Líon na licíní | 1 | | | | |

- (ii) Cé mhéad licín atá sa 6ú dearadh?
- (iii) Cé mhéad licín a theastaíonn chun an 15ú dearadh a dhéanamh? Míneigh cén chaoi a bhfuair tú do fhreagra.
- (iv) Cé acu dearadh a bhfuil 99 licín ann?
- (v) An féidir ceann de na dearaí seo a dhéanamh le 40 licín go beacht? Míneigh do fhreagra.

(i) Seo an tábla:

| | | | | | |
|-----------------------|---|---|---|---|---|
| Dearadh | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Líon na licíní | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 |

- (ii) Beidh $9 + 2$, i.e. 11, licín sa 6ú dearadh.
- (iii) Chun teacht ar líon na licíní sa 15ú dearadh, caithfimid an n ú téarma a fháil.
1, 3, 5, 7, 9, ... Is é 2 an difríocht anseo.

Mar sin beidh an n ú téarma cothrom le $2n \pm$ uimhir faoi leith. Le $2n$ faightear an seicheamh 2, 4, 6, 8, ... mar sin caithfimid 1 a bhaint ó gach téarma sa seicheamh seo chun an chéad seicheamh a fháil.

$$\therefore T_n = 2n - 1$$

Is mar T_{15} a chuirtear an 15ú dearadh in iúl.

$$T_n = 2n - 1 \Rightarrow T_{15} = 2(15) - 1 = 29$$

Mar sin teastaíonn 29 licín don 15ú dearadh.



(iv) Chun teacht ar an dearadh a úsáideann 99 licín, bíodh $T_n = 99$.

$$\begin{aligned} T_n = 99 &\Rightarrow 2n - 1 = 99 \\ &\Rightarrow 2n = 100 \\ &\Rightarrow n = 50 \end{aligned}$$

Is é dearadh 50 a úsáideann 99 licín.

(v) Bíodh $T_n = 40$

$$2n - 1 = 40$$

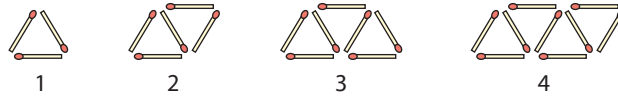
$$2n = 41$$

$$n = 20\frac{1}{2}$$

Ó tharla nach slánuimhir é n , ní úsáideann aon dearadh 40 licín go beacht.

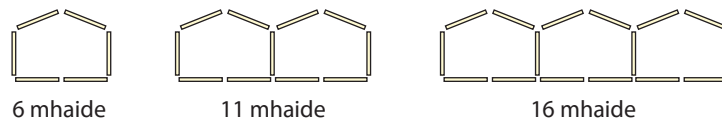
Cleachtadh 10.3

1. Déantar patrún triantán le cipíní.



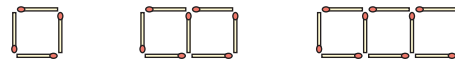
- Tarraing an 5ú tacar triantán sa phatrún seo.
- Scríobh síos an seicheamh uimhreacha a fhaightear as na cipíní sa chéad 6 patrún.
- Faigh slonn in n le haghaidh líon na gcipíní san n ú tacar triantán.
- Cé mhéad cipín a theastaíonn don 50ú tacar triantán?

2. Seo seicheamh patrún



- Tarraing an 4ú patrún sa seicheamh seo.
- Scríobh síos an seicheamh uimhreacha a fhaightear as na maidí sa chéad 6 patrún.
- Léirigh go dtugann $T_n = 5n + 1$ líon na maidí san n ú patrún.
- Cé mhéad maide a theastaíonn don 20ú patrún?
- Cén patrún a bhfuil 51 maide ann?

3. Críochnaigh tábla na luachanna don seicheamh seo de phatrúin chipíní.



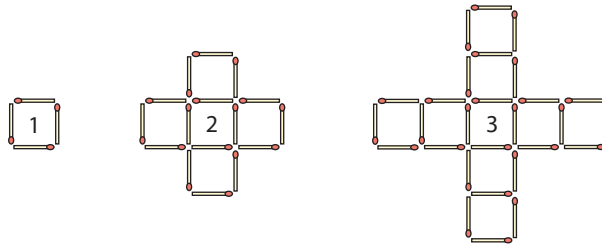
| | | | | | |
|------------------|---|---|---|---|---|
| Líon na gcearnóg | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Líon na gcipíní | 4 | 7 | | | |





- (i) Cé mhéad cipín a theastaíonn don 6ú patrún?
- (ii) Faigh slonn in n le haghaidh an n ú patrún.
- (iii) Úsáid an slonn a fuair tú chun teacht ar líon na gcipíní a theastaíonn don 50ú patrún.

4. Déantar patrún cearnóg le cipíní mar a léirítear thíos..

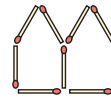


- (i) Tarraing an 4ú patrún.
- (ii) Faigh slonn in n le haghaidh líon na gcearnóg san n ú patrún.
- (iii) Cé mhéad cearnóg atá sa 30ú patrún?
- (iv) Cén patrún a bhfuil 77 cearnóg ann go beacht?

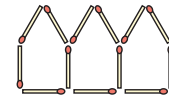
5. Breathnaigh ar na cruthanna seo a rinneadh as cipíní.



5 chipín



9 gcipín



- (i) Cóipeáil agus críochnaigh an tábla thíos:

| | | | | | |
|------------------------|---|---|-----|-----|-----|
| Cruth | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Líon na gcipíní | 5 | 9 | ... | ... | ... |

- (ii) Cé mhéad cipín atá i gCruth 7?
 - (iii) Faigh slonn le haghaidh líon na gcipíní i gCruth n .
 - (iv) Cén cruth a bhfuil 101 cipín ann go beacht?
- 6.** (i) Más é $4n - 1$ an n ú téarma i sheicheamh faoi leith, faigh an 8ú téarma sa seicheamh.
(ii) Seo thíos an chéad cheithre théarma i seicheamh faoi leith. Faigh an n ú téarma

2 8 14 20

7. Rinneadh na patrúin thíos as tileanna dubha.

- (i) Cé mhéad tíl dhubh a bheidh i bpatrún 5?
- (ii) Cé mhéad tíl dhubh a bheidh i bpatrún 10?
- (iii) Faigh slonn le haghaidh líon na dtíleanna dubha i bpatrún n .
- (iv) Cé mhéad tíl a bheidh i bpatrún 100?
- (v) Cén patrún a mbeidh 101 tíl ann go beacht?



Patrún 1



Patrún 2



Patrún 3

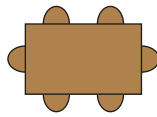


Patrún 4

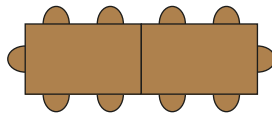




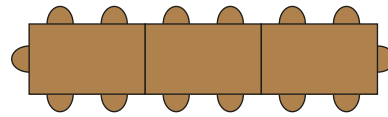
8. Bhí roinnt bord in ionad comhdhála agus bhí spás do sheisear ag gach bord. Nuair a cuireadh na boird le chéile, d'fhéadfadh daoine suí chun boird mar a léirítear thíos.



1



2



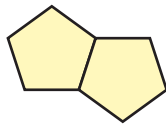
3

- Cé mhéad duine a mbeadh spás ann dóibh ag 4 bhord?
- Cé mhéad duine a mbeadh spás ann dóibh ag n bord a chuirfí le chéile ar an dóigh seo?
- Bhí 90 duine ag comhdháil agus bhí siad ag iarraidh na boird a leagan amach ar an dóigh seo thuas. Cé mhéad bord a bheadh de dhíth orthu?

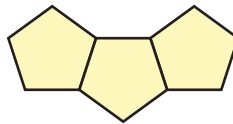
9. Déantar an patrún thíos ach peinteagáin rialta dar sleasa 1 cm a chur le chéile.



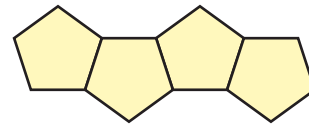
1



2



3



4

- Scríobh síos imlíne gach ceann den chéad 4 chruth. (Ná cuir línte inmheánacha san áireamh.)
- Céard é imlíne an 5ú agus an 6ú cruth?
- Faigh slonn d'ímlíne an n ú cruth.
- Faigh fad imlíne an 50ú cruth.
- Cén cruth a bhfuil imlíne 92 cm air?

Mír 10.4 Seichimh chomhbhreise

Féach na seichimh seo: (i) 2, 4, 6, 8, 10, ...
(ii) 3, 7, 11, 15, 19, ...

I gcás (i) faightear gach téarma nuair a chuirtear 2 leis an téarma roimhe.
I gcás (ii) faightear gach téarma nuair a chuirtear 4 leis an téarma roimhe.
Is samplaí iad seo de **seichimh chomhbhreise**.

Seicheamh chomhbhreise

Seicheamh chomhbhreise a thugtar ar sheicheamh inar féidir téarma ar bith i ndiaidh an chéad téarma a fháil ach uimhir thairiseach a shuimiú leis an téarma roimhe.

Is leis an litir **a** a chuirtear an chéad téarma in iúl.

An **chomhbhreis** a thugtar ar an uimhir thairiseach agus is leis an litir **d** a chuirtear in iúl í.



Seo roinnt samplaí de sheichimh chomhbhreise:

| | An chéad téarma (a) | An chomhbhreis (d) |
|---------------------|-------------------------|------------------------|
| (i) 5, 8, 11, ... | 5 | 3 |
| (ii) 6, 3, 0, ... | 6 | -3 |
| (iii) -4, 0, 4, ... | -4 | 4 |

Tá an chomhbhreis $d = \text{téarma ar bith} - \text{an téarma roimhe}$.

Madir leis an seicheamh 12, 7, 2, ...

$$d = 7 - 12 = -5.$$

Ó tharla go bhfuil luach diúltach ar d tá an seicheamh ag dul i laghad.

An nú téarma i seicheamh comhbhreise a fháil

Más é a an chéad téarma i seicheamh comhbhreise agus más é d an chomhbhreis, is féidir an seicheamh a scríobh mar seo a leanas:

$$a, \quad a + d, \quad a + 2d, \quad a + 3d, \quad \dots \quad a + (n - 1)d$$

$$T_1 \quad T_2 \quad T_3 \quad T_4 \quad \dots \quad T_n$$

Seo mar a fhaightear an nú téarma i seicheamh comhbhreise $T_n = a + (n - 1)d$

Sampla 1

Madir leis an seicheamh comhbhreise 3, 8, 13, ..., faigh

(i) a (ii) d (iii) T_n (iv) T_{20}

(i) a , an chéad téarma = 3

(ii) d , an chomhbhreis = téarma ar bith - an téarma roimhe = $8 - 3 = 5$

(iii) $T_n = a + (n - 1)d$
 $= 3 + (n - 1)5$
 $= 3 + 5n - 5$
 $= 5n - 2$

(iv) $T_n = 5n - 2$
 $T_{20} = 5(20) - 2$
 $= 98$

Sampla 2

- (i) Faigh an nú téarma sa seicheamh comhbhreise 7, 10, 13, 16, ...
- (ii) Cén téarma sa seicheamh é 97?
- (iii) Léirigh nach téarma sa seicheamh é 168.



(i) 7, 10, 13, 16, $a = 7$ agus $d = 3$

$$\begin{aligned} T_n &= a + (n - 1)d \\ &= 7 + (n - 1)3 \\ &= 7 + 3n - 3 \\ T_n &= 3n + 4 \end{aligned}$$

(ii) Bíodh $T_n = 97 \Rightarrow 3n + 4 = 97$
 $3n = 97 - 4 = 93$
 $n = 31$

Is é 97 an 31ú téarma.

(iii) Bíodh $T_n = 168$
 $3n + 4 = 168 \Rightarrow 3n = 168 - 4$
 $3n = 164$
 $n = \frac{164}{3} = 54\frac{2}{3}$

Ó tharla nach slánuimhir é n , ní téarma sa seicheamh é 168.

Cleachtadh 10.4

1. Faigh a agus d i gcás gach ceann de na seichimh chomhbhreise seo a leanas:

| | | |
|--------------------|---------------------|-----------------------|
| (i) 2, 5, 8, ... | (ii) 7, 12, 17, ... | (iii) 0, 3, 6, 9, ... |
| (iv) -2, 1, 4, ... | (v) 60, 55, 50, ... | (vi) 6, 1, -4, ... |
2. Scríobh síos an chéad trí théarma eile sna seichimh chomhbhreise seo a leanas:

| | | |
|-------------------|-------------------|----------------------|
| (i) 2, 6, 10, ... | (ii) 8, 4, 0, ... | (iii) -6, -3, 0, ... |
|-------------------|-------------------|----------------------|
3. Mair leis an seicheamh 2, 6, 10, 14, ... scríobh síos

| | |
|-------------------------------------|---------------------------|
| (i) a , an chéad téarma | (ii) d , an chomhbhreis |
| (iii) T_n agus uaidh sin T_{20} | |
4. Faigh T_n , an n ú téarma de gach ceann de na seichimh seo a leanas:

| | | |
|----------------------|------------------------|-------------------------|
| (i) 1, 5, 9, 13, ... | (ii) 6, 8, 10, 12, ... | (iii) -5, 0, 5, 10, ... |
|----------------------|------------------------|-------------------------|
5. Más ionann T_n i seicheamh faoi leith agus $3n - 4$, scríobh síos luach

| | | | |
|-----------|------------|----------------|----------------------------|
| (i) T_1 | (ii) T_2 | (iii) T_{14} | (iv) d , an chomhbhreis. |
|-----------|------------|----------------|----------------------------|
6. Faigh T_n sa seicheamh comhbhreise 12, 15, 18, ...
 Uaidh sin scríobh síos luach (i) T_{10} (ii) T_{40} .
7. Tá $T_n = 5n - 1$ i seicheamh comhbhreise faoi leith.
 Faigh T_1 , T_2 , agus T_3 .
 Uaidh sin scríobh síos luach a agus luach d .





8. Sa seicheamh $4, 7, 10, \dots$, scríobh síos luach a agus luach d .
Faigh slonn le haghaidh T_n agus uaidh sin scríobh síos T_{20} .

9. Is ionann T_n i seicheamh comhbhreise faoi leith agus $4n - 1$.
Scríobh síos an chéad trí théarma sa seicheamh sin.
Uaidh sin faigh luach a agus luach d .

10. Faigh slonn le haghaidh T_n sa seicheamh comhbhreise
 $2, 6, 10, \dots$
Cén luach ar n a fhágann $T_n = 46$?

11. Faigh T_n sa seicheamh comhbhreise $1, 3, 5, \dots$.
Cén luach ar n a fhágann $T_n = 87$?

12. Déantar na dearáí seo ach
licíní a eagrú ina dtriantáin.

(i) Tarraing an 5ú triantán.



Triantán 1

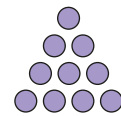
(ii) Cé mhéad licín atá
i dtriantán 6?



Triantán 2



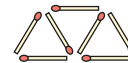
Triantán 3



Triantán 4

(iii) Scríobh síos an seicheamh uimhreacha a fhaightear as an gcéad 6 thriantán.
Mínigh cén fáth nach seicheamh comhbhreise é sin.

13. Críochnaigh tábla na luachanna maidir leis
an seicheamh seo de phatrúin chipíní.



| | | | | | |
|-------------------|---|---|---|---|---|
| Líon na dtriantán | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Líon na gcipíní | 3 | | | | |

- Mínigh cén fáth gur seicheamh comhbhreise an seicheamh a fhaightear as líon na gcipíní.
- Scríobh slonn le haghaidh an n ú téarma sa seicheamh.
- Cé mhéad cipín a theastaíonn don 30ú téarma sa seicheamh?
- Cén téarma sa phatrún a úsáideann 81 cipín?

14. Faigh T_n sa seicheamh comhbhreise $8, 5, 2, \dots$.
Cén luach ar n a fhágann go bhfuil $T_n = -34$?

15. Más ionann T_n sa seicheamh comhbhreise $4, 7, 10, 13, \dots$ agus 127, faigh luach n .

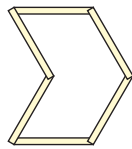
16. Cén téarma sa seicheamh comhbhreise $6, 11, 16, \dots$ é 186?

17. Cén téarma sa seicheamh comhbhreise $-8, -6, -4, \dots$ é 38?

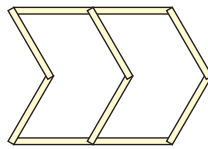
18. Sa seicheamh $15, 20, 25, 30, \dots$, tá $T_n = 215$. Faigh n .



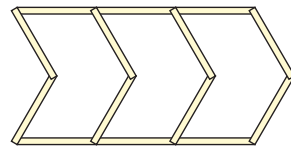
19. Seo thíos patrún a rinneadh as maidí.



Patrún 1



Patrún 2



Patrún 3

- (i) Cé mhéad maide atá sa 5ú patrún?
- (ii) Faigh, i dtéarmaí n , líon na maidí a theastaíonn don n ú patrún.
- (iii) Cé mhéad maide a theastaíonn don 20ú patrún?
- (iv) Cén patrún a úsáideann 122 maide?

20. Is ionann T_n i seicheamh faoi leith agus $T_n = n^2 + 4$.

Faigh T_1, T_2 agus T_3 agus uaidh sin abair an seicheamh comhbhreise é an seicheamh sin.

Mír 10.5 Luach a agus luach d a fháil

Má thugtar dhá théarma atá i seicheamh comhbhreise faoi leith, is féidir cothromóidí comhuaineacha a úsáid chun luach a agus luach d a fháil. Ansin is féidir aon téarma eile sa seicheamh a fháil.

Sampla 1

Is ionann T_4 i seicheamh comhbhreise faoi leith agus 11 agus $T_9 = 21$.
Faigh luach a agus luach d agus uaidh sin faigh T_{50} .

$$T_n = a + (n - 1)d$$

$$T_4 = 11 \Rightarrow a + 3d = 11 \dots \textcircled{1}$$

$$T_9 = 21 \Rightarrow a + 8d = 21 \dots \textcircled{2}$$

$$\text{Ag dealú: } -5d = -10 \\ \Rightarrow d = 2$$

Má chuirtear 2 in áit d faighimid $\textcircled{1}$

$$a + 3(2) = 11$$

$$\Rightarrow a + 6 = 11 \Rightarrow a = 5$$

$$\therefore a = 5 \text{ agus } d = 2$$

$$T_{50} = a + 49d$$

$$= 5 + 49(2) = 5 + 98$$

$$= 103$$

Sampla 2

Más trí théarma leantacha i seicheamh comhbhreise iad $x + 1$, $2x - 2$, agus $2x + 1$, faigh luach x .

Uaidh sin scríobh síos T_n agus T_{100} sa seicheamh.



Más téarmaí leantacha i seicheamh comhbhreise iad $x + 1$, $2x - 2$ agus $2x + 1$, ansin tá

$$\begin{aligned}T_2 - T_1 &= T_3 - T_2 \\ \Rightarrow (2x - 2) - (x + 1) &= (2x + 1) - (2x - 2) \\ \Rightarrow 2x - 2 - x - 1 &= 2x + 1 - 2x + 2 \\ \Rightarrow x - 3 &= 3 \\ \Rightarrow x &= 6\end{aligned}$$

Is iad an chéad trí théarma ná: 7, 10, 13.

$$\Rightarrow a = 7 \text{ agus } d = 3$$

$$\begin{aligned}T_n &= a + (n - 1)d \\ &= 7 + (n - 1)3 \\ &= 7 + 3n - 3\end{aligned}$$

$$\Rightarrow T_n = 3n + 4$$

$$\Rightarrow T_{100} = 3(100) + 4 = 304$$

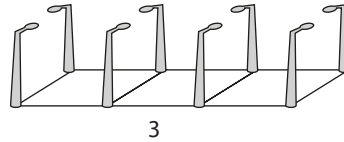
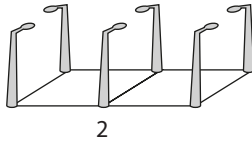
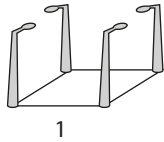
Cleachtadh 10.5

1. Is é 5 an chéad téarma i seicheamh comhbhreise.
Más é 33 an cúigiú téarma, faigh d , an chomhbheis.
Uaidh sin faigh T_n agus T_{20} .
2. I seicheamh comhbhreise faoi leith, tá $T_4 = 14$ agus $T_9 = 34$.
Faigh luach a agus luach d agus uaidh sin faigh luach T_{13} .
3. I seicheamh comhbhreise faoi leith, tá $T_5 = 21$ agus $T_{10} = 41$.
Faigh luach a agus luach d .
Uaidh sin faigh T_n agus T_{60} .
4. I seicheamh comhbhreise faoi leith, is é -18 an t-ochtú téarma agus is é 12 an tríú téarma.
Faigh luach a agus luach d .
Uaidh sin faigh T_{100} .
5. I seicheamh comhbhreise faoi leith, tá $T_3 = 4$ agus $T_{10} = -17$.
Faigh luach a agus luach d .
Scríobh síos T_n sa seicheamh agus faigh an luach ar n a fhágfaidh $T_n = -47$.
6. I seicheamh comhbhreise faoi leith, is é 3 an chéad téarma agus tá $T_6 = 2T_3$.
 - (i) Faigh luach na comhbheise, d .
 - (ii) Faigh T_n , an n ú téarma.
7. I seicheamh comhbhreise faoi leith, tá $T_1 + T_5 = 0$ agus $T_{13} = 20$.
 - (i) Faigh luach a agus luach d .
 - (ii) Léirigh go bhfuil an seachtú téarma dhá oiread níos mó ná an cúigiú téarma.

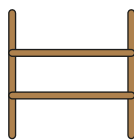




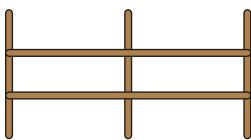
8. I seicheamh comhbhreise faoi leith, tá $T_4 = -9$ agus $T_{15} = -31$.
Faigh luach a agus luach d . Scríobh síos T_n sa seicheamh agus uaidh sin oibrigh amach cén téarma atá cothrom le -81 .
9. Cuirtear cuaillí solais in airde ag tús mótarbhealach faoi leith agus ansin gach 100 m ina dhiaidh sin, mar a léirítear thíos,



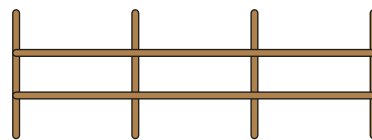
- Cé mhéad cuaille solais a theastaíonn do 500 m den mhótarbhealach?
 - Scríobh síos, mar sheicheamh comhbhreise, líon na gcuailí solais a theastaíonn do 100 m, 200 m, 300 m, 400 m, ...
 - Faigh slonn in n le haghaidh an nú téarma sa seicheamh seo.
 - Úsáid an slonn a fuair tú ag (iii) thuas chun teacht ar líon na gcuailí solais a theastaíonn do 8 km den mhótarbhealach.
 - Is mótarbhealach é an M51 atá á thógáil i láthair na huaire.
Tá an conraitheoir i ndiaidh 2402 cuaille solais a ordú don mhótarbhealach sin.
Cé chomh fada is atá an mótarbhealach?
10. I seicheamh comhbhreise faoi leith, tá $T_1 + T_3 = 12$ agus $T_4 + T_6 = 24$.
Faigh luach a agus luach d .
11. I seicheamh comhbhreise faoi leith, is é 20 an séú téarma agus tá an deichiú téarma ceithre oiread níos mó ná an dara téarma.
Faigh luach a agus luach d . Uaidh sin ríomh T_{100} .
12. Más trí théarma leantacha i seicheamh comhbhreise iad x , $2x + 3$ agus $4x + 5$, faigh luach x .
13. Faigh luach x i ngach ceann de na seichimh chomhbhreise seo a leanas:
- $x - 1, x + 1, 3x - 3$
 - $x + 4, 3 - x, x + 10$.
14. Tógann Tomás sconsaí d'fhaid dhifriúla le píosaí adhmaid.



Fad sconsa 1



Fad sconsa 2



Fad sconsa 3

- Tarraing sceitse d'fhad sconsa 5.
Chomhair Tomás líon na bpíosaí adhmaid a bhí ag teastáil uaidh chun gach fad sconsa a thógáil. Rinne sé amach an tábla thíos.

| | | | | | | |
|--------------------------------|---|---|----|---|---|---|
| Fad sconsa | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Líon na bpíosaí adhmaid | 4 | 7 | 10 | | | |



- (ii) Críochnaigh an tábla chun líon na bpíosaí adhmaid a d'úsáidfeadh sé d'fhad sconsa 4, 5 agus 6 a léiriú.
- (iii) Scríobh síos, i dtéarmaí n , slonn le haghaidh líon na bpíosaí adhmaid a theastaíonn d'fhad sconsa n .
- (iv) Cé mhéad píosa adhmaid a theastaíonn d'fhad sconsa 40?
- (v) Cad é an uimhir a bheadh ar an bhfad sconsa a thógfadh Tomás, dá mbeadh 91 píosa adhmaid aige?

Mír 10.6 Sraitheanna comhbheise

Nuair a shuimítear na téarmaí i seicheamh comhbheise, déantar **sraith chomhbheise** díobh.

Mar shampla, is seicheamh comhbheise é, $1, 3, 5, 7, \dots$
ach is sraith chomhbheise é $1 + 3 + 5 + 7 \dots$

Úsáidtear an nodaireacht S_n chun suim an chéad n téarma i sraith a chur in iúl.

Dá bhrí sin, tá $S_1 =$ suim téarma amháin, i.e. $S_1 = T_1$
 $S_2 = T_1 + T_2$
 $S_3 = T_1 + T_2 + T_3$

Is é an difear idir seicheamh agus sraith ná go mbíonn an comhartha + idir na téarmaí i sraith.

Sa bhosca ar dheis tá an fhoirmle le haghaidh S_n i sraith chomhbheise.

Faightear an tsuim go n téarma i sraith chomhbheise leis an bhfoirmle

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}.$$

Sampla 1

Faigh S_n agus uaidh sin S_{20} den tsraith $5 + 8 + 11 + 14 + \dots$

Sa tsraith $5 + 8 + 11 + 14 + \dots$, $a = 5$ agus $d = 3$.

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\} \\ &= \frac{n}{2} \{2(5) + (n - 1)(3)\} \quad \dots (a = 5, d = 3) \\ &= \frac{n}{2} \{10 + 3n - 3\} \\ S_n &= \frac{n}{2} \{3n + 7\} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} S_{20} = \frac{20}{2} \{60 + 7\} \\ = 10(67) \\ = 670 \end{array}$$

Sampla 2

I sraith chomhbhreise é seo a leanas $5 + 7 + 9 + \dots$

Má tá $S_n = 192$, faigh luach n .

$$S_n = 192$$

$$\frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\} = 192$$

$$\frac{n}{2}\{10 + (n-1)2\} = 192 \quad \dots(a = 5 \text{ agus } d = 2)$$

$$\frac{n}{2}\{10 + 2n - 2\} = 192$$

$$\frac{n}{2}\{2n + 8\} = 192$$

$$\frac{2n^2}{2} + \frac{8n}{2} = 192$$

$$n^2 + 4n - 192 = 0$$

$$(n - 12)(n + 16) = 0$$

$$n = 12 \quad \dots \text{déan neamhaird den fhreagra diúltach } -16$$

$$\therefore S_{12} = 192$$

Nóta:

$$S_4 = T_1 + T_2 + T_3 + T_4$$

$$S_5 = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5$$

Ag dealú: $S_5 - S_4 = T_5$

Ar an gcaoi chéanna $S_n - S_{n-1} = T_n$

Ná dearmad:

$$T_n = S_n - S_{n-1}$$

Sampla 3

I sraith chomhbhreise faoi leith, tá $S_n = n^2 + 2n$.

Faigh S_1, S_2 agus S_3 agus uaidh sin scríobh síos T_1, T_2 agus T_3 .

$$S_n = n^2 + 2n \Rightarrow S_1 = 1^2 + 2(1) = 3 \Rightarrow T_1 = 3$$

$$S_2 = 2^2 + 2(2) = 8 \Rightarrow T_1 + T_2 = 8 \Rightarrow T_2 = 5$$

$$S_3 = 3^2 + 2(3) = 15 \Rightarrow T_1 + T_2 + T_3 = 15$$

$$\Rightarrow 3 + 5 + T_3 = 15$$

$$\Rightarrow T_3 = 7$$

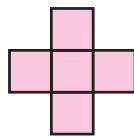
$\therefore 3, 5, 7$ an chéad trí théarma.



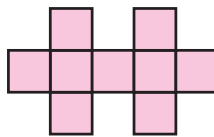
Cleachtadh 10.6

1. I gcás na sraithe comhbhreise $2 + 5 + 8 + \dots$,
 - (i) faigh luach a agus luach d
 - (ii) faigh suim an chéad 12 théarma.
2. Faigh suim an chéad 20 téarma sa tsraith $3 + 7 + 11 + 15 + \dots$
3. Faigh S_n agus uaidh sin S_{16} sa tsraith chomhbhreise $1 + 4 + 7 + 10 + \dots$
4. Is iad seo an chéad cheithre théarma i sraith $7 + 10 + 13 + 16 + \dots$.
Faigh S_8 , suim an chéad ocht dtéarma.
5. Scríobh síos luach a agus luach d sa tsraith $16 + 12 + 8 + 4 + \dots$.
Uaidh sin faigh S_{24} sa tsraith.
6. I sraith chomhbhreise faoi leith, tá an nú téarma, $T_n = 5n - 2$.
Faigh luach a agus luach d agus uaidh sin faigh S_{16} sa tsraith.
7. Léirigh gurb ionann S_n sa tsraith $1 + 2 + 3 + \dots$ agus $\frac{n}{2}(n + 1)$.
Uaidh sin faigh suim na sraithe $1 + 2 + 3 + \dots + 100$.
8. Is ionann S_n sa tsraith $-4 - 2 + 0 + 2 + \dots$ agus 84.
 - (i) Scríobh síos luach a agus luach d .
 - (ii) Faigh luach n .

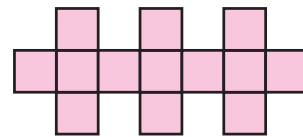
9. Seo roinnt patrún a rinneadh as cearnóga.



Patrún 1



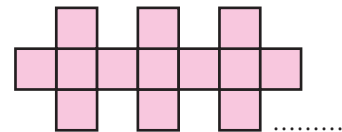
Patrún 2



Patrún 3

Tá cuid de Phatrún 4 le feiceáil sa léaráid ar dheis.

- (i) Cóipeáil agus críochnaigh Patrún 4.
- (ii) Cé mhéad cearnóg atá i bPatrún 6?
- (iii) Faigh slonn le haghaidh líon na gcearnóg i bPatrún n .
- (iv) Cé mhéad cearnóg san iomlán atá sa chéad 20 patrún?



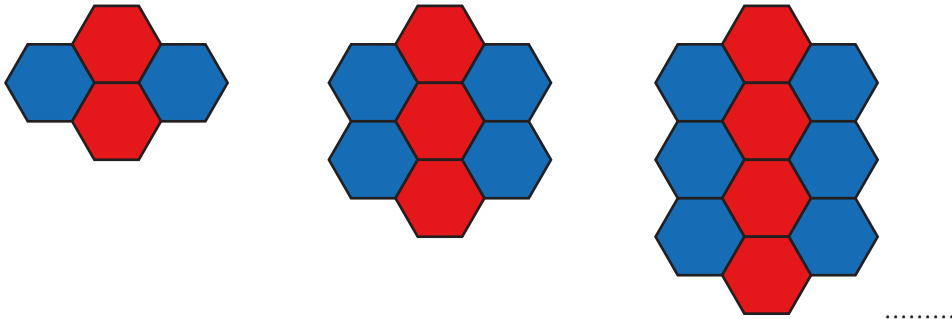
Patrún 4

10. I sraith chomhbhreise faoi leith, tá $T_5 = 9$ agus $T_8 = 27$.
 - (i) Faigh luach a agus luach d .
 - (ii) Faigh S_{10} sa tsraith.





- 11.** I sraith chomhbhreise faoi leith, tá $T_3 = 0$ agus $T_8 = 10$.
Faigh luach a agus luach d agus uaidh sin faigh S_n sa tsraith. Cé mhéad téarma sa tsraith a chaithear a shuimiú le chéile chun go mbeidh a suim cothrom le 36?
- 12.** Faigh S_n sa tsraith $5 + 8 + 11 + 14 + \dots$.
Má tá $S_n = 98$, faigh luach n .
- 13.** Rinne mac léinn dearáí tíleanna ina raibh tíleanna dearga agus gorma, mar a léirítear thíos.



- (i) Faigh slonn in n le haghaidh líon iomlán
(a) na dtíleanna dearga a úsáideadh san n ú dearadh
(b) na dtíleanna gorma a úsáideadh san n ú dearadh.
- (ii) Faigh, i dtéarmaí n , slonn le haghaidh líon iomlán na dtíleanna a úsáideadh san n ú dearadh.
- (iii) Cé mhéad tíl san iomlán a theastaíonn chun 10 ndearadh a chríochnú agus úsáid á baint as an bpatrún céanna?

- 14.** Cén téarma sa tsraith $3 + 8 + 13 \dots$ é 98? Anois faigh suim na dtéarmaí sin.

- 15.** Is ionann S_n i sraith chomhbhreise áirithe agus $n^2 + 6n$.
Faigh S_1 agus S_2 agus uaidh sin scríobh síos luach T_1 agus T_2 .

- 16.** (i) Scríobh síos an 10ú téarma sa tsraith a thosaíonn mar seo $3, 7, 11, 15, \dots$
(ii) Scríobh síos slonn le haghaidh an n ú téarma sa seicheamh sin.
(iii) Léirigh nach téarma sa seicheamh é 1997.
(iv) Ríomh líon na dtéarmaí sa seicheamh $3, 7, 11, 15, \dots, 399$.
(v) Uaidh sin faigh suim na sraithe $3 + 7 + 11 + 15 + \dots + 399$.

- 17.** Is é $T_n = 52 - 4n$ an n ú téarma i sraith chomhbhreise.
(i) Faigh luach a agus luach d .
(ii) Faigh amach cén téarma atá cothrom le náid.
(iii) Faigh suim na dtéarmaí deimhneacha.

- 18.** Faightear suim an chéad n téarma i sraith chomhbhreise faoi leith leis an riail

$$S_n = 4n^2 - 8n.$$

- (i) Úsáid S_1 agus S_2 chun an chéad téarma agus an chomhbhreis a fháil.
(ii) Cé mhéad téarma sa tsraith a chaithear a shuimiú le chéile chun go mbeidh a suim cothrom le 252?



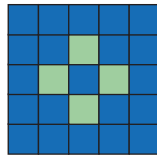


19. I sraith chomhbhreise faoi leith, tá $T_5 = 21$ agus $T_{10} = 11$.

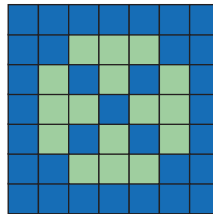
- (i) Faigh an chéad téarma agus an chomhbheis.
- (ii) Faigh suim an chéad 20 téarma.
- (iii) Cén luach ar n a fhágann $S_n = 0$?

20. Léirítear thíos an chéad trí phatrún i seicheamh tíleanna.

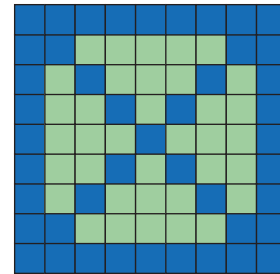
Leanann an seicheamh ar aghaidh ar an mbealach céanna.



Patrún 1



Patrún 2



Patrún 3

Cearnóg de thíleanna gorma agus glasa atá i ngach patrún.

- (i) Sa tábla thíos, scríobh síos líon na dtíleanna gorma a theastaíonn i gcás gach ceann den chéad chúig phatrún.

| Patrún | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-------------------------|----|----|---|---|---|
| Líon na dtíleanna gorma | 21 | 33 | | | |

- (ii) Faigh, i dtéarmaí n , slonn le haghaidh líon iomlán na dtíleanna gorma a theastaíonn don n ú patrún.
- (iii) Úsáid an fhoirmle le haghaidh T_n , mar a fuair tú ag (ii) thuas, chun teacht ar líon na dtíleanna gorma a theastaíonn don 10ú patrún.
- (iv) Faigh, i dtéarmaí n , foirmle le haghaidh líon iomlán na dtíleanna gorma sa chéad n patrún.
- (v) Cé mhéad patrún a d'fhéadfaí a dhéanamh le 399 tíl ghorm?

Mír 10.7 Seichimh chearnacha

Is seicheamh d'uimhreacha cearnacha é $1, 4, 9, 16, 25, \dots$

Ó tharla go bhfuil $T_1 = 1^2, T_2 = 2^2, T_3 = 3^2, \dots, T_n = n^2$.

Seichimh chearnacha a thugtar ar sheichimh arb é n^2 an chumhacht is airde san n ú téarma iontu.

Féach an chéad seacht dtéarma sa seicheamh $T_n = n^2$.

| | | | | | | |
|---|---|---|----|----|----|----|
| 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | 49 |
| | 3 | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 |
| | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | |

an chéad difríocht
an dara difríocht

Tabhair faoi deara go bhfuil an dara difríocht mar an gcéanna tríd síos, i.e. 2.



Anois breathnaímis ar an seicheamh ina bhfuil an $n^{\text{ú}}$ téarma $= 2n^2 - n$.

Is iad seo an chéad chúig théarma sa seicheamh seo:

| | | | | |
|---|---|----|----|----|
| 1 | 6 | 15 | 28 | 45 |
| | 5 | 9 | 13 | 17 |
| | 4 | 4 | 4 | |

an chéad difríocht

an dara difríocht

Tá an dara difríocht mar an gcéanna tríd síos, i.e. 4.

Tabhair faoi deara i ngach ceann de na seichimh chearnacha thuas gurb ionann comhéifeacht n^2 san $n^{\text{ú}}$ téarma agus leath an dara difríocht.

Ná dearmad

I seicheamh cearnach, is ionann comhéifeacht n^2 san $n^{\text{ú}}$ téarma agus leath an dara difríocht.

Imscrúdú

Scríobh síos an chéad chúig théarma sa seicheamh ina bhfuil $T_n = 2n^2 + 3$.

Scríobh síos an chéad difríocht agus an dara difríocht idir na téarmaí leantacha ar fad.

Fiosraigh an ionann comhéifeacht n^2 san $n^{\text{ú}}$ téarma agus leath an dara difríocht.

An $n^{\text{ú}}$ téarma i seicheamh cearnach a fháil

Beidh an $n^{\text{ú}}$ téarma i seicheamh cearnach san fhoirm seo i gcónaí

$$T_n = an^2 + bn + c$$

Anois úsáidimid tábla difríochtaí chun luach a , b agus c a fháil mar a léirítear sa sampla seo a leanas.

Sampla 1

Faigh an $n^{\text{ú}}$ téarma sa seicheamh 3, 10, 21, 36

Tugtar na téarmaí agus an chéad agus an dara difríocht idir na téarmaí leantacha ar fad ar dheis.

| | | | | |
|---------------------------|---|----|----|----|
| Téarmaí | 3 | 10 | 21 | 36 |
| An chéad difríocht | 7 | 11 | 15 | |
| An dara difríocht | | 4 | 4 | |

Beidh T_n san fhoirm $T_n = an^2 + bn + c$

$a = 2 \dots$ leath luach an dara difríocht

$$\therefore T_n = 2n^2 + bn + c$$



Anois scríobhaimid T_1 agus T_2 i dtéarmaí b agus c .

$$T_n = 2n^2 + bn + c \Rightarrow T_1 = 2 + b + c$$

Ach $T_1 = 3 \Rightarrow 2 + b + c = 3 \Rightarrow b + c = 1 \dots$ ①

$$T_2 = 8 + 2b + c$$

Ach $T_2 = 10 \Rightarrow 8 + 2b + c = 10 \Rightarrow 2b + c = 2 \dots$ ②

Anois réitimid na cothromóidí comhuaineacha ① agus ②

$$\begin{array}{l|l} b + c = 1 \dots \text{①} & b + c = 1 \\ 2b + c = 2 \dots \text{②} & \Rightarrow 1 + c = 1 \\ -b = -1 \Rightarrow b = 1 & \Rightarrow c = 0 \end{array}$$

$$\therefore T_n = 2n^2 + n \quad \dots a = 2, b = 1, c = 0$$

Cleachtadh 10.7

- 1.** Faigh an chéad difríocht agus an dara difríocht i ngach cás thíos, agus uaidh sin faigh an chéad dá théarma eile sna seichimh chearnacha:

(i) 3, 4, 6, 9, 13, ... (ii) 3, 6, 11, 18, 27, ... (iii) 2, 7, 14, 23, 34, ...

- 2.** Cé acu de na seichimh seo ar seichimh chearnacha iad?

(i) 6, 8, 12, 18, 26, 36, ... (ii) 6, 8, 10, 12, 14, 16, ...
 (iii) 3, 4, 7, 12, 19, 28, ... (iv) 0, 3, 8, 15, 24, ...

- 3.** Tugtar thíos an nú téarma i 3 sheicheamh éagsúla.

Faigh an chéad 5 théarma i ngach ceann de na seichimh sin:

(i) $T_n = n^2 + 4$ (ii) $T_n = n^2 - 1$ (iii) $T_n = 2n^2 + n + 1$

- 4.** Faigh an 10ú téarma den seicheamh ina bhfuil $T_n = n^2 + 2n - 4$.

- 5.** Scríobh an seicheamh 4, 7, 12, 19, 28, ... mar seo a leanas

$$\begin{array}{cccccc} 4 & 7 & 12 & 19 & 28 & \\ & - & - & - & - & \\ & - & - & - & & \end{array}$$

an chéad difríocht
an dara difríocht

Má tá $T_n = an^2 + bn + c$, bain úsáid as an dara difríocht chun luach a a fháil.

- 6.** Faigh slonn le haghaidh an nú téarma sna seichimh chearnacha seo a leanas:

(i) 5, 8, 13, 20, 29, ... (ii) 2, 8, 18, 32, 50, ...

- 7.** Faigh slonn le haghaidh an nú téarma sa seicheamh

7, 10, 15, 22, 31, ...





8. Léirigh gurb é $2n^2 + n + 5$ an nú téarma sa seicheamh cearnach 8, 15, 26, 41, 60, ...

9. Úsáid tábla difríochtaí chun an nú téarma sa seicheamh seo a oibriú amach:

3, 8, 15, 24, 35, ...

10. Gach sraith ciúbanna sna dearaí seo, is cearnóg atá inti.

(i) Cé mhéad ciúb a bheidh i Mionsamhail 4?

(ii) Úsáid an patrún chun teacht ar líon na gciúbanna i Mionsamhail 5.

(iii) Léirigh go dtugann an slonn $\frac{n}{6}(n+1)(2n+1)$ líon ceart na gciúbanna i Mionsamhail 3 agus i Mionsamhail 4.

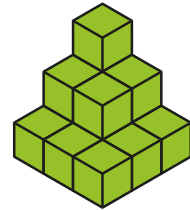
(iv) Úsáid an slonn le haghaidh an nú téarma chun teacht ar líon na gciúbanna i Mionsamhail 10.



Mionsamhail 1

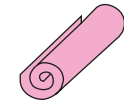


Mionsamhail 2

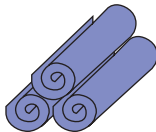


Mionsamhail 3

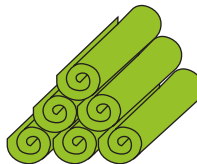
11. Mar seo thíos a leagadh amach roinnt rugaí i siopa cairpéad.



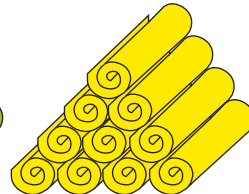
Carn 1



Carn 2



Carn 3



Carn 4

(i) Cóipeáil agus críochnaigh an tábla ar dheis.

| | | | | | | |
|----------------------|---|---|---|---|---|-----|
| Carn | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ... |
| Líon na rugaí | 1 | 3 | | | | ... |

(ii) Déan amach tábla difríochtaí don seicheamh le haghaidh líon na rugaí.

(iii) Úsáid na difríochtaí chun teacht ar shlonn le haghaidh an nú téarma sa seicheamh sin.

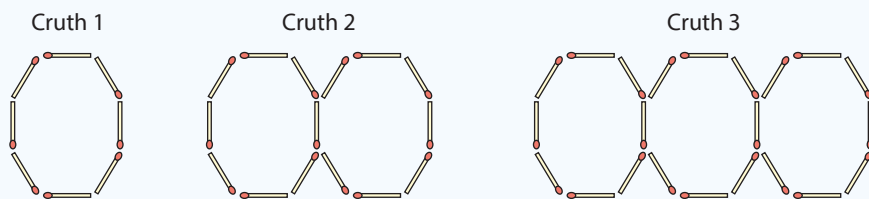
(iv) Úsáid an nú téarma chun teacht ar líon na rugaí i gCarn 20.



Cuir triail ort féin 10

1. (i) Is iad seo an chéad trí théarma i seicheamh comhbhreise: 5, 8, 11, ...
 - (a) Scríobh síos an chéad téarma agus an chomhbhreis.
 - (b) Faigh slonn in n don nú téarma sa seicheamh.
 - (c) Cén téarma sa seicheamh é 62?
- (ii) I seicheamh comhbhreise faoi leith, tá $T_3 = 11$ agus $T_7 = 27$.
 - (a) Faigh luach an chéad téarma agus luach na comhbhreise.
 - (b) Faigh suim an chéad 10 dtéarma sa tsraith.
2. (i) Is iad seo an chéad dá théarma i seicheamh comhbhreise 5, 0, ...
 - (a) Faigh d , an chomhbhreis.
 - (b) Faigh T_n sa seicheamh agus uaidh sin faigh T_{10} .

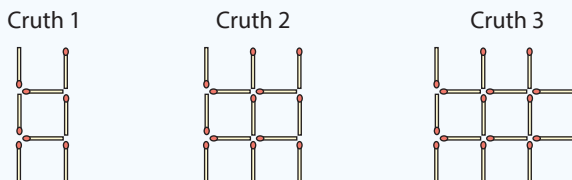
- (ii) Breathnaigh ar na cruthanna seo a rinneadh as cipíní.



- (a) Cóipeáil agus críochnaigh an tábla seo.

| Cruth | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---------------|---|---|---|---|---|
| Líon na maidí | 8 | | | | |

- (b) Faigh slonn in n le haghaidh líon na gcipíní san n ú cruth.
 - (c) Cé mhéad cipín atá i gcruth 12?
 - (d) Faigh suim na gcipíní ar fad a úsáideadh sa chéad 20 cruth.
3. (i) Mair leis an seicheamh comhbhreise 8, 6, 4, ...
 - (a) Scríobh síos luach a , an chéad téarma agus d , an chomhbhreis.
 - (b) Faigh slonn in n le haghaidh an n ú téarma sa seicheamh.
 - (c) Cén téarma sa seicheamh é -20 ?
 - (ii) Scríobh síos an fhoirmle le haghaidh S_n , an tsuim go n téarma sa tsraith chomhbhreise. Is é 3 comhbhreis na sraithe agus tá $S_8 = 132$.
Faigh an chéad 3 théarma sa tsraith agus uaidh sin faigh luach T_{24} .
4. (i) Seo a leanas an n ú téarma i seicheamh comhbhreise faoi leith $T_n = 12 - 4n$.
 - (a) Faigh an chéad téarma agus an chomhbhreis.
 - (b) Cén téarma sa seicheamh é -64 ?
 - (ii) Léirítear patrún cruthanna thíos.





(a) Cóipeáil agus críochnaigh an tábla seo i gcás na gcruthanna thuas.

| | | | | | |
|------------------------|---|---|---|---|---|
| Cruth | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Líon na gcipíní | 8 | | | | |

- (b) I gcás na gcruthanna thuas, faightear seicheamh faoi leith as líon na gcipíní a theastaíonn chun patrúin leantacha a dhéanamh. Faigh slonn in n le haghaidh an nú téarma sa seicheamh sin.
- (c) Cé mhéad cipín a bheadh i gCruth 20?
- (d) Faigh suim na gcipíní ar fad a úsáideadh sa chéad 12 chruth.

5. (i) Cén ceann de na seichimh seo a leanas ar seicheamh comhbheise é?
 (a) 6, 4, 0, ... (b) 3, -1, 3, -... (c) -5, -3, -1, 1, ...
 Anois faigh T_n sa seicheamh comhbheise sin.

(ii) Scríobh síos an chéad difríocht agus an dara difríocht idir téarmaí an tseichimh chearnaigh
 8, 15, 26, 41, 60, ...
 Uaidh sin, faigh slonn in n le haghaidh an nú téarma sa seicheamh.

6. (i) I seicheamh comhbheise faoi leith, is é 9 an chéad téarma agus is é 4 an chomhbheis. Faigh T_n , an nú tearma, agus uaidh sin faigh luach T_{10} .

(ii) I sraith chomhbheise faoi leith, tá $T_{10} = 19$ agus $S_{10} = 55$.
 (a) Scríobh síos an fhoirmle le haghaidh T_n agus S_n i sraith chomhbheise.
 (b) Faigh an chéad téarma agus an chomhbheis sa seicheamh thuas.

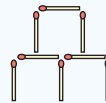
7. (i) Is iad seo an chéad trí théarma i sraith chomhbheise: $2 + 8 + 14 \dots$
 (a) Faigh d , an chomhbheis.
 (b) Faigh T_n , an nú téarma sa tsraith.
 (c) Faigh luach n , sa dóigh go mbeidh $T_n = 200$.
 (d) Faigh suim an chéad 20 téarma.

(ii) Seo an chéad 3 léaráid de phatrún cipíní.

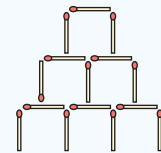
(a) Cé mhéad cipín a bheidh i Léaráid 4?



Léaráid 1



Léaráid 2



Léaráid 3

(b) Ag baint úsáid as an seicheamh a fhaightear

as na patrúin, scríobh síos líon na gcipíní i Léaráid 5.

- (c) Mínigh cén fáth ar seicheamh cearnach é seo.
 (d) Faigh slonn le haghaidh an nú téarma sa seicheamh.
 (e) Úsáid an nú téarma chun líon na gcipíní i Léaráid 10 a fháil.



Achoimre ar na príomhphointí...

1. Seiceamh a scríobh amach má tá T_n ar eolas agat

Má tá an fhoirmle le haghaidh T_n , an n ú téarma i seiceamh, ar eolas agat, is féidir téarma ar bith sa seiceamh a fháil ach luach faoi leith a chur in áit n . Tugann $n = 1, 2, 3, \dots$ an chéad trí théarma.

2. An n ú téarma a fháil

Madir leis an seiceamh 5, 8, 11, ... faighimid an n ú téarma mar seo a leanas

- Is é 3 an chomhbheireis idir na téarmaí, mar sin beidh an n ú téarma cothrom le $3n \pm$ uimhir faoi leith.
- Chun an uimhir sin a fháil, faighimid an uimhir a shuimítear le 3 chun teacht ar an gcéad téarma, 5.
Is é 2 an uimhir sin.
 $\therefore T_n = 3n + 2$.

3. Seichimh chomhbheireise

Madir leis an seiceamh comhbheireise $a, a + d, a + 2d, a + 3d, \dots$

$$T_n = a + (n - 1)d \quad S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$$

I seiceamh comhbheireise, is ionann an chomhbheireis d agus

$$d = \text{téarma ar bith} - \text{an téarma roimhe}$$

4. T_n a fháil ó shuimeanna leantacha

$$S_6 - S_5 = T_6$$

Go ginearálta tá $T_n = S_n - S_{n-1}$.

5. Seichimh chearnacha

Beidh téarma in n^2 san n ú téarma de sheiceamh cearnach.
Is ionann comhéifeacht n^2 agus leath luach an dara difríocht.

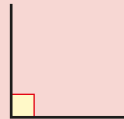
Focail thábhachtacha

| | | | | |
|------------------------|---------|----------------|---------------|--------------|
| comhthreomharán | airde | ingearach | comhshleasach | teoirim |
| coinbhéarta | aicsím | iomchuí | comhchosúil | comhuilleach |
| sleasa comhfhreagracha | tadhlaí | pointe tadhail | corda | trasnaí |

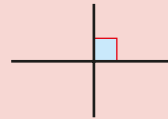
Mír 11.1 Súil siar ar uillinneacha agus ar thriantáin

Cuirfidh na léaráidí thíos i gcuimhne dúinn cuid de na nithe atá feicthe againn go dtí seo agus staidéar á dhéanamh againn ar an gcéimseata.

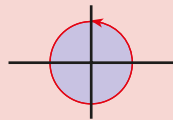
Cineálacha uillinneacha



Dronuillinn a thugtar ar cheathrú casaidh.



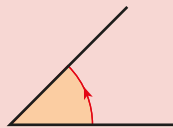
Má tá dronuillinn idir dhá líne, tá na línte sin **ingearach** lena chéile.



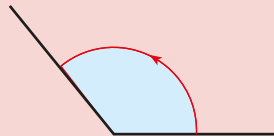
Tá 360° i gcasadh iomlán.



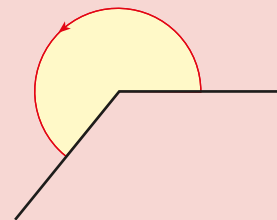
Is é 180° an uillinn a bhaineann le líne dhíreach.



Géaruillinn a thugtar ar uillinn atá idir 0° agus 90° .

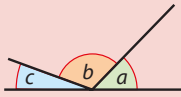


Maoluillinn a thugtar ar uillinn atá idir 90° agus 180° .



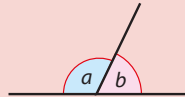
Uillinn athfhillteach a thugtar ar uillinn atá idir 180° agus 360° .

Uillinneacha agus a n-airíonna



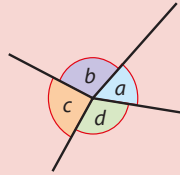
$$a + b + c = 180^\circ$$

Is é 180° suim na n-uillinneacha a thagann le chéile ag pointe amháin ar líne dhíreach.



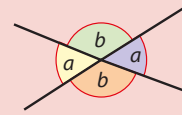
$$a + b = 180^\circ$$

Uillinneacha forlíontacha a thugtar ar phéire uillinneacha arb é 180° a suim.



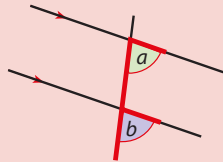
$$a + b + c + d = 360^\circ$$

Is é 360° suim na n-uillinneacha a thagann le chéile ag pointe amháin faoi leith.

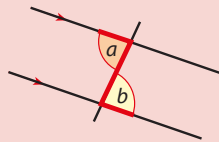


Má thrasnaíonn dhá líne dhíreacha a chéile ag pointe, cruthaíonn siad dhá phéire **rinnuillinneacha urchomhaireacha**. Bíonn rinnuillinneacha urchomhaireacha **ar cóimhéid**.

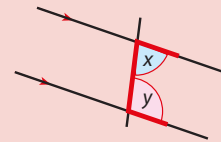
Bíonn na hairíonna seo a leanas ag na huillinneacha sin a chruthaítear nuair a thrasnaíonn líne dhíreach péire línte comhthreomhara:



Bíonn **uillinneacha comhfhreagracha** ar cóimhéid lena chéile. Mar sin tá $a = b$. Féadfaidh tú iad a aimsiú ach F-chruth a chuardach.

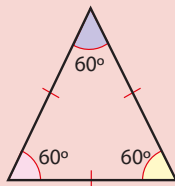


Bíonn **uillinneacha ailtéarnacha** ar cóimhéid lena chéile. Mar sin tá $a = b$. Cuardaigh Z-chruth.

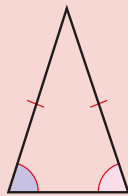


Is é 180° suim na **n-uillinneacha inmheánacha** x agus y . $x + y = 180^\circ$.

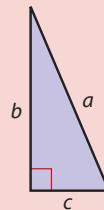
Triantáin agus a n-airíonna



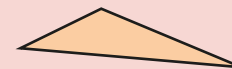
1 dtriantán comhshleasach tá: na 3 shlios ar comhfhad agus na 3 uillinn inmheánacha ar cóimhéid (60°).



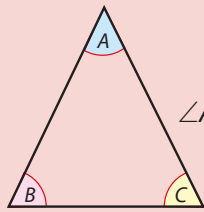
1 dtriantán comhchosach tá: 2 shlios ar comhfhad agus an dá bhonnúillinn ar cóimhéid.



1 dtriantán dronuilleach tá: uillinn amháin = 90°
 $a^2 = b^2 + c^2$.

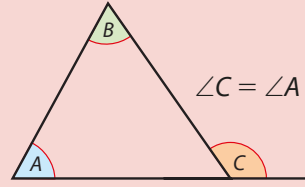


Triantán corrsheasach a thugtar ar thriantán nach bhfuil aon cheann de na hairíonna sin ag baint leis.



$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

Is é 180° suim na n-uillinneacha i dtriántán ar bith.

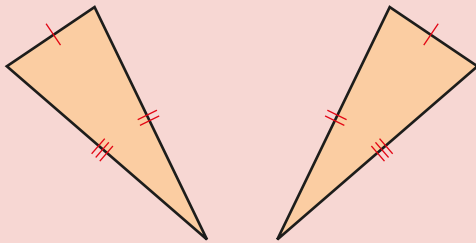


$$\angle C = \angle A + \angle B$$

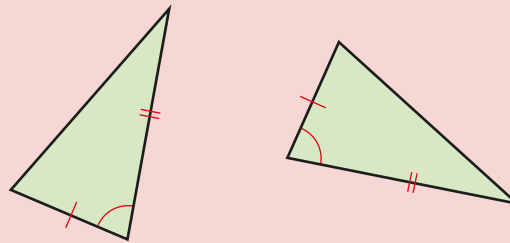
Tá **uillinn sheachtrach** triantán ar bith cothrom le suim an dá uillinn inmheánacha urchomhaireacha

Triantáin iomchuí

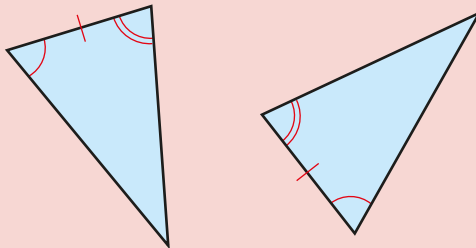
Tá dhá thriantán iomchuí dá chéile má shásaíonn siad aon cheann de na coinníollacha seo:



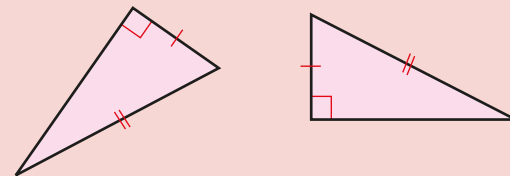
Tá trí péire sleasa ar comhfhad lena chéile (**SSS**).



Tá dhá péire sleasa ar comhfhad lena chéile agus tá na huillinneacha eatarthu ar cóimhéid lena chéile (**SUS**).



Tá dhá péire uillinneacha ar cóimhéid lena chéile agus tá na sleasa eatarthu ar comhfhad lena chéile (**USU**).



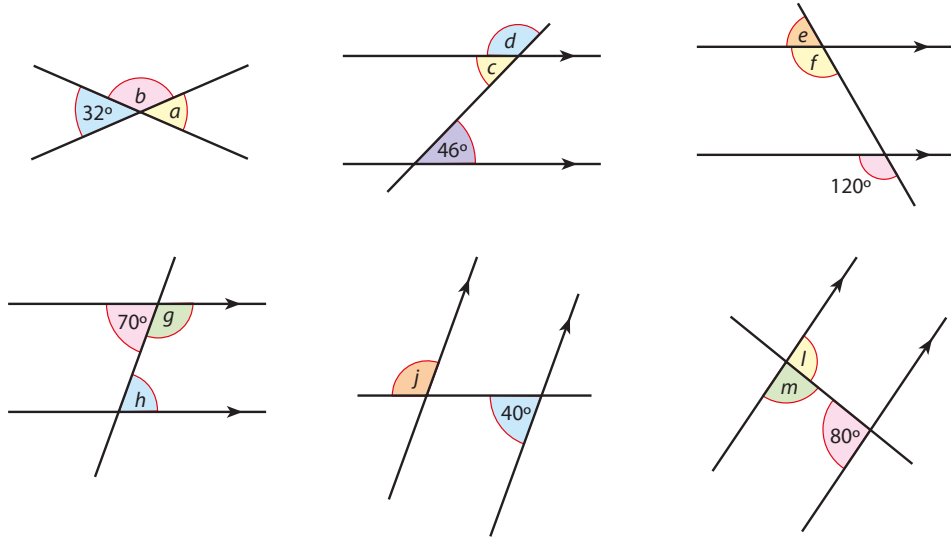
Tá dronuillinn sa dá thriantán, tá an dá thaobhagán ar comhfhad lena chéile agus tá slios amháin ar thriantán amháin ar comhfhad leis an slios comhfhreagrach ar an triantán eile (**DTS**).



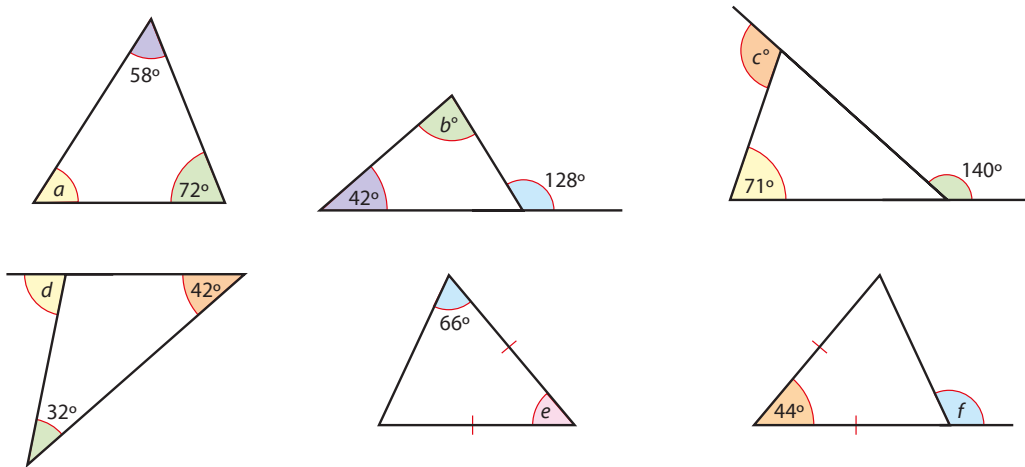


Cleachtadh 11.1

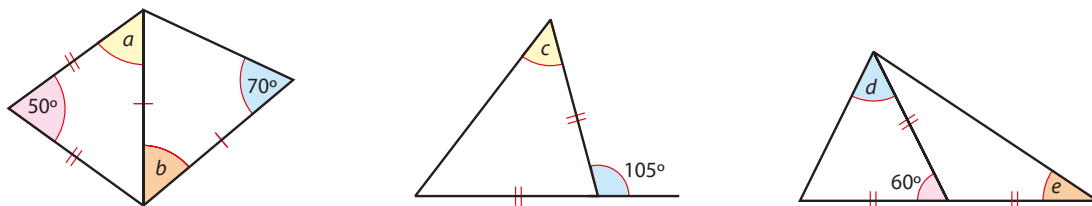
1. Scríobh síos méid na huillinne a bhfuil litir ag freagairt di i ngach ceann de na léaráidí seo a leanas, áit a seasann saigheada do línte comhthreomhara.



2. Faigh méid na huillinne a bhfuil litir ag freagairt di sna triantáin seo a leanas:

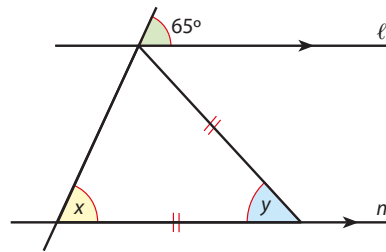


3. Faigh méid na huillinne a bhfuil litir ag freagairt di sna fóiracha seo a leanas:

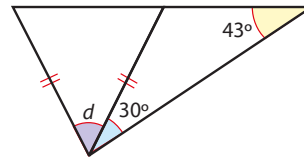
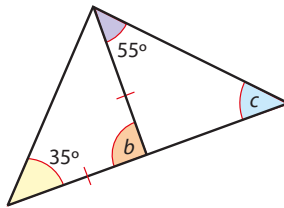
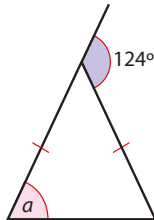




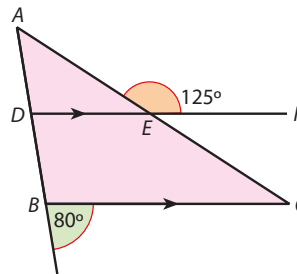
4. Faigh tomhas na n-uillinneacha x agus y sa léaráid seo má tá an líne ℓ comhthreomhar leis an líne m .



5. Faigh luach a, b, c agus d sna triantáin seo:

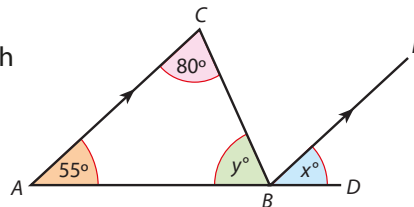


6. Sa triantán seo, tá $BC \parallel DEF$.
Faigh $|\angle DAE|$.



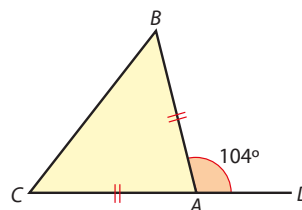
7. Sa léaráid seo, tá AC comhthreomhar le BE .
Má tá $|\angle BCA| = 80^\circ$ agus $|\angle CAB| = 55^\circ$, faigh

- (i) x
(ii) y .



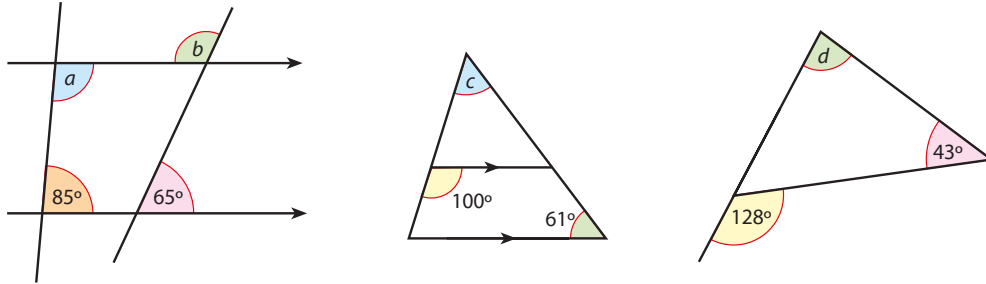
8. Sa léaráid seo, tá $|AB| = |AC|$ agus $|\angle BAD| = 104^\circ$.

- (i) Faigh $|\angle CAB|$.
(ii) Faigh $|\angle ABC|$.

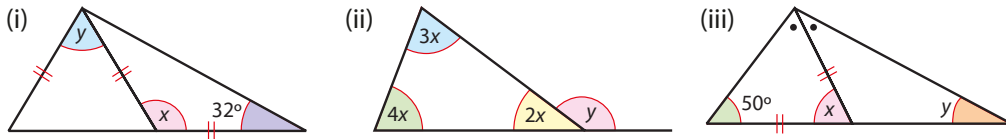




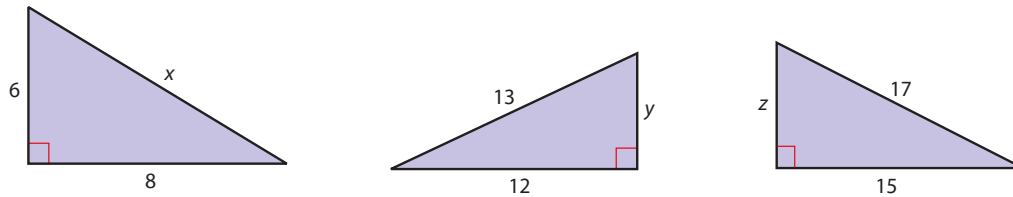
9. Faigh tomhas na huillinne a bhfuil litir ag freagairt di i ngach ceann de na léaráidí seo a leanas, áit a seasann na saigheada do línte comhthreomhara:



10. Faigh luach x agus luach y sna triantáin seo:

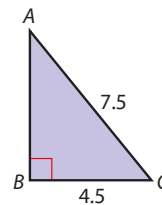


11. I gcás gach ceann de na triantáin seo, úsáid *Teoirim Phótagarás* chun teacht ar fhad an tsleasa a bhfuil litir ag freagairt dó:



12. Faigh $|AB|$ sa triantán dronuilleach seo thall.

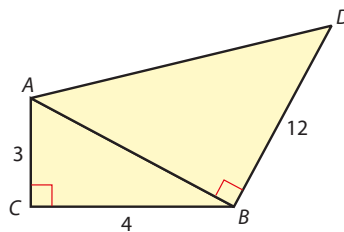
Anois, faigh achar an triantáin ABC.



13. San fhíor seo, is dronuilleacha iad na huillinneacha ACB agus ABD.

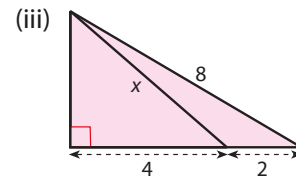
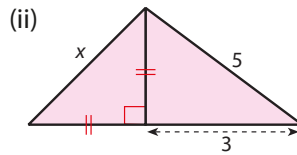
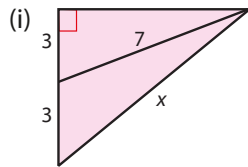
Má tá $|AC| = 3$, $|CB| = 4$ agus $|BD| = 12$, faigh

- (i) $|AB|$ (ii) $|AD|$.

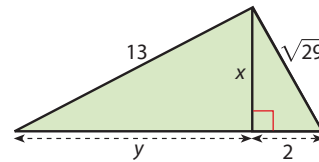




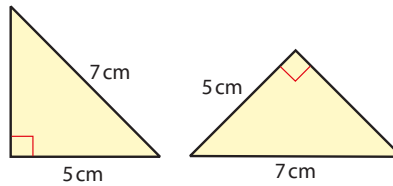
14. Faigh fad an tsleasa x i ngach triantán dronuilleach thíos:



15. Faigh luach x agus luach y sa léaráid seo.
[Cuimhnigh: $(\sqrt{5})^2 = 5$.]

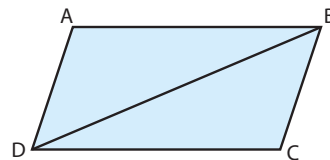


16. Mínigh cén fáth a bhfuil an dá thriantán seo iomchuí dá chéile.

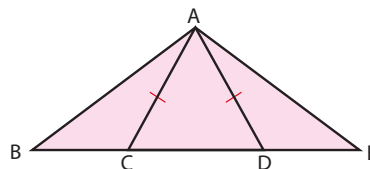


17. Is comhthreomharán é ABCD.

Mínigh cén fáth a bhfuil na triantáin ABD agus BCD iomchuí dá chéile.

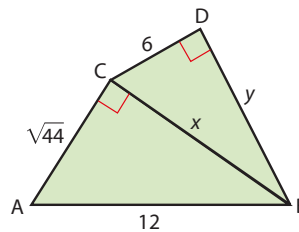


18. Sa léaráid seo, tá $|AC| = |AD|$ agus $|BD| = |CE|$.



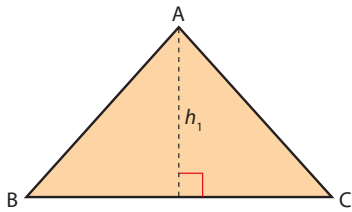
Cruthaigh go bhfuil na triantáin ABC agus ADE iomchuí dá chéile.

19. San fhíor seo, tá $|\angle ACB| = |\angle CDB| = 90^\circ$.
Faigh fad na sleasa x agus y .



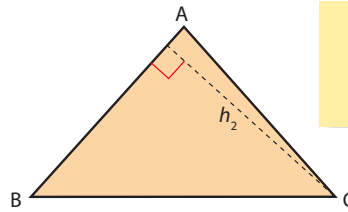
Mír 11.2 Achar triantán agus comhthreomharán

Seo thíos dhá thriantán atá díreach mar an gcéanna.



$$\text{Achar} = \frac{1}{2} |BC| \times h_1$$

Sa triantán seo, is é $|BC|$ an bonn agus is é h_1 an airde ingearach.



$$\text{Achar} = \frac{1}{2} |AB| \times h_2$$

Sa triantán seo, is é $|AB|$ an bonn agus is é h_2 an airde ingearach.

Achar triantáin:
 $\frac{1}{2}$ bonn \times airde \perp

Ó tharla go bhfuil an dá thriantán díreach mar an gcéanna, tá an t-achar céanna iontu.

Baineadh úsáid as boinn dhifriúla agus as airdí ingearacha difriúla leis an achar a fháil sa dá chás.

Is léiriú é sin ar theoirim thábhachtach faoi achar triantáin, mar a thugtar ar dheis.

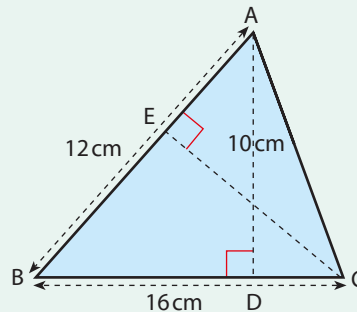
Teoirim

I gcás triantáin ar bith, is féidir slíos ar bith a úsáid mar an bonn agus tú ag iarraidh achar an triantáin a fháil.

Sampla 1

Sa triantán seo thall, tá $|BC| = 16$ cm, $|AB| = 12$ cm agus $|AD| = 10$ cm.

- Faigh (i) achar $\triangle ABC$
 (ii) $|EC|$.



$$\begin{aligned} \text{(i) Achar } \triangle ABC &= \frac{1}{2} \text{ bonn} \times \text{airde ingearach} \\ &= \frac{1}{2} \times 16 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \quad \dots \text{is é } |BC| \text{ an bonn} \\ &= 80 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

(ii) Is ionann an t-achar agus $\frac{1}{2} |AB| \times |EC|$ freisin.

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{2} |AB| \times |EC| &= 80 \text{ cm}^2 \\ \frac{1}{2} (12) \times |EC| &= 80 \\ 6|EC| &= 80 \\ |EC| &= \frac{80}{6} = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3} \\ |EC| &= 13\frac{1}{3} \text{ cm} \end{aligned}$$

Achar comhthreomharáin

Tá an comhthreomharán ABCD le feiceáil san fhíor ar dheis.

I gcás comhthreomharán ar bith, bíonn na sleasa urchomhaireacha comhthreomhar lena chéile agus ar comhfhad lena chéile.

Roinneann an trasnán [DB] an comhthreomharán ina dhá thriantán, ABD agus BCD.

Tá na triantáin seo iomchuí dá chéile mar go bhfuil na trí shlios ar $\triangle ABD$ ar comhfhad leis na trí shlios ar $\triangle BCD$.

Ó tharla go bhfuil na triantáin iomchuí dá chéile, tá an t-achar céanna iontu.

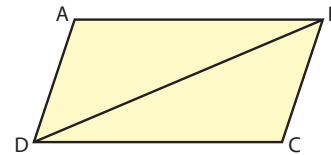
Léiríonn sé sin go roinneann an trasnán [DB] achar an chomhthreomharáin ABCD ina dhá leath.

Sa chomhthreomharán thall,

$$\begin{aligned} \text{achar } \triangle DCB &= \frac{1}{2} \times \text{bonn} \times \text{airde ingearach} \\ &= \frac{1}{2} \times |DC| \times h \\ &= \frac{1}{2} b \times h \end{aligned}$$

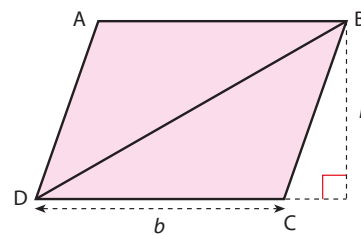
$$\text{Achar ABCD} = \text{dhá oiread achar } \triangle DCB.$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{Achar ABCD} &= 2 \left[\frac{1}{2} b \times h \right] \\ &= b \times h \end{aligned}$$



Teoirim

Trasnán i gcomhthreomharán, déroinneann sé achar an chomhthreomharáin sin.



Teoirim

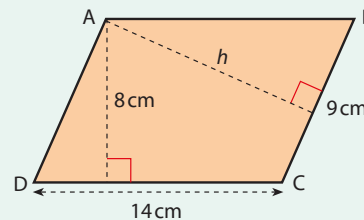
Is ionann achar comhthreomharáin agus an bonn iolraithe faoin airde ingearach.

Sampla 2

- (i) Faigh achar an chomhthreomharáin seo ABCD.
 - (ii) Má tá $|BC| = 9 \text{ cm}$, faigh an airde ingearach, h , ó A go [BC].
- (i) Achar ABCD = bonn \times airde ingearach
 $= 14 \times 8$
 $= 112 \text{ cm}^2$
 - (ii) Is ionann achar ABCD agus $|BC| \times h$ freisin
 $= 9 \text{ cm} \times h$
 $= 9h \text{ cm}^2$

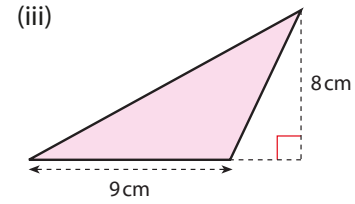
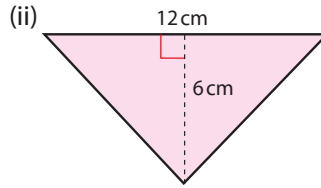
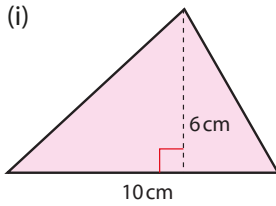
$$\text{Ach tá achar ABCD} = 112 \text{ cm}^2 \quad \dots \text{ó (i) thuas}$$

$$\begin{aligned} \therefore 9h &= 112 \\ h &= \frac{112}{9} = 12\frac{4}{9} \text{ cm} \end{aligned}$$



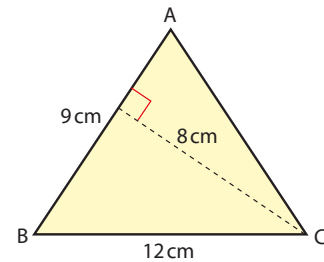
Cleachtadh 11.2

1. Scríobh síos achar gach ceann de na triantáin seo:

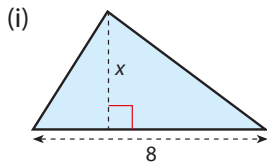


2. Sa triantán seo, tá $|AB| = 9$ cm, $|BC| = 12$ cm agus is é 8 cm an airde ingearach ó C go [AB].

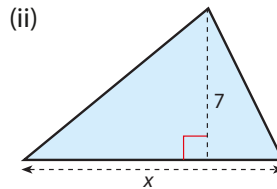
Faigh (i) achar an triantáin ABC
(ii) an fad ingearach ó A go [BC].



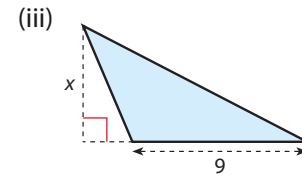
3. Faigh luach x i ngach ceann de na triantáin seo:



Achar =
16 aonad chearnacha

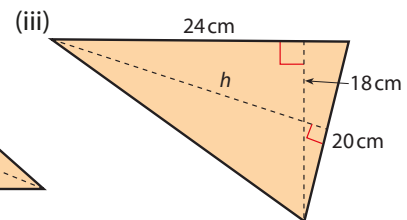
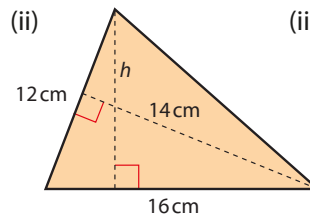
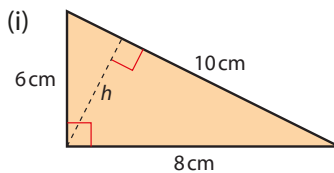


Achar =
35 aonad cearnach

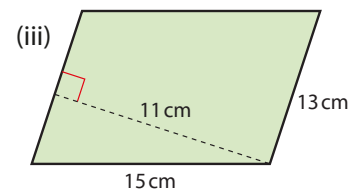
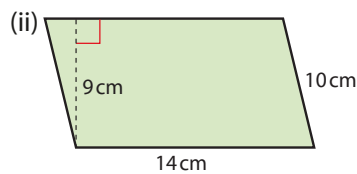
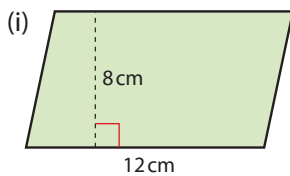


Achar =
27 aonad cearnach

4. Faigh luach h i ngach ceann de na triantáin seo:

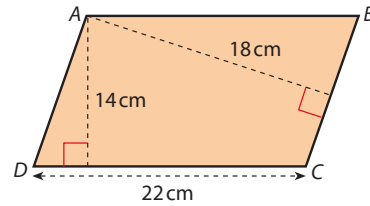


5. Faigh achar gach ceann de na comhthreomharáin seo:

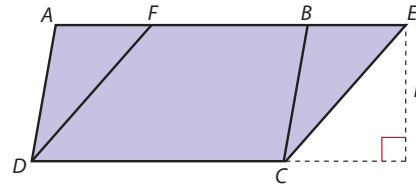




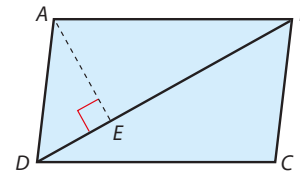
6. Faigh achar an chomhthreomharáin ABCD atá le feiceáil ar dheis. Anois, faigh fad an tsleasa [BC].



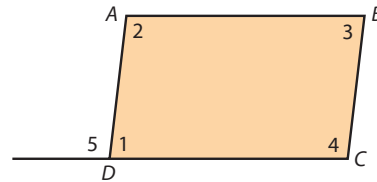
7. Is comhthreomharáin iad ABCD agus DCEF. Úsáid an léaráid chun míniú a thabhairt ar an gcúis a bhfuil an t-achar céanna sa dá chomhthreomharán.



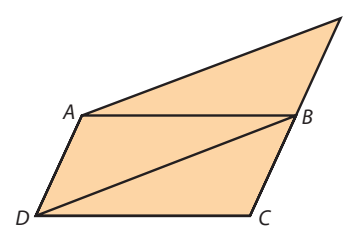
8. Is é 40 cm^2 achar an chomhthreomharáin ABCD. Má tá $|DB| = 15 \text{ cm}$, faigh $|AE|$, áit a bhfuil $AE \perp DB$.



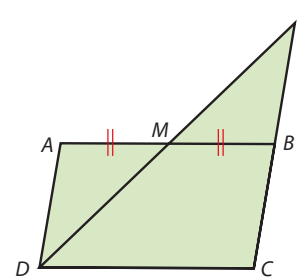
9. Is comhthreomharán é ABCD agus tá uimhir faoi leith ar gach uillinn, ó 1 go 5.
 (i) Ainmnigh trí pháire uillinneacha atá ar cóimhéid lena chéile.
 (ii) Mínigh cén fáth a bhfuil $|\angle 1| + |\angle 2| = 180^\circ$.



10. Is comhthreomharáin iad ABCD agus ADBE. Má tá achar an triantáin DCB = 15 cm^2 , faigh
 (i) achar an chomhthreomharáin ABCD
 (ii) achar an chomhthreomharáin ADBE
 (iii) achar na fóirach ADCE
 (iv) an airde ingearach ó A go [DC], má tá $|DC| = 7.5 \text{ cm}$.



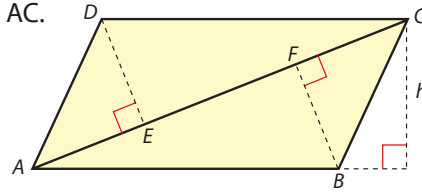
11. Is comhthreomharán é ABCD agus is é M lárphointe [AB].
 (i) Mínigh cén fáth a bhfuil $|\angle DAM| = |\angle MBP|$.
 (ii) Anois, léirigh go bhfuil na triantáin AMD agus MBP iomchuí dá chéile.
 (iii) Anois, léirigh gurb é B lárphointe [CP].





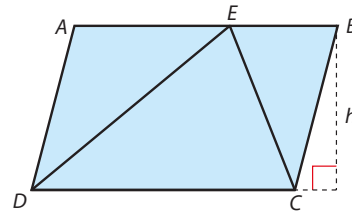
12. Sa chomhthreomharán seo, tá $DE \perp AC$ agus $BF \perp AC$.
Is é 80 cm^2 achar ABCD.

- (i) Má tá $|AC| = 16 \text{ cm}$, faigh $|DE|$.
- (ii) Mínigh cén fáth a bhfuil $|DE| = |BF|$.
- (iii) Má tá $|AB| = 10 \text{ cm}$, faigh fad na hairde ingearaí, h .



13. Is comhthreomharán é ABCD agus is pointe ar $[AB]$ é E.

- (i) Mínigh cén fáth a bhfuil achar $\triangle DCE$ cothrom le leath achar ABCD.
- (ii) Más é 60 cm^2 achar ABCD agus 20 cm^2 achar $\triangle ADE$ is, faigh achar $\triangle ECB$.



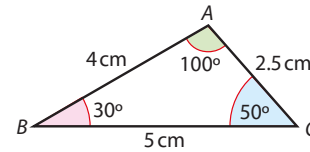
Mír 11.3 Triantáin agus cóimheasa

Uillinneacha agus sleasa

Tá an triantán ABC ar dheis tarraingthe de réir scála.

Tabhair faoi deara

- (i) gur os comhair an tsleasa is faide atá an uillinn is mó
- (ii) gur os comhair an tsleasa is giorra atá an uillinn is lú.

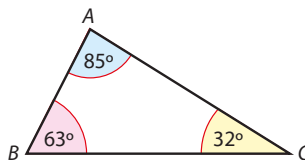


Beidh na hairíonna sin fíor i gcás gach triantáin agus luaitear iad sa teoirim thíos.

Teoirim

I gcás dhá shlios ar thriantán, bíonn an uillinn os comhair an tsleasa is faide níos mó ná an uillinn os comhair an tsleasa is giorra.

Sa triantán ABC, tugtar na trí uillinn dúinn.



Ciallaíonn **coimbhéarta** 'droim ar ais'.

De réir choimbhéarta na teoirime thuas, is é $[BC]$ an slios is faide mar gur os comhair na huillinne is mó atá sé agus is é $[AB]$ an slios is giorra mar gur os comhair na huillinne is lú atá sé.

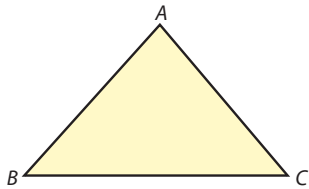
Coinbhéarta na teoirime:

I gcás dhá uillinn, bíonn an slios os comhair na huillinne is mó níos faide ná an slios os comhair na huillinne is lú.



Éagothromóid triantáin

Is é an t-achar is giorra idir dhá phointe ná an líne a cheanglaíonn na pointí sin.



Dá bhrí sin

$$|BA| + |AC| > |BC|$$

Ar an gcaoi chéanna $|AB| + |BC| > |AC|$
agus $|BC| + |CA| > |AB|$.

Teoirim

Is mó fad dhá shlios triantáin le chéile ná fad an tríú shlios.

Trasnaithe

Sa léaráid ar dheis, is línte comhthreomhara iad, ℓ , m agus n .

Trasnaithe a thugtar ar na línte p agus q .

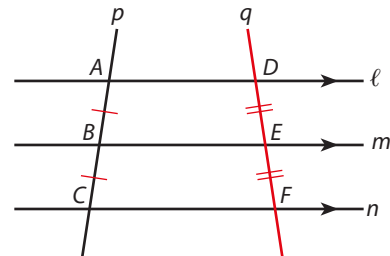
Maidir leis an trasnaí p , tá $|AB| = |BC|$.

Sa chás sin, deirtear go ngearrann na línte comhthreomhara **mírlínte cothroma** ar an trasnaí.

Is trasnaí eile í an líne q .

Is féidir a léiriú go bhfuil na mírlínte $[DE]$ agus $[EF]$ ar comhfhad lena chéile freisin.

Tá an t-airí sin fíor do gach trasnaí eile freisin.



Teoirim

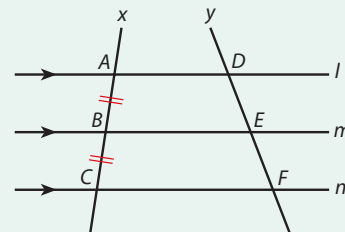
Má ghearrann trí líne chomhthreomhara mírlínte cothroma ar thrasnaí éigin, ansin gearrfaidh siad mírlínte cothroma ar thrasnaí ar bith eile.

Sampla 1

Tá trí líne chomhthreomhara agus dhá thrasnaí, x agus y , sa léaráid thall.

$$|AB| = |BC|.$$

Má tá $|DE| = 6$ cm, faigh $|EF|$.



Ó tharla go ngearrann na línte comhthreomhara mírlínte cothroma ar an trasnaí x , gearrfaidh siad mírlínte cothroma ar an trasnaí y freisin.

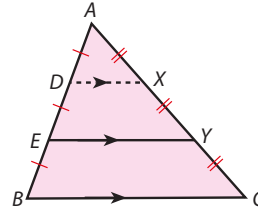
$$\therefore |DE| = |EF|$$

$$\therefore |EF| = 6 \text{ cm}$$



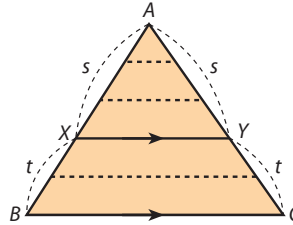
Líne atá comhthreomhar le slios triantáin

Léirítear sa léaráid ar dheis an slios [AB] den triantán agus é roinnte ina thrí chuid chothroma. Má tharraingítear línte trí D agus E agus iad comhthreomhar le BC, roinnfidh na pointí X agus Y an slios [AC] ina thrí chuid chothroma freisin.



Sa triantán seo ar dheis, roinneann X an slios [AB] sa chóimheas $s : t$.

Má tá XY comhthreomhar le BC, roinnfidh Y an slios [AC] sa chóimheas $s : t$ freisin, mar atá léirithe.



Léiríonn an léaráid seo toradh céimseatóil atá an-tábhachtach agus an-úsáideach. Tugtar an toradh sin ar dheis.

Teoirim

Líne a tharraingítear comhthreomhar le slios amháin ar thriantán, roinneann sí an dá shlios eile sa chóimheas céanna.

Sampla 2

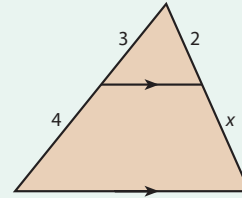
Sa triantán seo ar dheis, léiríonn na saigheada go bhfuil na línte comhthreomhar lena chéile. Faigh fad an tsleasa x .

$$\frac{3}{4} = \frac{2}{x}$$

$$3x = 8$$

$$x = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$$

...iolraigh an dá thaobh faoi 4x

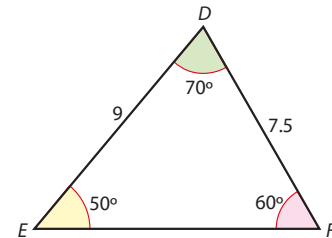
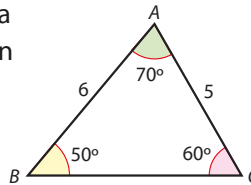


Triantáin chomhchosúla

Tá na huillinneacha sna triantáin ABC agus DEF thíos ar cóimhéid lena chéile.

Tabhair faoi deara gurb é an cruth céanna atá ar an dá thriantán ach go bhfuil ceann amháin níos mó ná an ceann eile.

Deirimid gur triantáin **chomhchosúla** nó triantáin **chomhuilleacha** iad na triantáin sin.



Deirimid gur **sleasa comhfhreagracha** iad [AB] agus [DE], toisc go bhfuil siad araon os comhair na huillinne 60° .

Tabhair faoi deara go bhfuil $|DE| = 1\frac{1}{2}|AB|$ agus $|DF| = 1\frac{1}{2}|AC|$.

Ar an gcaoi chéanna tá $|EF|$ is $1\frac{1}{2}|BC|$.

Léiríonn sé sin go bhfuil $\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|AC|}{|DF|} = \frac{|BC|}{|EF|} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.



Tugtar an toradh tábhachtach seo i dtaca le triantáin chomhchosúla sa teoirim ar dheis.

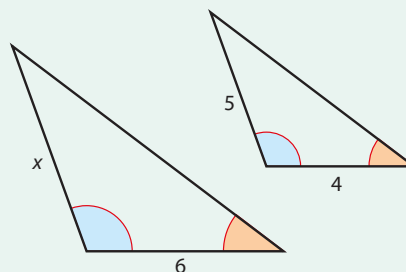
Teoirim

Más triantáin chomhchosúla iad na triantáin ABC agus DEF, tá na sleasa comhfhreagracha orthu i gcomhréir lena chéile.

$$\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|BC|}{|EF|} = \frac{|AC|}{|DF|}$$

Sampla 3

- (i) Mínigh cén fáth gur triantáin chomhchosúla iad an dá thriantán seo.
- (ii) Faigh fad an tsleasa x .



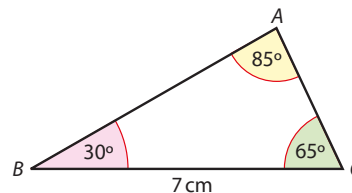
- (i) Is ionann dhá uillinn i dtriantán amháin acu agus dhá uillinn sa triantán eile. Dá bhrí sin is ionann an tríú huillinn sa chéad triantán agus an tríú huillinn sa triantán eile.

$$\begin{aligned} \text{(ii)} \quad \frac{x}{5} &= \frac{6}{4} \\ 4x &= 30 \\ x &= \frac{30}{4} = 7\frac{1}{2} \end{aligned}$$

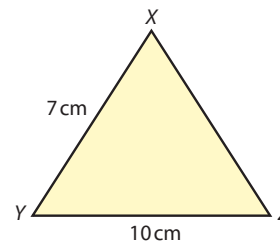
Is triantáin chomhchosúla dhá thriantán faoi leith sa chás gur ionann dhá uillinn i dtriantán amháin acu agus dhá uillinn sa triantán eile.

Cleachtadh 11.3

1.
 - (i) Cé acu slios is faide sa triantán ABC?
 - (ii) Cé acu slios is giorra?
 - (iii) Mínigh cén fáth a bhfuil $|BA| + |AC| > |BC|$.

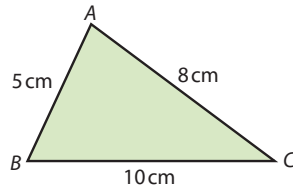


2. Sa triantán XYZ, tá $|XY| = 7$ cm agus $|YZ| = 10$ cm. I gcás gach ceann díobh seo a leanas, abair
 - (i) an bhféadfadh sé a bheith fíor
 - (ii) an bhfuil sé bréagach
 - (a) $|XZ| = 2$ cm
 - (b) $|XZ| = 6$ cm
 - (c) $|XZ| = 18$ cm.





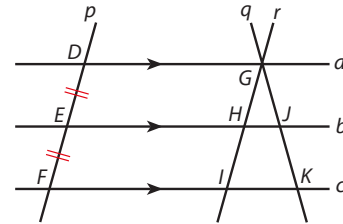
3. Sa triantán seo, tá $|AB| = 5$ cm, $|BC| = 10$ cm agus $|AC| = 8$ cm.



- (i) Ainmnigh an uillinn is mó sa triantán sin. Tabhair cúis le do fhreagra.
 (ii) Ainmnigh an uillinn is lú.

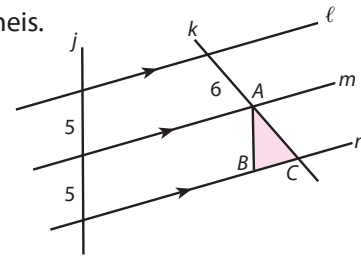
4. Is línte comhthreomhara iad a , b agus c .
 Is trí thrasnaí iad p , q agus r a thrasnaíonn a , b agus c .
 $|DE| = |EF|$, $|GH| = 8$ cm agus $|JK| = 7$ cm.

Faigh (i) $|HI|$ (ii) $|GJ|$.

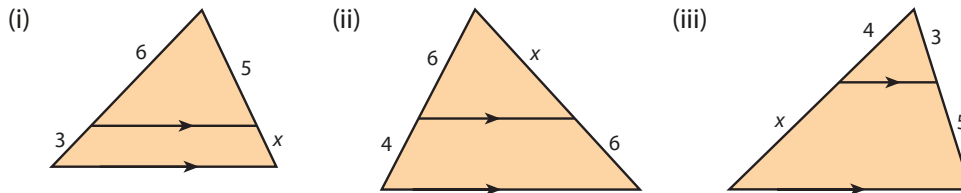


5. Is línte comhthreomhara iad ℓ , m agus n sa léaráid ar dheis.
 Cruthaíonn siad idirlínte ar na línte j agus k .
 Tugtar faid na n -idirlínte sin sa léaráid.
 Tá AB comhthreomhar le j .

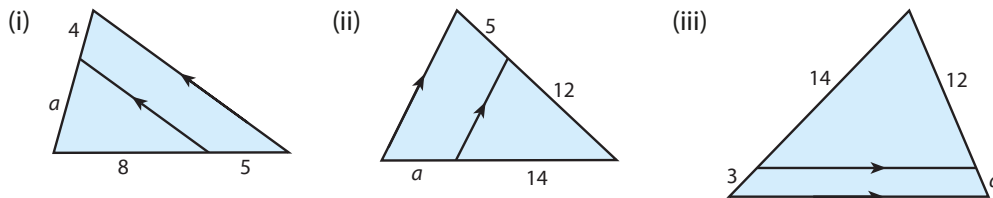
- (i) Scríobh síos fad [AB].
 (ii) Scríobh síos fad [AC].



6. Sna triantáin seo a leanas, léiríonn na saigheada go bhfuil na línte comhthreomhar lena chéile. Faigh fad na mírlíne x i ngach triantán:



7. I gcás gach ceann de na triantáin seo a leanas, faigh fad na mírlíne a , áit a seasann na saigheada do línte comhthreomhara:

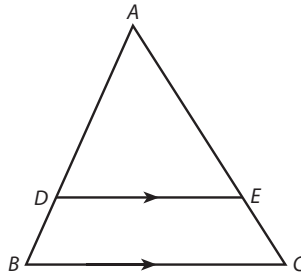




8. Sa léaráid seo thall, tá $DE \parallel BC$.

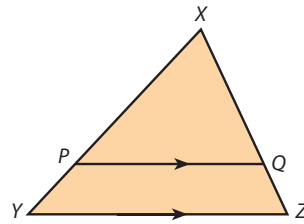
Má tá $\frac{|AD|}{|DB|} = \frac{2}{1}$ agus $|AE| = 14$ cm,

faigh $|EC|$.

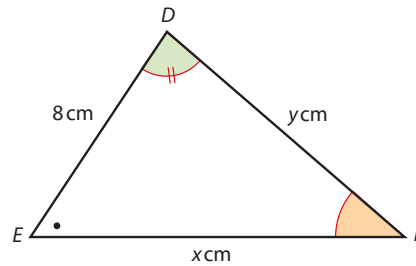
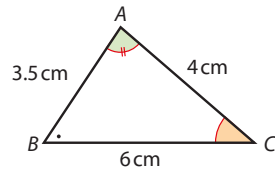


9. Sa léaráid thall, tá $PQ \parallel YZ$ agus $\frac{|XQ|}{|QZ|} = \frac{5}{3}$.

Má tá $|PY| = 4$ cm, faigh $|PX|$.



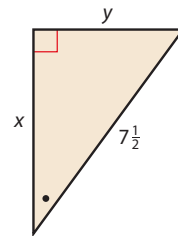
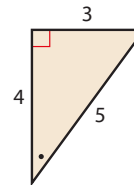
10.



- Mínigh cén fáth ar triantáin chomhchosúla iad na triantáin ABC agus DEF.
- Cén slios ar an triantán DEF a fhreagraíonn don slios [AC]?
- Faigh luach x agus luach y .

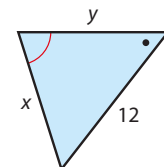
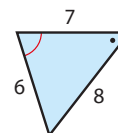
11. Is triantáin chomhchosúla an dá thriantán seo.

- Cóipeáil agus críochnaigh an ráiteas seo: 'Tá gach slios ar an triantán is mó ... oiread chomh fada leis an slios comhfhreagrach ar an triantán is lú.'
- Faigh luach x agus luach y .



12. Tá na huillinneacha atá marcáilte sna triantáin ar dheis ar cóimhéid lena chéile.

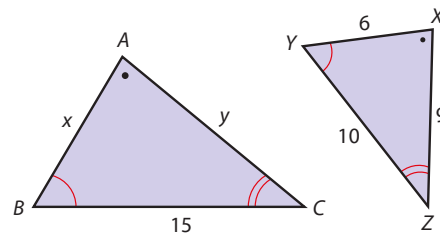
- Mínigh cén fáth ar triantáin chomhchosúla iad an dá thriantán.
- Faigh luach x agus luach y .



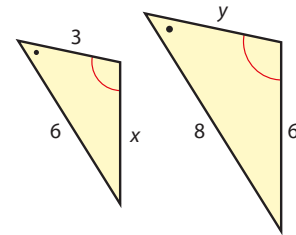


13. Is triantáin chomhchosúla iad na triantáin ABC agus XYZ.

- (i) Cén slios ar an triantán XYZ a fhreagraíonn do [AB]? Mínigh do fhreagra.
- (ii) Faigh luach x agus luach y .

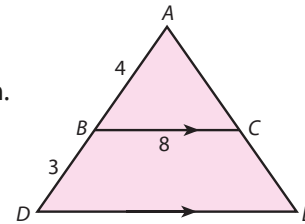


14. Faigh luach x agus luach y sna triantáin chomhchosúla seo.

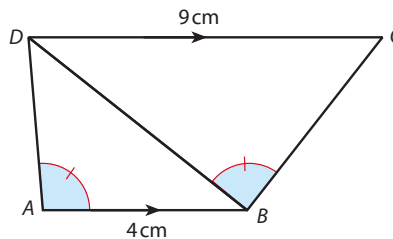


15. San fhíor seo, tá $BC \parallel DE$.
Tarraing na triantáin ABC agus ADE ar léaráidí ar leith.
Scríobh isteach faid na sleasa atá ar eolas ar an dá thriantán.

- (i) Mínigh cén fáth ar triantáin chomhchosúla iad na triantáin ABC agus ADE.
- (ii) Anois faigh $|DE|$.

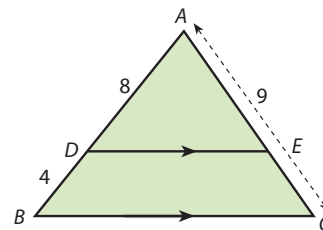


16. Is ceathairshleasán é ABCD ina bhfuil $AB \parallel DC$ agus $|\angle DAB| = |\angle DBC|$.



- (i) Ainmnigh dhá uillinn eile san fhíor seo atá ar cóimhéid lena chéile.
- (ii) Anois, mínigh cén fáth ar triantáin chomhchosúla iad na triantáin ABD agus DCB.
- (iii) Cén slios ar $\triangle DCB$ a fhreagraíonn do [DB] ar $\triangle ABD$?
- (iv) Cén slios ar $\triangle ABD$ a fhreagraíonn do [BC] ar $\triangle BCD$?

17. Sa triantán thall, tá $DE \parallel BC$.
Tá $|AD| = 8$, $|DB| = 4$ agus $|AC| = 9$.
Faigh $|AE|$.
[Leid: Bíodh $|AE| = x \Rightarrow |EC| = 9 - x$]



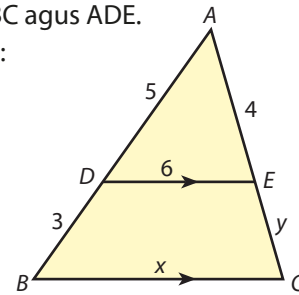


18. Míneigh cén fáth ar triantáin chomhchosúla iad na triantáin ABC agus ADE.

(i) Líon isteach na píosaí atá ar iarraidh sna cóimheasa thíos:

$$\frac{|AD|}{|AB|} = \frac{|AE|}{\boxed{}} = \frac{|DE|}{\boxed{}}$$

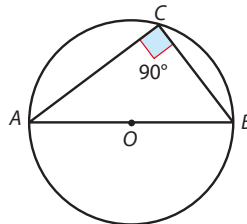
(ii) Úsáid na cóimheasa sin chun luach x agus luach y a fháil.



Mír 11.4 Teoirimí a bhaineann le ciorcail

Céimseata an chiorcail a bheidh faoi chaibidil sa mhír seo. Chomh maith leis sin, féachfaimid ar roinnt torthaí tábhachtacha matamaitice a dtugtar **teoirimí a bhaineann le ciorcail** orthu.

D'fhoghlaim tú cheana féin gur dronuillinn í an uillinn i leathchiorcal.



Sa chiorcal seo, tá $|\angle ACB| = 90^\circ$.

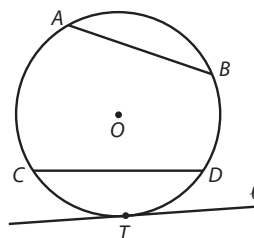
Tadhlaithe agus cordaí

Is éard atá i dtadhlaí le ciorcal ná líne dhíreach nach mbuaileann leis an gchiorcal ach ag aon phointe amháin.

Sa léaráid seo, is tadhlaí leis an gchiorcal é ℓ .

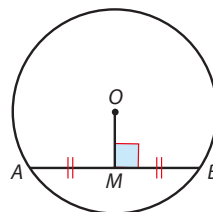
An **pointe tadhail** a thugtar ar T.

Is **cordaí** den chiorcal iad [AB] agus [CD].



Sa léaráid seo thíos, tá [OM] ingearach leis an gcorda [AB].

$$\therefore |AM| = |MB|$$



Teoirim

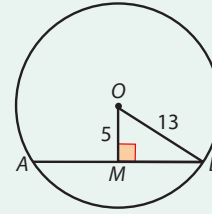
An t-ingear ó lárphointe ciorcail go dtí corda faoi leith, déroinneann sé an corda sin.





Sampla 1

Sa léaráid seo thall, is é O lárphointe an chiorcail agus tá $[OM]$ ingearach le $[AB]$. Má tá $|OM| = 5$ agus $|OB| = 13$, faigh $|AB|$.



Is triantán dronuilleach é an triantán OBM.

$$\therefore |OB|^2 = |OM|^2 + |MB|^2$$

$$13^2 = 5^2 + |MB|^2$$

$$169 = 25 + |MB|^2$$

$$|MB|^2 + 25 = 169$$

$$|MB|^2 = 169 - 25$$

$$= 144$$

$$|MB| = 12$$

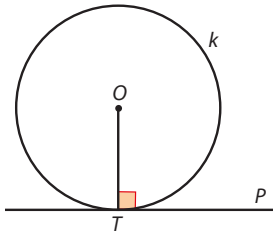
Ó tharla gurb é M lárphointe $[AB]$, tá $|AM| = |MB|$.

$$|AB| = |AM| + |MB|$$

$$= 12 + 12$$

$$|AB| = 24$$

Sa léaráid thíos, is tadhlaí é PT leis an gciorcail k agus is é O lárphointe an chiorcail.



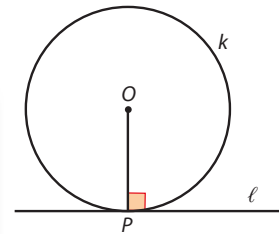
Teoirim (1)

Tá gach tadhlaí ingearach leis an nga a théann ón lárphointe chuig an bpointe tadhail.

Is é T an pointe tadhail agus is ga é $[OT]$. Tá $OT \perp TP$

Teoirim (2)

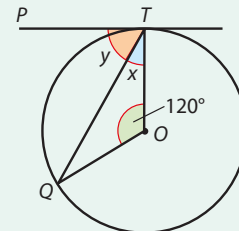
Más pointe é P ar an gciorcail k , agus má tá an líne ℓ ingearach le ga an chiorcail a théann chuig P , is tadhlaí le k é ℓ .



Sampla 2

Sa léaráid seo thall, is tadhlaí leis an gciorcail é PT agus is ga é $[OT]$.

Má tá $|\angle TOQ| = 120^\circ$, faigh méid na n-uillinneacha x and y .





Is triantán comhchosach é OTQ toisc go bhfuil $|OT| = |OQ| = ga$

$$\therefore |\angle OTQ| = |\angle OQT| = x$$

$$\therefore 2x = 180^\circ - 120^\circ$$

$$= 60$$

$$x = 30^\circ$$

Ó tharla go bhfuil $OT \perp PT \Rightarrow |\angle OTP| = 90^\circ$

$$\therefore x + y = 90^\circ$$

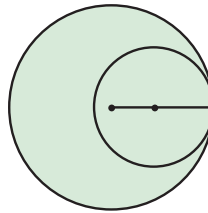
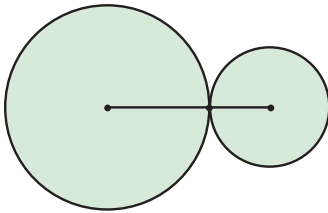
$$30 + y = 90^\circ \quad \dots x = 30^\circ$$

$$y = 90^\circ - 30^\circ$$

$$y = 60^\circ$$

Atoradh

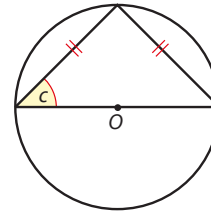
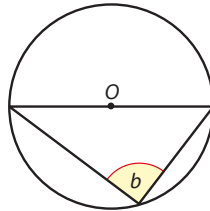
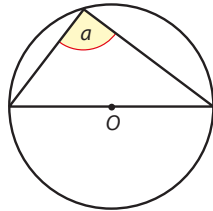
Mura dtrasnaíonn dhá chiorcal a chéile ach ag aon phointe amháin, tá an dá lárphointe agus an pointe tadhaill comhlíneach lena chéile.



Atoradh, sin ráiteas a ghabhann le teoirim atá cruthaithe agus a leanann ón teoirim sin go soiléir.

Cleachtadh 11.4

1. Faigh tomhas na huillinne a bhfuil litir ag freagairt di i gcás gach ciorcail thíos, áit a bhfuil O mar lárphointe ag gach ciorcal:

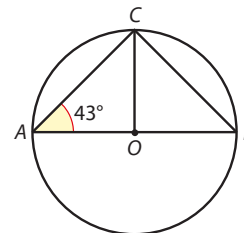


2. Sa chiorcal seo thall, is é O an lárphointe. Míneigh cén fáth ar triantán comhchosach é $\triangle OAC$. Ansin, scríobh síos

(i) $|\angle OCA|$

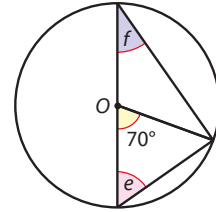
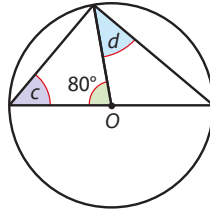
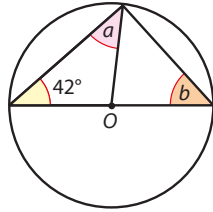
(ii) $|\angle ACB|$

(iii) $|\angle OBC|$

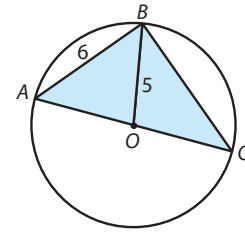




3. Faigh tomhas na n-uillinneacha a bhfuil litreacha ag freagairt dóibh i ngach ceann de léaráidí seo a leanas, áit a bhfuil O mar lárphointe ag gach ciorcal.

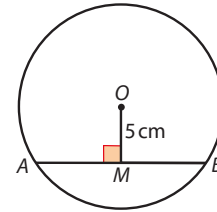


4. Sa léaráid seo thall, is é O lárphointe an chiorcail, tá $|AB| = 6$ agus $|OB| = 5$.
- Ainmnigh an triantán dronuilleach.
 - Tá $|OB| = 5$. Ainmnigh dhá mhírlíne eile atá 5 aonad ar fad.
 - Faigh $|AC|$.
 - Faigh $|BC|$.
 - Faigh achar $\triangle ABC$.

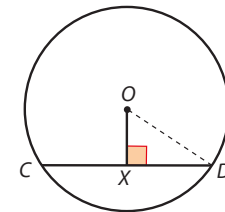


$$\text{Achar } \triangle = \frac{1}{2} \text{ bonn} \times \text{airde } \perp$$

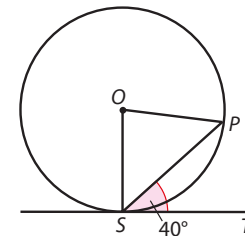
5. Sa léaráid seo thall, is é O lárphointe an chiorcail agus tá $OM \perp AB$. Má tá $|OM| = 5 \text{ cm}$ agus $|AB| = 12 \text{ cm}$, faigh
- $|AM|$
 - fad gha an chiorcail.



6. Ciorcal dar ga 26 cm agus dar lárphointe O atá sa léaráid thall. Tá OX ingearach le CD agus $|OX| = 10 \text{ cm}$. Faigh $|CD|$.



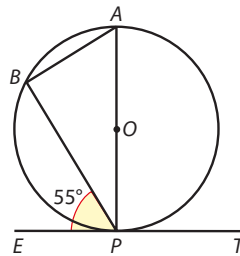
7. Is tadhlaí é ST leis an gcial seo thall a bhfuil O mar lárphointe aige. Má tá $|\angle PST| = 40^\circ$, faigh
- $|\angle OST|$
 - $|\angle OSP|$
 - $|\angle OPS|$
 - $|\angle SOP|$.





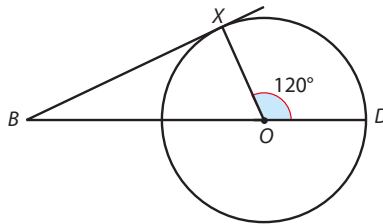
8. Ciorcal dar lárphointe O atá sa léaráid seo thall, is tadhlaí é PT leis an gciorcail agus tá $|\angle BPE| = 55^\circ$.

- Faigh (i) $|\angle EPO|$
 (ii) $|\angle BPO|$
 (iii) $|\angle ABP|$
 (iv) $|\angle BAP|$.



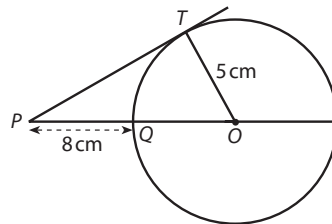
9. Ciorcal dar lárphointe O atá san fhóir seo thall, is tadhlaí leis an gciorcail é BX.

Má tá $|\angle XOD| = 120^\circ$, faigh $|\angle OBX|$.



10. Ciorcal dar lárphointe O agus dar ga 5 cm atá sa léaráid seo ar dheis, is tadhlaí é PT leis an gciorcail.

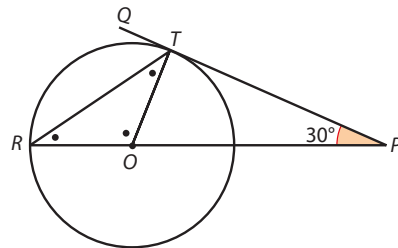
Má tá $|PQ| = 8$ cm, faigh $|PT|$.



11. Ciorcal dar lárphointe O atá sa léaráid seo thall, is tadhlaí é PQ leis an gciorcail.

Má tá $|\angle TPO| = 30^\circ$, faigh

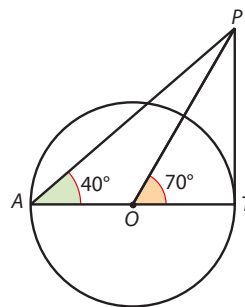
- (i) $|\angle POT|$
 (ii) $|\angle TOR|$
 (iii) $|\angle ORT|$
 (iv) $|\angle RTO|$.



12. Is tadhlaí é PT leis an gciorcail, is O lárphointe an chiorcail.

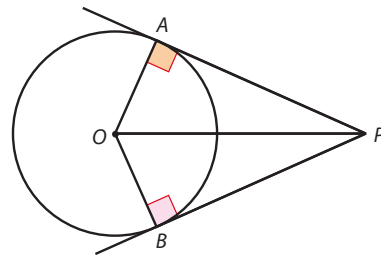
Má tá $|\angle POT| = 70^\circ$ agus $|\angle PAO| = 40^\circ$,

- faigh (i) $|\angle OPT|$
 (ii) $|\angle OPA|$.



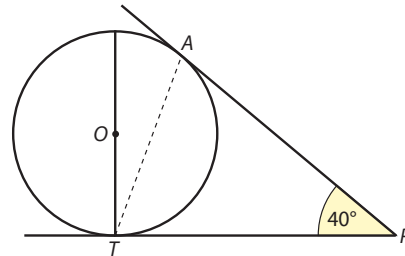


- 13.** Sa léaráid seo, is é O lárphointe an chiorcail. Is tadhlaíthe leis an gciorcal iad PA agus PB.
- (i) Mínigh cén fáth a bhfuil na triantáin AOP agus BOP iomchuí dá chéile.
 - (ii) Uaidh sin, léirigh go bhfuil $|PA| = |PB|$.

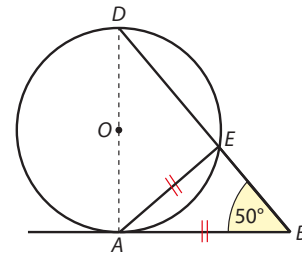


Dhá thadhlaí a théann ó phointe amháin go ciorcal faoi leith, beidh siad ar comhfhad lena chéile.

- 14.** Ciorcal dar lárphointe O atá sa léaráid thall, is tadhlaíthe iad PA agus PT leis an gciorcal. Má tá $|\angle APT| = 40^\circ$, faigh $|\angle ATO|$.



- 15.** Sa léaráid seo thall, is tadhlaí leis an gciorcal é AB agus is trastomhas é [AD]. Má tá $|\angle ABD| = 50^\circ$ agus $|AB| = |AE|$, faigh
- (i) $|\angle EAB|$
 - (ii) $|\angle DAE|$
 - (iii) $|\angle ADE|$.



Mír 11.5 Cruthuithe foirmiúla ar theorimí

Ar shlí fhoirmiúil nó struchtúrtha a chruthaítear teorimí nó torthaí sa chéimseata. Baintear leas as torthaí agus as aicsímí seanbhunaithe le míniú a thabhairt ar na céimeanna a thugtar agus teorimí á gcruthú againn. Matamaiticeoir Gréagach darbh ainm Eoilídéas an chéad duine a chruthaigh torthaí céimseatúla ar an tslí sin timpeall na bliana 300 BC.

Is iomaí teorim a bhfuil cruthú uirthi sa leabhar *Stoicheia* (focal Gréigise a chiallaíonn 'uraiceacht' nó 'bunleabhar'), leabhar céimseatan a scríobh Eoilídéas agus a bhfuil cáil air ar fud an domhain. Sa lá atá inniu ann, breis agus 2000 bliain ina dhiaidh sin, úsáidimid cur chuige Eoilídéis fós chun go leor ceisteanna céimseatúla a réiteach.

Sa mhír seo, tá cruthuithe foirmiúla ar na deich dteoirim atá ar do chúrsa. Ní iarrfar ort na cruthuithe sin a scríobh amach sa scrúdú. Tugtar anseo iad chun léiriú a thabhairt ar na céimeanna foirmiúla a leantar agus cruthú á thabhairt ar theorim chéimseatúil.

Aicsím a thugtar ar ráiteas a nglactar leis gan chruthú. Sampla d'aicsím: is é 180° suim na n-uillinneacha i líne dhíreach

Teoirim a thugtar ar ráiteas a bhfuiltear ábalta a thaispeáint go bhfuil sé fíor ach úsáid a bhaint as aicsímí agus as loighic.

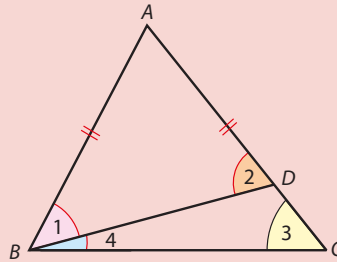




Aithneoidh tú na teoirimí seo ó na míreanna a tháinig roimhe seo sa chaibidil seo. Na torthaí a leanann ó na teoirimí sin, bhain tú úsáid astu leis na ceisteanna éagsúla céimseatúla a réiteach.

Teoirim 1

I gcás dhá shlios ar thriantán, bíonn an uillinn os comhair an tsleasa is faide níos mó ná an uillinn os comhair an tsleasa is giorra.



Tugtha:

An triantán ABC ar a bhfuil $|AC| > |AB|$

Le Cruthú:

$|\angle ABC| > |\angle ACB|$.

Tógáil:

Tóg an pointe D ar [AC] ionas go mbeidh $|AD| = |AB|$. Ceangail BD. Ainmnigh na huillinneacha 1, 2, 3 agus 4, mar a léirítear.

Cruthú:

$|\angle 1| = |\angle 2|$... triantán comhchosach
 $|\angle 2| > |\angle 3|$... uillinn sheachtrach > uillinn inmheánach
 $\Rightarrow |\angle 1| > |\angle 3|$
 $\Rightarrow |\angle 1| + |\angle 4| > |\angle 3|$
 $\Rightarrow |\angle ABC| > |\angle ACB|$

Teoirim 2

Is mó fad dhá shlios triantáin le chéile ná fad an tríú slios.

Tugtha:

An triantán ABC.

Le Cruthú:

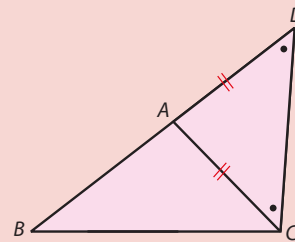
$|BA| + |AC| > |BC|$

Tógáil:

Lean BA go dtí D ionas go mbeidh $|AD| = |AC|$. Ceangail DC.

Cruthú:

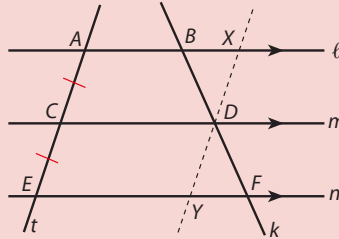
$|\angle ACD| = |\angle ADC|$... ($|AD| = |AC|$)
 Ach $|\angle BCD| > |\angle ACD|$
 $\Rightarrow |\angle BCD| > |\angle ADC|$
 Sa triantán BCD, tá $|BD| > |BC|$
 Ach $|BD| = |BA| + |AC|$... an slios os comhair na huillinne is mó
 $\Rightarrow |BA| + |AC| > |BC|$.





Teoirim 3

Má ghearrann trí líne chomhthreomhara mírlínte cothroma ar thrasnaí éigin, ansin gearrfaidh siad mírlínte cothroma ar thrasnaí ar bith eile.



Tugtha:

Trí líne chomhthreomhara ℓ , m agus n , a thrasnaíonn an trasnaí t ag na pointí A , C agus E sa dóigh go bhfuil $|AC| = |CE|$.
Trasnaíonn trasnaí eile, k , na línte ag B , D agus F .

Le Cruthú:

$$|BD| = |DF|.$$

Tógáil:

Tarraing líne trí D atá comhthreomhar le t agus a thrasnaíonn ℓ ag X agus n ag Y .

Cruthú:

Is comhthreomharáin iad $ACDX$ agus $CEYD$.

$$\Rightarrow |AC| = |XD| \text{ agus } |CE| = |DY| \quad \dots \text{sleasa urchomhaireacha}$$

$$\text{Ach } |AC| = |CE|.$$

$$\Rightarrow |XD| = |DY|$$

Sna triantáin BDX agus YDF ,

$$|XD| = |DY|$$

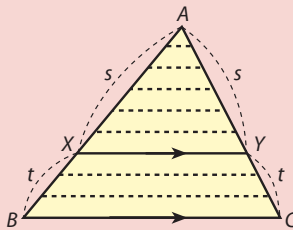
$$|\angle BDX| = |\angle YDF| \quad \dots \text{rinnuillinneacha urchomhaireacha}$$

$$|\angle DBX| = |\angle DFY| \quad \dots \text{uillinneacha ailtéarnacha}$$

\Rightarrow tá na triantáin BDX agus YDF iomchuí dá chéile

$$\Rightarrow |BD| = |DF| \quad \dots \text{sleasa comhfheagracha}$$

Teoirim 4 Bíodh ABC ina thriantán. Má tá líne XY comhthreomhar le BC agus má ghearrann sí $[AB]$ sa chóimheas $s : t$, gearrfaidh sí $[AC]$ sa chóimheas céanna ansin.





Tugtha: An triantán ABC ina bhfuil XY comhthreomhar le BC.

Le Cruthú:
$$\frac{|AX|}{|XB|} = \frac{|AY|}{|YC|}$$

Tógáil: Roinn [AX] ina s cuid chothrom agus [XB] ina t cuid chothrom. Tarraing líne comhthreomhar le BC trí gach pointe den roinnt sin.

Cruthú: Déanann na línte comhthreomhara idirlínte cothroma feadh na líne [AC].
 \therefore Roinntear [AY] ina s idirlíne chothrom agus roinntear [YC] ina t idirlíne chothrom.

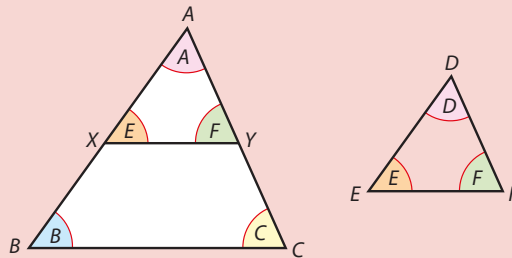
$$\therefore \frac{|AY|}{|YC|} = \frac{s}{t}$$

Ach
$$\frac{|AX|}{|XB|} = \frac{s}{t} \Rightarrow \frac{|AX|}{|XB|} = \frac{|AY|}{|YC|}$$

Teoirim 5

Más triantáin chomhchosúla iad ABC agus DEF, tá na sleasa comhfhreagracha orthu i gcomhréir lena chéile:

$$\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|BC|}{|EF|} = \frac{|AC|}{|DF|}$$



Tugtha: Na triantáin ABC agus DEF, ina bhfuil $|\angle A| = |\angle D|$, $|\angle B| = |\angle E|$ agus $|\angle C| = |\angle F|$.

Le Cruthú:
$$\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|BC|}{|EF|} = \frac{|AC|}{|DF|}$$

Tógáil: Marcáil an pointe X ar [AB] ionas go mbeidh $|AX| = |DE|$.
 Marcáil an pointe Y ar [AC] ionas go mbeidh $|AY| = |DF|$.
 Ceangail XY.





Cruthú:

Tá na triantáin AXY agus DEF iomchuí dá chéile ... (SUS)

$$\therefore |\angle AXY| = |\angle DEF| = E \quad \dots \text{uillinneacha comhfhreagracha}$$

$$\therefore |\angle AXY| = |\angle ABC|$$

$$\therefore XY \parallel BC$$

$$\therefore \frac{|AB|}{|AX|} = \frac{|AC|}{|AY|}$$

...líne atá comhthreomhar le slios amháin, roinnfidh sí an dá shlios eile sa chóimheas céanna

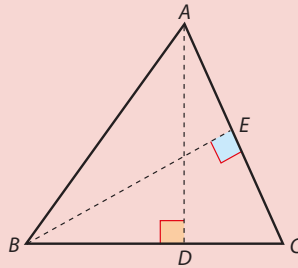
$$\therefore \frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|AC|}{|DF|}$$

Ar an gcaoi chéanna, is féidir a chruthú go bhfuil $\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|BC|}{|EF|}$.

$$\therefore \frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|BC|}{|EF|} = \frac{|AC|}{|DF|}$$

Teoirim 6

I gcás triantán ar bith, is féidir slios ar bith a úsáid mar an bonn tugtha tú ag iarraidh achar an triantán a fháil.



Tugtha:

An triantán ABC ina bhfuil $AD \perp BC$ agus $BE \perp AC$.

Le Cruthú:

$$|BC| \cdot |AD| = |AC| \cdot |BE|.$$

Cruthú:

Sna triantáin ADC agus BEC

$$|\angle ADC| = |\angle BEC| = 90^\circ$$

Tá $\angle ACD$ i bpáirt ag an dá thriantán

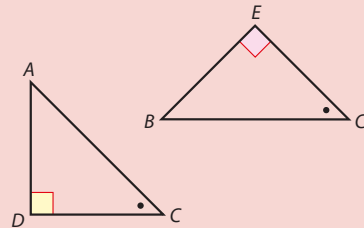
$$\Rightarrow |\angle CAD| = |\angle ECB|$$

\Rightarrow is triantáin chomhchosúla iad ADC agus BEC

Ó tharla go bhfuil na sleasa comhfhreagracha sa chóimheas céanna,

$$\Rightarrow \frac{|AD|}{|BE|} = \frac{|AC|}{|BC|}$$

$$\Rightarrow |BC| \cdot |AD| = |AC| \cdot |BE|.$$



**Teoirim 7**

Trasnán i gcomhthreomharán, déroinneann sé achar an chomhthreomharáin sin.

Tugtha:

An comhthreomharán ABCD agus an trasnán [AC].

Le Cruthú:

Go ndéoinneann an trasnán [AC] achar an chomhthreomharáin ABCD.

Cruthú:

Sna triantáin ABC agus ADC,

$$|AB| = |DC| \quad \dots \text{sleasa urchomhaireacha}$$

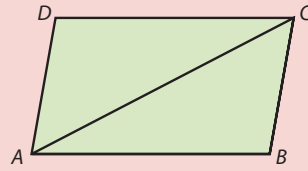
$$|BC| = |AD| \quad \dots \text{sleasa urchomhaireacha}$$

$$|AC| = |AC|$$

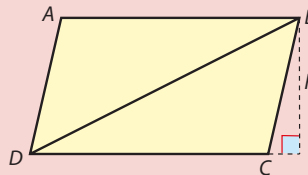
\therefore tá na triantáin ABC agus ADC iomchuí dá chéile \dots (SSS)

\therefore tá achar $\triangle ABC =$ achar $\triangle ADC$

\therefore déroinneann an trasnán [AC] achar an chomhthreomharáin ABCD.

**Teoirim 8**

Is ionann achar comhthreomharáin agus an bonn iolraithe faoin airde.

*Tugtha:*

An comhthreomharán ABCD a bhfuil airde ingearach h ann.

Le Cruthú:

Achar ABCD = $|DC| \times h$.

Cruthú:

$$\begin{aligned} \text{Achar } \triangle BCD &= \frac{1}{2} \text{ bonn} \times \text{airde ingearach} \\ &= \frac{1}{2} |DC| \times h \end{aligned}$$

$$\text{Achar } \triangle ABD = \text{achar } \triangle BCD$$

\dots déroinneann trasnán
achar comhthreomharáin

$$\Rightarrow \text{Achar ABCD} = 2 \left[\frac{1}{2} |DC| \times h \right]$$

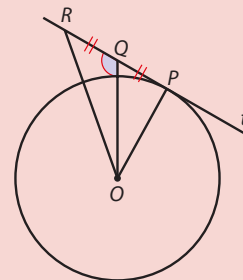
$$\Rightarrow \text{Achar ABCD} = |DC| \times h$$

Teoirim 9

Tá gach tadhlaí ingearach leis an nga a théann chuig an bpointe tadhail.

Tugtha:

Ciorcal dar lárphointe O agus tadhlaí leis, t . Is é P an pointe tadhail ag a mbuaileann an tadhlaí agus an ciorcal agus is é [OP] an ga ón lárphointe go dtí an pointe tadhail.





Le Cruthú: $OP \perp t$

Nóta: Seo sampla de chruthú trí bhréagnú.

Tógáil: Abraimis gurb é P an pointe tadhaill agus nach bhfuil t ingearach le OP. Tóg líne ón lárphointe go dtí pointe éigin, Q, ar an tadhlaí. Abraimis go bhfuil OQ ingearach leis an tadhlaí. Roghnaigh pointe eile, R, ar t ionas go mbeidh $|PQ| = |QR|$. Ceangail OQ agus OR.

Cruthú: Sna triantáin OPQ agus OQR,
 $|OQ| = |OQ|$...slios i bpáirt acu
 $|PQ| = |QR|$...tugtha
 $|\angle OQP| = |\angle OQR|$...iad araon = 90°
 \therefore tá na triantáin OPQ agus OQR iomchuí dá chéile ... (SUS)
 $\therefore |OR| = |OP|$...taobhagáin an dá thriantán iomchuí

Sa chás seo, mar sin, is pointe eile é R ag a mbuaileann an tadhlaí, t, leis an gciocal, i.e. sa chás go bhfuil OQ ingearach leis an tadhlaí.

Ach ní féidir leis sin a bheith fíor, mar gur tadhlaí é t. Ar an tslí sin, ní féidir le OQ a bheith ingearach leis an tadhlaí. Ar an gcaoi chéanna, d'fhéadfaimis a chruthú nach bhfuil líne ar bith eile ón lárphointe go dtí an tadhlaí ingearach leis an tadhlaí, ach amháin OP. Dá réir sin, caithfidh t a bheith ingearach le [OP], i.e. $OP \perp t$.

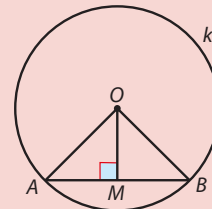
Teoirim 10 An t-ingear ó lárphointe ciorcail go dtí corda faoi leith, déroinneann sé an corda sin.

Tugtha: Ciorcal k dar lárphointe O agus dar corda [AB].
 $OM \perp AB$.

Le Cruthú: $|AM| = |MB|$

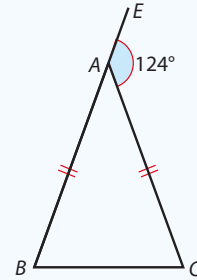
Tógáil: Ceangail OA agus OB.

Cruthú: Sna triantáin AOM agus BOM,
 $|OA| = |OB|$... = ga
 $|OM| = |OM|$...slios i bpáirt acu
 $|\angle OMA| = |\angle OMB|$...iad araon = 90°
 \therefore tá na triantáin AOM agus BOM iomchuí dá chéile ... (DTS)
 $\therefore |AM| = |MB|$.

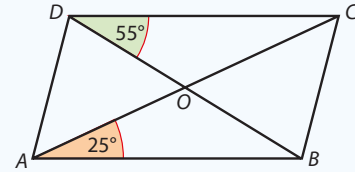


Cuir triail ort féin 11

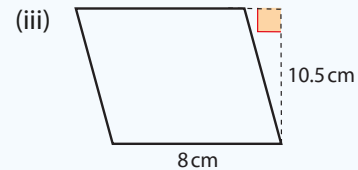
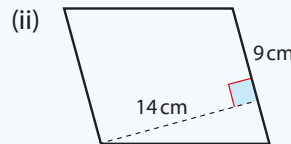
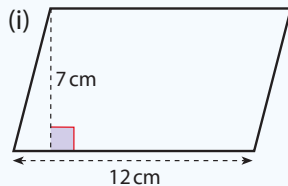
- Sa triantán seo ar dheis, tá na sleasa marcáilte ar comhfhad lena chéile agus tá $|\angle CAE| = 124^\circ$.
 - Cén sórt triantáin é ABC?
 - Ainmnigh dhá uillinn atá ar cóimhéid lena chéile.
 - Faigh $|\angle ABC|$.



- Is comhthreomharán é ABCD. Má tá $|\angle CAB| = 25^\circ$ agus $|\angle BDC| = 55^\circ$, faigh $|\angle AOD|$.

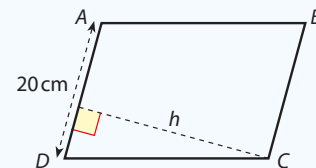


- Faigh achar gach ceann de na comhthreomharáin seo thíos:



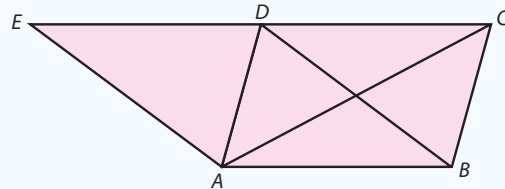
- Achar 280 cm^2 atá sa chomhthreomharán seo thall.

- Faigh luach h .
- Má tá $|AB| = 28 \text{ cm}$, faigh an airde ingearach ó A go DC.



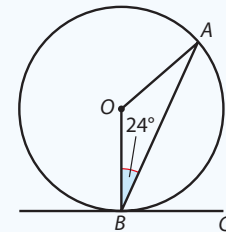
- Is comhthreomharáin iad ABCD agus ABDE araon.

- Mínigh cén fáth a bhfuil an t-achar céanna in ABCD agus atá in ABDE.
- Má tá achar $\triangle ABC = 24 \text{ cm}^2$, faigh achar na fíorach ABCE.



- San fhíor seo, is tadhlaí é BC leis an gciorcail ag an bpointe B agus is é O lárphointe an chiorcail.

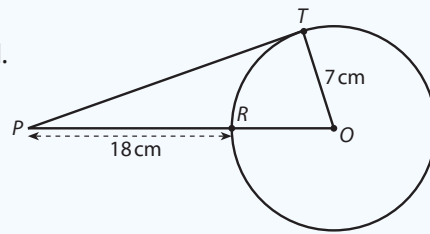
- Mínigh cén fáth a bhfuil $OB \perp BC$.
- Ainmnigh dhá mhírlíne atá ar comhfhad lena chéile.
- Faigh $|\angle BOA|$.





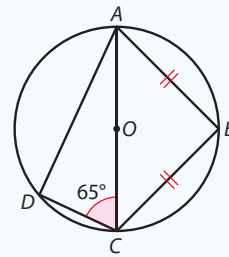
7. Ciorcal dar lárphointe O agus dar ga 7 cm atá sa léaráid seo ar dheis, is tadhlaí é PT leis an gcíorcal.

- (i) Céard é $|\angle PTO|$?
Mínigh do fhreagra.
- (ii) Scríobh síos $|PO|$.
- (iii) Faigh $|PT|$.



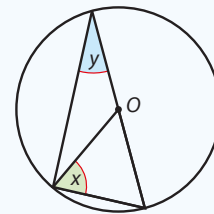
8. Sa chiorcal seo ar dheis, is é O an lárphointe, tá $|\angle ACD| = 65^\circ$ agus $|AB| = |BC|$.

- (i) Ainmnigh dhá dhronuillinn san fhíor.
- (ii) Faigh $|\angle BAD|$.



9. Sa chiorcal seo thall, is é O an lárphointe agus tá na huillinneacha x agus y marcáilte.

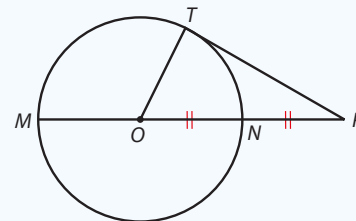
- (i) Cóipeáil an fhíor seo agus marcáil isteach uillinn x eile agus uillinn y eile.
- (ii) Mínigh cén fáth a bhfuil $x + y = 90^\circ$.



10. Is tadhlaí é PT leis an gcíorcal ag T. Is é O lárphointe an chiorcail.

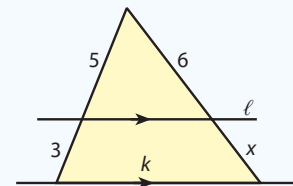
Tá $|PT| = 6$ cm agus $|ON| = |NP|$.

- (i) Céard é $|\angle OTP|$?
- (ii) Faigh fad gha an chiorcail.

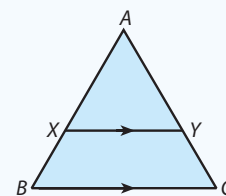


11. Sa triantán seo, tá $\ell \parallel k$.

Ríomh luach x .

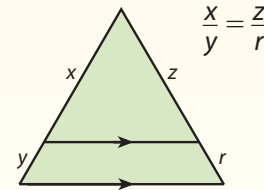
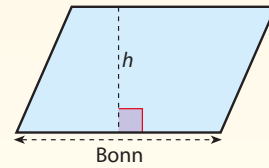


12. Sa triantán seo, tá $XY \parallel BC$ agus $|AX| : |XB| = 3 : 2$. Má tá $|YC| = 10$ cm, faigh $|AY|$.

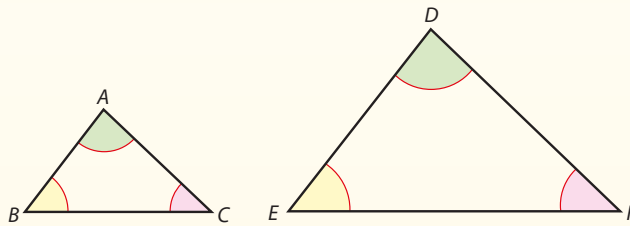


Achoimre ar na príomhphointí...

1. Is mó fad dhá shlios triantán le chéile ná fad an tríú shlios.
2. I gcás dhá shlios ar thriantán, bíonn an uillinn os comhair an tsleasa is faide níos mó ná an uillinn os comhair an tsleasa is giorra.
3. I gcás triantán ar bith, is féidir shlios ar bith a úsáid mar an bonn agus tú ag iarraidh achar an triantáin a fháil.
4. Trasán i gcomhthreomharán, déoinneann sé achar an chomhthreomharáin sin.
5. Is ionann achar comhthreomharáin agus an bonn iolraithe faoin airde ingearach.
6. Má ghearrann trí líne chomhthreomhara mírlínte cothroma ar thrasnaí éigin, ansin gearrfaidh siad mírlínte cothroma ar thrasnaí ar bith eile.
7. Líne a tharraingítear comhthreomhar le shlios amháin ar thriantán, roinneann sí an dá shlios eile sa chóimheas céanna.



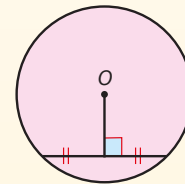
8.



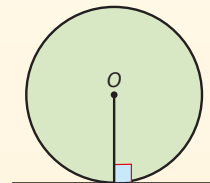
Más triantáin chomhchosúla iad na triantáin ABC agus DEF, tá na sleasa comhfhreagracha orthu i gcomhréir lena chéile:

$$\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|BC|}{|EF|} = \frac{|AC|}{|DF|}$$

9. An t-ingear ó lárphointe ciorcail go dtí corda faoi leith, déoinneann sé an corda sin.



10. Tá gach tadhlaí ingearach leis an nga a théann chuig an bpointe tadhaill.



An Chéimseata Chomhordanáideach – An Ciorcal

Focail thábhachtacha

lárphointe ga trastomhas cothromóid taobh istigh de
 taobh amuigh de ball de trasnú tadhláí cothrománach ingearach

Mír 12.1 Cothromóid chiorcail dar lárphointe (0, 0)

Ciorcal dar lárphointe (0, 0) agus dar ga r atá sa léaráid thall.

Pointe ar bith ar an gciall is ea $P(x, y)$.

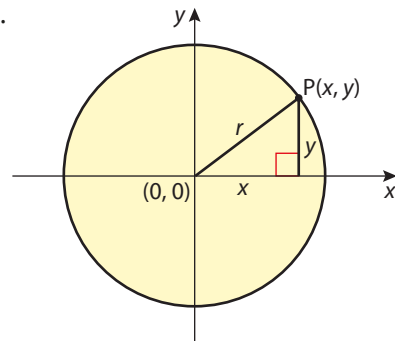
Ón triantán dronuilleach, feicimid go bhfuil

$$x^2 + y^2 = r^2$$

Deirimid gurb é $x^2 + y^2 = r^2$ cothromóid an chiorcail.

Faighimid cothromóid an chiorcail ach an méid seo a bheith ar eolas againn

- (i) lárphointe an chiorcail
- (ii) fad an gha.



Ciorcal dar lárphointe (0, 0) agus dar ga r , is é seo a chothromóid $x^2 + y^2 = r^2$.

Sampla 1

Ciorcal dar lárphointe (0, 0), faigh cothromóid an chiorcail más é seo a leanas an ga atá aige

- (i) 3
- (ii) $1\frac{1}{4}$.

(i) Is é seo an chothromóid $x^2 + y^2 = r^2$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 = 9 \quad \dots(r = 3)$

(ii) Sa chás seo, tá $r = 1\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 = \left(\frac{5}{4}\right)^2$
 $\Rightarrow x^2 + y^2 = \frac{25}{16}$
 $\Rightarrow 16x^2 + 16y^2 = 25 \quad \dots$ iolraigh an dá thaobh faoi 16

Sampla 2

Ciorcal arb é $(0, 0)$ an lárphointe ann agus a bhfuil an pointe $(4, -1)$ ann, faigh cothromóid an chiorcail sin.

Is ionann ga an chiorcail agus an fad ó $(0, 0)$ go dtí $(4, -1)$.

$$\Rightarrow r = \sqrt{(4-0)^2 + (-1-0)^2} \quad \begin{matrix} (x_1, y_1) \\ \downarrow \\ (0, 0) \end{matrix} \quad \begin{matrix} (x_2, y_2) \\ \downarrow \\ (4, -1) \end{matrix}$$

$$= \sqrt{16 + 1} = \sqrt{17}$$

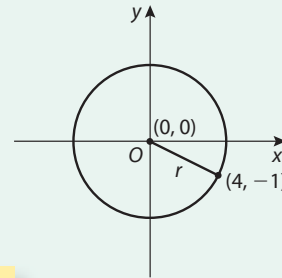
Is é seo an chothromóid $x^2 + y^2 = r^2$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = (\sqrt{17})^2$$

$$\text{i.e. } x^2 + y^2 = 17$$

$$(\sqrt{8})^2 = 8$$

$$(\sqrt{a})^2 = a$$



An ga a fháil nuair a bhíonn an chothromóid ar eolas

$(0, 0)$ an lárphointe agus r an ga sa chiorcal $x^2 + y^2 = r^2$.

\Rightarrow i gcás an chiorcail $x^2 + y^2 = 16$ (i) ag $(0, 0)$ atá an lárphointe (ii) ga = $\sqrt{16} = 4$

Ach más é $4x^2 + 4y^2 = 9$ cothromóid an chiorcail, roinn gach téarma ar 4 ar dtús chun go mbeidh an chothromóid san fhoirm $x^2 + y^2 = r^2$.

$$\Rightarrow 4x^2 + 4y^2 = 9 \Rightarrow x^2 + y^2 = \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow \text{fad an gha} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \frac{3}{2}$$

Sampla 3

I gcás an dá chiorcal seo, faigh fad an gha:

(i) $x^2 + y^2 = 8$

(ii) $9x^2 + 9y^2 = 16$

(i) $x^2 + y^2 = 8$

(ii) $9x^2 + 9y^2 = 16$

$$\Rightarrow r = \sqrt{8}$$

$$= \sqrt{4 \cdot 2}$$

$$\Rightarrow r = 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = \frac{16}{9} \quad \dots \text{roinn an dá thaobh ar 9}$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{\frac{16}{9}}$$

$$\Rightarrow r = \frac{4}{3}$$

Cleachtadh 12.1

1. Scríobh síos cothromóidí na gciorcail arb é $(0, 0)$ an lárphointe iontu agus arb iad seo faid na ngathanna iontu:

(i) 2

(ii) 3

(iii) 1

(iv) 5

(v) $\sqrt{2}$

2. Scríobh síos cothromóidí na gciorcail arb é $(0, 0)$ an lárphointe iontu agus arb iad seo faid na ngathanna iontu:

(i) $\sqrt{8}$

(ii) $2\sqrt{2}$

(iii) $3\sqrt{2}$

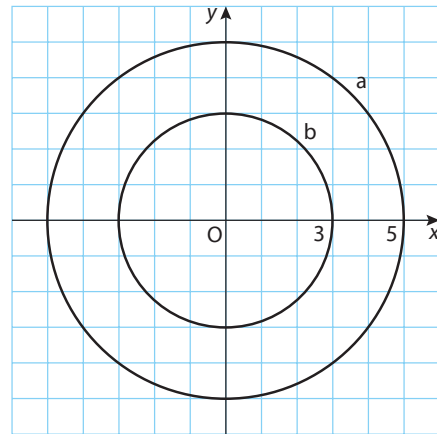
(iv) $\frac{2}{3}$

(v) $\frac{4}{3}$



3. Faigh an fad ó $(0, 0)$ go dtí $(-3, 4)$.
Scríobh síos uaidh sin cothromóid an chiorcail arb é $(0, 0)$ an lárphointe ann agus a bhfuil an pointe $(-3, 4)$ ann.
4. Faigh cothromóidí na gciorcail arb é $(0, 0)$ an lárphointe iontu agus a ghabhann trí na pointí seo:
(i) $(2, 3)$ (ii) $(-1, 2)$ (iii) $(4, -3)$ (iv) $(4, 0)$

5. Dhá chiorcal a agus b atá sa léaráid ar dheis, $(0, 0)$ an lárphointe atá acu.
Tá an pointe $(5, 0)$ i gciorcail a .
Tá an pointe $(3, 0)$ i gciorcail b .
(i) Scríobh síos cothromóid chiorcail a .
(ii) Scríobh síos cothromóid chiorcail b .
(iii) Scríobh síos comhordanáidí na bpointí ag a dtrasnaíonn ciorcal a an y -ais.
(iv) Scríobh síos comhordanáidí na bpointí ag a dtrasnaíonn ciorcal b an x -ais.



6. Tarraing sceitse den chiorcal $x^2 + y^2 = 16$.
Marcáil ar an sceitse comhordanáidí na bpointí ag a dtrasnaíonn an ciorcal an x -ais agus an y -ais.

7. Scríobh, i dtéarmaí π , achar an chiorcail $x^2 + y^2 = 36$.

Achar an chiorcail = πr^2

8. Scríobh síos ga gach ceann de na ciorcail seo:
(i) $x^2 + y^2 = 9$ (ii) $x^2 + y^2 = 49$ (iii) $x^2 + y^2 = 1$
(iv) $x^2 + y^2 = 12$ (v) $x^2 + y^2 = 27$ (vi) $x^2 + y^2 = 5$

9. Scríobh gach ceann de na ciorcail seo i bhfoirm $x^2 + y^2 = k$.

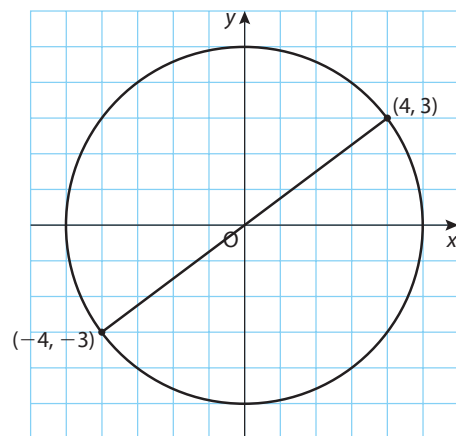
Uaidh sin, scríobh síos fad gha gach ciorcail:

- (i) $4x^2 + 4y^2 = 9$ (ii) $9x^2 + 9y^2 = 25$ (iii) $4x^2 + 4y^2 = 49$

10. Is iad na pointí $(4, 3)$ agus $(-4, -3)$ foircinn an trastomhais i gciorcail áirithe.

Faigh

- (i) comhordanáidí lárphointe an chiorcail
(ii) fad an gha
(iii) cothromóid an chiorcail.

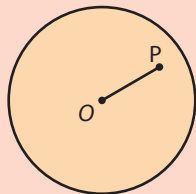




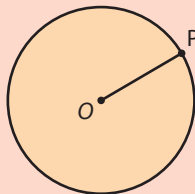
- 11.** Faigh trastomhas an chiorcail $x^2 + y^2 = 81$.
- 12.** Fíoraigh go bhfuil $(2\sqrt{5})^2 = 20$. Uaidh sin, scríobh síos cothromóid an chiorcail a bhfuil an lárphointe $(0, 0)$ aige agus a bhfuil a gha $= 2\sqrt{5}$.
- 13.** Scríobh síos cothromóidí na gciorcail seo a leanas arb é $(0, 0)$ an lárphointe iontu agus arb iad seo fad a gcuid gathanna:
 (i) $\sqrt{6}$ (ii) $2\sqrt{6}$ (iii) $3\sqrt{2}$ (iv) $2\sqrt{3}$ (v) $3\sqrt{5}$.
- 14.** Is é $x^2 + y^2 = 9$ cothromóid chiorcail áirithe, c .
 Ciorcal eile, d , is é $(0, 0)$ an lárphointe atá ann, agus tá a gha ar comhfhad le trastomhas c .
 Faigh cothromóid an chiorcail sin.

Mír 12.2 Pointí agus ciorcail

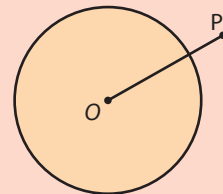
Féadfaidh pointe ar leith a bheith taobh istigh de chiorcal, ar chiorcal, nó taobh amuigh de chiorcal.



Taobh istigh den chiorcal atá an pointe P má tá an fad ó lárphointe an chiorcail go dtí an pointe P **níos lú ná** an ga.



Ar an gciorcail atá an pointe P má tá an fad ó lárphointe an chiorcail go dtí an pointe P **ar comhfhad** leis an nga.



Taobh amuigh den chiorcal atá an pointe P má tá an fad ó lárphointe an chiorcail go dtí an pointe P **níos mó ná** an ga.

Sampla 1

Cuir i gcás an chiorcail $x^2 + y^2 = 13$. Cé acu taobh istigh den chiorcal, taobh amuigh den chiorcal nó ar an gciorcail atá na pointí

- (i) $(1, -3)$ agus (ii) $(3, -2)$?

- (i) Tá ga an chiorcail $\sqrt{13}$ ar fad.

$$\text{Is é } \sqrt{(1-0)^2 + (-3-0)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$$

an fad ón lárphointe $(0, 0)$ go dtí $(1, -3)$.

Ó tá $\sqrt{10} < \sqrt{13} \Rightarrow$ taobh istigh den chiorcal atá $(1, -3)$.

- (ii) Is é $\sqrt{(3-0)^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$

an fad ón lárphointe $(0, 0)$ go dtí $(3, -2)$.

Ós ionann $\sqrt{13}$ agus fad gha an chiorcail,

\Rightarrow is ar an gciorcail atá $(3, -2)$.



Modh eile

Modh eile chun a fháil amach cé acu taobh amuigh de chiorcal, ar chiorcal, nó taobh istigh de chiorcal atá pointe áirithe: comhordanáidí an phointe a chur isteach i gchothromóid an chiorcail.

Má tá $x^2 + y^2 < r^2$, is **taobh istigh** den chiorcal atá an pointe.

Má tá $x^2 + y^2 = r^2$, is **ar** an gchiorcal atá an pointe.

Má tá $x^2 + y^2 > r^2$, is **taobh amuigh** den chiorcal atá an pointe.

Sampla 2

Fiosraigh cé acu taobh istigh den chiorcal, ar an gchiorcal, nó taobh amuigh den chiorcal $x^2 + y^2 = 16$ atá an pointe $(-3, 4)$.

Ach -3 a chur isteach in áit x agus 4 in áit y sa chothromóid $x^2 + y^2 = 16$, faighimid

$$(-3)^2 + (4)^2 = 16$$

$$9 + 16 > 16$$

i.e. $25 > 16$... (níos mó ná r^2)

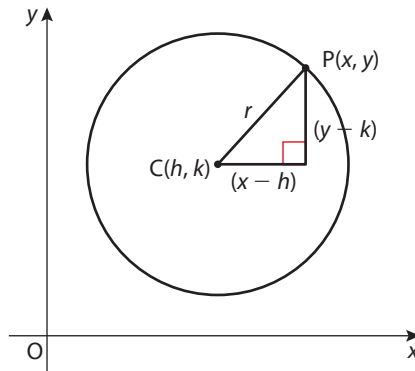
\therefore taobh amuigh den chiorcal atá $(-3, 4)$.

Cleachtadh 12.2

- Léirigh go bhfuil an pointe $(3, -1)$ ar an gchiorcal $x^2 + y^2 = 10$.
 - Léirigh go bhfuil an pointe $(5, -1)$ taobh amuigh den chiorcal $x^2 + y^2 = 20$.
 - Léirigh go bhfuil an pointe $(1, 2)$ taobh istigh den chiorcal $x^2 + y^2 = 8$.
- Faigh amach cé acu taobh istigh de, taobh amuigh de, nó ar an gchiorcal $x^2 + y^2 = 10$ atá an pointe $(3, 2)$.
- Fíoraigh go bhfuil an pointe $(3, 4)$ ar an gchiorcal $x^2 + y^2 = 25$. Scríobh síos comhordanáidí na gceithre phointe ag a dtrasnaíonn an chiorcal an x -ais agus an y -ais.
- Léirigh go bhfuil na pointí seo a leanas ar na chiorcail a thugtar:
 - $(2, 1)$: $x^2 + y^2 = 5$
 - $(-2, 5)$: $x^2 + y^2 = 29$
 - $(-4, 0)$: $x^2 + y^2 = 16$
 - $(\sqrt{5}, \sqrt{5})$: $x^2 + y^2 = 10$
- Faigh amach cé acu taobh istigh de, taobh amuigh de, nó ar an gchiorcal a thugtar, atá gach ceann de na pointí seo a leanas:
 - $(1, -4)$: $x^2 + y^2 = 16$
 - $(-2, 3)$: $x^2 + y^2 = 13$
 - $(-5, 2)$: $x^2 + y^2 = 26$
 - $(-3, 1)$: $x^2 + y^2 = 12$
- Cé acu ceann de na pointí seo a leanas atá taobh amuigh den chiorcal $x^2 + y^2 = 34$?
 - $(5, -2)$
 - $(-5, 3)$
 - $(-4, 5)$
- Tarraing sceitse den chiorcal $x^2 + y^2 = 16$.
Trasnaíonn an chiorcal an y -ais ag na pointí P agus Q.
 - Faigh comhordanáidí P agus Q.
 - Faigh $|PQ|$.
- $x^2 + y^2 = 18$.
Tá an pointe $(4, k)$ taobh amuigh den chiorcal. Faigh an luach is lú ar k , má tá $k \in \mathbb{N}$.

Mír 12.3 Cothromóid an chiorcail a bhfuil an lárphointe (h, k) ann agus a bhfuil ga r aige

Ciorcal dar lárphointe $C(h, k)$ agus dar ga r atá sa léaráid thíos.



Bíodh $P(x, y)$ ina phointe ar bith ar an gciorcail. Tá an fad ó C go P ar comhfhad le ga an chiorcail.

Má úsáidimid foirmle an fhaid, faighimid:

$$|CP| = \sqrt{(x-h)^2 + (y-k)^2} = r \Rightarrow (x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

Sin cothromóid an chiorcail arb é (h, k) a lárphointe agus arb é r a gha.

Teastaíonn na sonraí seo a leanas chun an fhoirmle thuas a úsáid chun cothromóid ciorcail a fháil:

- (i) lárphointe an chiorcail, (h, k) (ii) ga an chiorcail, r .

Ciorcal dar lárphointe (h, k) agus ar ga dó r , is é seo a chothromóid

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2.$$

Sampla 1

Faigh cothromóid an chiorcail arb é $(2, -3)$ a lárphointe agus 5 a gha.

Is é seo an chothromóid

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 + (y+3)^2 = (5)^2$$

$$\Rightarrow \text{is é } (x-2)^2 + (y+3)^2 = 25 \text{ an chothromóid}$$

$$(h, k) \quad r = 5$$

$$\downarrow$$

$$(2, -3)$$

An lárphointe agus an ga a fháil nuair a bhíonn an chothromóid ar eolas

Sa chothromóid $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$, is é (h, k) an lárphointe agus r an ga.

Sa chothromóid $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 16$, tá $h = 2$ agus $k = -3$, agus tá $r = \sqrt{16} = 4$.

\Rightarrow lárphointe = $(2, -3)$ agus ga = 4.

Sampla 2

Faigh lárphointe agus ga an chiorcail $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 8$.

Cuir na cothromóidí i gcomparáid lena chéile $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$
agus $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 8$

$$\begin{aligned} \text{Feicimid go bhfuil } h = -3, k = 4 \text{ agus } r^2 &= 8 \\ \Rightarrow r &= \sqrt{8} \end{aligned}$$

\therefore tá an lárphointe $= (-3, 4)$ agus an ga $= \sqrt{8}$

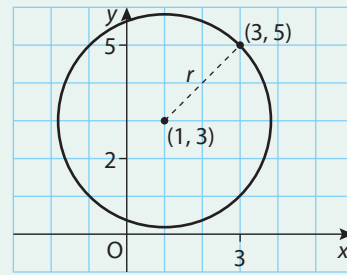
Sampla 3

Ciorcal dar lárphointe $(1, 3)$, gabhann sé tríd an bpointe $(3, 5)$.

Faigh cothromóid an chiorcail.

Is é an ga an fad ó $(1, 3)$ go dtí $(3, 5)$.

$$\begin{aligned} \text{Ga} &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ &= \sqrt{(3 - 1)^2 + (5 - 3)^2} \\ &= \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8} \end{aligned}$$



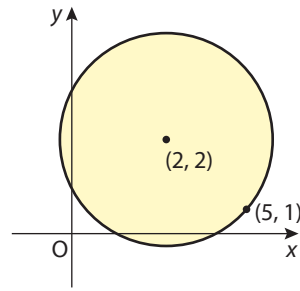
$$\begin{aligned} \text{Cothromóid an chiorcail: } (x - h)^2 + (y - k)^2 &= r^2 & (h, k) &= r = \sqrt{8} \\ \Rightarrow (x - 1)^2 + (y - 3)^2 &= (\sqrt{8})^2 & \downarrow & \\ \Rightarrow (x - 1)^2 + (y - 3)^2 &= 8 & (1, 3) & \end{aligned}$$

Cleachtadh 12.3

- Faigh cothromóid gach ceann de na ciorcail seo a leanas; tugtar lárphointe agus ga an chiorcail i ngach cás:
 - lárphointe $= (3, 1)$; ga $= 2$
 - lárphointe $= (3, 4)$; ga $= 3$
 - lárphointe $= (1, -4)$; ga $= 5$
 - lárphointe $= (-3, 5)$; ga $= 4$
 - lárphointe $= (-3, -2)$; ga $= 1$
 - lárphointe $= (3, 0)$; ga $= 6$
 - lárphointe $= (-3, -5)$; ga $= \sqrt{10}$
 - lárphointe $= (0, -2)$; ga $= 2\sqrt{2}$
- Is é $(2, 4)$ lárphointe ciorcail agus tá an pointe $(-1, 3)$ ann.
Faigh (i) fad an gha (ii) cothromóid an chiorcail.
- Ciorcal dar lárphointe $(5, -2)$, gabhann sé tríd an bpointe $(-1, 5)$, faigh cothromóid an chiorcail.



- 4.** Is é (2, 2) lárphointe an chiorcail thall.
Má tá an pointe (5, 1) ann,
faigh cothromóid an chiorcail.

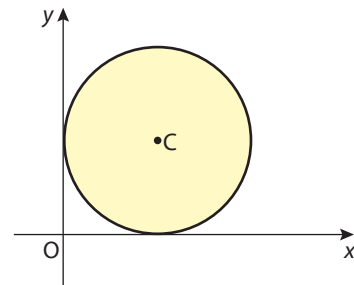


- 5.** Is trastomhas ciorcail í an mhírlíne a cheanglaíonn (3, 5) agus (-1, 1) le chéile.
Faigh (i) lárphointe an chiorcail
(ii) fad gha an chiorcail
(iii) cothromóid an chiorcail.

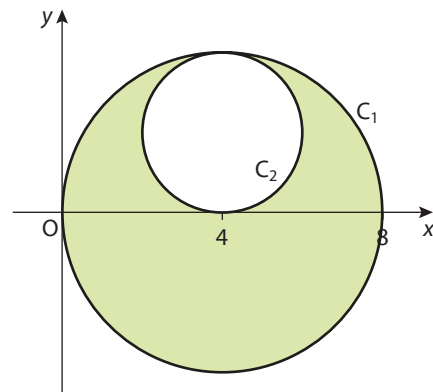
Faigh lárphointe agus ga gach ceann de na ciorcail seo a leanas:

- 6.** $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 16$ **7.** $(x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 9$
8. $(x + 2)^2 + (y + 5)^2 = 64$ **9.** $(x + 5)^2 + (y - 1)^2 = 81$
10. $x^2 + (y - 4)^2 = 25$ **11.** $(x - 3)^2 + y^2 = 9$
12. $(x - 1)^2 + (y + 5)^2 = \frac{16}{9}$ **13.** $x^2 + (y - 2)^2 = 12$

- 14.** Teagmhaíonn an ciorcal seo thall leis an x -ais agus an y -ais.
Más ionann ga an chiorcail agus 3,
scríobh síos comhordanáidí C , an lárphointe.
Uaidh sin, scríobh síos cothromóid an chiorcail.

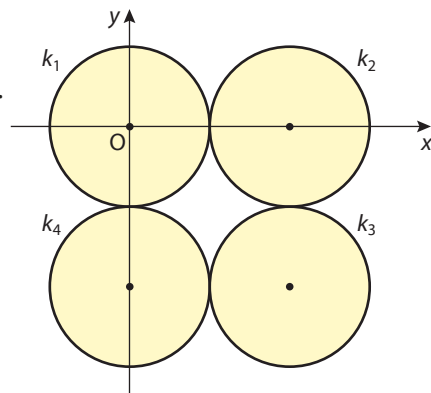


- 15.** Dhá chiorcal, C_1 agus C_2 atá sa léaráid.
Tá lárphointe C_1 ar an x -ais, agus is é 4 a gha.
(i) Scríobh síos comhordanáidí lárphointe C_1 .
(ii) Scríobh síos cothromóid C_1 .
(iii) Cén fad atá i nga C_2 ?
(iv) Scríobh síos comhordanáidí lárphointe C_2 .
(v) Scríobh síos cothromóid C_2 .
(vi) Scríobh síos comhordanáidí an phointe atá i bpáirt ag C_1 agus C_2 .



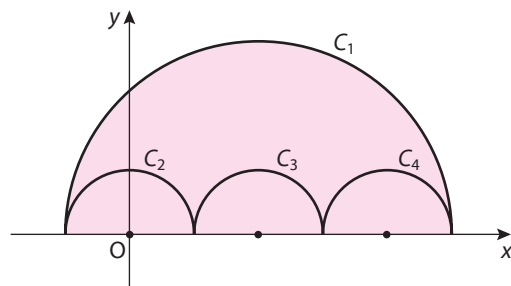


- 16.** Tá ceithre chiorcal sa léaráid agus an fad céanna i nga gach ceann díobh. Teagmhaíonn na chiorcail lena chéile mar atá léirithe. Is é $x^2 + y^2 = 4$ cothromóid k_1 .
- Scríobh síos ga k_1 .
 - Scríobh síos comhordanáidí lárphointe k_3 .
 - Scríobh síos cothromóid k_3 .
 - An é $x^2 + (y + 4)^2 = 4$ cothromóid k_2 nó k_4 ? Mínigh do fhreagra.



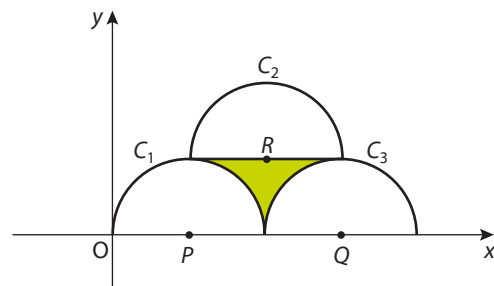
- 17.** Is iad $A(-1, 2)$ agus $B(5, 4)$ na foircinn ar thrastomhas an chiorcail k . Faigh comhordanáidí lárphointe k agus scríobh síos uaidh sin cothromóid k .
- 18.** Is é an pointe $(4, 3)$ lárphointe an chiorcail c . Más tadhlaí í an x -ais le c , faigh
- ga c
 - cothromóid c .

- 19.** Ceithre leathchiorcal atá sa léaráid ar dheis. Tá lárphointí na gchiorcal uile ar an x -ais. Tá fad an gha sna trí leathchiorcal bheaga cothrom le 2.
- Faigh comhordanáidí lárphointe C_3 .
 - Scríobh síos cothromóid C_3 .
 - Faigh cothromóid C_1 .
 - Faigh amach an bhfuil imlíne an leathchiorcail C_1 cothrom le suim imlínte na dtrí leathchiorcal bheaga.



Cothromóid an chiorcail iomláin atá le fáil i ngach cás.

- 20.** Tá trí leathchiorcal sa léaráid, C_1 , C_2 agus C_3 . 1 aonad an fad atá i nga gach leathchiorcail. Is iad P , Q agus R lárphointí na gchiorcal, mar atá léirithe.
- Scríobh síos cothromóid an chiorcail C_1 .
 - Scríobh síos comhordanáidí R .
 - Faigh cothromóid an chiorcail C_2 .
 - Scríobh achar na coda scáthaithe sa léaráid i dtéarmaí π .

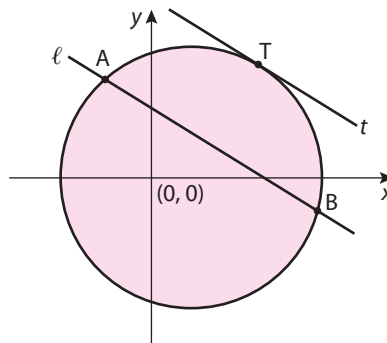


Is é πr^2 achar chiorcail.



Mír 12.4 Pointí trasnaithe líne agus ciorcail

Is é atá sa léaráid ar dheis, líne ℓ a thrasnaíonn ciorcal ag na pointí A agus B.



Ní thrasnaíonn an líne T an ciorcal ach ag aon phointe amháin.

Deirtear gur **tadhlaí** leis an gcorcal í an líne T.

Chun pointe/pointí trasnaithe líne agus ciorcail a fháil, scríobhaimid an líne san fhoirm

$$y = \dots \quad \text{nó} \quad x = \dots$$

Agus tú ag roghnú $y = \dots$ nó $x = \dots$, is fearr codáin a sheachaint, más féidir.

Ansin, úsáidimid cothromóidí comhuaineacha chun pointe/pointí trasnaithe líne agus ciorcail a fháil.

Más tadhlaí le ciorcal í líne áirithe, ní thrasnóidh an líne sin an ciorcal ach ag aon phointe amháin.

Sampla 1

Faigh pointí trasnaithe na líne $x + 3y - 5 = 0$ agus an ciorcail $x^2 + y^2 = 5$.

Céim 1 Scríobh x i dtéarmaí y i gcothromóid na líne.

$$x + 3y - 5 = 0 \Rightarrow x = -3y + 5 \dots \textcircled{1}$$

Céim 2 Cuir $(-3y + 5)$ in áit x i gcothromóid an ciorcail.

$$\begin{aligned} \Rightarrow & \text{Athraíonn } x^2 + y^2 = 5 \text{ go} \\ & (-3y + 5)^2 + y^2 = 5 \\ \Rightarrow & 9y^2 - 30y + 25 + y^2 = 5 \\ \Rightarrow & 10y^2 - 30y + 20 = 0 \\ \Rightarrow & y^2 - 3y + 2 = 0 \quad \dots \text{roinn gach téarma ar 10.} \\ \Rightarrow & (y - 2)(y - 1) = 0 \\ \Rightarrow & y = 2 \quad \text{nó} \quad y = 1 \end{aligned}$$

Má chuirimid na luachanna seo do y isteach i gcothromóid $\textcircled{1}$ faighimid:

$$y = 2 \Rightarrow x = -3(2) + 5 \Rightarrow x = -1 \quad \text{i.e. an pointe } (-1, 2)$$

$$y = 1 \Rightarrow x = -3(1) + 5 \Rightarrow x = 2 \quad \text{i.e. an pointe } (2, 1)$$

Mar sin, is iad $(-1, 2)$ agus $(2, 1)$ an dá phointe trasnaithe.

Sampla 2

Taispeáin gur tadhlaí leis an gciorcail $x^2 + y^2 = 10$ í an líne $3x + y + 10 = 0$.
Faigh an pointe tadhail.

$$\text{Má tá } 3x + y + 10 = 0 \Rightarrow y = -3x - 10 \dots \textcircled{1}$$

Cuirimid $(-3x - 10)$ in áit y i gcothromóid an chiorcail:

$$x^2 + (-3x - 10)^2 = 10$$

$$\Rightarrow x^2 + 9x^2 + 60x + 100 = 10$$

$$\Rightarrow 10x^2 + 60x + 90 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 6x + 9 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 3)(x + 3) = 0$$

$$\Rightarrow x = -3$$

...roinn gach téarma ar 10

...tabhair faoi deara nach bhfuil ach luach amháin ar x

Anois cuirimid -3 in áit x i gcothromóid $\textcircled{1}$

$$x = -3 \Rightarrow y = -3(-3) - 10$$

$$= 9 - 10 = -1$$

i.e. an pointe $(-3, -1)$

Dá réir sin, is é $(-3, -1)$ an pointe trasnaithe.

Ós rud é nach bhfuil ach pointe trasnaithe amháin ann, is tadhlaí leis an gciorcail í an líne.

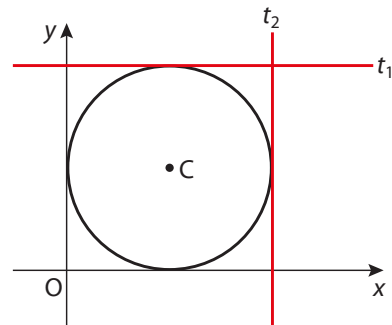
Scríobhaimid y i dtéarmaí x anseo chun codáin a sheachaint.

Cleachtadh 12.4

- Faigh pointí trasnaithe na líne ℓ agus an chiorcail c i ngach ceann díobh seo:
 - $\ell: x - y = 1$; $c: x^2 + y^2 = 13$
 - $\ell: x + y - 4 = 0$; $c: x^2 + y^2 = 10$
 - $\ell: x - 2y - 5 = 0$; $c: x^2 + y^2 = 25$
 - $\ell: x + 3y - 10 = 0$; $c: x^2 + y^2 = 20$
- Faigh an pointe ag a dtrasnaíonn an líne $2x - y - 5 = 0$ agus an ciorcail $x^2 + y^2 = 5$ a chéile.
- Taispeáin gur tadhlaí leis an gciorcail k í an líne ℓ i ngach ceann díobh seo a leanas, agus faigh an pointe tadhail i ngach cás:
 - $\ell: x + y - 2 = 0$; $k: x^2 + y^2 = 2$
 - $\ell: x - 3y - 10 = 0$; $k: x^2 + y^2 = 10$
 - $\ell: x - y - 4 = 0$; $k: x^2 + y^2 = 8$
- Faigh an pointe/na pointí ag a dtrasnaíonn an líne $x - y - 3 = 0$ agus an ciorcail $x^2 + y^2 = 9$ a chéile. An tadhlaí leis an gciorcail í an líne? Mínigh do fhreagra.
- Faigh na pointí ag a dtrasnaíonn an líne $x - 2y = 0$ agus an ciorcail $x^2 + y^2 = 20$ a chéile.



6. Faigh cothromóid an chiorcail ar lárphointe dó $(0, 0)$ agus ina bhfuil an pointe $(3, 1)$.
Faigh comhordanáidí na bpointí ag a dtrasnaíonn an ciorcal sin agus an líne $x + y + 4 = 0$ a chéile.
7. Is dhá phointe iad $A(4, -1)$ agus $B(-1, 4)$.
Faigh cothromóid AB.
Anois faigh comhordanáidí na bpointí ag a dtrasnaíonn an líne AB agus an ciorcal $x^2 + y^2 = 5$ a chéile.
8. Faigh an pointe tadhail agus, uaidh sin, léirigh gur tadhlaí leis an gcorcal $x^2 + y^2 = 20$ í an líne $x - 2y + 10 = 0$.
9. Ciorcal dar lárphointe C agus dar ga 3 atá sa léaráid thíos.
Teagmhaíonn an ciorcal leis an x-ais agus an y-ais.
 - (i) Scríobh síos comhordanáidí C.
 - (ii) Scríobh síos cothromóid an chiorcail.
 - (iii) Is tadhlaí leis an gcorcal í an líne t_1 .
Tá sí comhthreomhar leis an x-ais.
Scríobh síos cothromóid t_1 .
 - (iv) Is tadhlaí leis an gcorcal í an líne t_2 freisin.
Tá sí comhthreomhar leis an y-ais.
Scríobh síos cothromóid t_2 .
 - (v) Scríobh síos comhordanáidí an phointe ag a dtrasnaíonn t_1 agus t_2 a chéile.



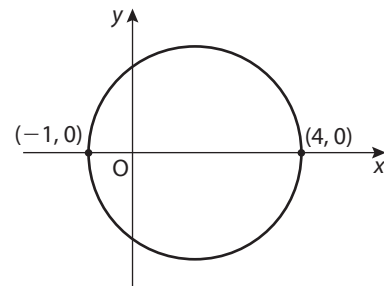
Mír 12.5 Ciorcal a thrasnaíonn na haiseanna

Trasnaíonn an ciorcal sa léaráid an x-ais ag na pointí $(-1, 0)$ agus $(4, 0)$.

I gcás gach ceann de na pointí, is é nialas an y-luach.

Nuair a thrasnaíonn aon líne nó aon ciorcal an x-ais is é nialas an y-luach ag na pointí trasnaithe.

Ar an mbealach céanna, trasnaíonn líne nó ciorcal an y-ais ag na pointí ina bhfuil $x = 0$.



Sampla 1

Faigh comhordanáidí na bpointí seo:

- (i) an pointe ag a dtrasnaíonn an ciorcal $x^2 + y^2 = 16$ an x-ais
- (ii) an pointe ag a dtrasnaíonn an ciorcal $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 10$ an y-ais.





(i) Ag na pointí a bhfuil $y = 0$ a thrasnaíonn $x^2 + y^2 = 16$ an x -ais.

$$y = 0 \Rightarrow x^2 + 0 = 16 \\ \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm 4$$

\Rightarrow Ag na pointí $(4, 0)$ agus $(-4, 0)$ a thrasnaíonn $x^2 + y^2 = 16$ an x -ais.

(ii) Ag na pointí ina bhfuil $x = 0$ a thrasnaíonn $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 10$ an y -ais.

$$x = 0 \Rightarrow (0 + 3)^2 + (y - 2)^2 = 10 \\ \Rightarrow 9 + y^2 - 4y + 4 = 10 \\ \Rightarrow y^2 - 4y + 3 = 0 \\ \Rightarrow (y - 1)(y - 3) = 0 \\ \Rightarrow y = 1 \text{ nó } y = 3$$

\Rightarrow Ag na pointí $(0, 1)$ agus $(0, 3)$ a thrasnaíonn $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 10$ an y -ais.

Cleachtadh 12.5

1. Faigh comhordanáidí na bpointí ag a dtrasnaíonn gach ceann de na ciorcail seo an x -ais:

(i) $x^2 + y^2 = 4$ (ii) $x^2 + y^2 = 25$ (iii) $x^2 + y^2 = 81$.

2. Faigh comhordanáidí na bpointí ag a dtrasnaíonn an ciorcal $x^2 + y^2 = 49$ an y -ais.

3. Faigh comhordanáidí na bpointí ag a dtrasnaíonn gach ceann de na ciorcail seo an x -ais:

(i) $(x - 5)^2 + (y + 4)^2 = 25$ (ii) $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 25$

4. Faigh comhordanáidí na bpointí ag a dtrasnaíonn an ciorcal $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 20$ an y -ais.

5. Léirigh go bhfuil an pointe $(3, 2)$ ar an gcorcal $(x - 6)^2 + (y - 6)^2 = 25$.

6. Scríobh síos lárphointe agus fad an gha sa ciorcal

$$(x + 4)^2 + (y - 1)^2 = 9.$$

Anois, léirigh go bhfuil an pointe $(-3, 0)$ taobh istigh den ciorcal.

7. Maidir leis an gcorcal seo a leanas, féach cé acu taobh istigh den ciorcal, ar an gcorcal, nó taobh amuigh den ciorcal atá an pointe $(3, 2)$:

$$(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 4.$$

8. Is iad $(-2, -3)$ agus $(-4, 3)$ na foircinn ar thrastomhas ciorcail.

Faigh cothromóid an ciorcail.

Trasnaíonn an ciorcal an y -ais ag na pointí A agus B. Faigh $|AB|$.

9. Is tadhláí í an x -ais le ciorcal arb é $(-2, 4)$ an lárphointe ann.

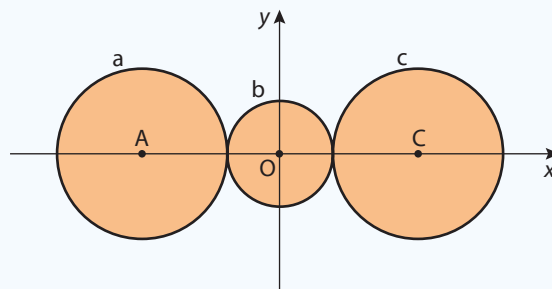
(i) Cad é fad gha an ciorcail?

(ii) Scríobh síos cothromóid an ciorcail.



Cuir triail ort féin 12

- Is é $x^2 + y^2 = 49$ cothromóid an chiorcail c .
 - Scríobh síos lárphointe agus ga c .
 - Deimhnigh go bhfuil an pointe $(5, -5)$ taobh amuigh den chiorcal c .
- Is é $(0, 0)$ lárphointe an chiorcail k agus tá an pointe $(3, 4)$ ann. Faigh cothromóid k . Anois, scríobh síos comhordanáidí na bpointí ag a dtrasnaíonn an chiorcal k an x -ais.
- Is é $x^2 + y^2 = 36$ cothromóid an chiorcail c .
 - Scríobh síos fad gha c .
 - Tá lárphointe $(0, 0)$ ag chiorcal eile, agus tá a gha dhá oiread níos faide ná ga c . Scríobh síos cothromóid an chiorcail sin.
- Ciorcal dar lárphointe $(2, -3)$ agus dar ga 4, faigh cothromóid an chiorcail.
- Tá an chothromóid $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 25$ ag an gchiorcal c .
 - Scríobh síos lárphointe c agus fad a gha.
 - Léirigh go bhfuil an pointe $(6, 0)$ ar an gchiorcal c .
- Trasnaíonn an líne $x - 3y = 10$ agus an chiorcal $x^2 + y^2 = 10$ a chéile, faigh an pointe trasnaithe agus, uaidh sin, léirigh gur tadhlaí leis an gchiorcal í an líne.
- Tá an chothromóid $x^2 + y^2 = 36$ ag chiorcal.
 - Faigh fad gha an chiorcail.
 - Léirigh, trí áireamh, gur taobh amuigh den chiorcal atá an pointe $(7, 1)$.
 - Faigh comhordanáidí na bpointí ag a dtrasnaíonn an chiorcal an y -ais.
- Is é atá sa léaráid thíos, trí chiorcal, a , b agus c , a bhfuil na lárphointí A , O agus C acu faoi seach. Ar an x -ais atá na trí lárphointe.



Tá ga an chiorcail a agus ga an chiorcail c ar comhfhad le trastomhas an chiorcail b . Teagmhaíonn an chiorcal a agus an chiorcal c leis an gchiorcal b , mar atá léirithe.

Más é $x^2 + y^2 = 9$ cothromóid b , faigh

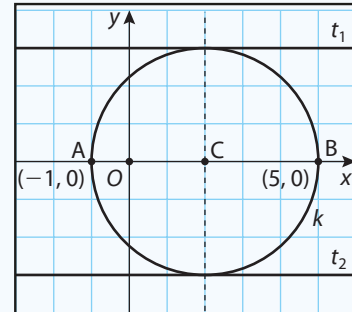
- comhordanáidí A agus C
- cothromóidí na gchiorcal a agus c
- cothromóidí an dá thadhlaí atá i bpáirt ag a agus c ach nach dteagmhaíonn le b .



9. Trasnaíonn an líne $y = 10 - 2x$ an ciorcal $x^2 + y^2 = 40$ ag na pointí A agus B. Faigh comhordanáidí A agus comhordanáidí B. Léirigh an líne, an ciorcal agus na pointí trasnaithe ar léaráid chomhordanáideach.

10. Is iad na pointí $(-1, -1)$ agus $(3, -3)$ na foircinn ar thrastomhas ciorcail, s .
- Faigh lárphointe s agus fad an gha ann.
 - Faigh cothromóid s .
 - Taispeáin, trí áireamh, go bhfuil an pointe $(1, -1)$ taobh istigh den chiorcal.

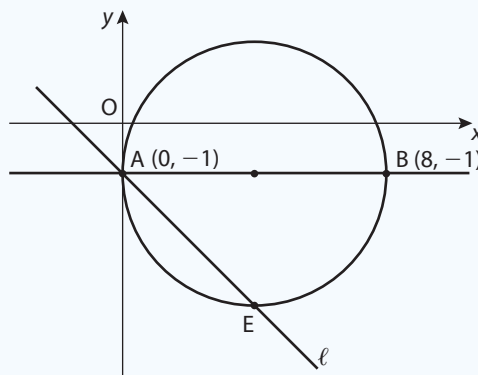
11. Is iad $A(-1, 0)$ agus $B(5, 0)$ na foircinn ar thrastomhas ciorcail, k . Is é C an lárphointe, mar atá léirithe
- Scríobh síos comhordanáidí C agus fad gha k .
 - Faigh cothromóid k .
 - Is tadhlaith leis an gciorcal k iad na línte t_1 agus t_2 . Tá siad comhthreomhar leis an x -ais. Scríobh síos cothromóid t_1 agus cothromóid t_2 .



12. Trasnaíonn an líne $x - 3y = 0$ an ciorcal $x^2 + y^2 = 10$ ag na pointí A agus B.
- Faigh comhordanáidí A agus comhordanáidí B.
 - Léirigh gur trastomhas de chuid an chiorcail é $[AB]$.

13. Scríobh síos lárphointe an chiorcail seo agus fad an gha ann:
 $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 20$.
 Trasnaíonn an ciorcal an x -ais ag na pointí A agus B. Faigh comhordanáidí A agus B. Uaidh sin, scríobh síos $|AB|$.

14. Is trastomhas ciorcail é $A(0, -1)$ agus $B(8, -1)$, mar atá léirithe.



- Faigh lárphointe an chiorcail agus fad an gha ann.
- Scríobh síos cothromóid an chiorcail.

- Trasnaíonn an líne ℓ an ciorcal ag na pointí A agus E. Is é $-\frac{4}{5}$ fána ℓ .
- Scríobh síos fána EB. Mínigh do fhreagra.

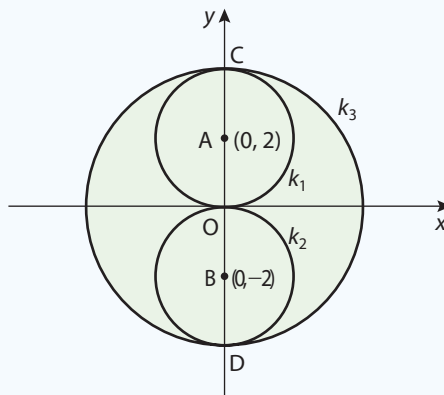




- 15.** Is é $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 25$ cothromóid an chiorcail k .
Is iad P agus Q na foircinn ar thrastomhas k . Tá PQ cothrománach.
- Scríobh síos comhordanáidí lárphointe k agus fad a gha.
 - Tarraing sceitse de k ar an bplána comhordanáideach.
 - Faigh comhordanáidí P agus comhordanáidí Q.
 - Scríobh síos cothromóidí dhá thadhlaí le k atá ceartingearach.
 - Tá ciorcal eile ann freisin a bhfuil an dá líne cheartingearacha seo mar thadhlaíthe leis.
Tá lárphointe an chiorcail sin ar an x -ais.
Faigh cothromóid an chiorcail sin.

- 16.** Tá an chothromóid $x^2 + y^2 = 13$ ag ciorcal áirithe.
Tá na pointí A(2, -3), B(-2, 3) agus C(3, 2) ar an gciorcail.
- Deimhnigh gur trastomhas de chuid an chiorcail é [AB].
 - Deimhnigh gur dronuillinn é $|\angle ACB|$.

- 17.** Ciorcal k_1 dar lárphointe A(0, 2) agus dar ga 2 atá sa léaráid thíos.



Is ciorcal é k_2 . B(0, -2) an lárphointe atá aige agus 2 an ga atá aige.

Scríobh síos cothromóidí k_1 and k_2 .

Is ciorcal é k_3 ar lárphointe dó (0, 0) agus a theagmhaíonn le k_1 ag an bpointe C agus k_2 ag an bpointe D. Scríobh síos cothromóid k_3 .

Scríobh síos cothromóid an tadhlaí atá i bpáirt ag k_1 agus k_3 sa phointe C.

- 18.** Tá an chothromóid $(x + 4)^2 + (y - 3)^2 = 36$ ag an gciorcail k .
- Scríobh síos comhordanáidí lárphointe k agus fad a gha.
 - Tarraing sceitse de k ar an bplána comhordanáideach.
 - Is foirceann amháin ar thrastomhas de chuid k é an pointe (2, 3).
Faigh comhordanáidí an fhoircinn eile.

- 19.** Ciorcal c dar lárphointe (-1, 2) agus dar ga 5, scríobh síos a chothromóid.
Tá an chothromóid $(x - 8)^2 + (y - 14)^2 = 100$ ag an gciorcail k .
Léirigh go bhfuil P(2, 6) ar an gciorcail k .
Léirigh freisin go bhfuil P(2, 6) ar an líne a cheanglaíonn lárphointí an dá chiorcail.



Achoimre ar na príomhphointí...

Cothromóid an chiorcail

Ciorcal dar lárphointe $(0, 0)$ agus dar ga r , is é seo a chothromóid:

$$x^2 + y^2 = r^2$$

Ciorcal dar lárphointe (h, k) agus dar ga r , is é seo a chothromóid:

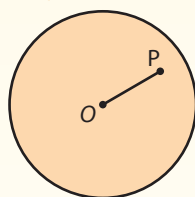
$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

An lárphointe agus an ga a fháil nuair a bhíonn an chothromóid againn

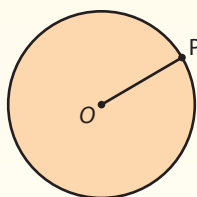
I gcás an chiorcail $x^2 + y^2 = a^2$, lárphointe = $(0, 0)$, ga = a .

I gcás an chiorcail $(x - h)^2 + (y - k)^2 = a^2$, lárphointe = (h, k) , ga = a .

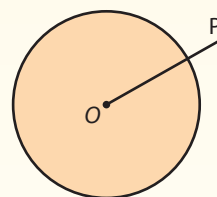
Pointí agus ciorcail



Taobh istigh atá an pointe
má tá $|OP| < ga$



Ar an gciorcail atá an
pointe má tá $|OP| = ga$



Taobh amuigh atá an
pointe má tá $|OP| > ga$

Pointí trasnaithe líne agus ciorcail

Úsáidimid cothromóidí comhuaineacha chun pointe/pointí trasnaithe líne agus ciorcail a fháil.

Chun pointí trasnaithe na líne $x + 3y - 5 = 0$ agus an chiorcail $x^2 + y^2 = 5$ a fháil,

- (i) scríobh x i dtéarmaí y i gcothromóid na líne,
i.e. $x = -3y + 5$
- (ii) cuir an luach sin in áit x i gcothromóid an chiorcail,
i.e. $(-3y + 5)^2 + y^2 = 5$
- (iii) réitigh an chothromóid sin chun dhá luach a fháil do y
- (iv) faigh an dá luach chomhfhreagracha do x .

Ciorcal a thrasnaíonn na haiseanna

Is sna pointí ag a bhfuil $y = 0$ a thrasnaíonn ciorcal an x -ais.

Is sna pointí ag a bhfuil $x = 0$ a thrasnaíonn ciorcal an y -ais.

A chruthú gur tadhlaí le ciorcal í líne

Is tadhlaí le ciorcal í líne nuair nach bhfuil ach pointe trasnaithe amháin ann .

Sonraí a Chur i Láthair

caibidil

13

Focail thábhachtacha

barrachairt línebhreacadh píchairt histeagram eatraimh ranga chothroma
cruth sonraí leanúnacha dáileadh siméadrach sceabha deimhneach
sceabha diúltach léaráid ghais is duillí léaráid ghais is duillí chúl le cúl
sonraí dé-athráideacha scaipghraf comghaol gaol cúisíoch

Mír 13.1 Barrachairteacha agus píchairteacha

1. Barrachairteacha

Is bealach simplí agus éifeachtach é chun sonraí a chur i láthair barrachairt a tharraingt. Is é a bhíonn i mbarrachairt ná barraí atá ar comhleithead, a tharraingítear go ceartingearach nó go cothrománach ó ais.

Léiríonn airde (nó fad) na mbarraí an mhinicíocht i gcónaí.

De ghnáth bíonn bearnaí idir na barraí agus bíonn na bearnaí sin ar comhleithead freisin.

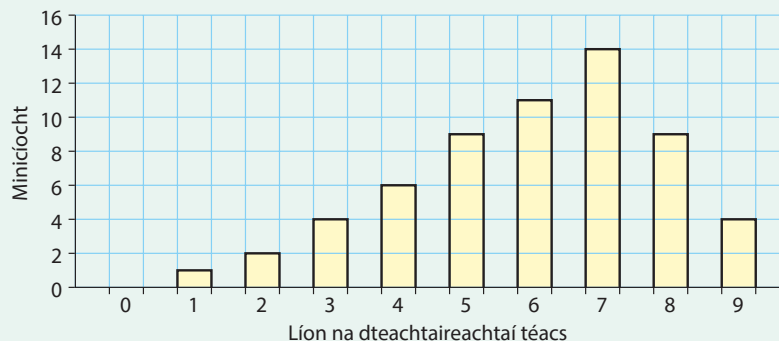
Sampla 1

Sa tábla minicíochta tugtar líon na dteachtaireachtaí téacs a fuair grúpa daltaí Domhnach áirithe.

| | | | | | | | | | | |
|---------------------------|---|---|---|---|---|---|----|----|---|---|
| Líon na dteachtaireachtaí | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| Minicíocht | 0 | 1 | 2 | 4 | 6 | 9 | 11 | 14 | 9 | 4 |

Bain úsáid as barrachairt chun an t-eolas sin a chur i láthair.

Seo thíos an bharrachairt.



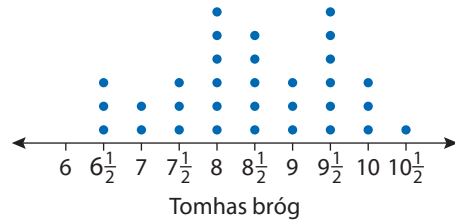
2. Línebhreacthaí

Baintear úsáid as **línebhreacadh** chun tacair bheaga de shonraí scoite nó catagóireacha a chur i láthair. Tá línebhreacadh cosúil le barrachairt ach go n-úsáidtear poncanna (•) nó crosta (×) ann seachas barraí. Léiríonn gach ponc aonad amháin den athróg.

Léiríonn an línebhreacadh seo thall líon na mbróg ar thomhais éagsúla a díoladh i siopa bróg lá ar leith.

Líon na bpéirí bróg a díoladh ná

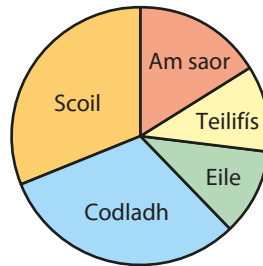
$$3 + 2 + 3 + 6 + 5 + 3 + 6 + 3 + 1 = 32$$



3. Píchairteacha

Is bealach maith í píchairt le sonraí a chur i láthair nuair is gá a léiriú conas mar atá na sonraí roinnte nó dáilte. Bíonn píchairt an-oiriúnach agus sonraí catagóireacha á gcur i láthair.

Léiríonn an píchairt thíos conas mar a chaith Seán an 24 uair an chloig dheireanacha.



Tá an píchairt roinnte ina codanna.

Seasann an ciorcal iomlán don 24 uair an chloig.

Is féidir linn a fheiceáil gur chaith Seán thart ar an méid céanna ama ina chodladh agus a chaith sé ar scoil.

Tá uillinn gach teascóige i gcomhréir le minicíocht na catagóire a seasann sí di.

Tá píchairteacha an-oiriúnach agus sonraí catagóireacha á gcur i láthair.

Sampla 2

Mar chuid de shuirbhé, iarradh ar 120 duine a rá cén córas taistil a d'úsáid siad agus iad ar a saoire dheireanach. Tá torthaí an tsuirbhé le feiceáil sa tábla. Tarraing píchairt chun na sonraí sin a léiriú.

| Córas taistil | Traein | Cóiste | Carr | Long | Eitleán |
|---------------|--------|--------|------|------|---------|
| Minicíocht | 24 | 12 | 59 | 11 | 14 |

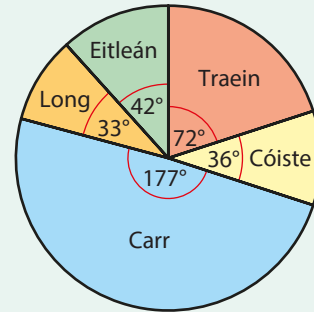


Ní mór an codán de 360° a fháil a fhreagraíonn do gach córas taistil. Déantar é sin i dtábla de ghnáth, mar atá léirithe thíos.

| Córas taistil | Minicíocht | Ríomh |
|---------------|------------|---|
| Traein | 24 | $\frac{24}{120} \times 360 = 72^\circ$ |
| Cóiste | 12 | $\frac{12}{120} \times 360 = 36^\circ$ |
| Carr | 59 | $\frac{59}{120} \times 360 = 177^\circ$ |
| Long | 11 | $\frac{11}{120} \times 360 = 33^\circ$ |
| Eitleán | 14 | $\frac{14}{120} \times 360 = 42^\circ$ |
| Iomlán | 120 | 360° |

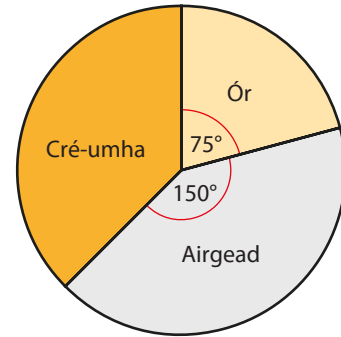
Tá an phíchart le feiceáil ar dheis.

Baineadh úsáid as uillinntomhas chun na huillinneacha a thomhas.



Léiríonn an phíchart seo na boinn a bhuaigh Club Lúthchleasaíochta ag comórtas lúthchleas. Má buadh 24 bonn, seo mar a fhaighimid an líon de gach cineál boinn:

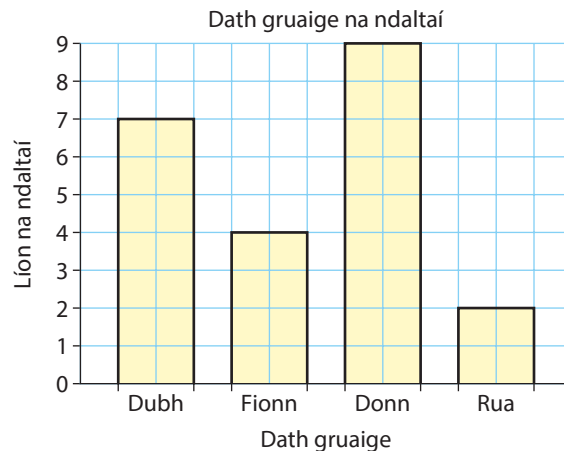
- (i) Boinn óir: $\frac{75^\circ}{360^\circ} \times \frac{24}{1} = 5$
- (ii) Boinn airgid: $\frac{150^\circ}{360^\circ} \times \frac{24}{1} = 10$
- (iii) Is í an uillinn sa teascóg chré-umha ná $360^\circ - 150^\circ - 75^\circ = 135^\circ$.
Boinn chré-umha: $\frac{135^\circ}{360^\circ} \times \frac{24}{1} = 9$



Cleachtadh 13.1

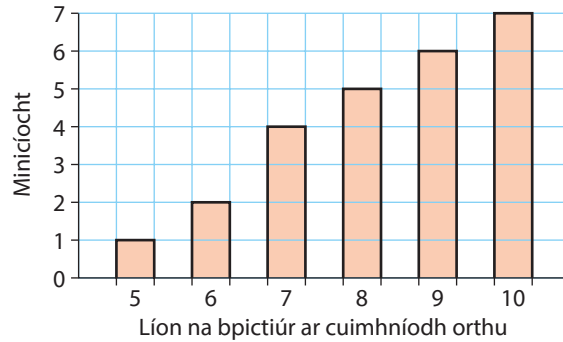
1. Breactar síos dath gruaige na ndaltaí ar fad i rang áirithe. Tá na torthaí sa bharrachairt ar dheis.

- (i) Cé mhéad dalta a bhfuil gruaig dhubh orthu?
- (ii) Cé acu dath gruaige an mód?
- (iii) Cé mhéad dalta atá sa rang?





2. Tugann an bharrachairt seo líon na bpictiúr ar chuimhnigh gach dalta orthu i dturgnamh cuimhne.



- (i) Cé mhéad dalta a ghlac páirt sa turgnamh?
 (ii) Cad é líon módúil na bpictiúr ar cuimhníodh orthu?
 (iii) Cé mhéad dalta a chuimhnigh ar níos lú ná 7 bpictiúr?
 (iv) Cad é an raon atá leis an líon pictiúr ar cuimhníodh orthu?
 (v) Cad é líon airmheánach na bpictiúr ar cuimhníodh orthu?
3. Seo na marcanna a fuair rang Phóil ar thionscadal.

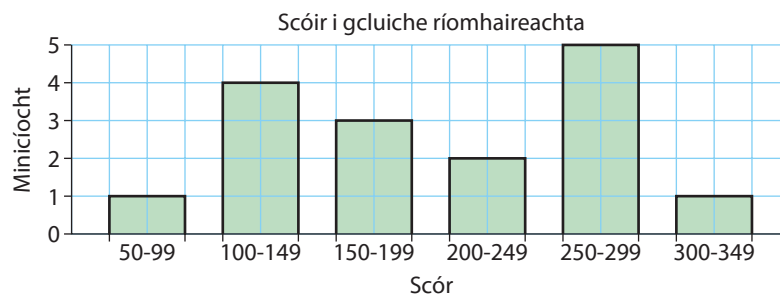
| | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 19 | 16 | 45 | 43 | 40 | 39 | 36 | 30 | 28 | 42 | 35 | 40 |
| 32 | 38 | 41 | 48 | 27 | 18 | 29 | 38 | 42 | 26 | 41 | 35 |

- (i) Cóipeáil an tábla seo agus comhlánaigh é.

| Marc | 11–20 | 21–30 | 31–40 | 41–50 |
|------------|-------|-------|-------|-------|
| Cuntas | | | | |
| Minicíocht | | | | |

- (ii) Tarraing barrachairt do na sonraí seo.

4.



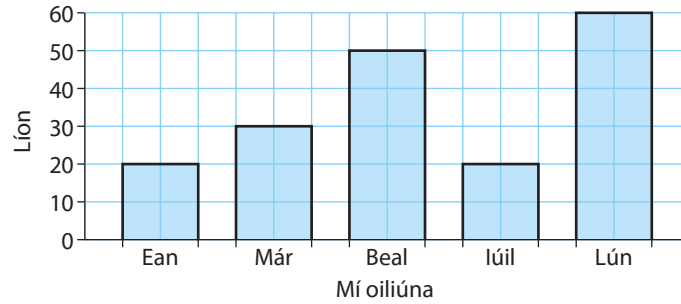
Tugann an graf seo thuas na scóir i gcluiche ríomhaireachta.

- (i) Scóir de 250 nó níos mó, bhuaigh siad duais. Cé mhéad duine a bhuaigh duais?
 (ii) Cé mhéad duine san iomlán a d'imir an cluiche?
 (iii) Is é a bhí i nuachtán *'Scóráil cúigear idir 270 agus 299 pointe.'*
 An bhfuil sé sin ceart?
 Roghnaigh ceann de na freagraí seo.
- (a) Tá (b) Níl (c) Ní fios

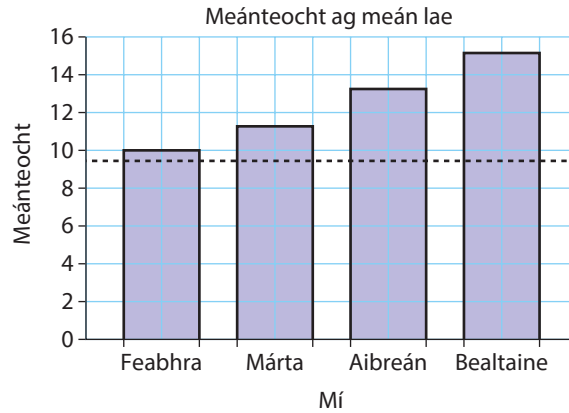




5. Sa bharrachairt seo thíos léirítear líon na ndaoine a d'fhreastail ar chúig sheisiún oiliúna garchabhrach agus na míonna inar tharla na seisiúin sin.



- (i) Faigh an líon iomlán daoine a d'fhreastail ar na cúig sheisiún.
(ii) Leath den líon iomlán daoine a d'fhreastail ar sheisiún, is i gcaitheamh dhá mhí ar leith a bhí siad ann. Cé na míonna atá i gceist?
(iii) Cad é an meánlíon daoine a d'fhreastail ar gach seisiún ar leith?
6. Léiríonn an bharrachairt seo an mheánteocht mhíosúil ag meán lae le haghaidh gach ceann de cheithre mhí. Léiríonn an líne bhriste an meán le haghaidh na gceithre mhí arsa Breanda. Úsáid an bharrachairt le míniú cén fáth nach bhfuil an ceart ag Breanda.



7. Léiríonn an línebhreacadh thíos líon na gcúl in aghaidh an chluiche a scóráil foireann iomána.

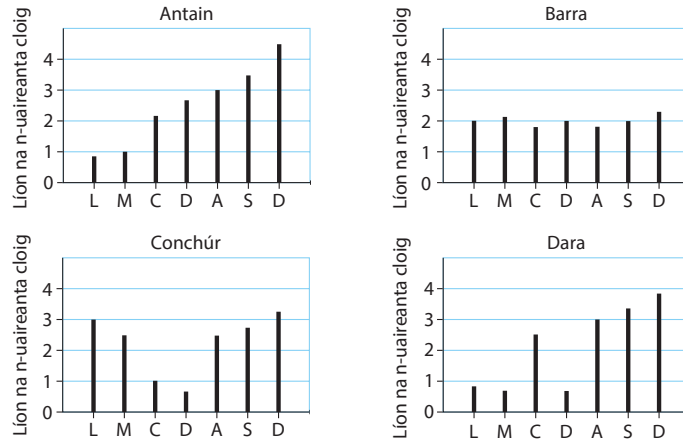


- (i) Cé mhéad cluiche a d'imir an fhoireann?
(ii) Cé acu líon cúl é an mód?
(iii) Cad é an raon a bhaineann le líon na gcúl a scóráladh?
(iv) Cén céatadán de na cluichí a bhí gan scór?





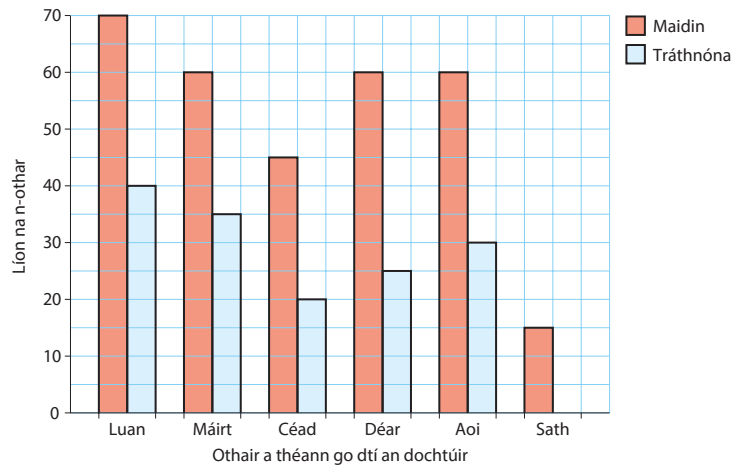
8. Léiríonn na barrachairteacha seo an líon uaireanta cloig de theilifís ar ar fhéach ceathrar buachaillí i seachtain amháin.



Cé acu graf lena mbaineann na ráitis seo a leanas?

- Ag tús agus deireadh na seachtaine is mó a d'fhéach mé ar an teilifís.
- D'fhéach mé ar an méid céanna teilifíse, a bheag nó a mhór, gach lá.
- D'fhéach mé ar chuid mhaith teilifíse ceithre lá ach níor fhéach mé ar mhórán na trí lá eile.
- Gach lá d'fhéach mé ar níos mó teilifíse ná an lá roimhe.

9. Barrachairt dhéach a thugtar ar an mbarrachairt thíos. Cuireann sí dhá thacar sonraí i gcomparáid lena chéile. Tugann sí líon na n-othar a chuaigh go dtí an dochtúir ar maidin agus tráthnóna ar feadh sé lá.



- Cén lá a ndeachaigh an líon is mó othar go dtí an dochtúir?
- Cén lá a ndeachaigh an líon is lú othar go dtí an dochtúir?
- Cén lá nach raibh aon lialann ar oscailt sa tráthnóna?
- Cé acu lá a ndeachaigh 90 othar go dtí an dochtúir?
- Cé mhéad othar níos mó a chuaigh go dtí an dochtúir maidin Dé Máirt ná mar a chuaigh tráthnóna Dé Máirt?





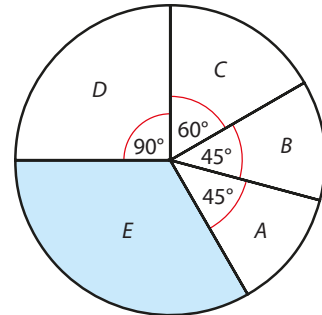
10. Sa tábla thíos tugtar méideanna na ngúnaí a díoladh i siopa seachtain áirithe:

| | | | | | | |
|-------------------|---|----|----|----|----|----|
| Méid | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 |
| Minicíocht | 3 | 7 | 10 | 12 | 6 | 2 |

Tarraing píchart chun na sonraí sin a léiriú.

11. Sa phíchart ar dheis léirítear na gráid a fuair grúpa 264 dalta.

Faigh líon na ndaltaí a fuair grád E.

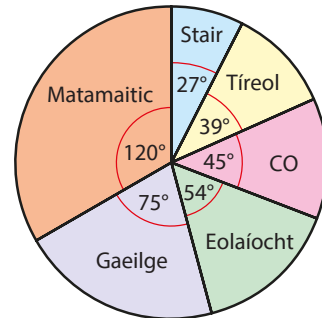


12. Sa phíchart ar dheis léirítear na hábhair is fearr le 120 dalta i scoil i gCorcaigh.

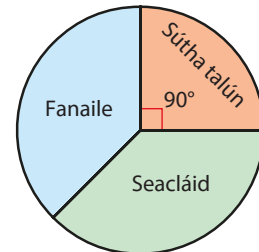
I gcás an dá ábhar seo a leanas, cé mhéad dalta a dúirt gurb é sin an t-ábhar is fearr leo?

- (i) Matamaitic (ii) Corpoideachas (CO)

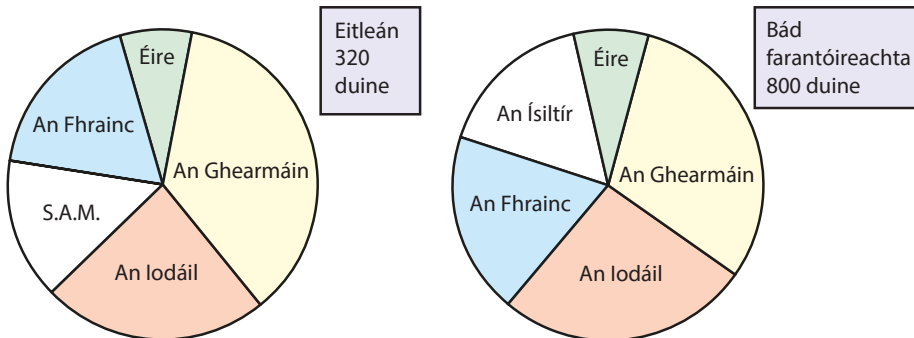
Cén céatadán de na daltaí a dúirt gurb í an eolaíocht an t-ábhar is fearr leo?



13. Díoltar uachtar reoite fanaile, sú talún agus seacláide ag seastán uachtar reoite. Sa phíchart léirítear na cineálacha uachtar reoite a díoladh Dé Sathairn seo caite. Díoladh an líon céanna uachtar reoite fanaile agus uachtar reoite seacláide. 60 uachtar reoite sú talún a díoladh. Cé mhéad uachtar reoite seacláide a díoladh?



14. I suirbhé, iarradh ar 320 duine ar eitleán agus ar 800 duine ar bhád farantóireachta a rá cén tír arbh as iad.



Seo an méid a dúirt Sinéad tar éis di féachaint ar na cairteacha, 'Bhí an líon céanna daoine ón Iodáil, a bheag nó a mhór, ar an eitleán agus a bhí ar an mbád farantóireachta.' Mínigh cén fáth a bhfuil Sinéad mícheart.



Mír 13.2 Histeagraim

Histeagram a thugtar ar cheann de na slite is coitianta le dáileadh minicíochta a chur i láthair.

Tá histeagraim an-chosúil le barrachairteacha ach tá roinnt difríochtaí tábhachtacha eatarthu:

- › ní bhíonn aon bhearnaí idir na barraí i histeagram
- › baintear úsáid as histeagraim chun **sonraí leanúnacha** a léiriú
- › bíonn na **sonraí grúpáilte** i gcónaí; ranganna a thugtar ar na grúpaí
- › seasann **achar** gach barra nó dronuilleoige don mhinicíocht.

D'fhéadfadh sé nach mbeadh na heatraimh ranga ar fad ar an histeagram mar a chéile.

Chomh fada agus a bhaineann sé leis an gcúrsa seo, ní bheidh i gceist ach **eatraimh ranga chothroma** amháin.

Ach eatraimh na ranganna a bheith cothrom le chéile, bíonn an histeagram an-chosúil leis an mbarrachairt.

Sampla 1

Is é atá sa tábla thíos, na hamanna a thóg sé ar 32 dalta fadhb a réiteach.

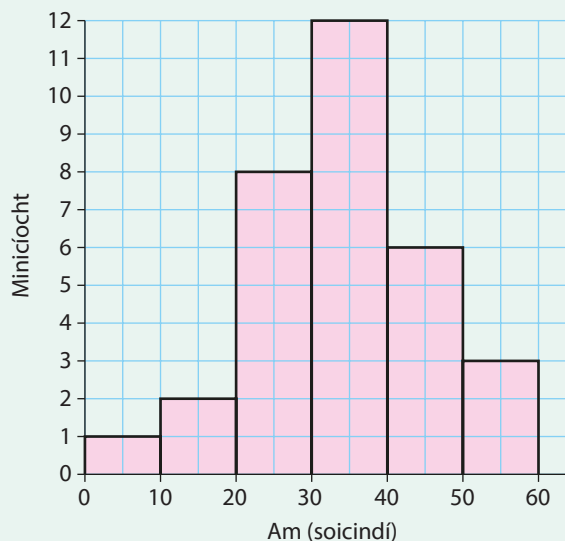
| Am (ina shoic.) | 0–10 | 10–20 | 20–30 | 30–40 | 40–50 | 50–60 |
|-----------------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Líon na ndaltaí | 1 | 2 | 8 | 12 | 6 | 3 |

- Tarraing histeagram chun na sonraí sin a léiriú.
- Scríobh síos an rang módúil.
- Cén t-eatramh ina bhfuil an t-airmheán?

An chéad rud a dhéanaimid ná dhá ais a tharraingt agus iad ingearach lena chéile.

Breacaimid na hathróa (am sa chás seo) ar an ais chothrománach agus na minicíochtaí (líon na ndaltaí) ar an ais cheartingearach.

- Seo é an histeagram.



[**NÓTA:** Tá sé tábhachtach lipéad a chur ar an dá ais.]



- (ii) Is é an rang módúil an rang a bhfuil an mhinicíocht is airde ann.
Is é sin an rang (30–40) soicind.
∴ is é (30–40) soicind an rang módúil.
- (iii) Is é an t-airmheán an luach leathshlí tríd an dáileadh.
Tá 32 dalta ar fad ann; mar sin is iad an 16ú dalta agus an 17ú dalta na daltaí láir.
Is é suim líon na ndaltaí sna chéad trí eatramh ná
 $1 + 2 + 8$ i.e. 11
Beidh an 16ú dalta agus an 17ú dalta sa chéad eatramh eile, (30–40) soicind.
Dá réir sin, is san eatramh (30–40) soicind atá an t-airmheán.

Cleachtadh 13.2

1. Ag deireadh a n-aistear, cuireadh ceist ar 30 tiománaí cé mhéad ciliméadar a thaistil siad.
Tá a gcuid freagraí sa tábla thíos:

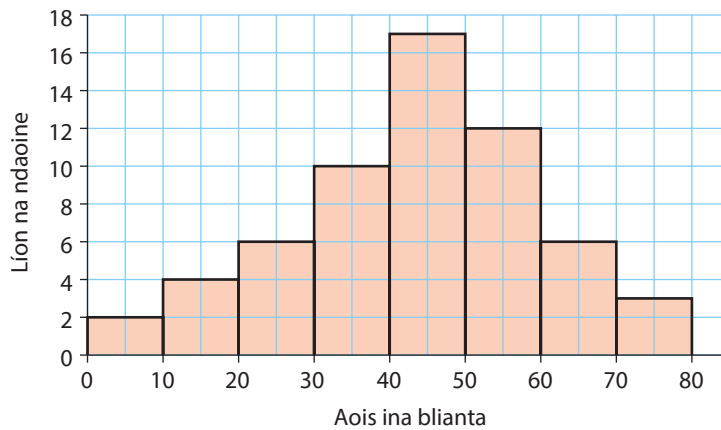
| Fad slí (ina km) | 0–20 | 20–40 | 40–60 | 60–80 | 80–100 |
|------------------|------|-------|-------|-------|--------|
| Minicíocht | 6 | 12 | 7 | 4 | 1 |

[Is éard a chiallaíonn 0–20 ná ≥ 0 agus < 20]

- (i) Tarraing histeagram chun na sonraí sin a léiriú.
(ii) Cé mhéad tiománaí a bhí tar éis 40 km nó níos mó a thaisteal?
(iii) Cad é an rang módúil?
(iv) Cén céatadán de na tiománaithe a thaistil idir 20 km agus 40 km?

2. Sa histeagram thíos tugtar aois na ndaoine atá ina gcónaí i sráidbhaile.

- (i) Cé mhéad duine a bhí idir 30 agus 40 bliain d'aois?
(ii) Cad é an rang módúil?
(iii) Cé mhéad duine a bhí faoi bhun 30 bliain d'aois?
(iv) Cé mhéad duine a bhí ina gcónaí sa sráidbhaile?



- (v) Cén t-eatramh ina bhfuil 20% de na daoine ar cuireadh an suirbhé orthu?
(vi) Cén t-eatramh ina bhfuil an aois airmheánach?



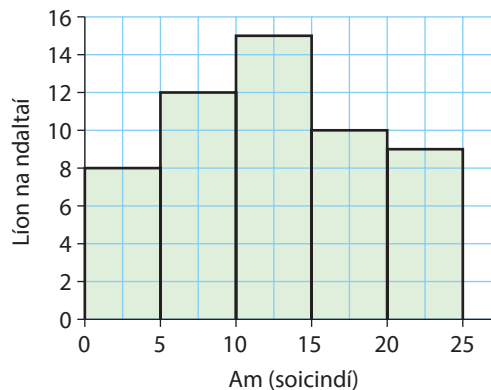


3. Sa tábla minicíochta ar dheis tugtar na hamanna feithimh do ghrúpa othar i seomra feithimh dochtúra.

- (i) Tarraing histeagram chun na sonraí sin a léiriú.
- (ii) Cé mhéad othar a bhí sa suirbhé?
- (iii) Cad é an rang módúil?
- (iv) Cén t-eatramh ina bhfuil an t-airmheán?
- (v) Cad é an líon othar is mó a d'fhéadfadh a bheith ag feitheamh ar feadh níos mó ná 10 nóiméad?

| Am feithimh (ina nóiméid) | Líon na n-othar |
|---------------------------|-----------------|
| 0–4 | 2 |
| 4–8 | 6 |
| 8–12 | 10 |
| 12–16 | 12 |
| 16–20 | 8 |

4. Léiríonn an histeagram thíos an fad ama, ina shoicindí, a thóg sé ar ghrúpa daltaí puzal a réiteach.



- (i) Cé mhéad dalta ar thóg sé 15 shoicind nó níos mó orthu an puzal a réiteach?
- (ii) Cé mhéad dalta a ghlac páirt sa tástáil?
- (iii) Cad é an rang módúil?
- (iv) Cén t-eatramh ina bhfuil an t-airmheán?
- (v) Cad é an líon is mó daltaí a bhféadfadh an puzal a bheith réitithe acu faoi bhun 8 soicind?
- (vi) Cad é an líon is lú daltaí a bhféadfadh an puzal a bheith réitithe acu faoi bhun 12 shoicind?

5. Léiríonn an tábla minicíochta grúpáilte thall an líon nóiméad a chaith roinnt daoine in ionad siopadóireachta:

- (i) Tarraing histeagram chun na sonraí a léiriú.
- (ii) Scríobh síos an rang módúil.
- (iii) Cén t-eatramh ina bhfuil an t-airmheán?
- (iv) Cén t-eatramh ina bhfuil 20% go baileach de na daoine?
- (v) Cad é an líon daoine is mó a bhféadfadh níos mó ná 30 nóiméad a bheith caite acu san ionad siopadóireachta?

| Nóiméid | Líon na ndaoine |
|---------|-----------------|
| 5–15 | 8 |
| 15–25 | 14 |
| 25–35 | 28 |
| 35–45 | 20 |

- (vi) Bain úsáid as lárluachanna na n-eatramh chun an meánmhéid ama a caitheadh san ionad siopadóireachta a ríomh, agus é ceart go dtí an nóiméad is gaire.

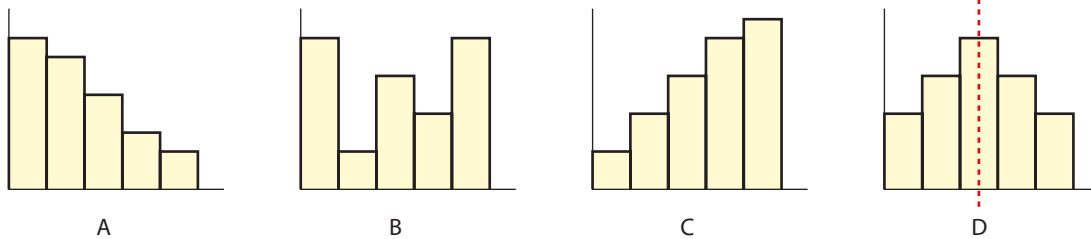




Mír 13.3 Cruth an dáilte

Sa mhír roimhe seo bhíomar ag plé le histeagraim ar chruthanna éagsúla.

Tá ceithre histeagram sna léaráidí thíos agus cruth difriúil ar gach ceann acu.



Níl cuma chothrom ná shiméadrach ar aon cheann acu ach amháin histeagram D mar go bhfuil ais siméadrachta ann. Tá níos lú cothromaíochta ag baint leis na trí histeagram eile, i.e. tá siad **sceabhach** ar bhealach éigin.

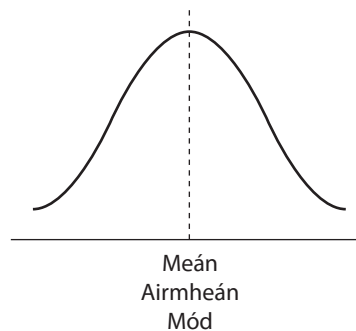
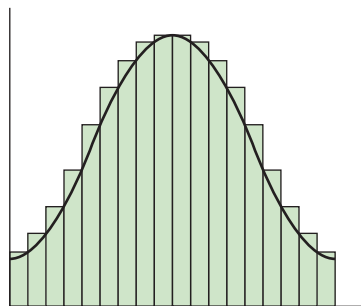
Bíonn histeagraim an-úsáideach nuair is mian leat a fheiceáil cá bhfuil na sonraí agus, ar an gcaoi sin, léargas soiléir ar chruth an dáilte a fháil. Mar shampla, i histeagram A thuas, is léir go bhfuil an chuid is mó de na sonraí sna luachanna is ísle. Sna luachanna is airde atá an chuid is mó de na sonraí i histeagram C.

Tá cruthanna áirithe ann a fheictear go minic mar léiriú ar an dáileadh agus ba chóir go mbeifeá in ann iad a aithint agus a ainmniú. Seo thíos na cruthanna is coitianta.

1. Dáileadh siméadrach

- Tá ais siméadrachta síos tríd an lár ag an dáileadh seo.

Dáileadh siméadrach a thugtar air.



Meán = Airmheán = Mód

- › Tá sé ar cheann de na dáiltí is coitianta agus is tábhachtaí sa staitistic. **An dáileadh normalach** a thugtar air de ghnáth.
- › Seo roinnt samplaí iarbhir de dháileadh siméadrach (nó normalach):
 - airde sampla randamach daoine
 - sainuimhir intleachta (IQ) daonra



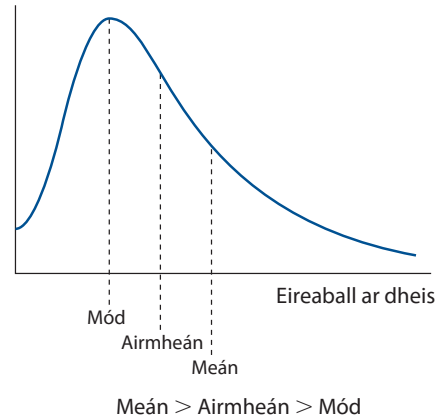
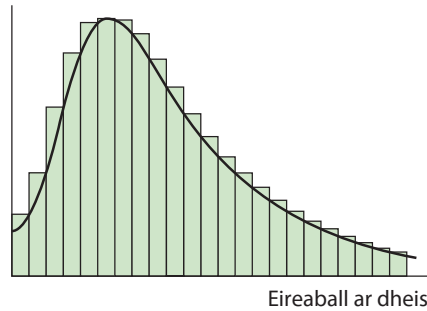


2. Sceabha deimhneach

- › Nuair atá an chuid is mó de na sonraí i ndáileadh ag na luachanna is ísle, deirtear gur sceabha deimhneach atá faoi. Tá sceabha deimhneach faoin histogram thíos mar go bhfuil formhór na sonraí (na barraí is airde) ar chlé.

Má bhíonn sceabha deimhneach ann, bíonn an chuid is mó de na sonraí ar chlé.

Tabhair faoi deara go bhfuil eireball fada ar thaobh na lámhe deise den dáileadh.

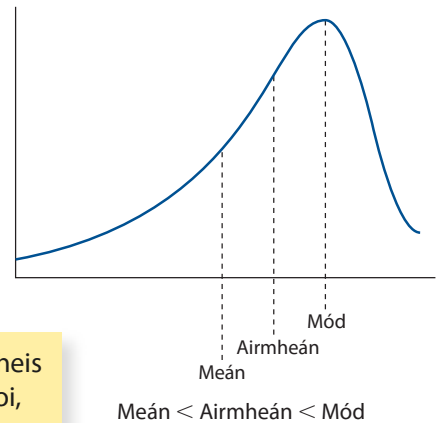
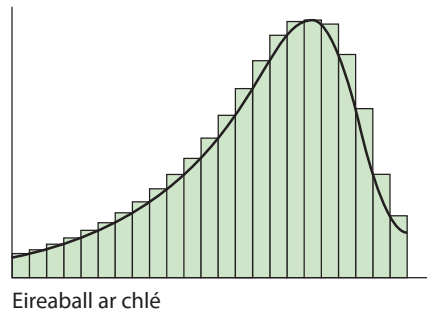


- › Seo roinnt samplaí iarbhir de dháiltí a bhfuil sceabha deimhneach fúthu:
 - an líon páistí i gclann
 - an aois ag a bhfoghlaímíonn daoine an rothaíocht
 - an aois ag a bpósann daoine.

3. Sceabha diúltach

- › Nuair atá an chuid is mó de na sonraí i ndáileadh ag na luachanna is airde, deirtear gur sceabha **diúltach** atá faoi.

Más sceabha diúltach atá faoi dháileadh, is ar chlé a bheidh an t-eireball.



Más sceabha deimhneach atá faoi dháileadh, is ar dheis a bheidh an t-eireball; más sceabha diúltach atá faoi, is ar chlé a bheidh an t-eireball.

- › Seo roinnt samplaí ón saol de dháileadh a bhfuil sceabha diúltach faoi
 - an aois ag a mbíonn ar dhaoine a gcéad péire speaclaí léitheoireachta a fháil
 - airde na n-imreoirí ar fhoirne cispheile.

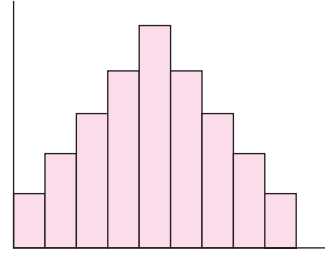




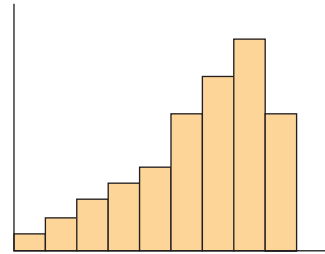
Cleachtadh 13.3

1. Déan cur síos ar an dáileadh atá le feiceáil ar dheis.

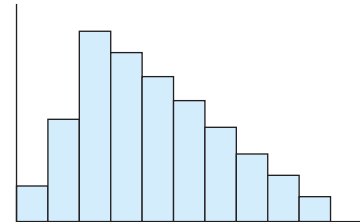
- (i) Cén t-ainm a thugtar ar an dáileadh sin de ghnáth?
- (ii) Tabhair sampla amháin ón saol den dáileadh sin.



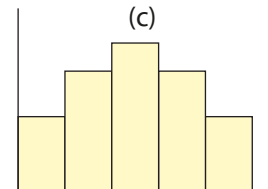
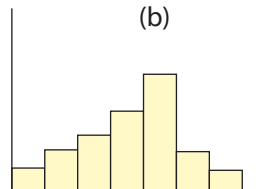
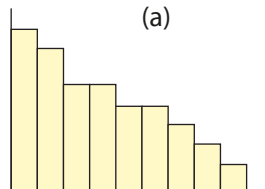
2. Déan cur síos ar an dáileadh atá le feiceáil ar dheis. Tabhair sampla amháin ón saol den dáileadh sin.



3. An sceabha deimhneach nó sceabha diúltach atá faoin dáileadh seo? Tabharfaidh tú faoi deara go bhfuil formhór na luachanna ar an taobh is ísle den dáileadh. Tabhair sampla amháin ón saol den chineál sin dáilte.



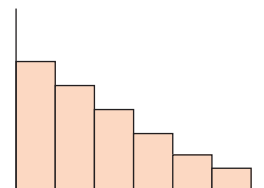
4. Seo trí dháileadh:



- (i) Cé acu de na dáiltí sin atá siméadrach?
- (ii) Cé acu dáileadh a bhfuil sceabha deimhneach faoi?
- (iii) Cé acu dáileadh a bhfuil sceabha diúltach faoi?
- (iv) Cén dáileadh is dóichí a léireoidh na sonraí seo?
'Meáchain imreoirí rugbaí idirnáisiúnta.'
- (v) Cé acu dáileadh is fearr a dhéanann cur síos ar na sonraí seo?
'Sainuimhreacha intleachta (IQ) líon mór daltaí dara leibhéal.'

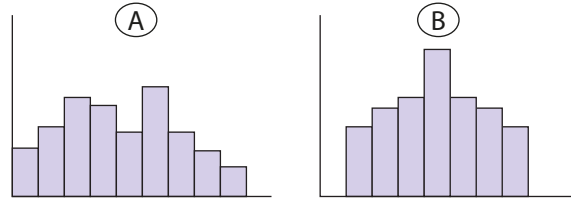
5. Déan cur síos ar an dáileadh thall.

Cé acu de na trí mheán staitistiúla, an mód, an meán nó an t-airmheán, is oiriúnaí chun cur síos a dhéanamh ar na sonraí seo?





6. Tá dhá dháileadh thíos, (A) agus (B):

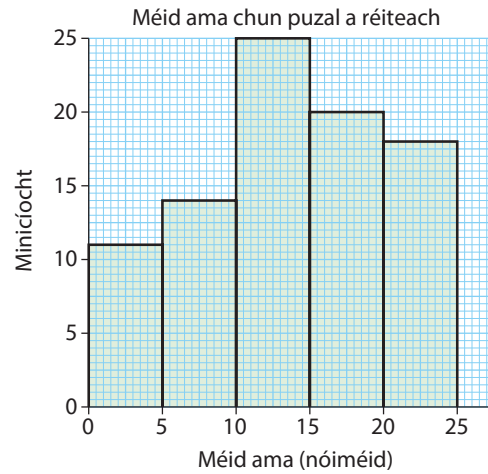


Cé acu den dá dháileadh thuas is dócha a léireodh gach ceann acu seo a leanas.

- (i) 'Na marcanna a bhain na daltaí ardeistiméireachta go léir amach sa mhatamaitic an bhliain seo caite.'
- (ii) 'Na marcanna a bhain rang 30 dalta amach sa bhitheolaíocht.'
- (iii) Cén t-ainm a thugtar ar dháileadh (B) de ghnáth?

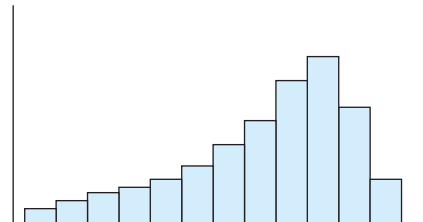
7. Sa histogram seo thall feictear an dáileadh don mhéid ama a thóg sé chun puzal a réiteach.

- (i) An sceabha deimhneach nó sceabha diúltach atá faoin dáileadh?
- (ii) Mínigh an fáth a bhfuil an mód níos airde ná an meán sa dáileadh seo.



8. Déan cur síos ar an dáileadh atá le feiceáil ar dheis. Don mhód, don mheán agus don airmheán a bhaineann leis an dáileadh seo,

- (i) abair cé acu de na trí cinn sin is lú
- (ii) abair cé acu de na trí cinn sin is mó.



9. Breacann oifigeach sábháilteachta síos luasanna na gcarr a ghabhann thar scoil áirithe. Tá na luasanna a bhreac sé síos sa tábla thíos.

| Luas (km/u) | 25–30 | 30–35 | 35–40 | 40–45 | 45–50 |
|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Minicíocht | 25 | 20 | 10 | 5 | 3 |

- (i) Tarraing histogram chun na sonraí sin a thaispeáint.
- (ii) An sceabha deimhneach nó sceabha diúltach atá faoin dáileadh? Mínigh do fhreagra.
- (iii) Déan cóip den ráiteas thíos agus cuir na siombailí > nó < sna boscaí i gcoibhneas leis na sonraí a thugtar sa tábla thuas.

Mód Airmheán Meán



Mír 13.4 Léaráidí ghais is duillí

Is bealach an-úsáideach í **léaráid ghais is duillí** chun sonraí a chur i láthair. Bíonn sí úsáideach mar go dtaispeánann sí na sonraí bunaidh ar fad agus, ina theannta sin, go dtugann sí pictiúr iomlán duit ar chruth an dáilte.

Bíonn sí cosúil le barrachairt chothrománach, ach gurb iad na figiúirí féin na barraí.

Ní bhíonn léaráidí ghais is duillí oiriúnach ach nuair a bhíonn líon beag sonraí i gceist.

Ar an ngas a bhíonn digit na ndeicheanna agus is iad na duillí a thugann digit na n-aonad. Faightear an luach bunaidh ach iad a shuimiú.

Mar shampla seasann 4|2 do 42.

Seo thíos léaráid ghais is duillí thipiciúil.

| | | | | |
|---|---|---|---|-------------------------|
| 0 | 6 | 9 | | |
| 1 | 2 | 5 | 7 | ← Seasann sé seo do 17. |
| 2 | 3 | 3 | 6 | 8 |
| 3 | 0 | 2 | 7 | |
| 4 | 1 | 2 | 6 | |
| 5 | 3 | | | |

Eochair: 3|2 = 32

Ní mór eochair a chur isteach i gcónaí le taispeáint conas a thagann an gas agus an duille le chéile.

Is iad na sonraí atá léirithe thuas:

6, 9, 12, 15, 17, 23, 23, 26, 28, 30, 32, 37, 41, 42, 46, 53

Sampla 1

Seo iad na marcanna a fuair rang daltaí i dtástáil eolaíochta.

58 65 40 59 68 63 81 76 63 57 44 47 53 70 80
68 81 61 57 49 70 54 75 69 65 59 52 63 63 74

- Déan léaráid ghais is duillí chun na sonraí sin a chur i láthair.
- Cad é mód na sonraí?
- Cad é an t-airmheán?
- Cad é an raon a bhaineann leis na sonraí?

- Tarraing gas na léaráide i dtosach.

4
5
6
7
8

Is é 40 an luach is lú ar an liosta agus is é 81 an luach is mó.

Is é gas na léaráide ná digití na ndeicheanna ó 4 go 8.



Gabh síos trí na luachanna sonraí anois agus cuir an dara digit ar an líne chuí.

I gcás an chéad luach, 58, cuirfidh tú an 8 ar an líne dar tús 5.

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 0 | 4 | 7 | 9 | | | | | | |
| 5 | 8 | 9 | 7 | 3 | 7 | 4 | 9 | 2 | | |
| 6 | 5 | 8 | 3 | 3 | 8 | 1 | 9 | 5 | 3 | 3 |
| 7 | 6 | 0 | 0 | 5 | 4 | | | | | |
| 8 | 1 | 0 | 1 | | | | | | | |

Is iad na huimhreacha ar thaobh na láimhe deise den léaráid na duillí.

Ar deireadh, scríobh an léaráid arís agus bíodh na duillí ar fad in ord. Is é an ceann is lú an ceann is gaire don ghas.

Bí cinnte eochair a chur isteach.

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 0 | 4 | 7 | 9 | | | | | | |
| 5 | 2 | 3 | 4 | 7 | 7 | 8 | 9 | 9 | | |
| 6 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 5 | 5 | 8 | 8 | 9 |
| 7 | 0 | 0 | 4 | 5 | 6 | | | | | |
| 8 | 0 | 1 | 1 | | | | | | | |

Eochair: 6|3 = 63

- (ii) Is é 63 an mód mar gurb é sin an luach is coitianta atá ann.
- (iii) Ós rud é gur 30 luach atá ann, is é meán an 15ú luach agus an 16ú luach an t-airmheán.

Déan comhaireamh ar na luachanna sa léaráid ghais is duillí chun an 15ú luach agus an 16ú luach a fháil.

Ós rud é go bhfuil an dá luach sin cothrom le 63, is é 63 an t-airmheán.

Más 30 luach atá ann, is é an lárлуach ná $\frac{1}{2}(30 + 1)$ i.e. $15\frac{1}{2}$.
Is ionann an luach sin agus leath shuim an 15ú luach agus an 16ú luach.

- (iv) Is é an raon an luach is airde lúide an luach is ísle.

$$= 81 - 40$$

$$= 41$$



Luachanna difriúla ar na gais

Seo an méid ama, ina shoicindí, a thóg sé ar gach iomaitheoir rás 60 méadar a rith.

6.6 4.9 5.7 7.6 8.2 6.3 6.5 7.4 5.1 5.3 6.2 7.8

An uair seo beidh na haonaid ar an ngas againn.

Céim 1 Tarraing an chéad léaráid.

Is iad na haonaid na gais.

Is iad na deichithe na duillí.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 4 | 9 | | | |
| 5 | 7 | 1 | 3 | |
| 6 | 6 | 3 | 5 | 2 |
| 7 | 6 | 4 | 8 | |
| 8 | 2 | | | |

Eochair: $6|3 = 6.3$ soicind

Céim 2 Cuir na duillí in ord a méide.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 4 | 9 | | | |
| 5 | 1 | 3 | 7 | |
| 6 | 2 | 3 | 5 | 6 |
| 7 | 4 | 6 | 8 | |
| 8 | 2 | | | |

Léaráidí gais is duillí cúl le cúl

Is féidir dhá léaráid ghais is duillí a tharraingt agus an gas céanna ag an dá cheann acu.

Léaráidí gais is duillí cúl le cúl a thugtar orthu sin.

Cuirtear duillí a bhaineann le tacar amháin sonraí ar thaobh na láimhe deise den ghas.

Cuirtear duillí a bhaineann leis an tacar sonraí eile ar chlé.

Bíonn léaráidí gais is duillí cúl le cúl an-úsáideach chun dhá thacar sonraí a chur i gcomparáid lena chéile.

Chuir Seán agus Ciara an méid ama a chaith siad gach tráthnóna ar a gcuid obair bhaile i gcomparáid lena chéile. Tá a gcuid amanna sa léaráid ghais is duillí cúl le cúl thíos.

| | Seán | | Ciara |
|---|---------|---|---------|
| 6 | 5 5 3 2 | 2 | |
| | 8 6 5 | 3 | 6 7 |
| | 3 2 | 4 | 4 6 6 |
| | 1 | 5 | 2 3 4 5 |
| | | 6 | 4 8 |

Eochair: $5|3 = 35$ nóiméad

Eochair: $4|6 = 46$ nóiméad

Léimid amanna Sheáin ón ngas ar chlé.

Amanna Sheáin:

22, 23, 25, 25, 26, 35, 36, ...

Amanna Chiara:

36, 37, 44, 46, 46, 52, ...

Uaireanta tugtar an eochair mar seo $5|3|6$.
Ciallaíonn sé sin 36 do Chiara agus 35 do Sheán.

Léiríonn an sampla seo a leanas conas is féidir úsáid a bhaint as léaráid ghais is duillí cúl le cúl chun dhá thacar sonraí a chur i gcomparáid lena chéile.

Sampla 2

Chuir Seán agus Sinéad an fad ama a chaith siad gach tráthnóna ag féachaint ar an teilifís i gcomparáid lena chéile.

Tá a gcuid amanna sa léaráid ghais is duillí chúl le cúl seo a leanas.

| Seán | | Sinéad |
|-----------|-------|---------|
| 7 4 4 2 3 | 2 | |
| | 9 6 4 | 3 4 6 |
| | 5 3 | 4 5 7 7 |
| | 2 | 5 3 4 6 |
| | 6 | 5 7 |

Eochair:
3|4 = 43 nóiméad

Eochair:
4|5 = 45 nóiméad

- (i) Ag féachaint ar an léaráid, cad is féidir a rá faoi na faid ama a chaith Seán agus Sinéad ag féachaint ar an teilifís?
- (ii) Cad é an fad ama airmheánach a chaith Sinéad ag féachaint ar an teilifís?
- (iii) Cad é an fad ama airmheánach a bhí ag Seán?
- (iv) An bhfuil na luachanna airmheánacha sin ag teacht le do fhreagra in (i) thuas?

- (i) Má fhéachaimid ar an léaráid, feicfimid go bhfuil an chuid is mó d'amanna Sheáin idir 23 agus 39 nóiméad.
Tá an chuid is mó d'amanna Shinéad idir 45 agus 67 nóiméad.
Ciallaíonn sé sin go gcaitheann Sinéad níos mó ama ag féachaint ar an teilifís ná mar a chaitheann Seán.
- (ii) I gcás Shinéad, is é 53 an luach atá leathshlí tríd an dáileadh. Mar sin is é 53 nóiméad an fad ama airmheánach a chaitheann sí ag féachaint ar an teilifís.
- (iii) Is é 34 nóiméad an fad ama airmheánach a chaith Seán ag féachaint ar an teilifís.
- (iv) Ós rud é go bhfuil fad ama airmheánach Shinéad níos mó ná fad ama airmheánach Sheáin, tagann sé leis an dearcadh a cuireadh in iúl in (i) thuas go gcaitheann sí níos mó ama ná Seán ag féachaint ar an teilifís.

An raon idircheathairíle a fháil ó léaráid ghais is duillí

I gCaibidil 8, d'fhoghlaimíomar gurb í an cheathairíl íochtarach an luach sna sonraí atá an ceathrú cuid den tslí tríd an dáileadh. Is í an cheathairíl uachtarach an luach atá trí cheathrú den tslí tríd an dáileadh. Is é **an raon idircheathairíle** an difríocht idir an cheathairíl uachtarach agus an cheathairíl íochtarach.

Taispeánfaimid anois conas an dá cheathairíl agus an raon idircheathairíle a fháil i gcás dáileadh atá cutha i láthair mar léaráid ghais is duillí.

Sampla 3

Is é atá sa léaráid ghais is duillí ar dheis, na marcanna as 50 a fuair daltaí i dtástáil mhatamaitice.

- Faigh (i) an marc airmheánach
 (ii) an cheathairíl íochtarach
 (iii) an cheathairíl uachtarach
 (iv) an raon idircheathairíle.

| | Marcanna | | | | |
|---|----------|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 8 | | | |
| 2 | 1 | 4 | 7 | 7 | 8 |
| 3 | 1 | 4 | 5 | 7 | |
| 4 | 1 | 2 | 8 | | |
| 5 | 0 | | | | |

Eochair: $2|1 = 21$

- (i) Is é an marc airmheánach an marc atá leathshlí tríd an dáileadh.
 Tá 15 luach sonraí ann.
 Is é an luach atá leathshlí tríd an dáileadh $\frac{1}{2}(15 + 1)$ i.e. an 8ú luach.
 Ag tosú ag an luach is ísle dúinn, is é 31 an 8ú luach
 \therefore an t-airmheán = 31
- (ii) Is í an cheathairíl íochtarach an luach atá aon cheathrú den tslí tríd an dáileadh.
 Is é atá sa luach sin $\frac{1}{4}(15 + 1)$ i.e. an 4ú luach
 Is é 24 an luach sin.
 \therefore an cheathairíl íochtarach = 24
- (iii) Is í an cheathairíl uachtarach an luach atá trí cheathrú den tslí tríd an dáileadh.
 Is é atá sa luach sin $\frac{3}{4}(15 + 1)$ i.e. an 12ú luach.
 Is é 41 an luach sin.
 \therefore an cheathairíl uachtarach = 41
- (iv) An raon idircheathairíle = ceathairíl uachtarach lúide ceathairíl íochtarach
 $= 41 - 24$
 $= 17$

Cleachtadh 13.4

1. Sa léaráid ghais is duillí ar dheis taispeántar na marcanna a fuair grúpa daltaí i dtástáil Spáinnise.

- (i) Cé mhéad dalta a rinne an tástáil sin?
 (ii) Cé mhéad dalta a fuair idir 70 agus 79 marc?
 (iii) Cad é an marc ab airde a baineadh amach?
 (iv) Cad é an marc ab ísle?
 (v) Cé mhéad dalta a fuair 80 marc nó níos mó?

| gas | duillí | | | | |
|-----|--------|---|---|---|---|
| 5 | 1 | 4 | 6 | | |
| 6 | 2 | 3 | 3 | 6 | |
| 7 | 2 | 3 | 5 | 7 | 8 |
| 8 | 0 | 0 | 2 | 4 | 6 |
| 9 | 3 | 4 | | | |

Eochair: $7|3 = 73$ marc



2. Is é atá sa léaráid ghais is duillí thíos, aois 25 duine, ina blianta a bhí ag iarraidh páirt a ghlacadh i gcomórtas siúil 10 km.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 4 | 4 | 6 | 9 | | |
| 2 | 1 | 3 | 7 | 7 | 7 | 8 |
| 3 | 3 | 6 | 6 | 7 | 9 | |
| 4 | 0 | 2 | 3 | 3 | 8 | 8 |
| 5 | 1 | 3 | 4 | 7 | | |

Eochair: $1|6 = 16$ bliana d'aois

- (i) Cé mhéad duine a bhí níos óige ná 20 bliain d'aois?
 (ii) Scríobh síos an aois mhódúil.
 (iii) Cé mhéad duine a bhí idir 35 agus 45 bliain d'aois?
 (iv) Cén aois airmheánach a bhí ann?
3. Tá an méid peitril, ina lítir, a cheannaigh 20 tiománaí le feiceáil thíos.

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 16 | 23 | 27 | 10 | 35 | 42 | 26 | 25 | 24 | 17 |
| 23 | 41 | 33 | 35 | 25 | 19 | 16 | 31 | 12 | 29 |

Déan léaráid ghais is duillí chun an t-eolas sin a chur i láthair.

4. Fiafraíodh de cheithre dhalta is fiche cé mhéad CD a bhí acu ina mbailiúchán. Leagtar amach na torthaí thíos:

| | | | | | | | | | | | |
|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 23 | 2 | 18 | 14 | 7 | 4 | 25 | 21 | 32 | 26 | 31 | 6 |
| 17 | 6 | 18 | 19 | 31 | 21 | 12 | 1 | 0 | 8 | 14 | 15 |

- (i) Tarraing léaráid ghais is duillí chun an t-eolas sin a léiriú.
 (ii) Cé mhéad dalta a raibh níos mó ná 20 CD acu?
 (iii) Cad é an líon airmheánach CD in aghaidh an dalta?
5. Feicfidh tú thíos an fad ama a thóg sé chun 24 ghlaio teileafóin a fhreagairt. Soicindí atá i gceist.

| | | | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 3.2 | 5.6 | 2.4 | 3.5 | 4.3 | 3.6 | 2.8 | 5.8 | 3.3 | 2.6 | 3.5 | 2.8 |
| 5.6 | 3.5 | 4.2 | 1.5 | 2.7 | 2.5 | 3.7 | 3.1 | 2.9 | 4.2 | 2.4 | 3.0 |

Cóipeáil agus críochnaigh an léaráid ghais is duillí chun na sonraí sin a chur i láthair.

| | |
|---|---|
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | 2 |
| 4 | |
| 5 | |

Eochair: $3|2 = 3.2$ soicind

- (i) Cé mhéad de na glaonna ar thóg sé níos faide ná 4 shoicind chun iad a fhreagairt?
 (ii) Cad é an difríocht idir an fad ama is mó agus an fad ama is lú a thóg sé chun glao a fhreagairt? Bíodh an freagra ina shoicindí.
 (iii) Cad é an fad ama airmheánach a thóg sé chun glao a fhreagairt?
 (iv) Cad é an fad ama módúil?





6. Léiríonn an léaráid ghais is duillí thíos na marcanna a fuair 19 ndalta i dtástáil.

| gas | duillí |
|-----|-----------|
| 2 | 2 |
| 3 | 4 6 |
| 4 | 2 7 9 |
| 5 | 3 4 5 8 9 |
| 6 | 0 2 6 7 |
| 7 | 2 6 |
| 8 | 1 4 |

Eochair: $4|2 = 42$ marc

- (i) Scríobh síos raon na marcanna.
- (ii) Cén luach atá ag an gceathairíl íochtarach?
- (iii) Cad é an cheathairíl uachtarach?
- (iv) Cad é an raon idircheathairíle?

7. Feicfidh tú thíos aoiseanna, ina mblianta, na mball i gclub leadóg bhoird.

| | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 15 | 17 | 12 | 16 | 24 | 29 | 36 | 25 | 38 | 42 | 17 |
| 53 | 44 | 49 | 53 | 29 | 21 | 11 | 38 | 14 | 29 | |

- (i) Tarraing léaráid ghais is duillí chun na haoiseanna sin a chur i láthair.
- (ii) Cad é an cheathairíl íochtarach?
- (iii) Faigh an cheathairíl uachtarach.
- (iv) Cad é an raon idircheathairíle?

8. Taispeántar sa léaráid ghais is duillí chúl le cúl thíos na torthaí a fuair rang daltaí i scrúduithe san Eolaíocht agus sa Fhraincis:

| Eolaíocht | | Fraincis |
|-----------|---|-----------|
| 7 5 | 2 | |
| 8 0 | 3 | 6 |
| 5 5 | 4 | 0 5 7 8 |
| 9 5 4 3 2 | 5 | 1 5 8 |
| 9 7 5 | 6 | 2 4 4 5 7 |
| 3 1 | 7 | 2 4 5 6 |
| 6 3 | 8 | 3 5 |
| 1 | 9 | |

Eochair: $1|7 = 71$ marc Eochair: $3|6 = 36$ marc

- (i) Cé mhéad dalta a rinne na scrúduithe?
- (ii) Cad é raon na marcanna
 - (a) san Eolaíocht
 - (b) sa Fhraincis?
- (iii) Cad é an marc airmheánach san Eolaíocht?
- (iv) Cad é raon idircheathairíle na marcanna Fraincise?





9. D'imir Brian agus Máirtín deich mbabhta ar chúrsa gailf 9 bpoll. Tugann an léaráid ghais is duillí líon na mbuillí a thóg siad i ngach babhta.

| Brian | | | | | Máirtín | | | | |
|-------|---|---|---|-----|---------|---|---|---|-----|
| | | | | 9 7 | 3 | | | | |
| 9 | 5 | 5 | 3 | 1 0 | 4 | 5 | 9 | | |
| | | | | 3 2 | 5 | 0 | 2 | 3 | 5 7 |
| | | | | | 6 | 2 | 4 | | |
| | | | | | 7 | 1 | | | |

Eochair: $2|5 = 52$ buille

Eochair: $4|5 = 45$ buille

- Scríobh síos
- an scór ab ísle a fuair Brian
 - an scór airmheánach a bhí ag Brian
 - an scór airmheánach a bhí ag Máirtín
 - an raon a bhain le scóir Bhriain
 - an raon a bhain le scóir Mháirtín.

Cé acu den bheirt imreoirí is fearr ag an ngalf? Mínigh do fhreagra.

10. Is é atá á léiriú sa léaráid ghais is duillí chúl le cúl thíos, na rátaí cuisle ag grúpa mic léinn choláiste i nGaillimh. Tá siad roinnte ina dhá ngrúpa – iad siúd a chaitheann tobac agus iad siúd nach gcaitheann.

| Caitheann tobac | | | | | Ní chaitheann tobac | | | | |
|-----------------|---|---|---|---|---------------------|---|---|---|-----------|
| | | | | 5 | 0 | 8 | 9 | | |
| | 9 | 8 | 5 | 6 | 0 | 4 | 4 | 5 | 6 6 6 8 8 |
| 6 | 6 | 5 | 0 | 7 | 0 | 1 | 1 | 8 | 9 |
| 8 | 8 | 6 | 3 | 8 | 0 | 1 | 6 | 8 | 8 |
| | | | 2 | 9 | | | | | |

Eochair:
 $5|6 = 65$

Eochair:
 $5|8 = 58$

- Faigh airmheán agus raon na rátaí cuisle don ghrúpa a chaitheann tobac.
- Faigh airmheán agus raon na rátaí cuisle don ghrúpa nach gcaitheann tobac.
- Má léiríonn ráta cuisle níos lú go bhfuil an duine níos aclaí, cé acu den ghrúpa atá níos aclaí? Mínigh do fhreagra.

11. Fiafraíodh de dheichniúr fear agus de dheichniúr ban cén fad ama a chaith siad ag féachaint ar an teilifís an deireadh seachtaine roimhe sin. Seo iad a gcuid amanna, ina nóiméid:

| | | | | | | | | | | |
|------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Fir | 40 | 41 | 42 | 52 | 52 | 52 | 64 | 65 | 65 | 71 |
| Mná | 40 | 41 | 51 | 62 | 63 | 75 | 87 | 88 | 93 | 95 |

Cóipeáil agus críochnaigh an léaráid ghais is duillí chúl le cúl ar dheis.

- Cad é an fad ama módúil do na fir?
- Cad é an fad ama airmheánach do na
 - fir
 - mná?
- Cad é raon na n-amanna do na
 - fir
 - mná?

| Fir | Mná |
|-----|-----|
| | 4 |
| | 5 |
| 4 | 6 |
| | 7 |
| | 8 |
| | 9 |

Eochair:
 $4|6 = 64$ nóim

Eochair:
 $4|0 = 40$ nóim

- Bain úsáid as na freagraí ar (ii) agus (iii) le taispeáint go gcaitheann na mná níos mó ama ag féachaint ar an teilifís ná mar a chaitheann na fir.



12. D'imir Áine agus Conchúr naoi mbabhta de ghalf mearaí agus iad ar laethanta saoire an tsamhraidh. Tá a scóir le feiceáil sa léaráid ghais is duillí chúl le cúl thíos.

| | | | | |
|----------|-----------|------|--|-----------|
| | | Áine | | Conchúr |
| | | | | 3 0 0 2 |
| | | 1 | | 4 1 1 1 2 |
| Eochair: | 9 3 1 0 0 | | | 5 2 |
| 1 4 = 41 | 6 5 4 | | | 6 8 |
| | | | | Eochair: |
| | | | | 4 1 = 41 |

- (i) Ba é 30 an scór ab ísle a fuair Conchúr. Cad é an scór ab ísle a fuair Áine?
- (ii) Cad é an scór módúil a fuair Conchúr?
- (iii) Cad é an scór airmheánach a fuair Áine?

Sa ghalf mearaí, is ag an duine a fhaigheann an scór is ísle a bhíonn an bua. Is amhlaidh a fuair Conchúr an scór ab airde an samhraidh sin, ach fós féin, ba é a roghnaíodh mar an t-imreoir ab fhearr.

- (iv) Tabhair cúis leis an rogha sin.

13. Tugtar sa tábla thíos na marcanna a fuair rang 20 dalta ina gcuid scrúduithe sa Fhraincis agus sa Bhéarla.

| | | | | | | | | | | |
|----------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Fraicis | 75 | 69 | 58 | 58 | 46 | 44 | 32 | 50 | 53 | 78 |
| | 81 | 61 | 61 | 45 | 31 | 44 | 53 | 66 | 47 | 57 |
| Béarla | 52 | 58 | 68 | 77 | 38 | 85 | 43 | 44 | 56 | 65 |
| | 65 | 79 | 44 | 71 | 84 | 72 | 63 | 69 | 72 | 79 |

- (i) Déan léaráid ghais is duillí chúl le cúl chun na torthaí sin a chur i láthair.
- (ii) Cad é an marc airmheánach sa Fhraincis?
- (iii) Cad é an marc airmheánach sa Bhéarla?
- (iv) Cé acu den dá ábhar ab fhearr ag na daltaí? Mínigh do fhreagra.

Mír 13.5 Scaipghraif

Is minic a dhéantar ráitis sna meáin ar nós 'Beidh tú i mbaol timpiste má bhíonn tú ag tiomáint faoi thionchar an óil' agus 'Beidh tú i mbaol taom croí má bhíonn tú ró-ramhar'. D'fhéadfadh an tÚdarás um Shábháilteacht ar Bhóithre, mar shampla, sonraí a chur ar fáil a léireodh go bhfuil gaol idir tiomáint faoi thionchar an óil agus timpistí bóthair.

Sa mhír seo foghlaimeoidimid conas comparáid a dhéanamh idir dhá thacar sonraí le fáil amach an bhfuil gaol eatarthu. Mar shampla, d'fhéadfá a bheith ag súil leis go mbeadh gaol idir líon na gcón uachtar reoite a dhíoltar i siopa cois farraige agus an mheánteocht i gcaitheamh an lae.

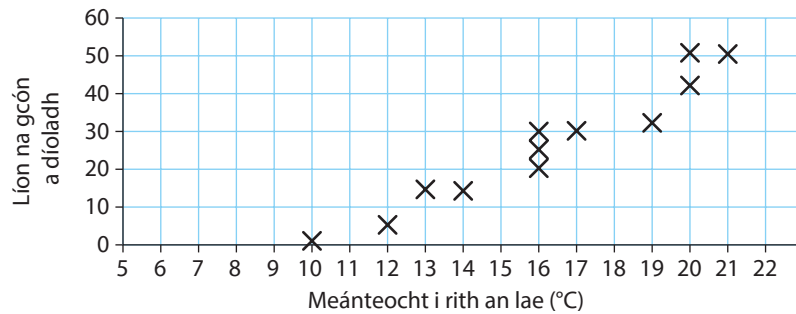
Bhailigh Sinéad agus a cara na sonraí seo a leanas chun é sin a fháil amach.

| | | | | | | | | | | | | |
|-------------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Meánteocht (°C) | 10 | 12 | 16 | 20 | 13 | 16 | 14 | 17 | 19 | 20 | 21 | 16 |
| Líon na gcón a díoladh | 1 | 5 | 20 | 50 | 15 | 25 | 14 | 30 | 32 | 42 | 50 | 30 |



Bhreact siad gach péire luachanna, (10, 1), (12, 5), (13, 15) agus mar sin de, ar ghrafpháipéar.

Chuir siad an teocht ar an ais chothrománach agus chuir siad líon na gcón a díoladh ar an ais cheartingearach.



Sonraí dé-athráideacha a thugtar ar shonraí ar nós (10, 1) agus (12, 5) a bhíonn ina bpéirí.

Scaipléaráid nó **scaipghraf** a thugtar ar na pointí atá breactha thuas.

Léiríonn an léaráid go dtagann ardú ar líon na gcón uachtar reoite a dhíoltar de réir mar a thagann ardú ar an teocht. Léiríonn sé sin go bhfuil gaol idir an teocht agus líon na gcón uachtar reoite a dhíoltar.

Má bhíonn na pointí ar scaipghraf ar líne dhíreach, a bheag nó a mhór, deirimid go bhfuil gaol líneach idir an dá thacar sonraí. Dá ghaire na pointí do líne dhíreach is ea is láidre a bheidh an gaol.

Sampla 1

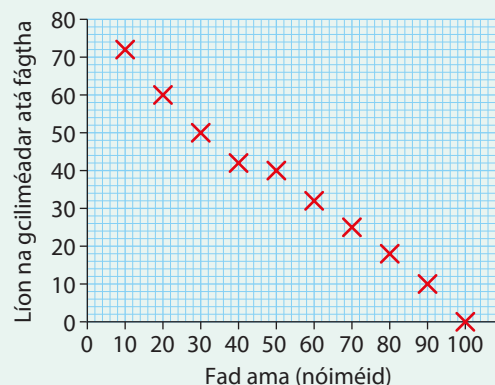
Agus é ar aistear idir dhá bhaile, bhreact Aindriú síos líon na gciliméadar a bhí fágtha ar an aistear. Rinne sé é sin gach deich nóiméad.

Tá na sonraí a bhreact sé síos sa tábla thíos.

| | | | | | | | | | | |
|---------------------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| Fad ama (nóim.) | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |
| Líon na gciliméadar atá fágtha | 72 | 60 | 50 | 42 | 40 | 32 | 25 | 18 | 10 | 0 |

Tarraing scaipghraf chun na sonraí sin a léiriú.

Léiríonn an scaipghraf go bhfuil gaol líneach idir an dá thacar sonraí. Dá mhéad an t-am atá caite ag taisteal, is ea is lú líon na gciliméadar atá fágtha.





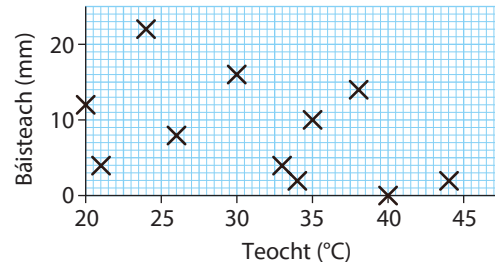
Uaireanta ní bhíonn aon ghaol idir dhá thacar sonraí.

Sa tábla thíos taispeántar an gaol idir teocht agus báisteach gach Domhnach i gcaitheamh thréimhse 11 seachtain.

| | | | | | | | | | | | |
|------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Teocht (ina °C) | 20 | 21 | 24 | 26 | 30 | 33 | 34 | 35 | 38 | 40 | 44 |
| Báisteach (mm) | 12 | 4 | 22 | 8 | 16 | 4 | 2 | 10 | 14 | 0 | 2 |

Seo ar dheis scaipghraf na sonraí.

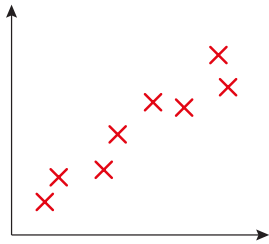
Dealraíonn sé nach bhfuil aon ghaol idir an dá thacar sonraí mar go bhfuil na pointí scaipthe go maith óna chéile agus nach bhfuil aon phatrún líneach ann.



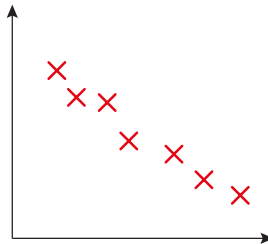
Comhghaolmhaireacht

Comhghaol a thugar ar neart an ghaoil idir dhá thacar sonraí. Má bhíonn na pointí ar scaipghraf ar líne dhíreach nó gar do bheith ar líne dhíreach, deirtear go bhfuil **comhghaol láidir** ann.

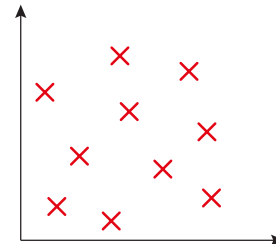
Tá cineálacha éagsúla gaoil idir dhá thacar sonraí le feiceáil sna trí scaipghraf thíos.



De réir mar a thagann méadú ar luach amháin, tagann méadú ar an gceann eile freisin. Tá **comhghaol deimhneach** ann.



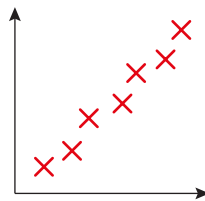
De réir mar a thagann méadú ar luach amháin, tagann laghdú ar an gceann eile. Tá **comhghaol diúltach** ann.



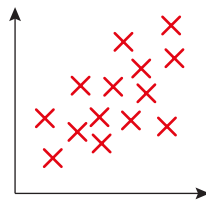
Tá na pointí scaipthe amach óna chéile go randamach. **Níl aon chomhghaol** ann.

D'fhéadfadh comhghaol deimhneach láidir nó lag a bheith ann, agus d'fhéadfadh comhghaol diúltach láidir nó lag a bheith ann.

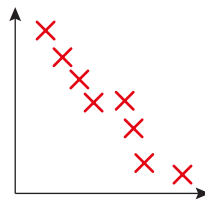
Sna scaipléaráidí thíos léirítear cineálacha éagsúla comhghaoil.



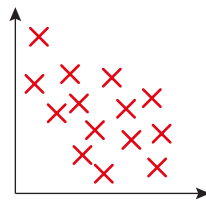
Comhghaol deimhneach láidir



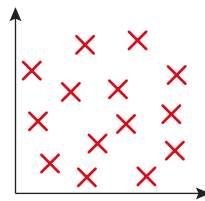
Comhghaol deimhneach lag



Comhghaol diúltach láidir



Comhghaol diúltach lag



Níl comhghaol ann

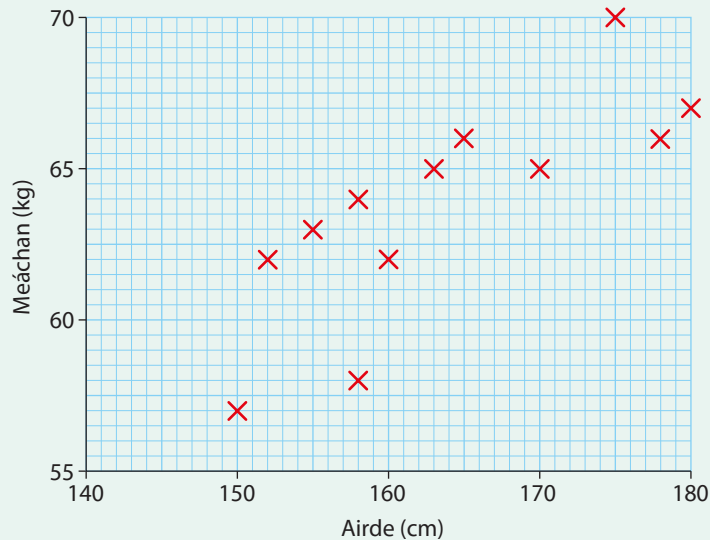


Sampla 2

Meáchan agus airde dháréag atá sa tábla.

| Airde (cm) | 150 | 152 | 155 | 158 | 158 | 160 | 163 | 165 | 170 | 175 | 178 | 180 |
|--------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Meáchan (kg) | 57 | 62 | 63 | 64 | 58 | 62 | 65 | 66 | 65 | 70 | 66 | 67 |

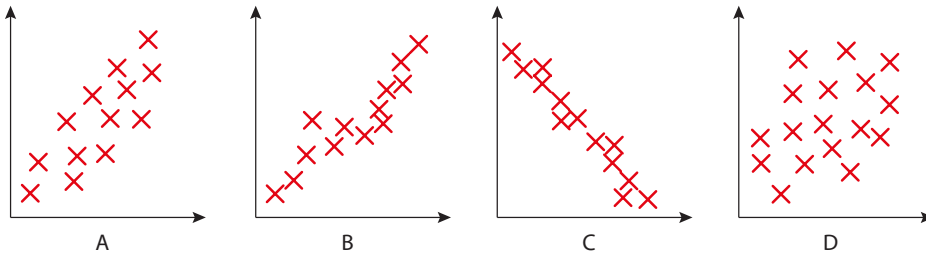
- Tarraing scaipghraf chun na sonraí sin a thaispeáint.
- Déan cur síos ar neart agus ar chineál an chomhghaoil idir na hairdí agus na meáchain sin.
 - Tarraingimid dhá ais ar dronuillinn le chéile. Cuirimid na hairdí ar an ais chothrománach. Tosáimid le 140 cm agus téimid suas go dtí 180 cm. Cuirimid na meáchain ar an ais cheartingearach, ag tosú ag 55 kg agus ag dul suas go dtí 70 kg. Ansin breacaimid na pointí (150, 57), (152, 62), ... etc. Seo thíos an scaipghraf.



- Is comhghaol deimhneach lag atá ann mar nach bhfuil na pointí an-ghar do bheith i líne dhíreach. De bharr go méadaíonn an meáchan i gcoitinne de réir mar a mhéadaíonn an airde is deimhneach atá an comhghaol.

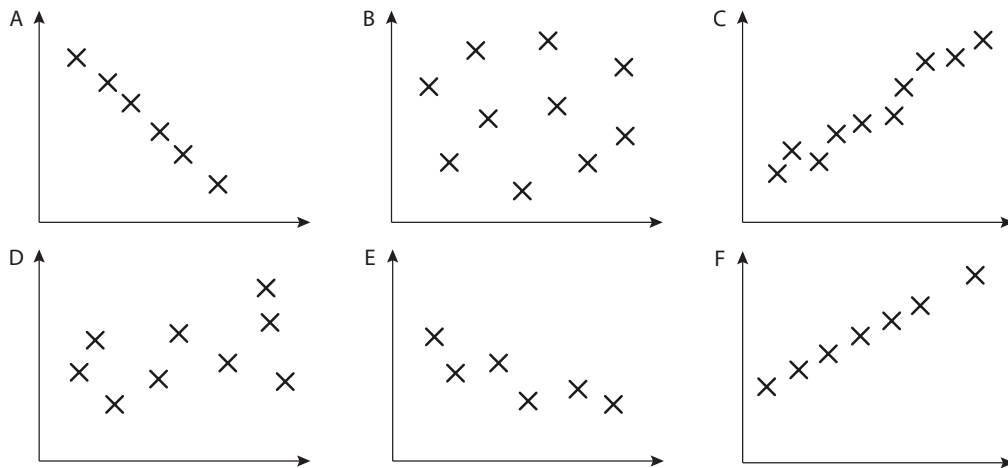
Cleachtadh 13.5

1. Tá ceithre scaipghraf thíos.



- Cé acu de na graif sin a bhfuil an comhghaol deimhneach is láidre ann?
- Cé acu de na graif sin a bhfuil comhghaol diúltach ann?
- Cé acu de na graif sin a bhfuil an comhghaol is laige ann?

2. Seo sceitsí de shé scaipghraf:



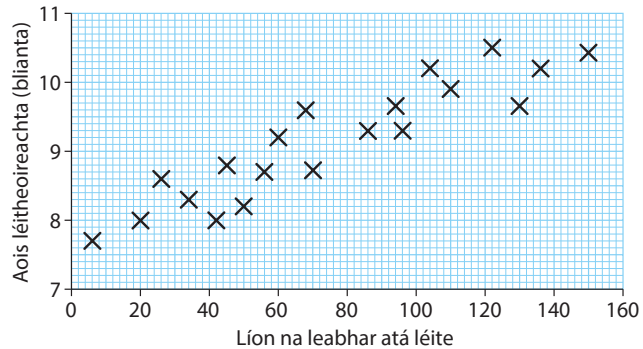
Cé acu léaráid(i) a léiríonn

- comhghaol deimhneach
- comhghaol diúltach
- nach bhfuil comhghaol ann
- comhghaol diúltach láidir?

Déan cur síos ar an gcomhghaol i ngraf F.

3. Is é atá sa scaipghraf seo ná líon na leabhar atá léite ag roinnt páistí agus aois léitheoireachta na bpáistí sin.

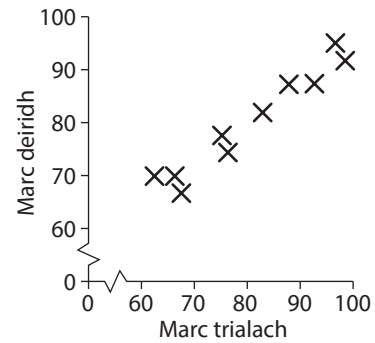
- Cé mhéad páiste a bhfuil níos mó ná 100 leabhar léite acu?
- Tá 50 leabhar léite ag duine de na páistí sin. Cén aois léitheoireachta atá ag an bpáiste sin?
- Déan cur síos ar an ngaol atá le feiceáil ar an scaipghraf.



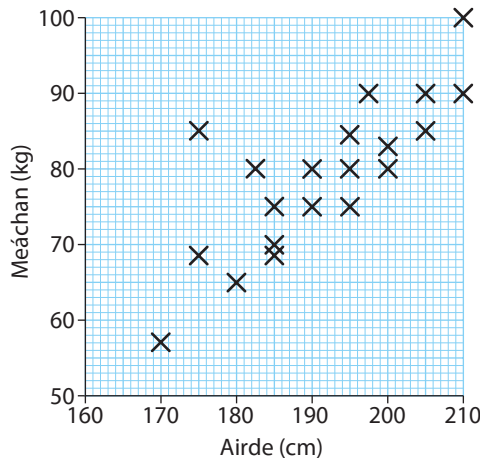


4. Is é atá sa scaipghraf thíos, na marcanna a fuair 100 dalta sna trialscrúduithe agus sna scrúduithe deiridh.

- (i) Déan cur síos ar an gcomhghaol a léiríonn an graf.
- (ii) Cad is féidir leat a rá faoin ngaol idir na marcanna a fuair na daltaí sna trialscrúduithe agus na marcanna a fuair siad sna scrúduithe deiridh?



5. Is é atá ar an scaipléaráid thíos, meáchan, ina kg, agus airde, ina cm, 20 ball de chlub cispheile (is fir iad ar fad).



- (i) Scríobh síos meáchan an fhir is troime.
 - (ii) Scríobh síos airde an fhir is ísle.
 - (iii) Tá fear amháin an-trom ar fad i gcomparáid lena airde. Scríobh síos airde agus meáchan an fhir sin.
 - (iv) Déan cur síos ar an gcomhghaol atá le feiceáil sa ghráf.
6. Cuirtear dhá thástáil ar gach duine de dheichniúr páistí. Roinnt puzal a bhaineann le huimhreacha atá i gceann de na tástálacha. Sa tástáil eile ní mór do na páistí na botúin i bpictiúir a thabhairt faoi deara. Tá na scóir a fuair na páistí sin sna tástálacha le feiceáil sa tábla.

| Páiste | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J |
|-------------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Scór i bpuzal na n-uimhreacha | 12 | 7 | 10 | 3 | 7 | 10 | 5 | 5 | 12 | 14 |
| Scór i bpuzal na bpictiúir | 3 | 12 | 7 | 16 | 10 | 5 | 14 | 12 | 5 | 1 |

- (i) Tarraing scaipghraf chun na sonraí sin a léiriú. (Cuir scór na n-uimhreacha ar an ais chothrománach.)
- (ii) Déan cur síos ar neart agus ar chineál an chomhghaoil idir na scóir sin. An gcuireann an cineál comhghaoil iontas ort? Mínigh.





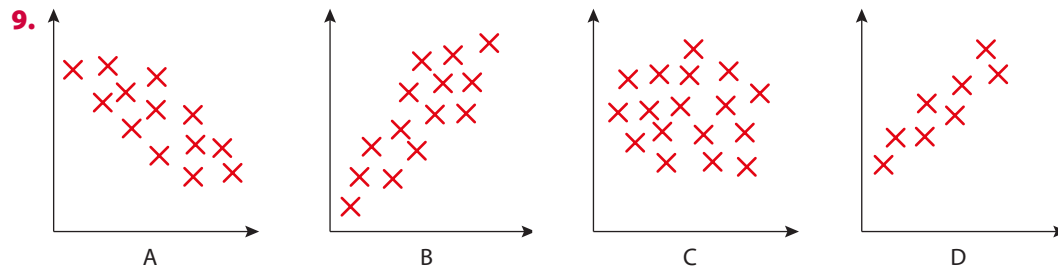
7. Ba mhian le Seán rothar athlámhe a cheannach. Feiceann sé an ceann atá uaidh ar láithreán greasáin agus breacann sé síos an aois agus an praghas.

| | | | | | | | | | | |
|-----------------------|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|-----|----|
| Aois (blianta) | 6 | 3 | 2 | 4 | 6 | 1 | 4 | 8 | 2 | 7 |
| Praghas (€) | 60 | 180 | 240 | 120 | 100 | 280 | 160 | 40 | 200 | 50 |

- Tarraing scaipghraf ar ghrafpháipéar chun na sonraí sin a léiriú, bíodh an aois ar an ais chothrománach.
 - Ag féachaint ar an scaipghraf, cad is féidir a rá faoin gceangal idir aois na rothar agus an praghas?
 - Déan cur síos, in dhá fhocal, ar an gcomhghaol atá ann.
8. Is é atá sa tábla thíos, na marcanna a fuair 15 dhalta a rinne Páipéar 1 agus Páipéar 2 de scrúdú matamaitice. Marcáladh an dá pháipéar as 40.

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Páipéar 1 | 36 | 34 | 23 | 24 | 30 | 40 | 25 | 35 | 20 | 15 | 35 | 34 | 23 | 35 | 27 |
| Páipéar 2 | 39 | 36 | 27 | 20 | 33 | 35 | 27 | 32 | 28 | 20 | 37 | 35 | 25 | 33 | 30 |

- Tarraing scaipléaráid chun na sonraí sin a léiriú.
- Déan cur síos ar an gcomhghaol atá le feiceáil sa scaipléaráid.



Tá ceithre scaipghraf thuas. Maidir le gach ceann de na cásanna seo a leanas, roghnaigh an ceann is oiriúnaí de na scaipghraif. Mínigh do rogha i ngach cás.

- Airde buachaillí agus a méid i mbróga.
 - Meáchan fear agus an t-am a thógann sé orthu crosfhocal a chríochnú.
 - Aois carranna agus a bpraghas díola.
 - Na marcanna a baineadh amach i bPáipéar 1 na Matamaitice agus i bPáipéar 2 na Matamaitice.
10. Déan cur síos ar an gcineál comhghaoil a mbeifeá ag súil leis idir:
- aois báid agus a praghas díola athlámhe,
 - airde páistí agus an aois atá acu,
 - méid páistí i mbróga agus an fad slí a thaistealaíonn siad chun na scoile,
 - an méid ama a chaitear ag féachaint ar an teilifís agus an méid ama a chaitear ag staidéar,
 - líon na gcarranna ar an mbóthar agus líon na dtimpistí.



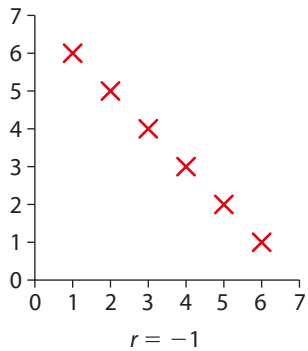
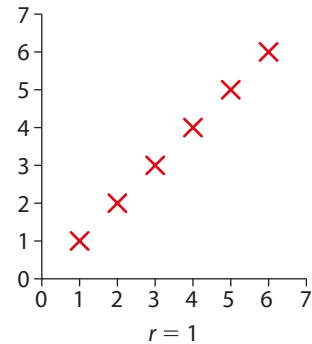


Mír 13.6 Comhghaolmhaireacht a thomhas

Tá na pointí ar an scaipghraf ar dheis i líne dhíreach. Sa chás seo deirimid go bhfuil **comhghaol deimhneach foirfe** idir an dá athróg.

Má sheasann an litir r don chomhghaol agus má bhíonn comhghaol deimhneach foirfe ann, deirimid go bhfuil $r = 1$.

Sa léaráid thíos, tá **comhghaol diúltach foirfe** ann agus tá $r = -1$.

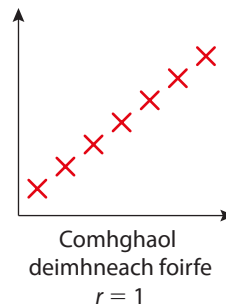
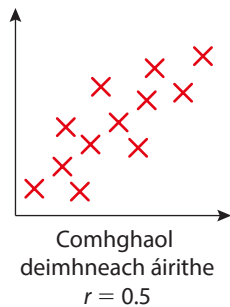
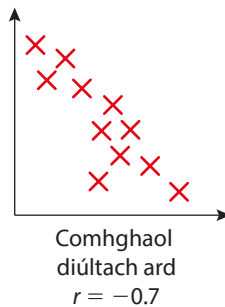
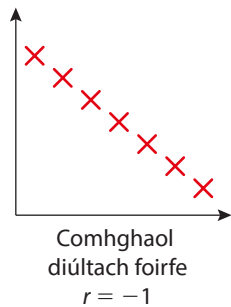


Baineann luach idir 1 agus -1 le gach comhghaol eile.

Mura mbíonn aon chomhghaol ann, bíonn $r = 0$.

An chomhéifeacht chomhghaolúcháin a thugtar ar luach r .

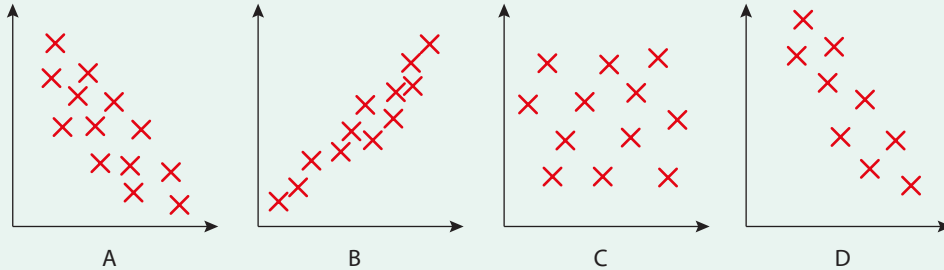
Tugann na scaipléaráidí thíos samplaí de roinnt luachanna de r .





Sampla 1

Tá ceithre scaipghraf thíos A, B, C agus D.



Seo sé cinn de chomhéifeachtaí comhghaolúcháin (i.e. luachanna ar r)

0.2, -0.8, -0.2, 0, 0.9, -0.6

I gcás gach ceann de na scaipghraif A, B, C agus D thuas, roghnaigh an chomhéifeacht chomhghaolúcháin (as na cinn atá tugtha) ar mó an seans go meaitseálfaidh sí an scaipghraf.

A: -0.6

B: 0.9

C: 0

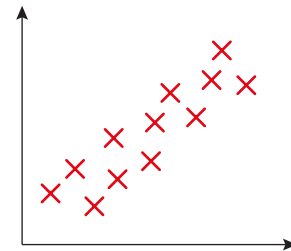
D: -0.8

Cleachtadh 13.6

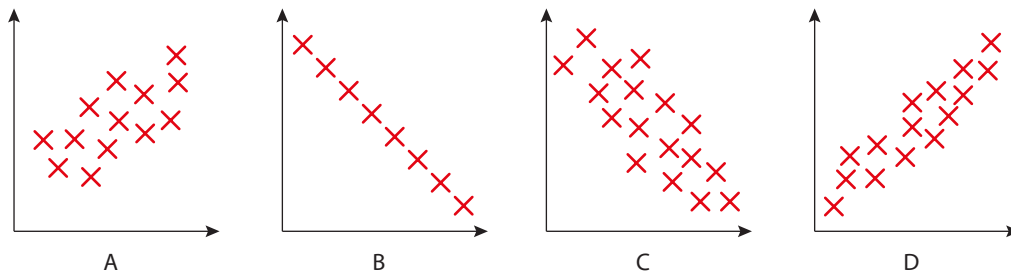
1. Déan cur síos in dhá fhocal ar an gcomhghaol atá léirithe thíos.

Cé acu de na huimhreacha seo is dóichí a sheasfaidh don chomhghaol sin?

-0.8, 0.9, 0, 0.1, 0.7



2. Tá ceithre scaipghraf A, B, C agus D thíos.



Meaitseáil ceann de na huimhreacha seo a leanas le gach ceann de na graif thuas ionas gurb í an uimhir sin is fearr a léiríonn an comhghaol:

0.1, -0.4, 1, -1, 0.6, -0.8, 0.8





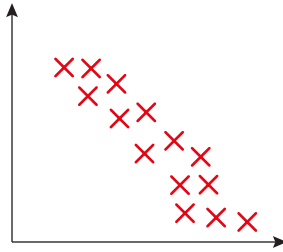
3. Tarraing scaipghraf ar leith chun gach ceann de na comhéifeachtaí comhghaoil seo a leanas a léiriú:

- (i) 1 (ii) -0.9 (iii) 0.5 (iv) 0

4. Cé acu de na huimhreacha seo a léiríonn 'comhghaol diúltach láidir'?

- (i) 0.3 (ii) -0.1 (iii) 1 (iv) -0.9 (v) -0.5

5. Cé acu de na comhéifeachtaí comhghaolúcháin seo is fearr a léiríonn an comhghaol sa léaráid thíos?



- (i) 0.8 (ii) -0.8 (iii) -1 (iv) 0.5

6. Cé acu de na comhéifeachtaí comhghaolúcháin seo a léiríonn an comhghaol is láidre?

- (i) 0.7 (ii) -0.2 (iii) -1 (iv) 0.9

7. Cé acu de na comhéifeachtaí comhghaolúcháin seo a léiríonn an comhghaol is laige?

- (i) -0.8 (ii) 0.1 (iii) -1 (iv) 0.9

8. Maidir le gach cur síos thíos, meaitseáil ceann de na comhéifeachtaí comhghaolúcháin seo leis:

$0.9, -0.1, -1, -0.8, 0, 0.2$

- (i) Comhghaol deimhneach láidir
- (ii) Comhghaol diúltach láidir
- (iii) Níl comhghaol ann
- (iv) Comhghaol diúltach foirfe
- (v) Comhghaol diúltach an-lag
- (vi) Comhghaol deimhneach an-lag

Mír 13.7 Gaolta cúisíocha agus comhghaolmhaireacht —

Braitheann praghas carr athlámhe, i measc rudaí eile, ar aois an chairr. Aois an chairr is cúis le praghas an chairr a bheith ag laghdú. Deirimid go bhfuil gaol cúisíoch idir praghas an chairr agus aois an chairr.

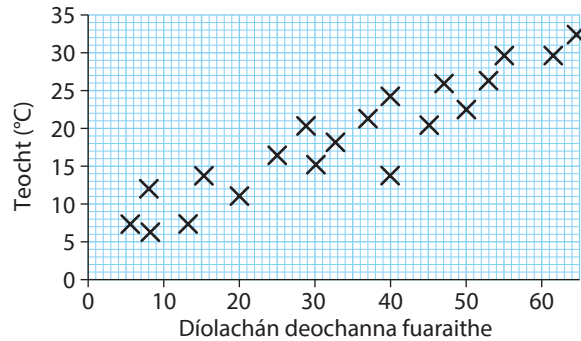
Sainmhíniú

Cuir i gcás go dtagann athrú ar athróg amháin. Más cúis é sin le hathrú ar athróg eile, deirimid go bhfuil gaol cúisíoch eatarthu.



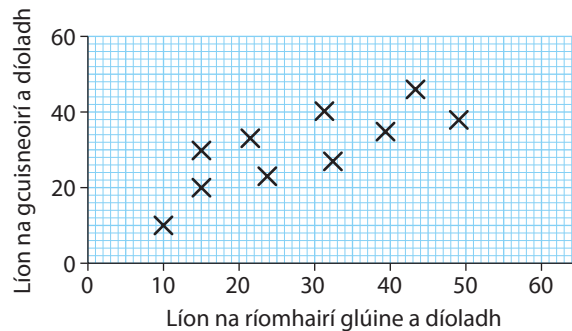


Léiríonn an scaipghraf thíos an gaol idir díolachán deochanna fuaraithe agus an teocht. Comhghaol láidir agus deimhneach atá ann. Bheifeá ag súil leis sin mar, de ghnáth, thiocfadh méadú ar dhíolachán deochanna fuaraithe mar thoradh ar ardú teochta.



Bheadh sé réasúnta, mar sin, a mhaíomh go bhfuil gaol cúisíoch idir díolachán deochanna fuaraithe agus ardú teochta.

Sa scaipléaráid thíos léirítear líon na ríomhairí glúine agus líon na gcuisneoirí a díoladh i siopa earraí leictreacha i gcaitheamh thréimhse deich mí.



Léiríonn an graf go bhfuil comhghaol deimhneach réasúnta láidir idir líon na ríomhairí glúine a díoladh agus líon na gcuisneoirí a díoladh. Ní chiallaíonn sé sin, áfach, go bhfuil gaol cúisíoch eatarthu; ní cheannófa cuisneoir toisc gur cheannaigh tú ríomhaire glúine.

Ní hionann comhghaol a bheith ann agus gaol cúisíoch a bheith ann.

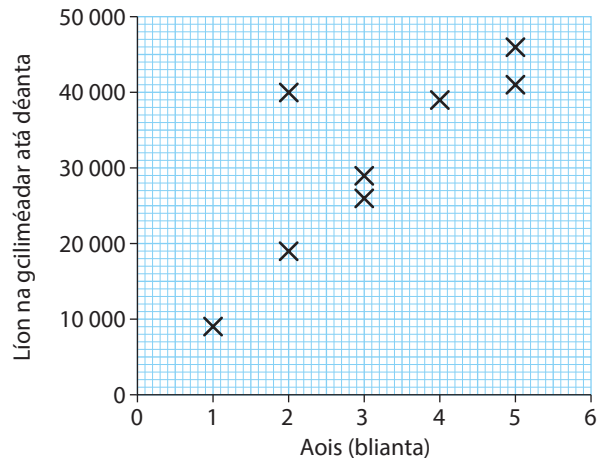
Cleachtadh 13.7

1. Cé acu de na péirí athróg seo a leanas ar dócha go bhfuil gaol cúisíoch eatarthu?
 - (i) Díolachán teilifíseán agus díolachán taifeadáin DVD.
 - (ii) Méid inneall cairr agus an méid peitрил a chaitheann sé.
 - (iii) Marcanna i do thástáil mhatamaitice agus an fad ón scoil atá cónaí ort, ina chiliméadair.
 - (iv) Díolachán glasraí agus díolachán seacláide.
 - (v) Díolachán ríomhairí agus díolachán bogearraí.
 - (vi) An teocht taobh amuigh agus an méid gáis a úsáidtear le haghaidh teas lárnach.



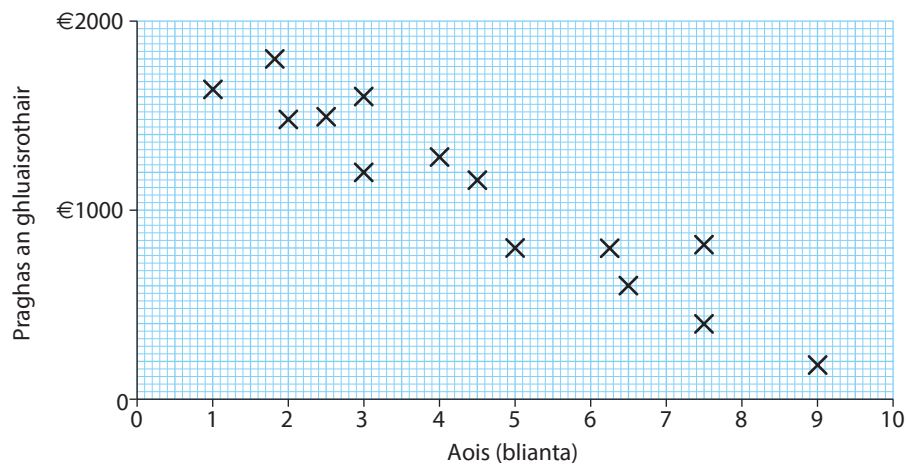


2. Sa scaipghraf taispeántar aois carranna agus líon na gciliméadar atá déanta acu.



- (i) Tá ceann de na carranna sin 4 bliana d'aois.
Cé mhéad ciliméadar atá déanta ag an gcarr sin?
- (ii) Déan cur síos ar an ngaol atá léirithe sa scaipghraf seo.
- (iii) An bhfuil gaol cúisíoch idir na hathróna sin?
Mínigh do fhreagra.
- (iv) I gcás ceann amháin de na carranna sin, níl a aois agus líon na gciliméadar atá déanta aige ag teacht leis an bpatrún ginearálta.
 - (a) Cén aois atá ag an gcarr sin agus cé mhéad ciliméadar atá déanta aige?
 - (b) Tabhair cúis a d'fhéadfadh a bheith leis na torthaí don charr sin a bheith difriúil leis na torthaí don chuid eile de na carranna.

3. Sa scaipghraf thíos taispeántar an gaol idir aois agus praghas gluaisrothar athlámhe.



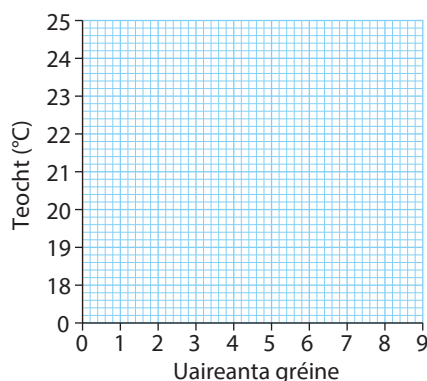
- (i) Déan cur síos ar an gcomhghaol a thaispeántar sa scaipghraf seo.
- (ii) An bhfuil gaol cúisíoch idir na hathróna sin?
Mínigh do fhreagra.



4. Tomhaiseadh líon na n-uaireanta gréine agus an uasteocht ag ionad saoire cois farraige ar feadh seacht lá i mí an Mheithimh.

| | | | | | | | |
|-------------------------|----|----|----|----|----|----|----|
| Uaireanta gréine | 5 | 9 | 8 | 6 | 5 | 2 | 4 |
| Teocht (°C) | 26 | 30 | 29 | 26 | 24 | 19 | 23 |

- (i) Breac na sonraí sin ar scaipghraf.
Bain úsáid as na scálaí atá le feiceáil thíos.



- (ii) Déan cur síos ar an ngaol atá le feiceáil ar an scaipghraf.
(iii) An bhfuil gaol cúisíoch idir líon na n-uaireanta gréine agus an uasteocht ag an ionad saoire? Mínigh do fhreagra.

5. Tá siopa beag earraí leictreacha sa bhaile mór. Bhreac an bainisteoir síos líon na dteilifiseán agus líon na raidiúnna a díoladh gach bliain ar feadh 10 mbliana. Tá na torthaí sa tábla thíos.

| | | | | | | | | | | |
|---------------------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|
| Bliain | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Líon na dteilifiseán a díoladh | 60 | 68 | 73 | 80 | 85 | 88 | 90 | 96 | 105 | 110 |
| Líon na raidiúnna a díoladh | 80 | 60 | 72 | 65 | 60 | 55 | 52 | 44 | 42 | 36 |

- (i) Bain úsáid as scála ó 50 go dtí 120 do dhíolachán na dteilifiseán agus ó 30 go 90 do dhíolachán na raidiúnna agus tarraing scaipghraf.
(ii) Cén sórt comhghaoil a chuireann an scaipghraf in iúl?
(iii) An bhfuil gaol cúisíoch idir díolachán na dteilifiseán agus díolachán na raidiúnna? Mínigh do fhreagra.

Cuir triail ort féin 13

1. Breacadh síos líon na ríomhairí glúine a dhíol siopa gach mí ar feadh thréimhse 23 mí. Tá na torthaí sa léaráid ghais is duillí thíos.

| gas | duillí |
|-----|---------------|
| 1 | 8 9 |
| 2 | 3 6 7 9 |
| 3 | 2 6 6 6 7 8 |
| 4 | 4 5 5 7 7 7 7 |
| 5 | 2 7 8 9 |

Eochair:
 $1|8 = 18$ ríomhaire glúine

- Cad é líon módúil na ríomhairí glúine a díoladh?
 - Scríobh síos an t-airmheán.
 - Faigh an cheathairíl íochtarach.
 - Faigh an cheathairíl uachtarach.
 - Oibrigh amach an raon idircheathairíle.
2. Seo na marcanna a fuair 19 gcailín i dtástáil eolaíochta.

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 54 | 42 | 61 | 47 | 24 | 43 | 55 | 62 | 30 | 27 |
| 28 | 43 | 54 | 46 | 25 | 32 | 49 | 73 | 50 | |

- Déan léaráid ghais is duillí chun na torthaí sin a chur i láthair.
 - Scríobh síos raon na marcanna.
 - Cad é an cheathairíl íochtarach?
 - Cad é an cheathairíl uachtarach?
 - Scríobh síos an raon idircheathairíle.
3. Sa léaráid ghais is duillí seo a leanas tugtar na méideanna airgid a chaith grúpa mic léinn choláiste oíche Aoine áirithe.

| | Fir | Mná |
|-------------------------|-------------|---------------|
| | 8 | 0 6 |
| | 7 6 5 | 1 0 5 5 5 8 8 |
| | 9 9 9 8 6 6 | 2 5 5 8 8 9 |
| Eochair: $5 4 = €45$ | 8 8 5 5 5 | 3 5 5 |
| | 8 5 | 4 0 |

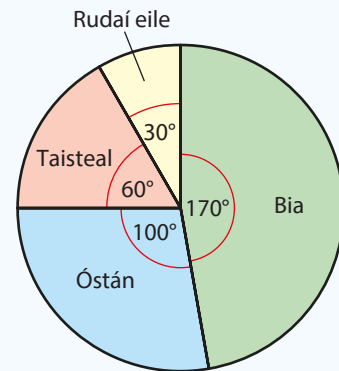
Eochair:
 $3|5 = €35$

- Cé mhéad mac léinn a bhí sa ghrúpa?
- Scríobh síos an méid is mó airgid a chaith na mic léinn fhireanna.
- Cad é an méid airgid airmheánach a chaith na mic léinn bhaineanna?
- Cad é an méid airgid airmheánach a chaith na mic léinn fhireanna?
- An iad na mic léinn fhireanna nó na mic léinn bhaineanna a chaith an méid is mó airgid? Mínigh do fhreagra.



4. €1800 an costas iomlán a bhí ar shaoire áirithe. Léiríonn an phíchart na codanna éagsúla den chostas sin.

- (i) Cé mhéad a caitheadh ar bhia?
- (ii) Cé mhéad a caitheadh ar thaisteal?
- (iii) Cé mhéad a caitheadh ar an óstán?
- (iv) Cé mhéad a caitheadh ar rudaí eile?

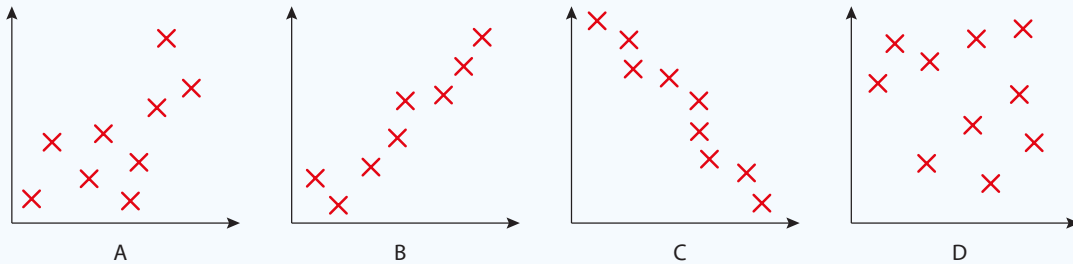


5. Léiríonn an tábla teocht uisce agus é ag fuarú i reoiteoir.

| | | | | | | |
|--------------------------|----|----|----|----|----|----|
| Fad ama (nóiméid) | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 |
| Teocht (°C) | 36 | 29 | 25 | 20 | 15 | 8 |

- (i) Tarraing scaipléaráid chun an t-eolas sin a léiriú. Bíodh an teocht ar an ais chothrománach.
- (ii) Cén cineál comhghaoil a thaispeántar?

6. Tá ceithre scaipléaráid thíos, A, B, C agus D.



- (i) Cén léaráid a léiríonn nach bhfuil comhghaol ann?
- (ii) Cén léaráid a léiríonn comhghaol diúltach?
- (iii) Cén léaráid a léiríonn comhghaol deimhneach lag?
- (iv) I gcás gach ceann de na comhéifeachtaí comhghaolúcháin seo, abair cén ceann de na léaráidí thuas lena mbaineann sé:
 - (a) 0.8
 - (b) 0
 - (c) -0.7
 - (d) 0.3

7. Dá mbreacfa síos torthaí a bhaineann leis na hathróga seo agus dá dtarraingeofa scaipléaráid, cén cineál comhghaoil a mbeifeá ag súil leis?

Déan cur síos ar gach comhghaol ar cheann de na bealaí seo:

- (a) deimhneach
- (b) diúltach
- (c) níl comhghaol ann
- (i) líon na ndaoine i siopa; earraí a díoladh
- (ii) díolachán cumhráin; méid airgid a chaitear ar fhógraíocht le haghaidh cumhráin
- (iii) ráta breithe; ráta boilscithe
- (iv) an teocht taobh amuigh; díolachán uachtar gréine
- (v) fad (ó thuaidh) ón meánchiorcal; uaireanta gréine sa gheimhreadh.



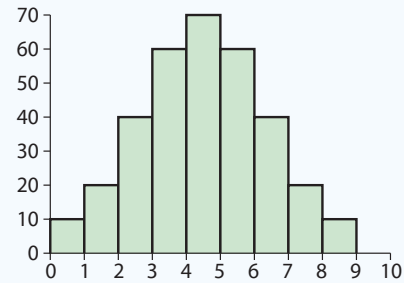


8. I gcás gach ceann de na cineálacha sonraí seo a leanas, mol an cineál léaráide a bheadh oiriúnach chun é a chur i láthair:

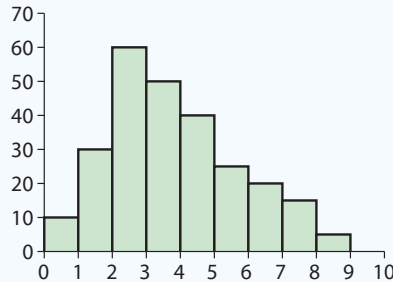
- (i) dathanna na ngeansaíthe i siopa
- (ii) an fad slí ón scoil agus an t-am a thógann sé chun taisteal go dtí an scoil
- (iii) comparáid a dhéanamh idir na torthaí a fuair na buachaillí agus na torthaí a fuair na cailíní i dtástáil mhatamaitice nuair is 30 dalta atá sa rang
- (iv) tír bhunaidh grúpa inimirceach go hÉirinn
- (v) an sciar faoin gcéad de mhargadh grósaeireachta na hÉireann atá ag na sé chomhlacht ollmhargaidh is mó
- (vi) luas carranna agus líon na dtimpistí tráchta.

9. Tá dáileadh áirithe ar an histeagram thall.

- (i) Déan cur síos ar an dáileadh sin.
- (ii) Tabhair dhá shampla ón saol de dháileadh den chineál seo.

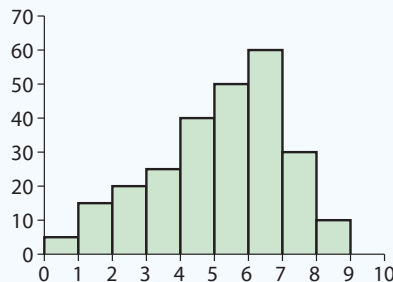


10. Cuireann an histeagram thíos dáileadh i láthair.



- (i) Mínigh an fáth a bhfuil sceabha faoin dáileadh.
- (ii) An sceabha deimhneach nó diúltach atá faoi?
- (iii) Tabhair sampla amháin ón saol den chineál seo dailte.

11. (i) Déan cur síos ar an dáileadh thíos.



- (ii) Tabhair sampla ón saol de dháileadh atá sceabhach ar an gcaoi seo.



Achoimre ar na príomhphointí...

Barrachairteacha agus píchairteacha

1. Is féidir úsáid a bhaint as barrachairteacha chun patrúin nó treochoí sna sonraí a léiriú. Bíonn na barraí ar comhleithhead agus bíonn bearnaí eatarthu.
2. Léiríonn píchairteacha conas mar atá cainníocht roinnte nó dáilte. Freagraíonn uillinn do gach teascóg sa pháchairt agus is é 360° suim na n-uillinneacha sin ar fad.

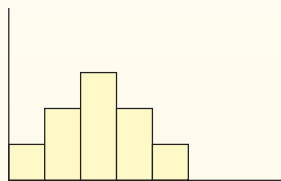
Léaráidí gais is duillí

1. Coinníonn léaráid ghais is duillí na luachanna sonraí ar fad agus taispeánann sí cruth an dáilte.
2. Is féidir comparáid a dhéanamh idir dhá thacar sonraí le léaráid ghais is duillí chúl le cúl ach úsáid a bhaint as leathadh na sonraí nó as tomhas éigin eile, m.sh. an t-airmheán.

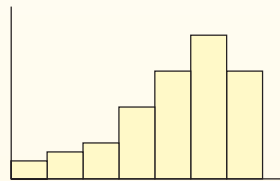
Cruth an dáilte

Léiríonn histeagraim leathadh na sonraí agus cruth an dáilte.

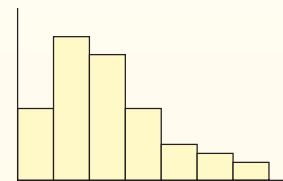
Seo thíos trí cinn de na cruthanna is coitianta.



Dáileadh siméadrach



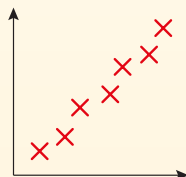
Dáileadh a bhfuil
sceabha diúltach faoi



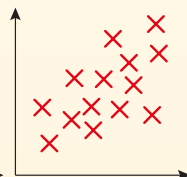
Dáileadh a bhfuil
sceabha deimhneach faoi

Scaipghraif agus comhghaol

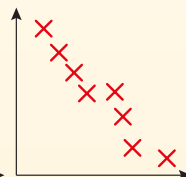
1. Baintear úsáid as scaipghraif le taispeáint an bhfuil gaol idir dhá thacar sonraí.
2. Is éard is comhghaol ann ná tomhas ar cé chomh láidir is atá an gaol idir dhá athróg.
3. Dá ghairne na pointí ar scaipghraf do líne dhíreach is ea is láidre atá an gaol.



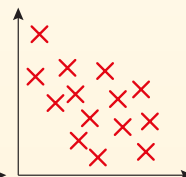
Comhghaol
deimhneach láidir



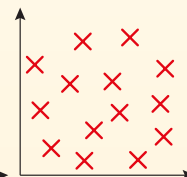
Comhghaol
deimhneach lag



Comhghaol
diúltach láidir



Comhghaol
diúltach lag



Níl comhghaol ann

4. Cuir i gcás go dtagann athrú ar athróg amháin. Más é sin faoi deara athróg eile a bheith ag athrú, deirtear go bhfuil gaol cúisíoch eatarthu.
5. Ní hionann comhghaol a bheith ann, agus gaol cúisíoch a bheith ann.

Focail thábhachtacha

Píotagarás triantán dronuilleach síneas comhshíneas
 tangant slíos urchomhaireach slíos cóngarach taobhagán
 riail an tsínis riail an chomhshínis compás teascóg stua
 ceathrú uillinn tagartha i bhfoirm surda

Mír 14.1 Teoirim Phíotagarás

Tá triantán dronuilleach san fhíor ar dheis.

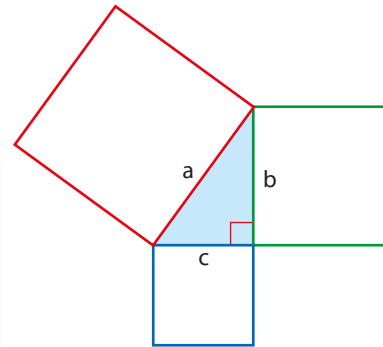
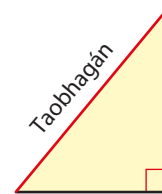
An **taobhagán** a thugtar ar an slíos atá os comhair na dronuillinne.

Teoirim an-tábhachtach a bhaineann le triantáin dhronuilleacha, deirtear gurbh é an matamaiticeoir Gréagach, Píotagarás, an chéad duine a chruthaigh go raibh sí fíor.

Teoirim Phíotagarás a thugtar ar an teoirim sin agus tugtar thíos í.

Teoirim Phíotagarás

I dtriantán dronuilleach, tá achar na cearnóige a tharraingítear ar an taobhagán cothrom le suim achar na gcearnóg a tharraingítear ar an dá shlios eile.



$$a^2 = b^2 + c^2$$

Sampla 1

Faigh fad an tsleasa x ar an triantán dronuilleach seo.

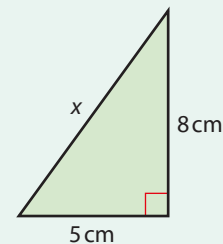
$$x^2 = 8^2 + 5^2$$

$$x^2 = 64 + 25$$

$$x^2 = 89$$

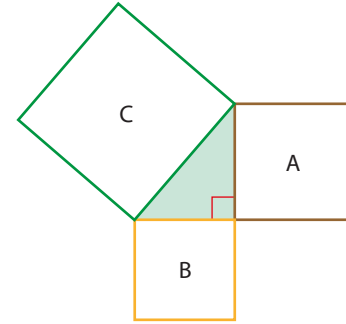
$$x = \sqrt{89}$$

$$x = 9.4 \text{ cm}$$

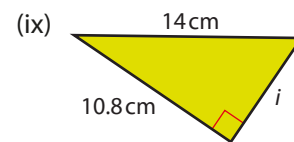
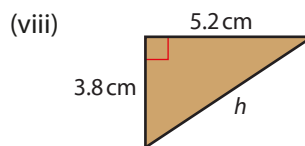
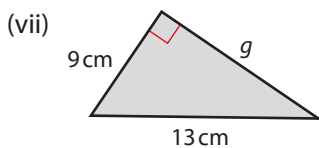
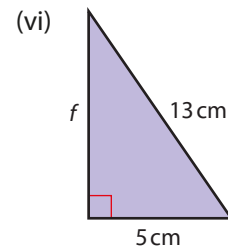
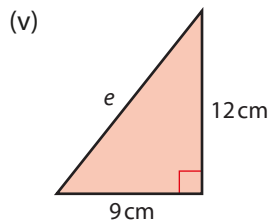
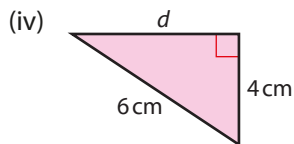
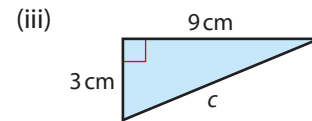
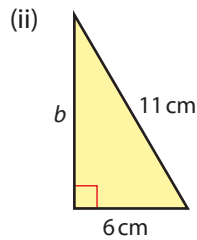
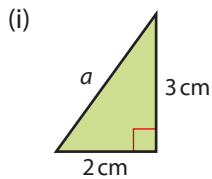


Cleachtadh 14.1

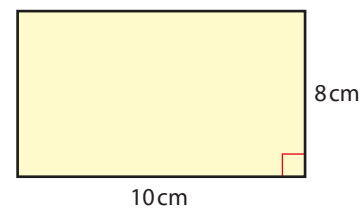
- Is é 23 cm^2 achar chearnóg A agus is é 35 cm^2 achar chearnóg C. Faigh achar chearnóg B.



- Bain úsáid as an bhfíor i gCeist 1 chun achar chearnóg C a fháil más é 17 cm^2 achar chearnóg A agus 14 cm^2 achar chearnóg B.
- Is iad 18 cm^2 , 21 cm^2 agus 39 cm^2 achair trí chearnóg faoi leith. An bhfuil triantán dronuilleach ar bith ann a bhféadfaí na trí chearnóg sin a chur ina luí go díreach ar feadh a shleasa? Tabhair míniú ar do fhreagra.
- Ríomh fad an tsleasa a bhfuil litir ag freagairt dó i ngach ceann de na triantáin seo: (Tabhair an freagra ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha nuair is gá.)

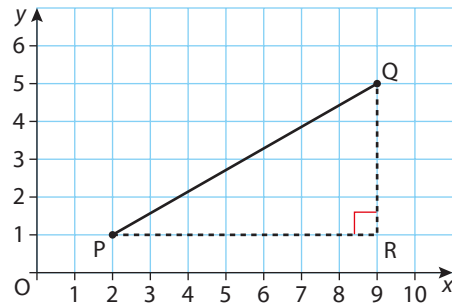


- Tá dronuilleog 10 cm ar fad agus 8 cm ar leithead. Ríomh fad an trasnáin. Tabhair do fhreagra ina cheintiméadair, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.

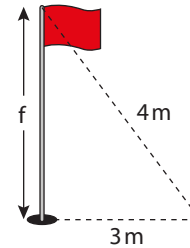




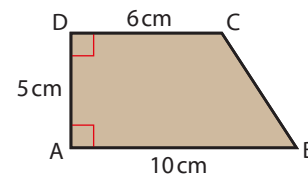
6. Bain úsáid as an ngréille ar dheis chun teacht ar fhaid [PR] agus [QR]. Uaidh sin, faigh fad [PQ], ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.



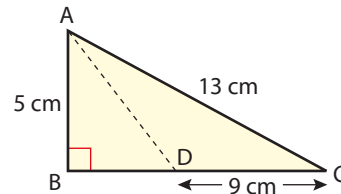
7. Caitheann bratach ghailf scáth atá 3 m ar fad. Más é 4 m an fad ó bharr an chrainn bhrataí go barr an scátha, faigh an airde, f , ina méadair, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.



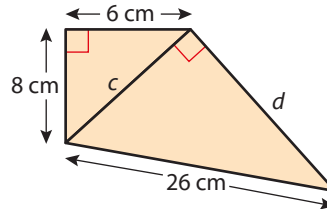
8. I gcás na fíorach ar dheis, tá $|AB| = 10$ cm, $|AD| = 5$ cm agus $|DC| = 6$ cm. Is dronuillinneacha iad na huillinneacha ag A agus D. Faigh fad [BC].



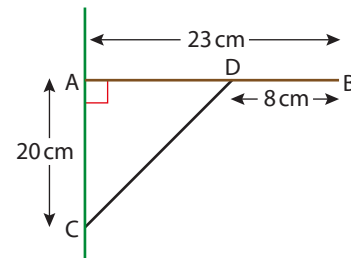
9. Feictear sa léaráid an triantán dronuilleach ABC.
(i) Faigh fad [BD].
(ii) Faigh fad [AD] ina cheintiméadair, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.



10. Tá dhá dhronuillinn marcáilte san fhíor ar dheis. Faigh fad c agus fad d .

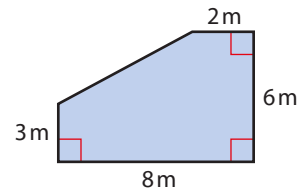


11. Seilf chothrománach [AB] atá sa léaráid thall. Tá an tseilf daingnithe i mballa ceartingearach ag A. Tá an taca [CD] daingnithe sa bhalla ag C agus sa tseilf ag D. Tá $|AB| = 23$ cm, $|AC| = 20$ cm agus $|BD| = 8$ cm. Ríomh fad [CD].





12. Faigh an toise atá ag teastáil chun teacht ar imlíne an tseomra ar dheis. Bíodh do fhreagra ina mhéadair, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.



Mír 14.2 Cóimheas an tsínis, an chomhshínis, agus an tangaint

Ceann de na bealaí is coitianta ina n-úsáidtear an triantánacht ná chun teacht ar fhaid na sleasa ar thriantáin dhronuilleacha agus ar mhéid na n-uillinneacha iontu. Sa bhosca thíos, tugtar trí chóimheas an-úsáideach a dhéanann ceangal idir uillinneacha agus sleasa.

$$\sin A = \frac{\text{slios urchomhaireach}}{\text{taobhagán}}$$

$$\cos A = \frac{\text{slios cóngarach}}{\text{taobhagán}}$$

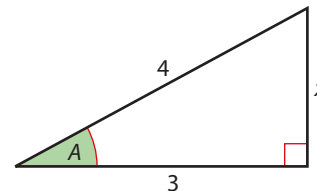
$$\tan A = \frac{\text{slios urchomhaireach}}{\text{slios cóngarach}}$$

Seo bealach éasca le cuimhneamh ar na cóimheasa sin:

Seachain Uisce Te (SUT), Ceannaigh Ciste Te (CCT) agus Thit Ubh Chirce (TUC).

Má deirtear linn go bhfuil $\cos A = \frac{3}{4}$, is féidir linn sceitse de thriantán dronuilleach a tharraingt, triantán ar a bhfuil an slios atá cóngarach do A cothrom le 3 agus an taobhagán cothrom le 4.

Bainfimid úsáid anois as Teoirim Phótagarás chun an tríú slios a fháil.



Bíodh an tríú slios = x .

$$x^2 + 3^2 = 4^2$$

$$x^2 + 9 = 16$$

$$x^2 = 7$$

$$x = \sqrt{7}$$

Sampla 1

Má tá $\tan B = \frac{\sqrt{5}}{2}$, faigh luach $\sin B$ agus $\cos B$.

Má tá $\tan B = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow$ is ionann $\sqrt{5}$ agus fad an tsleasa atá urchomhaireach le B , agus is ionann 2 agus fad an tsleasa atá cóngarach do B .

Anois tarraing sceitse garbh de thriantán dronuilleach.

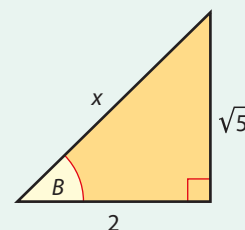
Tugaimis x ar fhad an taobhagán.

$$x^2 = 2^2 + (\sqrt{5})^2 \quad \dots (\sqrt{5})^2 = 5 \dots$$

$$x^2 = 4 + 5$$

$$x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$$

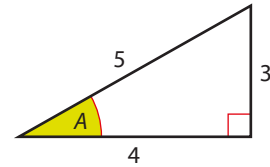
De réir an triantáin, tá $\sin B = \frac{\sqrt{5}}{3}$ agus $\cos B = \frac{2}{3}$.



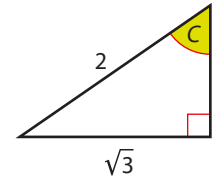
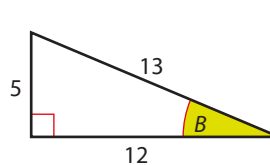
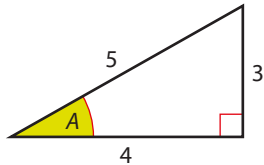
Cleachtadh 14.2

1. I gcás an triantáin ar dheis, abair cé acu cóimheas an tsínis, an chomhshínis nó an tangaint a cheanglaíonn

- (i) 3, 4 agus an uillinn A
- (ii) 4, 5 agus an uillinn A
- (iii) 3, 5 agus an uillinn A .



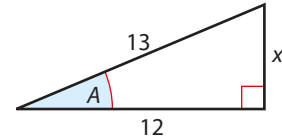
2. Faigh sin, cos agus tan na huillinne a bhfuil ceannlitir ag freagairt di i ngach ceann de na triantáin seo a leanas:



3. Faigh fad an tsleasa x sa triantán dronuilleach ar dheis.

Scríobh síos uaidh sin luach

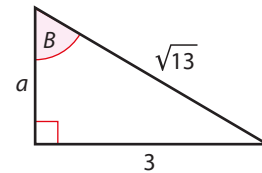
- (i) $\sin A$
- (ii) $\cos A$
- (iii) $\tan A$.



4. Faigh luach a sa triantán dronuilleach ar dheis.

Scríobh síos uaidh sin luach

- (i) $\sin B$
- (ii) $\cos B$
- (iii) $\tan B$.

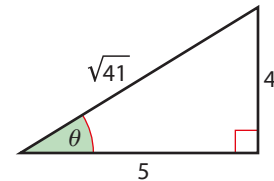


5. Tá triantán dronuilleach le feiceáil ar dheis.

Tugtar an uillinn θ agus na trí shlios ar an triantán sa léaráid.

Luaigh cé acu sin θ , cos θ nó tan θ atá i gceist le gach ceann de na cóimheasa seo thíos.

- (i) $\frac{4}{5}$
- (ii) $\frac{4}{\sqrt{41}}$
- (iii) $\frac{5}{\sqrt{41}}$.



6. Má tá $\cos B = \frac{5}{13}$, tarraing sceitse garbh de thriantán dronuilleach agus bain úsáid as an sceitse sin chun na cóimheasa sin B agus tan B a scríobh síos.

7. (i) Má tá $\tan A = \frac{1}{2}$, faigh sin A . (ii) Má tá $\cos B = \frac{2}{5}$, faigh tan B .

8. Má tá $\tan C = \frac{1}{\sqrt{3}}$, faigh luach sin C agus cos C .

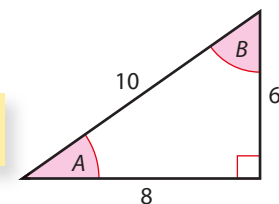
9. Má tá $\tan A = \frac{3}{4}$, faigh luach $(\sin^2 A + \cos^2 A)$.

10. Ón triantán ar dheis, scríobh síos luach

- (i) $\sin^2 A + \cos^2 A$
- (ii) $\sin^2 B + \cos^2 B$.

Má tá an méid sin déanta i gceart agat, tá tú tar éis rud fíorthábhachtach a fhíorú i dtaobh uillinn ar bith, i.e.

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1.$$



Mír 14.3 Áireamhán a úsáid

Úsáidimid na heochracha **sin**, **cos** agus **tan** ar áireamhán leictreonach chun teacht ar shíneas, comhshíneas agus tangant uillinn ar bith.

Chun $\sin 35^\circ$ a fháil, eochraigh isteach **sin** 35 **=**.

Is é an freagra ná $0.573576\dots = 0.5736$, ceart go dtí 4 ionad de dheachúlacha.

Codanna de chéim

Is féidir céim a roinnt ina 60 cuid.

$$1^\circ = 60'$$

Nóiméad a thugtar ar gach cuid, agus is mar seo a scríobhtar é: $1'$.

Chun $\tan 34.5^\circ$ nó $34^\circ 30'$ a fháil ar an áireamhán, is féidir ceachtar den dá mhodh seo a úsáid (tá $34.5^\circ = 34^\circ 30'$):

1. Le haghaidh $\tan 34.5^\circ$

eochraigh isteach **tan** 34.5 **=**

Freagra = 0.6873

2. Le haghaidh $\tan 34^\circ 30'$

eochraigh isteach **tan** 34 **o'''** 30 **o'''** **=**

Freagra = 0.6873

Na heochracha **sin⁻¹**, **cos⁻¹** agus **tan⁻¹** a úsáid

Más eol dúinn go bhfuil $\sin A = 0.8661$, gheobhaimid an uillinn A ach an eochair **sin⁻¹** a úsáid.

Gheobhaimid an eochair **sin⁻¹** ach **SHIFT** **sin** a chur isteach.

Dá bhrí sin, má tá $\sin A = 0.8661$, gheobhaimid A ach **SHIFT** **sin** 0.8661 **=** a chur isteach.

Is é an freagra ná $60.008^\circ = 60^\circ$.

Ar an gcaoi chéanna, má tá $\tan B = 1.2734$,

gheobhaimid an uillinn B ach **SHIFT** **tan** 1.2734 **=** a chur isteach.

Is é an freagra ná $51.86^\circ\dots$ ceart go dtí 2 ionad de dheachúlacha.

Sampla 1

- (i) Faigh $\cos 72^\circ 18'$, ceart go dtí 4 ionad de dheachúlacha.
(ii) Má tá $\sin A = 0.5216$, faigh A ceart go dtí an chéim is gaire.

(i) Chun $\cos 72^\circ 18'$ a fháil, cuir isteach **cos** 72 **o'''** 18 **o'''** **=**

Is é an freagra ná 0.3040.

Nó tá $18' = \frac{18^\circ}{60} = 0.3^\circ \Rightarrow 72^\circ 18' = 72.3^\circ$

Dá réir sin, chun 72.3° a fháil, cuir isteach **cos** 72.3 **=**

Tabhair faoi deara go n-úsáidtear an eochair **o'''** faoi dhó.

- (ii) Má tá $\sin A = 0.5216$, gheobhaimid A ach é seo a chur isteach:

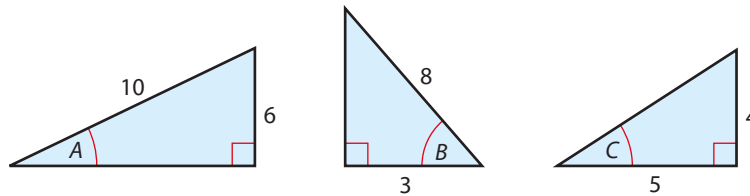
SHIFT **sin** 0.5216 **=**

Is é an freagra ná $31.44^\circ \Rightarrow A = 31^\circ$, ceart go dtí an chéim is gaire.

Nóta: Má tá a fhios agat go bhfuil $\sin A = \frac{4}{7}$, is féidir an uillinn A a fháil ar an áireamhán ar an gcaoi seo **SHIFT** **sin** 4 **÷** 7 **=**
Is é 34.8° an toradh.

Cleachtadh 14.3

- Bain úsáid as an áireamhán chun luach gach ceann díobh seo a leanas a fháil, ceart go dtí 4 ionad de dheachúlacha:
 - $\sin 48^\circ$
 - $\cos 74^\circ$
 - $\tan 15^\circ$
 - $\sin 72^\circ$
 - $\cos 28.5^\circ$
- Bain úsáid as an áireamhán chun luach gach ceann díobh seo a leanas a fháil, ceart go dtí 4 ionad de dheachúlacha:
 - $\sin 32^\circ 18'$
 - $\cos 43^\circ 24'$
 - $\tan 30^\circ 36'$
 - $\cos 73^\circ 54'$
- Bain úsáid as an áireamhán chun tomhas gach ceann de na huillinneacha seo a fháil, ceart go dtí an chéim is gaire:
 - $\sin A = 0.7453$
 - $\cos B = 0.3521$
 - $\tan C = 1.4538$
 - $\cos A = 0.2154$
 - $\tan B = 0.8923$
 - $\sin C = 0.2132$
- Faigh luach A i ngach ceann díobh seo a leanas. Bíodh do fhreagra ina chéimeanna, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.
 - $\sin A = 0.6$
 - $\cos A = 0.7534$
 - $\tan A = 3.84$
 - $\cos A = 0.2715$
- Faigh tomhas na huillinne θ i ngach ceann díobh seo a leanas, ceart go dtí an chéim is gaire:
 - $\sin \theta = \frac{2}{3}$
 - $\cos \theta = \frac{3}{5}$
 - $\tan \theta = \frac{7}{8}$
 - $\sin \theta = \frac{2}{5}$
 - $\tan \theta = \frac{6}{11}$
 - $\sin \theta = \frac{1}{5}$
 - $\cos \theta = \frac{9}{11}$
 - $\tan \theta = 1\frac{3}{5}$
- Má tá $\cos A = 0.5484$ agus má tá $A < 90^\circ$, faigh A . Uaidh sin, faigh luach $\sin A$, ceart go dtí 2 ionad de dheachúlacha.
- Faigh méid na n-uillinneacha A, B agus C sna triantáin thíos, ceart go dtí an chéim is gaire:



Mír 14.4 Triantáin dhronuilleacha a réiteach

Sa mhír seo bainfimid leas as cóimheasa an tsínis, an chomhshínis agus an tangaint chun teacht ar shlios nó ar uillinn anaithnid i dtriantán dronuilleach.

Agus áireamhán á úsáid agat chun síneas, comhshíneas nó tangant uillinne a fháil, scríobh an luach ceart go dtí 4 ionad de dheachúlacha.

Sampla 1

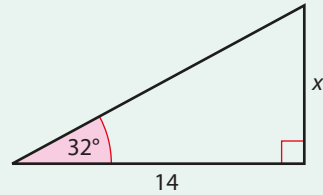
Faigh fad an tsleasa x sa triantán ar dheis.

$$\tan 32^\circ = \frac{x}{14}$$

$$x = 14 \times \tan 32^\circ$$

$$x = 14 \times 0.6249$$

$$x = 8.75, \text{ ceart go dtí dhá ionad de dheachúlacha.}$$



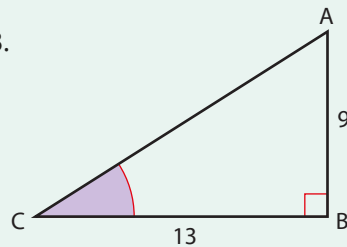
Sampla 2

I gcás an triantáin ar dheis, tá $|AB| = 9$ agus $|BC| = 13$.
Faigh $|\angle ACB|$, ceart go dtí an chéim is gaire.

$$\tan \angle ACB = \frac{9}{13}$$

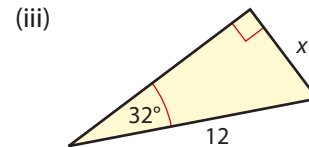
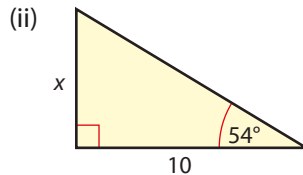
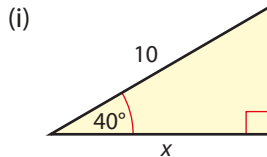
$$|\angle ACB| = \tan^{-1} \frac{9}{13}$$

$$|\angle ACB| = 34.695^\circ \quad \text{Eochraigh isteach } \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\tan} \boxed{9} \boxed{\div} \boxed{13} \boxed{=} \\ = 35^\circ, \text{ ceart go dtí an chéim is gaire.}$$

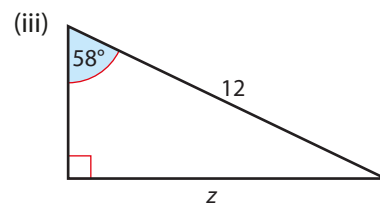
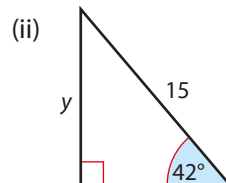
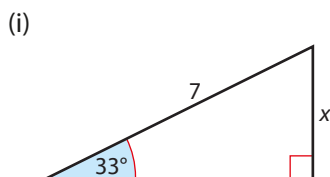


Cleachtadh 14.4

1. I gcás gach ceann de na triantáin seo, scríobh síos cén cóimheas triantánúil ba cheart a úsáid chun fad an tsleasa x a fháil:



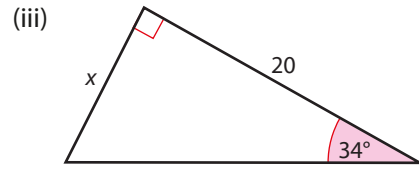
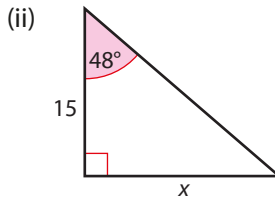
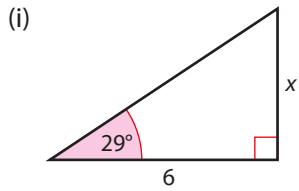
2. I gcás gach ceann de na triantáin seo, oibrigh amach fad an tsleasa a bhfuil litir ag freagairt dó. Bíodh gach freagra ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.





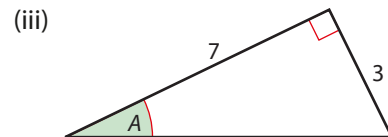
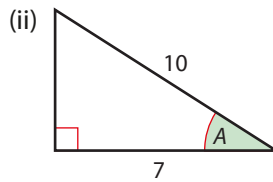
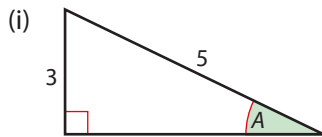
3. Faigh fad an tsleasa x sna triantáin seo:

Bíodh do chuid freagraí ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.



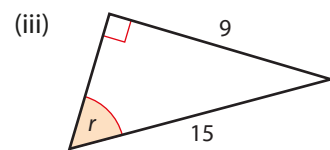
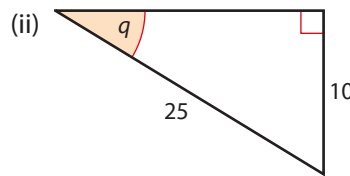
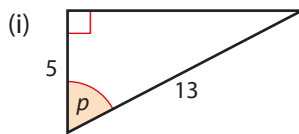
4. Faigh méid na huillinne A i ngach ceann de na triantáin seo:

Bíodh do chuid freagraí ceart go dtí an chéim is gaire.



5. Faigh tomhas na n-uillinneacha p , q agus r sna triantáin seo:

Bíodh gach freagra ceart go dtí an chéim is gaire.

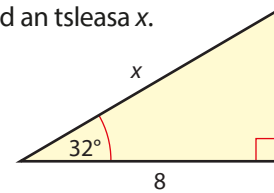


6. Cóipeáil agus críochnaigh an méid seo a leanas chun teacht ar fhad an tsleasa x .

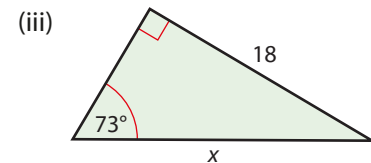
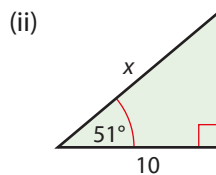
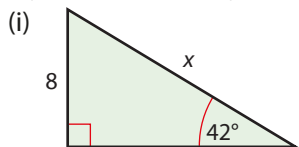
$$\frac{8}{x} = \cos 32^\circ$$

$$x \times \cos 32^\circ = 8$$

$$x = \frac{8}{\cos 32^\circ}$$

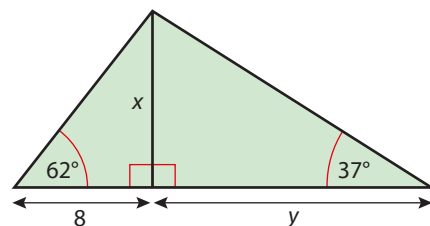


7. Faigh fad an taobhagáin x i ngach ceann de na triantáin seo:



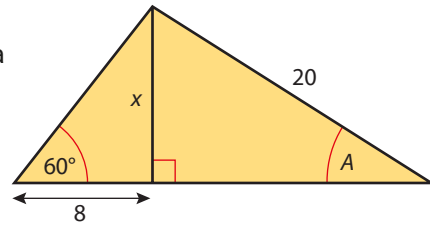
Bíodh gach freagra ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.

8. I gcás an triantáin ar dheis, faigh luach x agus luach y , ceart go dtí an tslánuimhir is gaire.

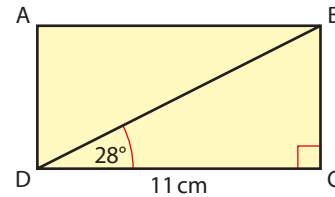




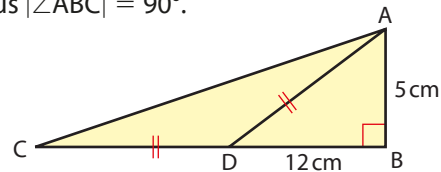
9. I gcás an triantáin ar dheis, faigh
 (i) x , ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha
 (ii) an uillinn A , ceart go dtí an chéim is gaire.



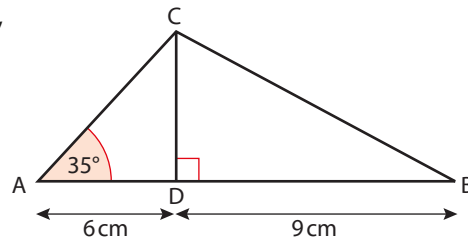
10. Is dronuilleog í ABCD, mar atá le feiceáil ar dheis. Má tá $|DC| = 11$ cm agus $|\angle BDC| = 28^\circ$, faigh fad an trasnáin [DB].
 Tabhair do fhreagra ina cheintiméadair, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.



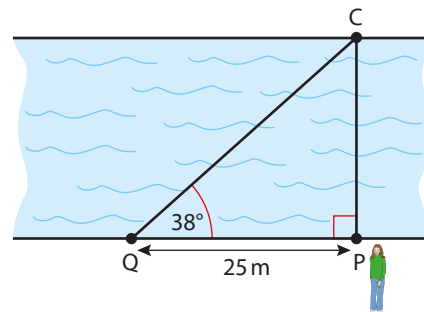
11. I gcás an triantáin ABC ar dheis, tá $|AB| = 5$ cm agus $|\angle ABC| = 90^\circ$.
 Pointe ar [CB] is ea D, agus tá $|AD| = |CD|$.
 Má tá $|DB| = 12$ cm, faigh
 (i) $|AD|$
 (ii) $|\angle ACB|$, ceart go dtí an chéim is gaire.



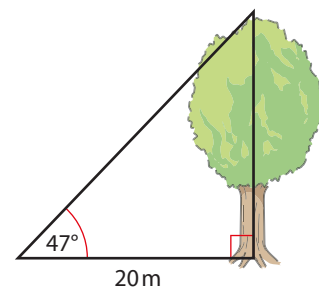
12. Sa léaráid ar dheis, tá $|AD| = 6$ cm, $|DB| = 9$ cm, $|\angle CAD| = 35^\circ$ agus $CD \perp AB$.
 Faigh
 (i) $|CD|$, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha
 (ii) $|\angle CBD|$, ceart go dtí an chéim is gaire.



13. Tá Paula ina seasamh ag pointe P ar bhruach abhann. Tá crann C díreach trasna uathí ar an mbruach thall. Siúlann sí fad slí 25 méadar ar feadh bhruach na habhann go dtí an pointe Q. Tomhaiseann sí an uillinn idir QC agus QP agus faigheann sí amach gurb é 38° méid na huillinne. Faigh leithead na habhann, ceart go dtí an méadar is gaire.



14. Is é 47° an uillinn airde go dtí barr chrainn ó phointe ar an talamh 20 m amach ó bhun an chrainn. Ríomh airde an chrainn, ceart go dtí an méadar is gaire.





15. Is é 76° an uillinn airde go dtí barr bloc árasán ó phointe ar an talamh 10 m amach ón mbloc. Ríomh airde an bhloic árasán, ceart go dtí an méadar is gaire.

16. Trasghearradh dín atá sa léaráid thall.

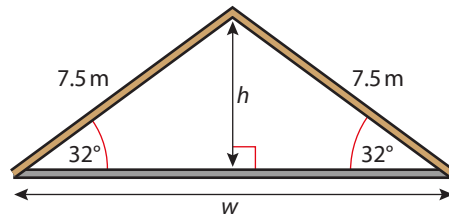
7.5 m ar fad atá an dá shlios.

Tá an dá shlios claonta ar uillinn 32° leis an gcothromán.

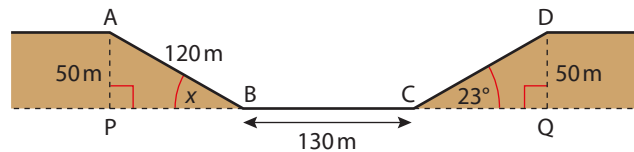
(i) Faigh an airde, h .

(ii) Faigh w , leithead an taca dín.

Bíodh gach freagra ina mhéadair, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.



17. Trasghearradh gleanna, ABCD, atá sa léaráid thíos.



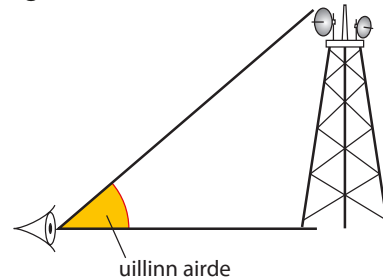
- Ríomh
- (i) an uillinn x , ceart go dtí an chéim is gaire
 - (ii) $|PB|$, ina mhéadair, ceart go dtí an méadar is gaire
 - (iii) $|CQ|$, ceart go dtí an méadar is gaire
 - (iv) an fad ó A go D, ceart go dtí an méadar is gaire.

18. Tá Dónall agus Pádraigín ag iarraidh airde crann cumarsáide fón a mheas.

Seasann Dónall 15 m ón gcrann agus tomhaiseann sé gur 60° atá san uillinn airde go dtí an barr.

Seasann Pádraigín 25 m ón gcrann agus tomhaiseann sí gur 46° atá san uillinn airde go dtí an barr.

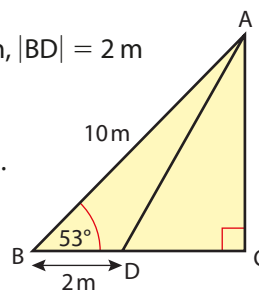
An féidir go bhfuil an bheirt acu ceart? Pléigh.



19. I gcás an triantáin ar dheis, tá $|AB| = 10$ m, $|BD| = 2$ m agus $|\angle ABC| = 53^\circ$.

(i) Scríobh síos $|\angle BAC|$.

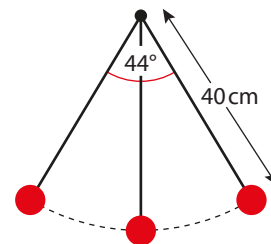
(ii) Faigh $|BC|$ agus, uaidh sin, faigh $|DC|$.



20. Is é 44° an uillinn luasctha iomlán atá ag luascadán áirithe (22° an dá bhealach).

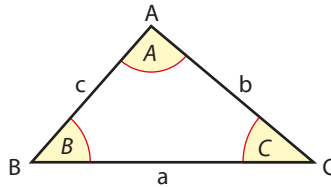
Oibrigh amach an difríocht idir airde bhun an luascadáin nuair atá sé ag an bpointe is ísle sa luascadh agus airde bhun an luascadáin nuair atá sé ag an bpointe is airde sa luascadh.

Bíodh do fhreagra ceart go dtí an ceintiméadar is gaire.



Mír 14.5 Achar triantáin

Tá an triantán ABC léirithe thall.



Seasann na ceannlitreacha do na huillinneacha ag na reanna A, B agus C.

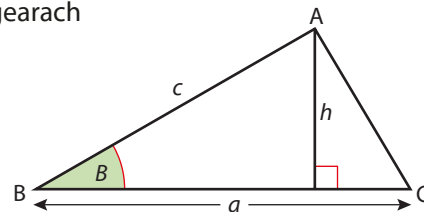
Seasann na litreacha beaga a, b agus c do na sleasa os comhair na n-uillinneacha A, B agus C.

Is é achar an triantáin seo thall ná $\frac{1}{2} \times \text{bonn} \times \text{airde ingearach}$

$$= \frac{1}{2} \times a \times h$$

Ach tá $\frac{h}{c} = \sin B$

$$\Rightarrow h = c \times \sin B$$



Dá réir sin, is féidir $\frac{1}{2} \times a \times h$ a scríobh mar $\frac{1}{2} \times a \times c \times \sin B$

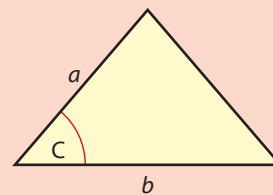
$$\text{Achar} = \frac{1}{2}ac \sin B$$

Is foirmlé an-áisiúil í sin chun achar triantáin a fháil, má tá fad dhá shlios ar eolas againn, chomh maith leis an uillinn atá idir an dá shlios sin.

Achar triantáin

$$\text{Achar} = \frac{1}{2}ab \sin C$$

I bhfocail: Achar = Leath an fhreagra a fhaightear nuair a iolraítear toradh dhá shlios ar bith faoi shíneas na huillinne eatarthu.



Sampla 1

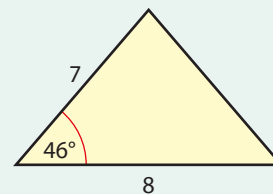
Faigh achar an triantáin ar dheis.

Sa chás seo tá fad dhá shlios ar eolas againn chomh maith le méid na huillinne eatarthu.

$$\begin{aligned} \text{Achar} &= \frac{1}{2}(7)(8) \sin 46^\circ \\ &= (0.5)(7)(8) \sin 46^\circ \end{aligned}$$

Agus áireamhán á úsáid agat, eochraigh isteach $0.5 \times 7 \times 8 \times \sin 46 =$

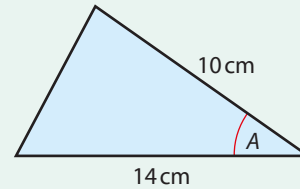
Is é an freagra ná 20.14 aonad cearnach, ceart go dtí 2 ionad de dheachúlacha.



Sampla 2

Más é 40 cm^2 achar an triantáin ar dheis, faigh an uillinn A , ceart go dtí an chéim is gaire.

$$\begin{aligned} \text{Achar an } \triangle &= \frac{1}{2}(10)(14) \sin A \\ \Rightarrow \frac{1}{2}(10)(14) \sin A &= 40 \\ \Rightarrow 70 \sin A &= 40 \\ \Rightarrow \sin A &= \frac{40}{70} \\ \Rightarrow A &= \sin^{-1} \frac{40}{70} \end{aligned}$$



Chun A a fháil, eochraigh isteach **SHIFT** **sin** 40 **÷** 70 **=**

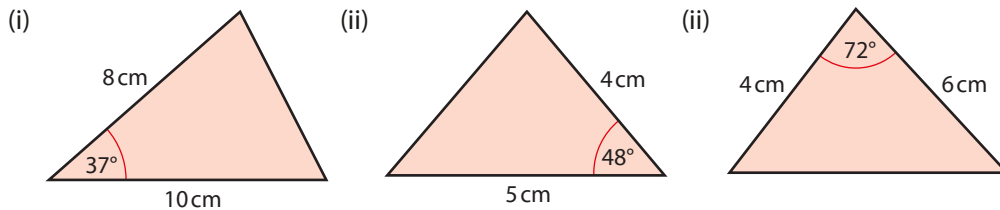
Is é an freagra ná 34.85°

$\therefore A = 35^\circ$, ceart go dtí an chéim is gaire.

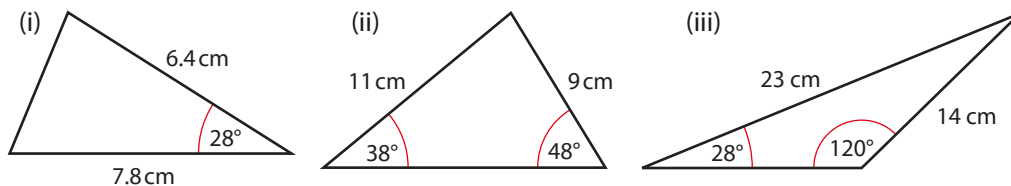
Cleachtadh 14.5

1. Faigh achar gach ceann de na triantáin thíos.

Bíodh do chuid freagraí ina cm^2 , ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.

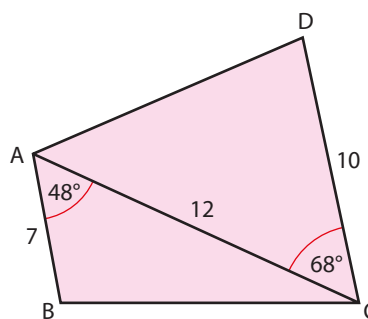


2. Faigh achar gach ceann de na triantáin seo ina cm^2 , ceart go dtí an tslánuimhir is gaire.



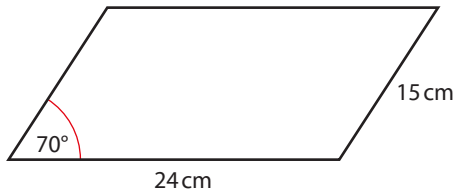
3. Faigh achar na fíorach ABCD.

Bíodh do fhreagra ceart go dtí an tslánuimhir is gaire.

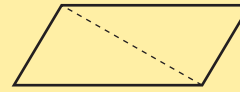




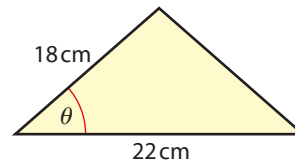
4. Faigh achar an chomhthreomharáin seo, ceart go dtí an cm^2 is gaire.



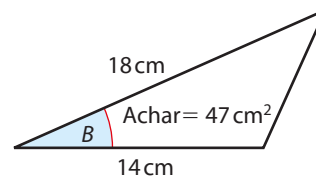
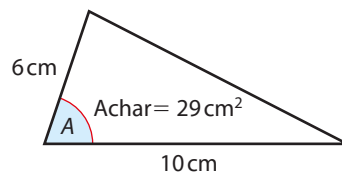
Is féidir caitheamh le comhthreomharán mar dhá thriantán chomhionanna.



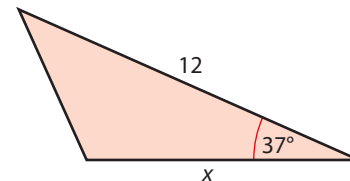
5. Faigh achar an triantáin ar dheis má tá $\sin \theta = 0.7$. Bíodh do fhreagra ceart go dtí an cm^2 is gaire.



6. Tugtar achar an dá thriantán thíos. Ríomh tomhas an dá uillinn A agus B . Bíodh do fhreagra ceart go dtí an chéim is gaire sa dá chás.

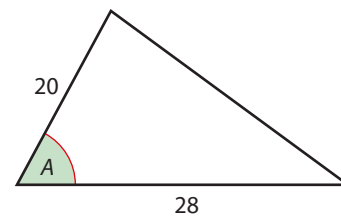


7. 30 aonad cearnach atá in achar an triantáin ar dheis. Faigh fad an tsleasa x , ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.



8. Is é 43.3 cm^2 an t-achar atá i dtriantán comhshleasach. Faigh fad shleasa an triantáin.

9. I gcás an triantáin ar dheis, tá $\cos A = \frac{4}{5}$. Faigh luach $\sin A$ gan áireamhán a úsáid. Uaidh sin faigh achar an triantáin.



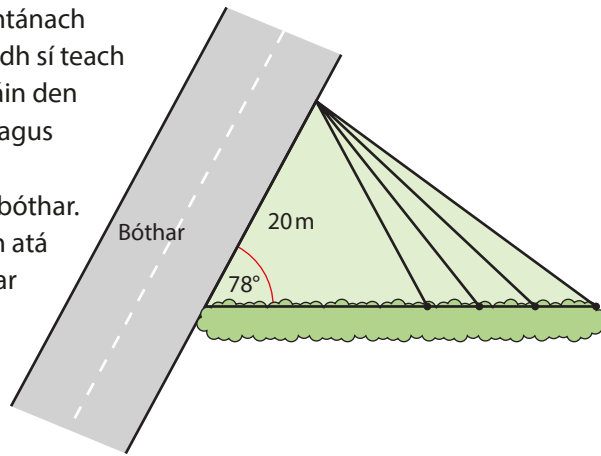
10. Is píosa talún triantánach é RST ina bhfuil $|RT| = 18 \text{ m}$ agus $|TS| = 23 \text{ m}$. 207 m^2 atá in achar an pháisá talún.

- (i) Tarraing sceitse garbh den pháisá talún sin. (ii) Faigh $|\angle RTS|$.
 (iii) Dá ndúblófaí faid na sleasa ar an bpíosa talún agus dá bhfágfaí tomhas $\angle RTS$ gan athrú, fiosraigh an ndúblófaí achar an pháisá talún freisin. Tabhair míniú ar do fhreagra.

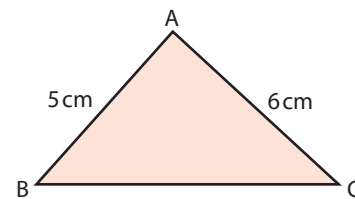




- 11.** Is mian le feirmeoir píosa talún triantánach a thabhairt dá iníon le go bhféadfaidh sí teach a thógáil ann. Tá fál ar thaobh amháin den pháosa talún, bóthar ar thaobh eile agus páirc ar an tríú taobh. Déanann an fál uillinn 78° leis an mbóthar. Má tá an taobh sin den pháosa talún atá buailte leis an mbóthar 20 méadar ar fad agus más 1500 m^2 atá in achar an pháosa talún, cá fhad is atá an taobh sin den pháosa talún atá buailte leis an bhfál? Bíodh do fhreagra ceart go dtí an méadar is gaire.



- 12.** I gcás an triantáin ABC ar dheis, tá $\cos \angle BAC = \frac{1}{5}$.
- Faigh $\sin \angle BAC$ i bhfoirm surda.
 - Léirigh gur féidir achar an triantáin ABC a scríobh san fhoirm $k\sqrt{k}$, $k \in \mathbb{N}$. Scríobh síos uaidh sin luach k .



Mír 14.6 Riail an tSínis

Agus stáidéar á dhéanamh againn ar an triantánacht go dtí seo, is le triantáin dhronuilleacha a bhíomar ag plé den chuid is mó.

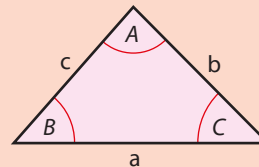
Sa mhír seo beimid ag plé le Riail an tSínis, rud a chuirfidh ar ár gcumas sleasa agus uillineacha triantáin a fháil sa chás nach bhfuil dronuillinn ar bith sa triantán.

Riail an tSínis

I gcás triantán ar bith ABC, tá

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

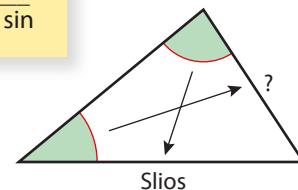
nó
$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$



Is féidir Riail an tSínis a chur i bhfocail freisin, mar a dhéantar sa bhosca thíos.

$$\frac{\text{Slíos ar bith}}{\text{síneas na huillinne os a chomhair}} = \frac{\text{Slíos ar bith eile}}{\text{síneas na huillinne os a chomhair sin}}$$

Chun úsáid a bhaint as Riail an tSínis le triantán a réiteach, ní mór slíos amháin agus an uillinn os a chomhair a bheith ar eolas againn, chomh maith le huillinn nó slíos amháin eile.



Go praiticiúil, ní úsáidimid ach dhá chuid de Riail an tSínis agus muid ag réiteach fadhbanna, i.e.

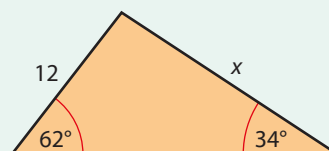
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \text{ nó } \frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b}$$

Chun slios a fháil, bíodh na sleasa ar barr.
Chun uillinn a fháil, bíodh na huillinneacha ar barr.

Sampla 1

Faigh, ceart go dtí an tslánuimhir is gaire, fad an tsleasa x sa triantán ar dheis.

Tá slios amháin 12 aonad ar fad, agus 34° atá san uillinn os a chomhair.



De réir Riail an tSínis tá:

$$\frac{x}{\sin 62^\circ} = \frac{12}{\sin 34^\circ}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{0.8829} = \frac{12}{0.5592} \text{ ...eochnraigh isteach } \sin 62 \text{ agus } \sin 34$$

$$\Rightarrow x(0.5592) = 12(0.8829)$$

$$\Rightarrow x = \frac{12(0.8829)}{0.5592} = 18.946 \Rightarrow x = 19$$

Sampla 2

Faigh méid na huillinne A , ceart go dtí an chéim is gaire. Uaidh sin, faigh achar an triantáin ABC .

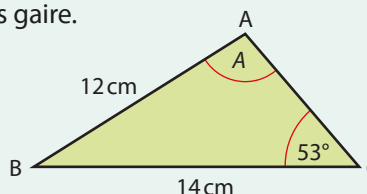
$$\frac{12}{\sin 53^\circ} = \frac{14}{\sin A}$$

$$\Rightarrow \frac{12}{0.7986} = \frac{14}{\sin A}$$

$$\Rightarrow 12 \sin A = 14(0.7986)$$

$$\Rightarrow \sin A = \frac{14(0.7986)}{12} = 0.9317$$

$$\Rightarrow A = \sin^{-1} 0.9317$$



Chun A a fháil, eochnraigh isteach **SHIFT** **sin** 0.9317 **=**.

Is é 68.70° an freagra.

\therefore Tá $A = 69^\circ$, ceart go dtí an chéim is gaire

Gheobhaimid an uillinn B anois le go bhféadfaimid teacht ar achar $\triangle ABC$.

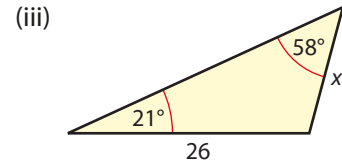
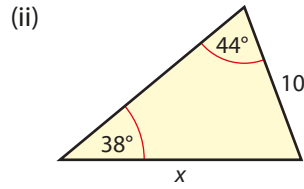
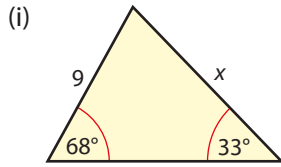
$$B = 180^\circ - 53^\circ - 69^\circ \Rightarrow B = 58^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{Achar } \triangle ABC &= \frac{1}{2}|AB| \cdot |BC| \sin B \\ &= (0.5)(12)(14) \sin 58^\circ \\ &= 71.236 \end{aligned}$$

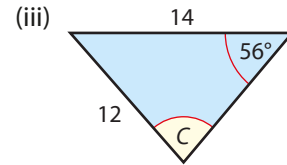
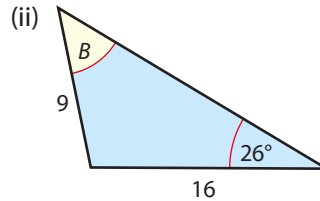
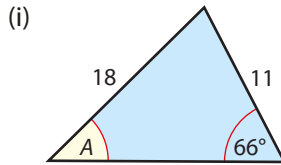
$$\text{Achar} = 71.2 \text{ cm}^2$$

Cleachtadh 14.6

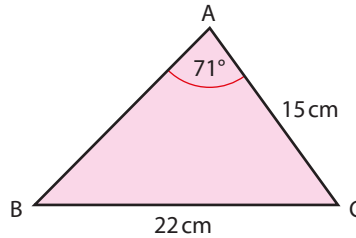
1. Faigh, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha, fad an tsleasa x i ngach ceann de na triantáin seo.



2. Faigh méid na huillinne a bhfuil litir ag freagairt di i ngach ceann de na triantáin seo. Bíodh gach uillinn ceart go dtí an chéim is gaire.



3. I gcás an triantáin thíos, tá $|\angle BAC| = 71^\circ$, $|BC| = 22$ cm agus $|AC| = 15$ cm.

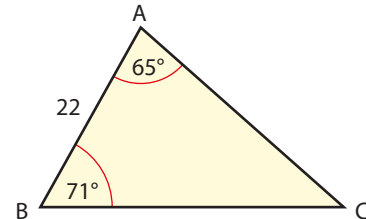


- Faigh (i) $|\angle ABC|$, ceart go dtí an chéim is gaire
(ii) $|AB|$, ceart go dtí an cm is gaire.

4. I gcás an triantáin ar dheis, tá $|AB| = 22$, $|\angle BAC| = 65^\circ$ agus $|\angle ABC| = 71^\circ$.

Faigh, ceart go dtí an tslánuimhir is gaire,

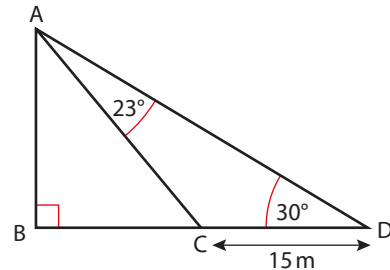
- (i) $|BC|$
(ii) achar an triantáin ABC.



5. I gcás an triantáin ar dheis, tá $|CD| = 15$ m, $|\angle ADC| = 30^\circ$, $|\angle CAD| = 23^\circ$ agus $|\angle ABC| = 90^\circ$.

Faigh, ina mhéadair, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha,

- (i) $|AC|$
(ii) $|AB|$.

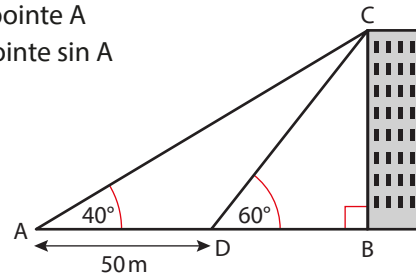




6. Is é 40° an uillinn airde go dtí barr an túir [BC] ón bpointe A ar leibhéal na talún. Má shiúlann duine 50 m ón bpointe sin A i dtreo an túir, 60° a bheidh san uillinn airde ansin.

Faigh, ceart go dtí an méadar is gaire,

- (i) $|CD|$
- (ii) airde an túir [BC].

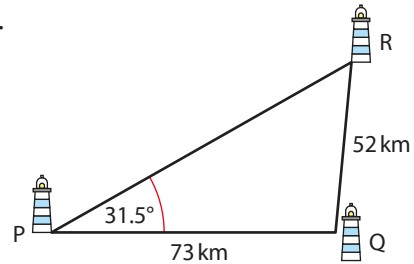


7. Dhá theach solais, P agus Q, tá siad 73 km óna chéile.

Teach solais eile, R, tá sé suite 52 km ó Q.

Má tá $|\angle RPQ| = 31.5^\circ$, faigh

- (i) $|\angle PRQ|$, ceart go dtí an chéim is gaire
- (ii) $|PR|$, ceart go dtí an ciliméadar is gaire.

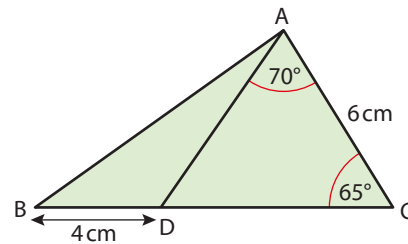


8. Triantán is ea ABC agus pointe ar an líne BC is ea D.

Má tá $|BD| = 4$ cm, $|AC| = 6$ cm, $|\angle ACD| = 65^\circ$ agus

$|\angle DAC| = 70^\circ$, faigh

- (i) $|DC|$, ceart go dtí an cm is gaire
- (ii) achar $\triangle ABC$, ceart go dtí an cm^2 is gaire.



9. Sa léaráid thall tá dhá bhruach abhann atá comhthreomhar lena chéile.

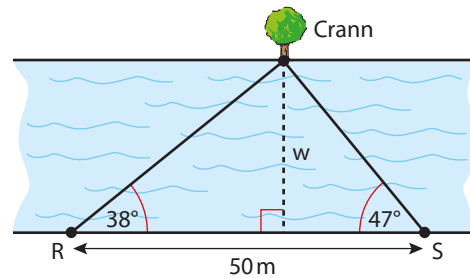
38° agus 47° atá sna huillinneacha ó na pointí R agus S ar bhruach amháin go dtí crann ar an mbruach eile, mar a léirítear.

Faigh, ceart go dtí an méadar is gaire,

38° agus 47° atá sna huillinneacha ó na pointí R agus S ar bhruach amháin go dtí crann ar an mbruach eile, mar a léirítear.

Faigh, ceart go dtí an méadar is gaire,

- (i) an fad ó R go dtí an crann
- (ii) w, leithead na habhann.



10. Tógann feirmeoir cró triantánach. Ar thaobh amháin den chró tá sconsa atá 59 méadar ar fad, ar thaobh eile tá fál atá 68 méadar ar fad agus ar an triú taobh tá balla.

49° atá san uillinn idir an balla agus an fál.

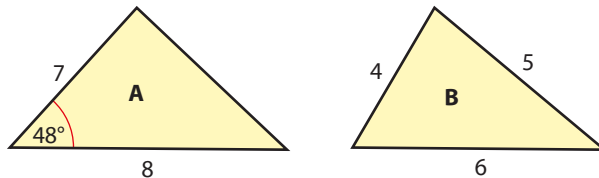
Tarraing sceitse garbh den triantán.

- (i) Faigh tomhas na huillinne idir an sconsa agus an balla, ceart go dtí an chéim is gaire.
- (ii) Faigh fad an bhalla, ceart go dtí an méadar is gaire.
- (iii) Faigh achar an chró, ceart go dtí an m^2 is gaire.



Mír 14.7 Riail an Chomhshínis

I ngach ceann den dá thriantán thíos, cuirtear 3 fhíosa eolais ar fáil dúinn.
 I gcás thriantán **A**, tugtar fad dhá shlios chomh maith le méid na huillinne eatarthu.
 I gcás thriantán **B**, tugtar fad gach ceann de na trí shlios.



Ní féidir úsáid a bhaint as Riail an tSínis i gcás ceachtar den dá thriantán sin chun na sleasa eile nó na huillinneacha eile a fháil.

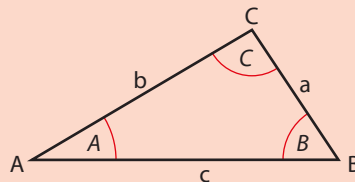
Is le riail eile a réitimid na triantáin sin. Tugtar **Riail an Chomhshínis** ar an riail sin agus tá sí le feiceáil thíos.

I gcás triantán ar bith, ABC, tá

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

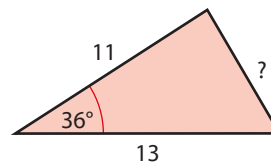
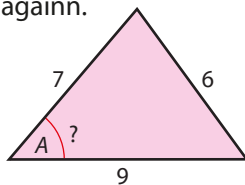
nó $b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$

nó $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$



Baintear úsáid as Riail an Chomhshínis

- le huillinne a fháil nuair atá na trí shlios ar eolas againn.
- leis an tríú shlios a fháil nuair atá dhá shlios agus an uillinne eatarthu ar eolas againn.



Sampla 1

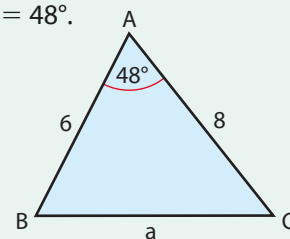
I gcás an triantáin ar dheis, tá $|AB| = 6$, $|AC| = 8$ agus $|\angle BAC| = 48^\circ$.
 Faigh $|BC|$, ceart go dtí an tslánuimhir is gaire.

Bíodh $|BC| = a$.

Gheobhaimid an shlios a ach leas a bhaint as an leagan de *Riail an Chomhshínis* a thosaíonn ar a^2 .

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos A \dots (b = 8 \text{ agus } c = 6) \\ &= 8^2 + 6^2 - 2 \cdot 8 \cdot 6 \cos 48^\circ \\ &= 64 + 36 - 96(0.6691) \\ &= 35.77 \end{aligned}$$

$\Rightarrow a = 5.98$ i.e. tá $|BC| = 5.98 = 6$, ceart go dtí an tslánuimhir is gaire.



Sampla 2

Faigh $|\angle ABC|$ sa triantán ar dheis.

$$\angle ABC = B$$

Gheobhaimid an uillinn B ach leas a bhaint as an leagan de Riail an Chomhshínis a thosnaíonn ar b^2 .

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$$

$$\Rightarrow 25 = 16 + 36 - 2(4)(6) \cos B$$

$$25 = 52 - 48 \cos B$$

$$25 - 52 = -48 \cos B$$

$$-27 = -48 \cos B$$

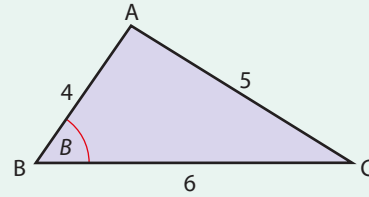
$$48 \cos B = 27$$

$$\cos B = \frac{27}{48}$$

$$B = \cos^{-1} \frac{27}{48} \quad \dots [\text{eochnraigh isteach } \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{cos}} \boxed{27} \boxed{\div} \boxed{48} \boxed{=}]$$

$$B = 55.77^\circ$$

$\therefore |\angle ABC| = 56^\circ$, ceart go dtí an chéim is gaire.



$$\begin{aligned} a &= 6 \\ b &= 5 \\ c &= 4 \end{aligned}$$

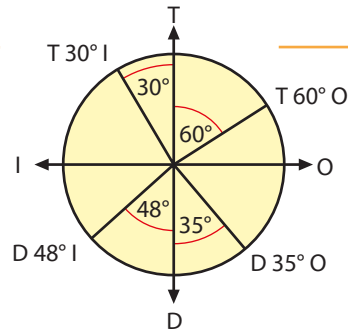
Nóta: 1. Is í *Riail an tSínis* an chéad riail a mbainimid triail aisti agus muid ag iarraidh triantán a réiteach. Mura féidir úsáid a bhaint as *Riail an tSínis*, is í *Riail an Chomhshínis* a úsáidtear.

2. Más luach diúltach atá ar chomhshíneas uillinne i dtriantán, is sa raon idir 90° agus 180° a bheidh an uillinn sin.

Airde an chompáis

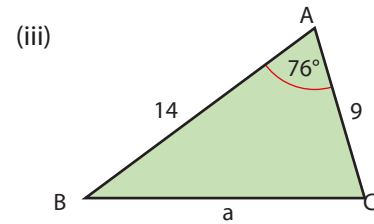
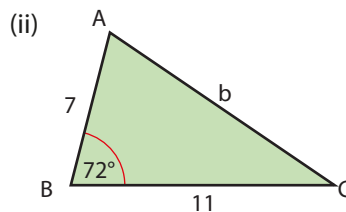
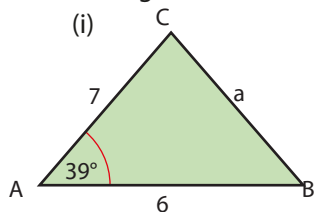
Cuid d'airde an chompáis atá sa léaráid ar dheis.

Tosaíonn airde an chompáis le T (ó thuaidh) nó D (ó dheas) agus ansin luaitear méid áirithe céimeanna soir (O) nó siar (I).



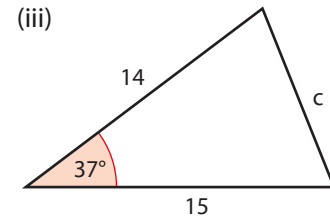
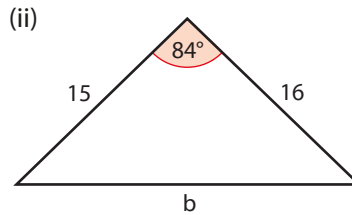
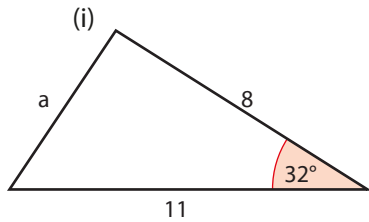
Cleachtadh 14.7

1. Faigh, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha, fad an tsleasa a bhfuil litir ag freagairt dó i ngach ceann de na triantáin seo a leanas:

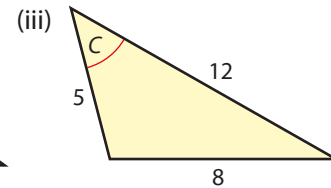
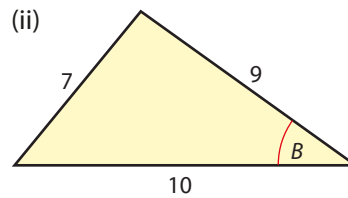
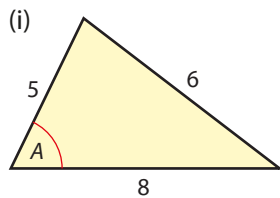




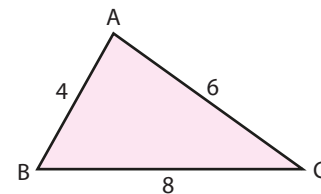
2. Faigh fad an tsleasa a bhfuil litir ag freagairt dó i ngach ceann de na triantáin seo. Bíodh do fhreagra ceart go dtí an tslánuimhir is gaire.



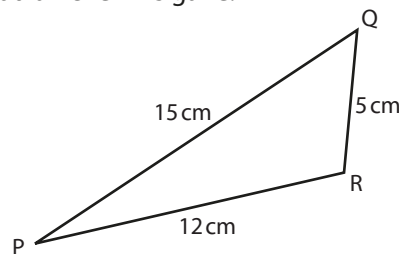
3. Faigh tomhas na huillinne a bhfuil litir ag freagairt di i ngach ceann de na triantáin seo a leanas. Bíodh gach uillinn ceart go dtí an chéim is gaire.



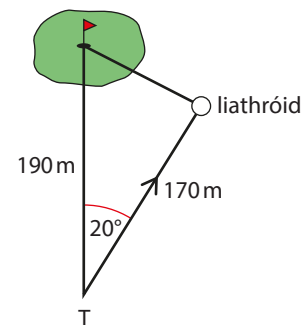
4. Faigh méid na huillinne is lú sa triantán ar dheis. Bíodh do fhreagra ceart go dtí an chéim is gaire.



5. I gcás an triantáin thíos, tá $|PQ| = 15$ cm, $|PR| = 12$ cm agus $|RQ| = 5$ cm. Faigh $|\angle PQR|$, ceart go dtí an chéim is gaire.

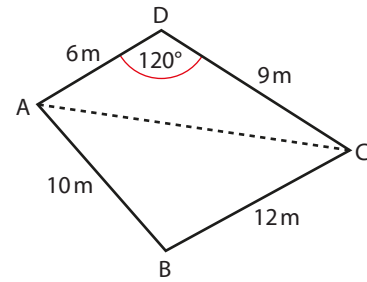


6. Ar chúrsa gailf agus galfaire ag imirt poll faoi leith, is é 190 méadar an fad ón tí go dtí an bhratach ar an bplásóg. Buailéann an galfaire an liathróid ar uillinn 20° ar dheis ón líne sin a théann díreach go dtí an poll. Má théann an liathróid 170 m, faigh an fad idir an liathróid agus an poll. Bíodh do fhreagra ceart go dtí an méadar is gaire.

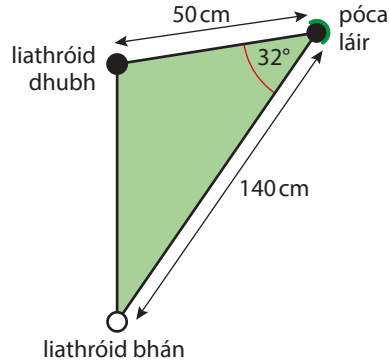




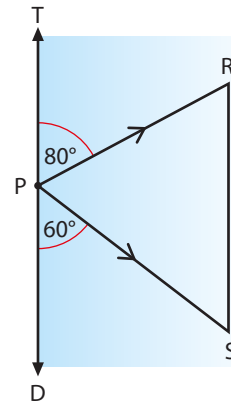
7. Bain leas as an eolas atá le feiceáil san fhíor ar dheis chun teacht ar
- $|AC|$, ceart go dtí an méadar is gaire.
 - Bain leas as fad $[AC]$ ansin chun teacht ar $|\angle ABC|$, ceart go dtí an chéim is gaire.



8. Ar bhord snúcair tá an liathróid bhán agus an liathróid dhubh suite mar atá léirithe sa léaráid. Faigh an fad idir an liathróid bhán agus an liathróid dhubh. Bíodh do fhreagra ceart go dtí an ceintiméadar is gaire.

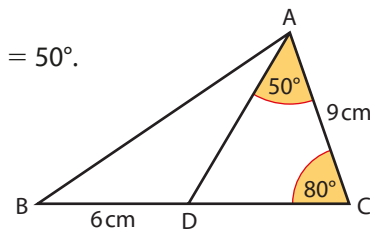


9. Fágann dhá long, R agus S, an port P ag an aon am amháin. Tá R ag gluaiseacht sa treo T 80° O ar luas 24 km/uair. Tá S ag gluaiseacht sa treo D 60° O ar luas 32 km/uair. Cá fhad óna chéile atá an dá long uair an chloig tar éis dóibh an port a fhágáil? Bíodh do fhreagra ceart go dtí an ciliméadar is gaire.

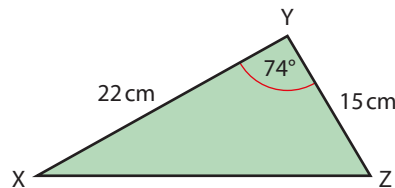


D'fhéadfaí go mbeadh ort *Riail an tSínis* a úsáid chomh maith le *Riail an Chomhshínis* leis na fadhbanna seo a leanas a réiteach.

10. I gcás an triantáin ABC, is pointe ar $[BC]$ é D. Tá $|BD| = 6$ cm, $|AC| = 9$ cm, $|\angle DCA| = 80^\circ$ agus $|\angle CAD| = 50^\circ$.
- Faigh $|DC|$
 - Faigh $|AB|$, ceart go dtí an cm is gaire.



11. I gcás an triantáin XYZ, tá $|XY| = 22$ cm, $|YZ| = 15$ cm agus $|\angle XYZ| = 74^\circ$.
- Faigh
- $|XZ|$, ceart go dtí an cm is gaire.
 - $|\angle YXZ|$, ceart go dtí an chéim is gaire.

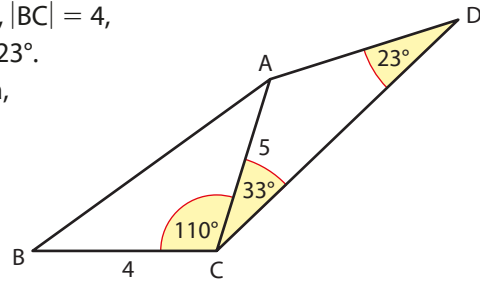




- 12.** I gcás an cheathairshleasáin ABCD, tá $|AC| = 5$, $|BC| = 4$,
 $|\angle BCA| = 110^\circ$, $|\angle ACD| = 33^\circ$ agus $|\angle CDA| = 23^\circ$.

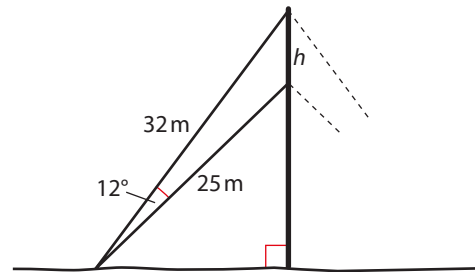
Faigh, ceart go dtí dhá ionad de dheachúlacha,

- (i) $|AB|$
- (ii) $|CD|$.



- 13.** Feicfidh tú sa léaráid ar dheis sreanga agus iad ceangailte d'aeróg chumarsáide.

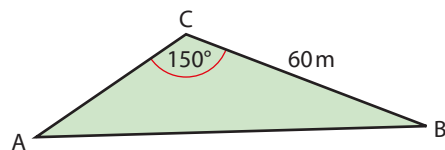
Faigh an fad h , ceart go dtí an méadar is gaire.



- 14.** I gcás an triantáin ABC, tá $|BC| = 60$ m agus $|\angle ACB| = 150^\circ$.

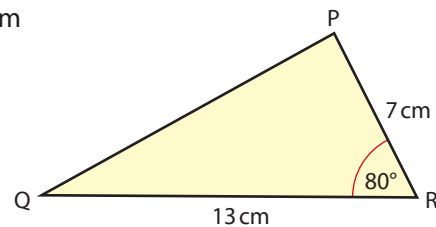
Má tá achar $\triangle ABC = 450 \text{ m}^2$, faigh

- (i) $|AC|$
- (ii) imlíne an triantáin ABC, ceart go dtí an méadar is gaire.



- 15.** I gcás an triantáin PQR, tá $|PR| = 7$ cm, $|QR| = 13$ cm agus $|\angle PRQ| = 80^\circ$.

- (i) Faigh fad $[PQ]$ ina cheintiméadair, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.
- (ii) Faigh $|\angle QPR|$, ceart go dtí an chéim is gaire.

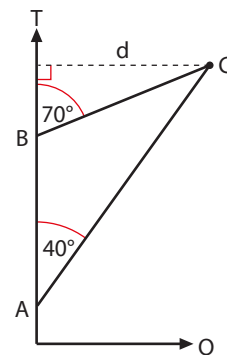


- 16.** Is dhá pointe iad A agus B atá 300 méadar óna chéile ar chosán díreach atá ag dul díreach ó thuaidh.

San aird $T40^\circ O$ ón bpointe A atá an cuaille C.

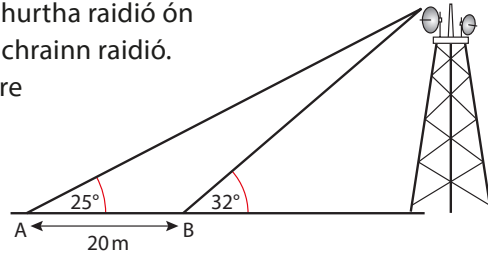
San aird $T70^\circ O$ ón bpointe B atá C.

- (i) Faigh an fad ó B go dtí an cuaille, ceart go dtí an méadar is gaire.
- (ii) Faigh an t-achar is giorra, d , ón gcosán go dtí an cuaille, ceart go dtí an méadar is gaire.

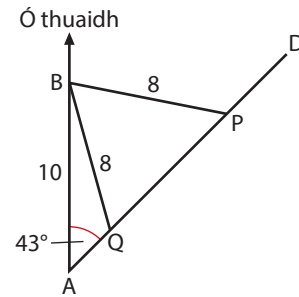




- 17.** Is é 25° an uillinn airde go dtí barr crann tarchurtha raidió ón bpointe A atá ar an airde chéanna le bun an chrainn raidió. Ón bpointe B, pointe atá 20 méadar níos gaire don chrann raidió agus atá ar an airde chéanna le A, is é 32° an uillinn airde. Faigh airde an chrainn raidió ina méadair, ceart go dtí an méadar is gaire.



- 18.** Sa léaráid thall, feictear an pointe A atá 10 km ó dheas ó phointe eile, B. Tá bóthar díreach ann, AD, sa chaoi is go bhfuil D suite $T 43^\circ O$ ó A. Is pointí ar an mbóthar iad P agus Q. Tá siad araon 8 km ó B.
- Faigh $|\angle BPA|$, ceart go dtí an chéim is gaire.
 - Faigh $|\angle ABP|$, ceart go dtí an chéim is gaire.



Mír 14.8 Na huillinneacha 30° , 45° agus 60°

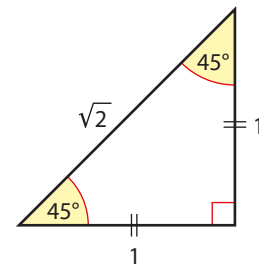
Baintear úsáid as na huillinneacha 30° , 45° agus 60° go rímhinic sa triantánacht. Sa mhír seo bainfimid leas as triantáin chun cóimheasa an tsínis, an chomhshínis agus an tangaint ar na huillinneacha sin a scríobh ina gcodáin nó ina surdaí.

An uillinn 45°

Is triantán comhchosach é an triantán ar dheis, áit a bhfuil na sleasa atá cothrom lena chéile 1 aonad ar fad.

Tá an taobhagán $\sqrt{2}$ aonad ar fad.

Is féidir cóimheasa an tsínis, an chomhshínis agus an tangaint a léamh ón triantán.



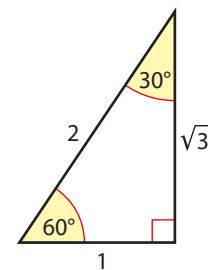
$$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \tan 45^\circ = 1$$

Na huillinneacha 30° agus 60°

Tá uillinn 60° agus uillinn 30° sa triantán dronuilleach ar dheis.

Is féidir linn úsáid a bhaint as an triantán sin chun cóimheasa triantúla an dá uillinn sin a scríobh síos.

$$\begin{aligned} \sin 60^\circ &= \frac{\sqrt{3}}{2} & \cos 60^\circ &= \frac{1}{2} & \tan 60^\circ &= \sqrt{3} \\ \sin 30^\circ &= \frac{1}{2} & \cos 30^\circ &= \frac{\sqrt{3}}{2} & \tan 30^\circ &= \frac{1}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$



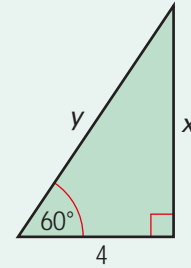
Nóta: Tugtar cóimheasa an tsínis, an chomhshínis agus an tangaint le haghaidh 30° , 45° agus 60° ar leathanach 13 de *Foirmlí agus Táblaí*.



Sampla 1

Faigh luach x agus luach y sa triantán dronuilleach ar dheis, gan áireamhán a úsáid.

$$\begin{aligned} \frac{x}{4} &= \tan 60^\circ & \frac{4}{y} &= \cos 60^\circ \\ \Rightarrow \frac{x}{4} &= \frac{\sqrt{3}}{1} & \Rightarrow \frac{4}{y} &= \frac{1}{2} \\ \Rightarrow x &= 4\sqrt{3} & \Rightarrow y &= 8 \end{aligned}$$

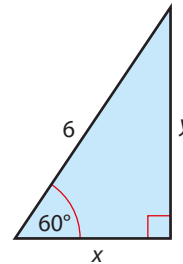


Cleachtadh 14.8

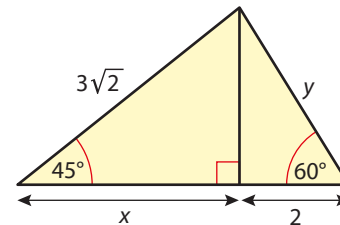
Gan áireamhán a úsáid, scríobh luach gach ceann díobh seo a leanas ina chodán simplí nó ina shurda:

1. $\cos 60^\circ$
2. $\tan 45^\circ$
3. $\sin 30^\circ$
4. $\cos 45^\circ$
5. $\sin^2 30^\circ$
6. $\cos 30^\circ$
7. $\sin 60^\circ$
8. $\cos^2 45^\circ$
9. $\sin^2 60^\circ$
10. $\tan^2 30^\circ$
11. Léirigh go bhfuil (i) $1 - \sin^2 30^\circ = \cos^2 30^\circ$ (ii) $\sin 60^\circ = 2 \sin 30^\circ \cos 30^\circ$

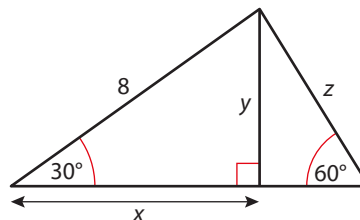
12. Gan áireamhán a úsáid, faigh luach x agus luach y sa triantán ar dheis.



13. Faigh luach x agus luach y sa triantán ar dheis, gan áireamhán a úsáid.

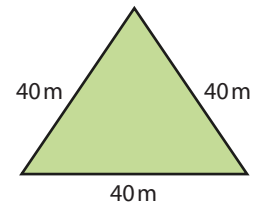


14. Faigh luach x , y agus z sa léaráid thíos, gan áireamhán a úsáid.





- 15.** Tá páirc áirithe i gcruth triantán comhshleasach, mar a léirítear ar dheis. Tá gach slios 40 m ar fad. Mol dhá mhodh le hachar na páirce seo a fháil, gan áireamhán a úsáid. Bain leas as gach ceann den dá mhodh ansin chun an t-achar a fháil. Tabhair do fhreagra i bhfoirm surda.



Mír 14.9 Achar teascóige – fad stua

D'fhoghlaim tú cheana cén chaoi le himlíne ciorcail agus le hachar ciorcail a fháil.

Seo thíos na foirmlí a theastaíonn chun iad a oibriú amach.

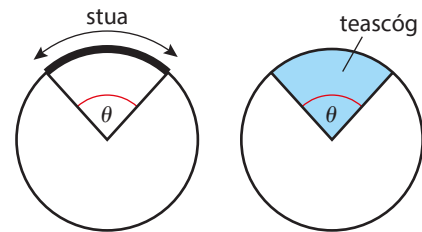
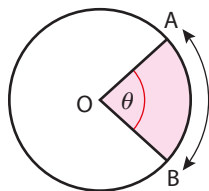
Imlíne ciorcail = $2\pi r$

Achar ciorcail = πr^2

Sa mhír seo, foghlaimimid an dóigh le teacht ar

- (i) fad stua ciorcail
- (ii) achar teascóg ciorcail.

Ciorcal dar lárphointe O atá sa léaráid thíos.



Teascóg den chiorcal is ea OAB, áit a bhfuil $|\angle AOB| = \theta$.

An **mionstua** a thugtar ar AB.

$$\text{Achar na teascóige AOB} = \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$$

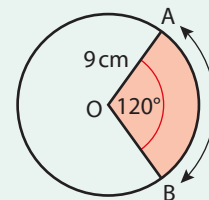
$$\text{Fad an mhionstua AB} = \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r$$

Sampla 1

9 cm atá i nga an chiorcail ar dheis, agus tá $|\angle AOB| = 120^\circ$.

Má tá $\pi = \frac{22}{7}$, faigh

- (i) fad an mhionstua AB
- (ii) achar na teascóige scáthaithe AOB.





$$\begin{aligned}
 \text{(i) Fad an stua AB} &= \frac{120^\circ}{360^\circ} \times 2\pi r \\
 &= \frac{120}{360} \times \frac{2}{1} \times \frac{22}{7} \times \frac{9}{1} \\
 &= 18.86 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(ii) Achar na teascóige AOB} &= \frac{120^\circ}{360^\circ} \times \pi r^2 \\
 &= \frac{120}{360} \times \frac{22}{7} \times \frac{9^2}{1} = 84.86 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

Sampla 2

Tá achar na teascóige AOB = 205 cm².
Faigh fad gha an chiorcail.

Tugaimis r ar gha an chiorcail.

$$\text{Achar AOB} = \frac{120}{360} \times \pi r^2 = 205 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow \frac{\pi r^2}{3} = 205$$

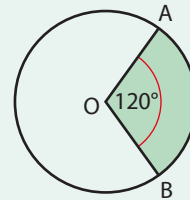
$$\Rightarrow \pi r^2 = 205 \times 3 \quad \dots \text{iolraigh an dá thaobh faoi 3}$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{205 \times 3}{\pi}$$

$$= 195.76 \quad \dots \text{úsáid an eochair } \pi \text{ ar an áireamhán}$$

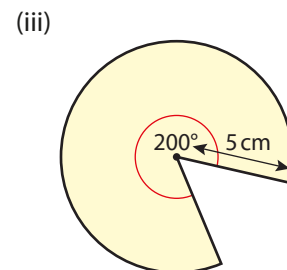
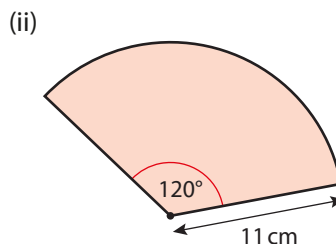
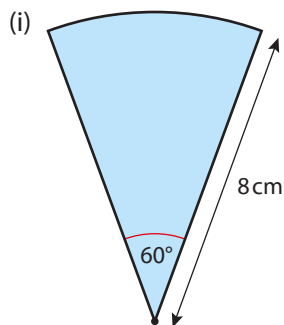
$$\Rightarrow r = \sqrt{195.76} = 13.99$$

$$\Rightarrow \text{ga} = 14 \text{ cm, ceart go dtí an cm is gaire.}$$



Cleachtadh 14.9

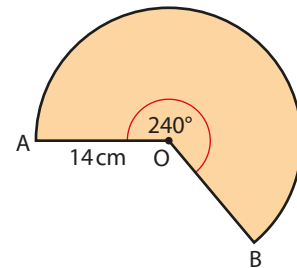
1. Faigh achar gach ceann de na teascóga seo, ceart go dtí an cm² is gaire:



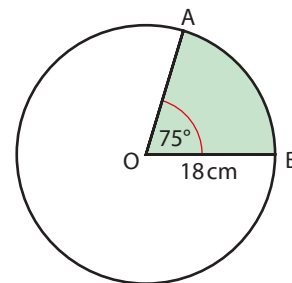


2. Faigh fad an stua ar gach ceann de na teascóga i gceist 1 ar an leathanach roimhe seo. Tabhair do fhreagra ina cheintiméadair, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.

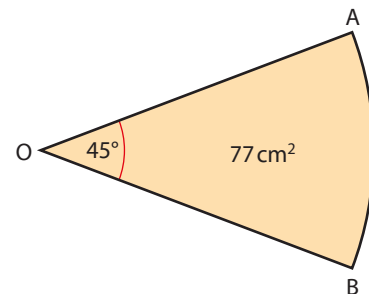
3. Faigh, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha,
 (i) achar na teascóige AOB
 (ii) fad an stua AB sa léaráid ar dheis.



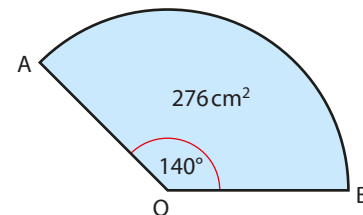
4. 18 cm atá i nga an chiorcail ar dheis. Tá tomhas $\angle AOB = 75^\circ$.
 (i) Faigh fad an stua AB, ceart go dtí an ceintiméadar is gaire.
 (ii) Faigh achar na teascóige AOB, ceart go dtí an cm^2 is gaire.



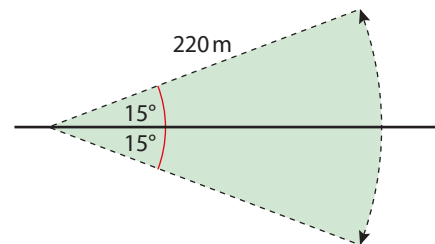
5. Faigh fad gha an chiorcail seo más é 77 cm^2 achar na teascóige tugtha.



6. I gcás na teascóige ar dheis, tá $|\angle AOB| = 140^\circ$ agus is é 276 cm^2 an t-achar. Faigh fad gha an chiorcail, ceart go dtí an cm is gaire.

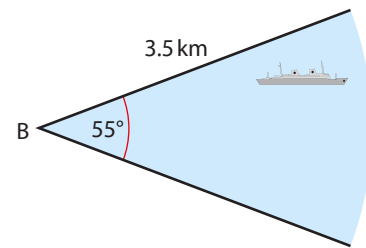


7. Is féidir le galtaire liathróid a bhualadh 220 m agus é cruinn go dtí 15° ar cheachtar taobh den spriochtreo. Faigh fad an stua ar a bhféadfadh sé a liathróid a fháil, ceart go dtí an méadar is gaire.





8. Cuardaíonn radar de chuid an gharda cósta trí uillinn 55° ón áit a bhfuil sé, B. Más 3.5 km atá i raon an radair, faigh achar na teascóige ina ndéanann an radar cuardach. Bíodh do fhreagra ina km^2 , ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.

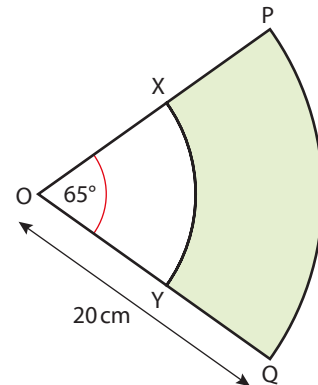


9. Is teascóg de chiorcal é OPQ . 20 cm atá i nga an chiorcail. Is é X lárphointe $[OP]$ agus is é Y lárphointe $[OQ]$. Tá an uillinn $POQ = 65^\circ$.

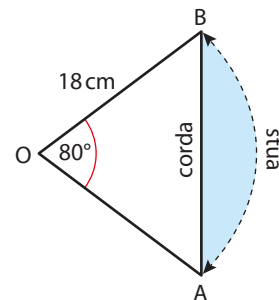
Ríomh

- (i) achar $XPQY$
- (ii) imlíne $XPQY$.

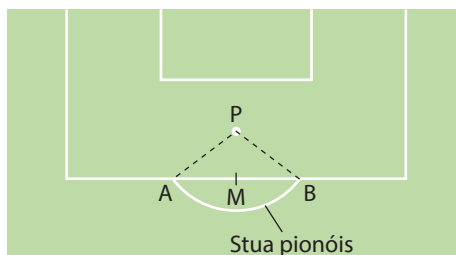
Bíodh gach freagra ceart go dtí an tslánuimhir is gaire.



10. 18 cm atá i nga na teascóige ar dheis. 80° atá san uillinn sa teascóg. Faigh, ceart go dtí an tslánuimhir is gaire i ngach cás,
- (i) fad an stua AB
 - (ii) fad an chorda $[AB]$
(Leid: Bain úsáid as Riail an Chomhshínis)
 - (iii) achar na teascóige OAB
 - (iv) achar an triantáin OAB
 - (v) achar an réigiúin scáthaithe.



11. Cuid de pháirc peile atá sa léaráid thíos.



Is cuid de chiorcal é an stua pionóis. 10 méadar atá i nga an chiorcail agus is é P lárphointe an chiorcail. Is é M lárphointe $[AB]$ agus tá $|PM| = 6$ mhéadar.

- (i) Faigh méid $\angle APB$, ceart go dtí an chéim is gaire.
- (ii) Ríomh fad an stua pionóis, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.



Mír 14.10 Cóimheasa uillinneacha atá níos mó ná 90° —

1. Ciorcal an Aonaid

Seo ar dheis ciorcal dar lárphointe $(0, 0)$ agus dar ga 1 aonad. Ciorcal an aonaid a thugtar ar an gciorcail sin de ghnáth.

Pointe ar bith ar an gciorcail is ea $P(x, y)$, mar atá le feiceáil sa léaráid.

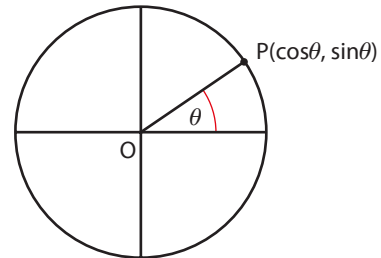
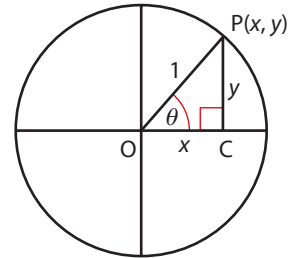
Ón triantán OPC,

$$\frac{x}{1} = \cos \theta \quad \frac{y}{1} = \sin \theta$$

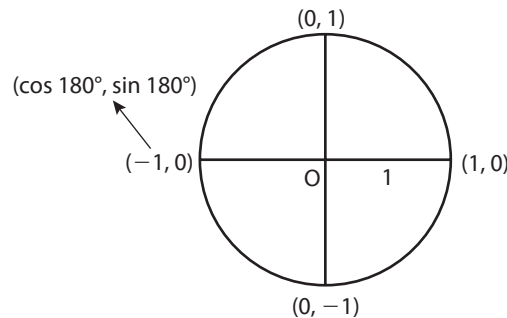
$$\Rightarrow x = \cos \theta \quad \Rightarrow y = \sin \theta$$

\therefore is iad comhordanáidí P ná **$(\cos \theta, \sin \theta)$**

Is iad **$P(\cos \theta, \sin \theta)$** na comhordanáidí atá ag pointe ar bith ar chiorcal an aonaid.



Trasnaíonn ciorcal an aonaid an x-ais agus an y-ais ag na pointí atá léirithe thíos.



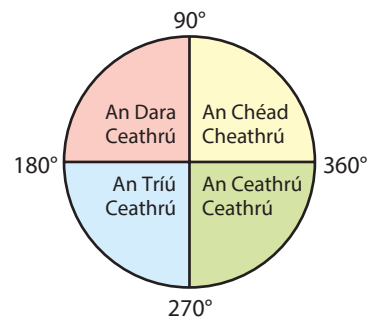
Is féidir linn úsáid a bhaint as na pointí sin chun luach $\sin \theta$ agus $\cos \theta$ a scríobh síos le haghaidh na n-uillinneacha $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ agus 360° .

Dá réir sin, tugann $(-1, 0)$ luachanna $\cos 180^\circ$ agus $\sin 180^\circ$,

i.e. tá $\cos 180^\circ = -1$ agus $\sin 180^\circ = 0$.

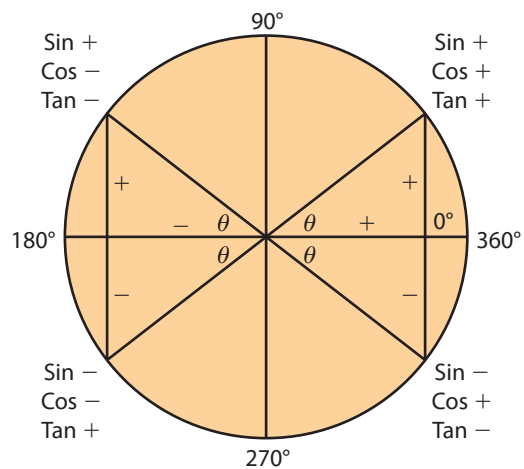
2. Na Ceithre Cheathrú

Roinneann an x-ais agus an y-ais imrothlú iomlán 360° ina cheithre cheathrú, mar atá le feiceáil ar dheis.



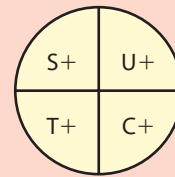


Sa léaráid seo de chiorcal an aonaid, tugtar an uillinn θ i ngach ceann de na ceithre cheathrú. Tugann na comharthaí i ngach triantán le fios cé acu deimhneach nó diúltach a bheidh na cóimheasa sa cheathrú sin.



Léirítear sa bhosca thíos na cóimheasa deimhneacha sna ceithre cheathrú.

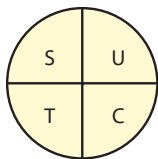
- (i) Tá siad uile (U) deimhneach sa chéad cheathrú
- (ii) Sin (S) amháin atá deimhneach sa dara ceathrú
- (iii) Tan (T) amháin atá deimhneach sa tríú ceathrú
- (iv) Cos (C) amháin atá deimhneach sa cheathrú ceathrú



3. Cóimheas uillinne idir 90° agus 360° a fháil

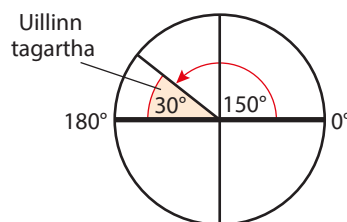
Is féidir áireamhán leictreonach a úsáid chun síneas, comhshíneas agus tangant uillinn ar bith a fháil, an comhartha diúltach san áireamh nuair is ann dó. Seo na céimeanna atá le leanúint más gá cóimheas uillinn áirithe a fháil i bhfoirm codáin nó surda:

1. Déan sceitse garbh den uillinn go bhfaighidh tú amach cén cheathrú ina bhfuil sí.



2. Bain leas as lena fháil amach cé acu deimhneach nó diúltach atá an cóimheas.

3. Faigh an uillinn ($<90^\circ$) idir an líne imrothlaithe agus an **x-ais**. An **uillinn tagartha** a thugtar ar an uillinn sin.



4. Bain úsáid as áireamhán nó as na triantáin 30° , 45° agus 60° chun an cóimheas atá uait a fháil. Bain úsáid as an léaráid ag 2 thuas chun comhartha an chóimheasa a fháil.



Sampla 1

Faigh i bhfoirm surda (i) $\sin 120^\circ$ (ii) $\cos 225^\circ$

(i) $\sin 120^\circ$:

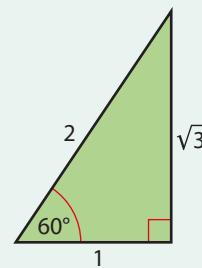
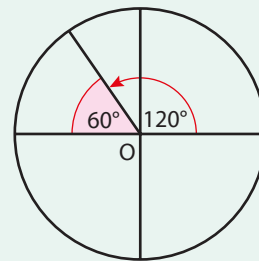
Tá 120° sa dara ceathrú

\Rightarrow deimhneach atá cóimheas an tsínis

Is é an uillinn tagartha ná $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$.

Ón triantán ar dheis, tá

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



(ii) $\cos 225^\circ$:

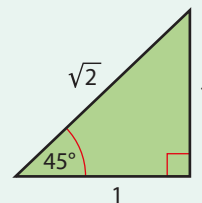
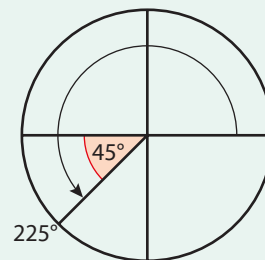
Tá 225° sa tríú ceathrú

\Rightarrow diúltach atá cóimheas an chomhshínis

Is é an uillinn tagartha ná $225^\circ - 180^\circ = 45^\circ$.

Ón triantán 45° ar dheis, tá

$$\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \cos 225^\circ = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$



Sampla 2

Tá $\cos A = -0.4153$ agus tá $0^\circ \leq A \leq 360^\circ$.

Bain úsáid as d'áireamhán chun na luachanna ar A a fháil ina gcéimeanna, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.

$$\cos A = -0.4153$$

Déan neamhaird den chomhartha diúltach agus faigh an uillinn tagartha.

Chun an uillinn tagartha sin a fháil, eochraigh isteach **SHIFT** **cos** 0.4153 **=**



Is é an freagra ná 65.46°

$= 65.5^\circ$, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.

Tá an comhshíneas diúltach sa dara ceathrú agus sa tríú ceathrú.

Dá réir sin, is iad an dá luach ar A ná,

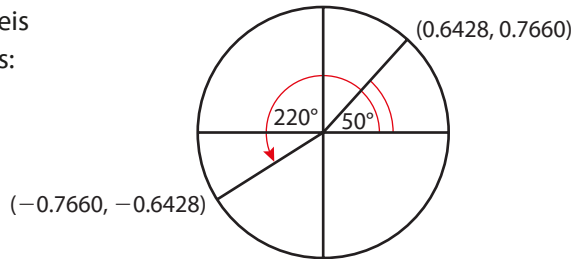
$180^\circ - 65.5^\circ$ agus $180^\circ + 65.5^\circ$

$\therefore A = 114.5^\circ$ agus 245.5°

Cleachtadh 14.10

1. Bain úsáid as ciorcal an aonaid ar dheis chun na luachanna seo a scríobh síos:

- (i) $\sin 50^\circ$
- (ii) $\cos 220^\circ$
- (iii) $\cos 50^\circ$
- (iv) $\sin 220^\circ$



2. Bain úsáid as áireamhán le luach gach ceann de na cóimheasa seo a scríobh síos, ceart go dtí ceithre ionad de dheachúlacha:

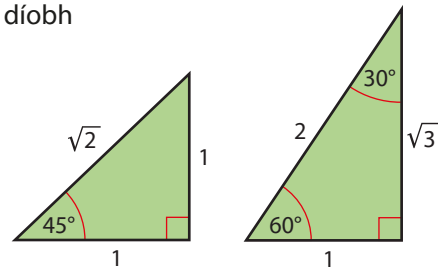
- (i) $\sin 138^\circ$
- (ii) $\cos 212^\circ$
- (iii) $\tan 318^\circ$
- (iv) $\cos 159^\circ$
- (v) $\tan 193^\circ$
- (vi) $\sin 236^\circ$
- (vii) $\cos 317^\circ$
- (viii) $\tan 254^\circ$

3. Má tá $\cos 120^\circ = -\cos 60^\circ$, cóipeáil agus críochnaigh iad seo a leanas ar an gcaoi chéanna:

- (i) $\sin 130^\circ = \dots$
- (ii) $\cos 115^\circ = \dots$
- (iii) $\tan 160^\circ = \dots$
- (iv) $\cos 220^\circ = \dots$
- (v) $\sin 250^\circ = \dots$
- (vi) $\tan 300^\circ = \dots$

4. Bain leas as na triantáin ar dheis chun gach ceann díobh seo a leanas a scríobh ina chodán nó ina shurda:

- (i) $\sin 120^\circ$
- (ii) $\cos 135^\circ$
- (iii) $\sin 240^\circ$
- (iv) $\sin 210^\circ$
- (v) $\cos 330^\circ$
- (vi) $\tan 225^\circ$
- (vii) $\cos 150^\circ$
- (viii) $\sin 300^\circ$
- (ix) $\tan 150^\circ$



5. Faigh, ceart go dtí an chéim is gaire, an dá luach ar A má tá $\sin A = 0.2167$ agus $0^\circ \leq A \leq 360^\circ$.

6. Faigh, ceart go dtí an chéim is gaire, an dá luach ar B i gcás $0^\circ \leq B \leq 360^\circ$ má tá
- (i) $\cos B = -0.8428$
 - (ii) $\tan B = -1.2464$.

7. Má tá $\sin \theta = \frac{1}{2}$, faigh dhá luach ar θ , má tá $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$.

8. Má tá $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$, faigh dhá luach ar $\tan \theta$, má tá $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$.





9. Má tá $\tan A = \frac{1}{\sqrt{3}}$, faigh dhá luach ar $\cos A$, má tá $0^\circ \leq A \leq 360^\circ$.
10. Má tá $\sin \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, faigh dhá luach ar $\cos \theta$ gan áireamhán a úsáid, má tá $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$.
11. Faigh A , ceart go dtí an chéim is gaire, má tá $\sin A = -\frac{4}{5}$ agus $\cos A = -\frac{3}{5}$ i gcás $0^\circ \leq A \leq 360^\circ$.
12. Má tá $\sin B = \frac{3}{5}$ agus $\cos B = -\frac{4}{5}$, faigh luach $\tan B$ gan áireamhán a úsáid, má tá $0^\circ \leq B \leq 360^\circ$.
13. Má tá $\tan B = \frac{1}{\sqrt{3}}$ agus $\sin B = -\frac{1}{2}$, scríobh $\cos B$ i bhfoirm surda.
14. Má tá $\tan A = \frac{1}{2}$ agus $180^\circ < A < 270^\circ$, faigh $\sin A$ i bhfoirm surda.

Cuir triail ort féin 14

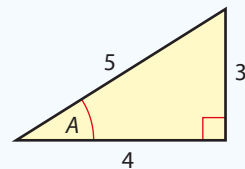
1. Bain úsáid as an triantán dronuilleach ar dheis

chun iad seo a scríobh síos

(i) $\sin A$

(ii) $\tan A$

Anois faigh méid na huillinne A , ceart go dtí an chéim is gaire.

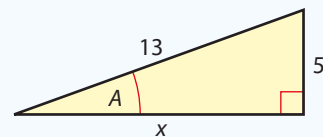


2. Faigh fad an tsleasa x sa triantán ar dheis.

Uaidh sin, scríobh iad seo ina gcodáin

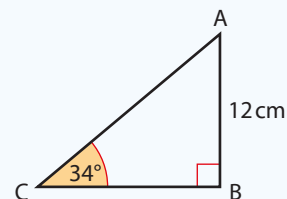
(i) $\tan A$

(ii) $\cos A$.



3. I gcás an triantáin ar dheis, tá $|\angle ACB| = 34^\circ$, $|\angle ABC| = 90^\circ$, agus $|AB| = 12$ cm.

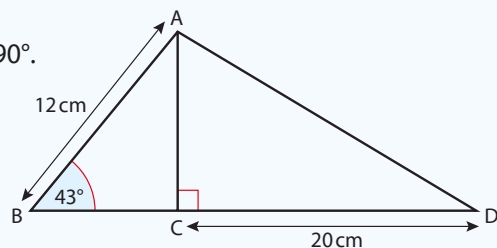
Faigh $|BC|$, ina cm, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.



4. I gcás an triantáin ar dheis, tá $|AB| = 12$ cm, $|CD| = 20$ cm, $|\angle ABC| = 43^\circ$ agus $|\angle ACD| = 90^\circ$.

(i) Faigh $|AC|$, ceart go dtí an cm is gaire.

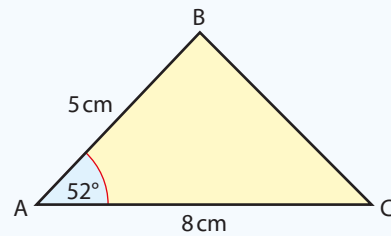
(ii) Faigh $|\angle ADC|$, ceart go dtí an chéim is gaire.



5. Sa triantán ABC ar dheis, tá $|AB| = 5$ cm, $|AC| = 8$ cm agus $|\angle BAC| = 52^\circ$.

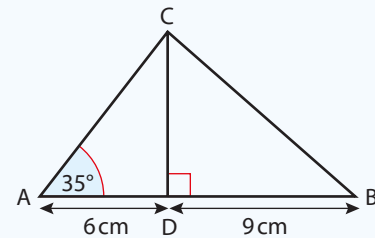
Faigh, ceart go dtí an tslánuimhir is gaire i ngach cás,

- (i) achar an triantáin ABC
- (ii) fad $[BC]$
- (iii) $|\angle BCA|$.

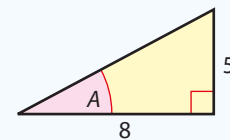


6. Sa léaráid ar dheis, tá $|AD| = 6$ cm, $|DB| = 9$ cm, $|\angle CAD| = 35^\circ$ agus tá CD ingearach le AB.

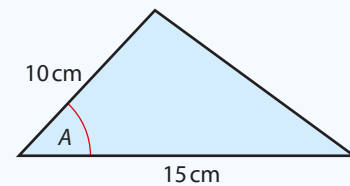
- (i) Faigh $|CD|$, ina cm, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.
- (ii) Faigh $|\angle CBD|$, ceart go dtí an chéim is gaire.



7. (i) Faigh méid na huillinne A san fhíor ar dheis. Bíodh do fhreagra ina chéimeanna, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.

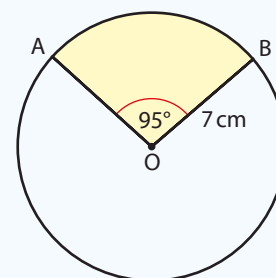


- (ii) 51 cm^2 atá in achar an triantáin ar dheis. Faigh méid na huillinne A, ceart go dtí an chéim is gaire.



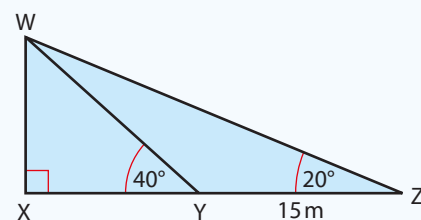
8. 7 cm atá i nga an chiorcail ar dheis agus tá $|\angle AOB| = 95^\circ$.

- (i) Faigh achar na teascóige AOB ina cm^2 , ceart go dtí an tslánuimhir is gaire.
- (ii) Faigh fad an stua AB ina cheintiméadair, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.



9. I gcás na fíorach ar dheis, tá $|YZ| = 15$ m, $|\angle XYW| = 40^\circ$, $|\angle YZW| = 20^\circ$ agus $|\angle WXY| = 90^\circ$. Faigh ina méadair, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha,

- (i) $|WY|$
- (ii) $|WX|$.

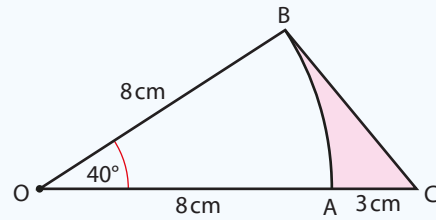




10. I gcás na fóirach ar dheis, is teascóg dar ga 8 cm é OAB agus tá $|\angle AOB| = 40^\circ$.

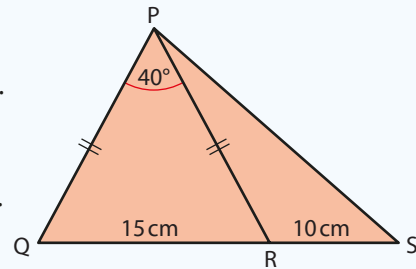
Faigh iad seo ina cm^2 , ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha:

- (i) achar na teascóige OAB
- (ii) achar an réigiúin scáthaithe.

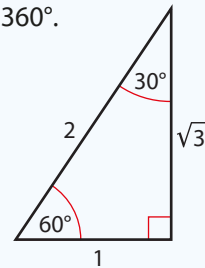


11. I gcás an triantáin PQR, tá $|PQ| = |PR|$, $|QR| = 15 \text{ cm}$ agus $|\angle RPQ| = 40^\circ$.

- (i) Faigh $|PR|$, ceart go dtí an ceintiméadar is gaire.
- (ii) Leantar an líne QR go dtí an pointe S sa chaoi go bhfuil $|RS| = 10 \text{ cm}$.
Faigh $|PS|$, ceart go dtí an ceintiméadar is gaire.



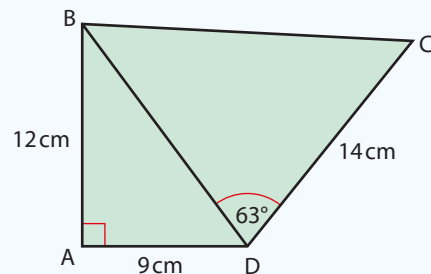
12. (i) Má tá $\sin A = -0.8660$, faigh dhá luach ar A i gcás $0^\circ \leq A \leq 360^\circ$.
(ii) Bain úsáid as an triantán ar dheis chun luach $\sin^2 60^\circ + \cos^2 30^\circ$ a scríobh san fhoirm $\frac{a}{b}$ áit a bhfuil $a, b \in \mathbb{N}$.



13. I gcás an cheathairshleasáin ABCD, tá $|\angle BAD| = 90^\circ$, $|\angle BDC| = 63^\circ$, $|AB| = 12 \text{ cm}$, $|AD| = 9 \text{ cm}$ agus $|DC| = 14 \text{ cm}$.

Faigh, ceart go dtí an tslánuimhir is gaire,

- (i) fad [BD]
- (ii) achar ABCD.



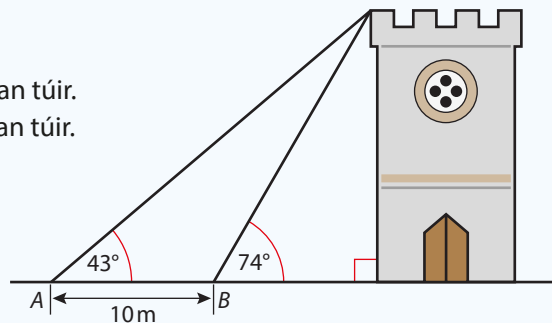
14. Féach an túr sa léaráid ar dheis.

Ag A, is é 43° an uillinn airde go dtí barr an túir.

Ag B, is é 74° an uillinn airde go dtí barr an túir.

Tá $|AB|$ 10 m ar fad.

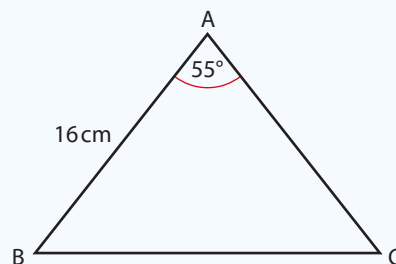
Ríomh airde an túir ina méadair, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.



15. 66 cm^2 atá in achar an triantáin ABC.

Tá $|AB| = 16 \text{ cm}$ agus $|\angle BAC| = 55^\circ$.

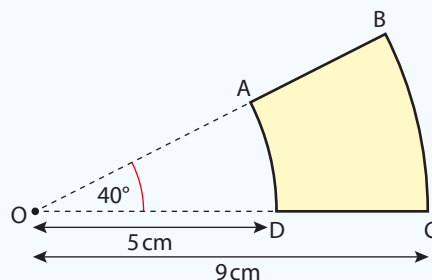
- Faigh $|BC|$, ina cheintiméadair, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.
- Faigh $|\angle ABC|$, ceart go dtí an chéim is gaire.



16. I gcás na dteascóg ar dheis, tá $|\angle BOC| = 40^\circ$, $|OD| = 5 \text{ cm}$ agus $|OC| = 9 \text{ cm}$.

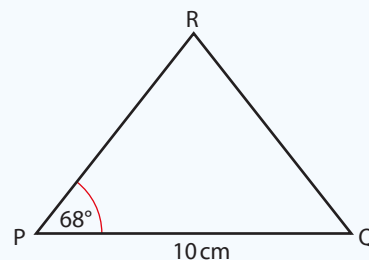
Faigh, ceart go dtí an tslánuimhir is gaire,

- achar ABCD
- imlíne ABCD.

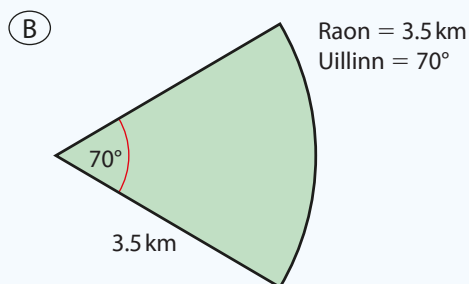
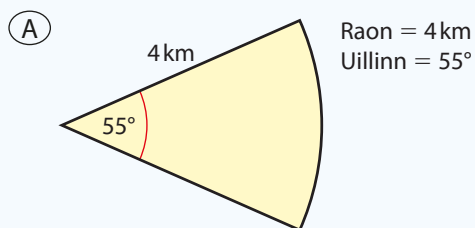


17. Más é 42 cm^2 achar an triantáin PQR, faigh $|PR|$, ina cheintiméadair, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.

Má tá $|RQ| = 11 \text{ cm}$, bain úsáid as an luach a fuair tú le haghaidh $|PR|$ chun tomhas na huillinne RQP a fháil, ceart go dtí an chéim is gaire.



18. Tá dhá chomhlacht a dhéanann radair ag iarraidh a gcuid táirgí a dhíol leis an ngarda cósta. Tugtar thíos sonraíochtaí an dá tháirge, A agus B:

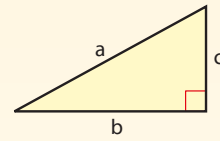


- Más é an ghné is tábhachtaí ná achar na teascóige a ndéanann an radar cuardach ann, cén radar ba chóir a roghnú? Tabhair míniú ar do fhreagra.
- Más €75 000 an costas atá ar radar A agus €73 500 an costas atá ar radar B, cén radar a thugann an luach is fearr ar airgead? Tabhair míniú ar do fhreagra.

Achoimre ar na príomhphointí ...

Teoirim Phíotagarás

I dtriantán dronuilleach, tá achar na cearnóige ar an taobhagán cothrom le suim achair na gcearnóg ar an dá shlios eile.

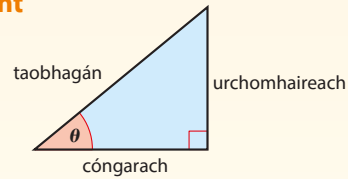


$$a^2 = b^2 + c^2$$

Cóimheas an tsínis, an chomhshínis agus an tangant

$$\sin \theta = \frac{\text{urchoimhaireach}}{\text{taobhagán}} \quad \tan \theta = \frac{\text{urchoimhaireach}}{\text{cóngarach}}$$

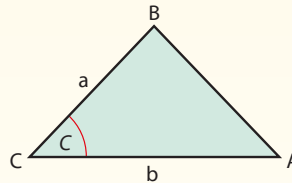
$$\cos \theta = \frac{\text{cóngarach}}{\text{taobhagán}}$$



Achar triantáin

Achar an triantáin ABC:

$$\text{Achar} = \frac{1}{2} ab \sin C$$



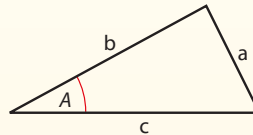
Riail an tSínis

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\text{nó } \frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

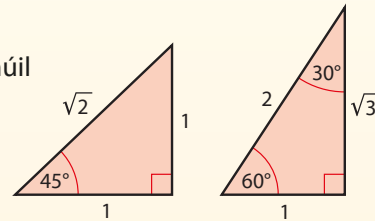
Riail an Chomhshínis

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$



Cóimheasa 30°, 45° agus 60°

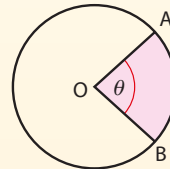
Is féidir teacht ar luachanna na gcóimheas triantánúil le haghaidh na n-uillinneacha 30°, 45° agus 60° ach úsáid a bhaint as na triantáin ar dheis.



Teascóg ciorcail

$$\text{Achar na teascóige AOB} = \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$$

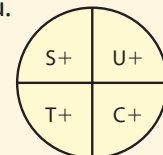
$$\text{Fad an stua AB} = \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r$$



Cóimheasa uillinneacha atá níos mó ná 90°

Feictear sa léaráid na cóimheasa deimhneacha sna ceithre cheathrú.

- (i) Tá siad uile (U) deimhneach sa chéad cheathrú
- (ii) Sin (S) amháin atá deimhneach sa dara ceathrú
- (iii) Tan (T) amháin atá deimhneach sa tríú ceathrú
- (iv) Cos (C) amháin atá deimhneach sa cheathrú ceathrú.



An Chéimseata 2 – Méaduithe agus Tógálacha

Focail thábhachtacha

méadú fachtóir scála lárphointe an mhéadaithe bunfhóir
íomhá rinn sleasa comhfhreagracha tóg tadhlaí déroinnteoir
inchiorcal imchiorcal meánlíne meánlár líníocht de réir scála

Mír 15.1 Méaduithe

Féach an dá ghrianghraf seo.



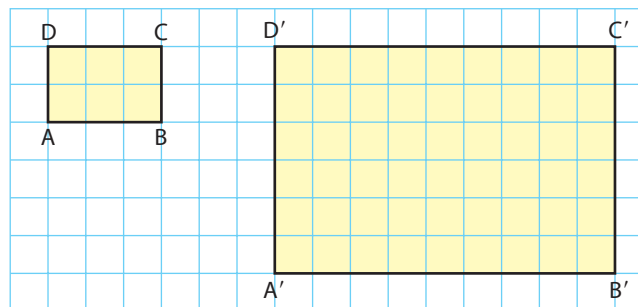
Ón gclaochló céanna a tháinig an dá ghrianghraf.

Tá toisí an ghrianghraif ar dheis dhá oiread thoisí an ghrianghraif ar chlé.

Deirimid gur **méadú** é grianghraf amháin ar an ngrianghraf eile.

Ós rud é go bhfuil fad agus leithead an ghrianghraif mhóir dhá oiread fhad agus leithead an ghrianghraif eile, deirimid gurb é 2 **fachtóir scála** an mhéadaithe.

Sa léaráid seo is méadú í an dronuilleog $A'B'C'D'$ ar an dronuilleog $ABCD$.



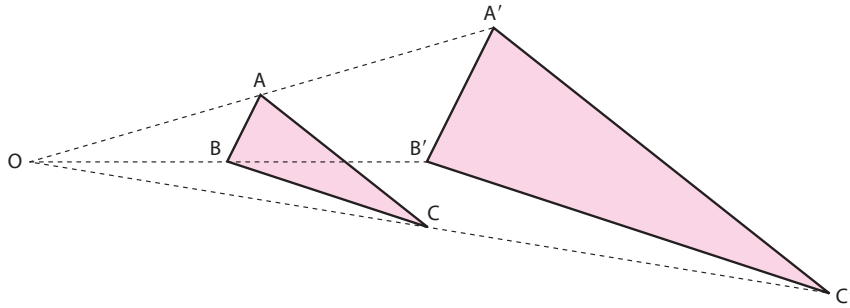
Anseo tá $|AB| = 3$ agus $|A'B'| = 9$ $|AD| = 2$ agus $|A'D'| = 6$

Tá sleasa na dronuilleoige $A'B'C'D'$ trí oiread níos faide ná sleasa na dronuilleoige $ABCD$.

Dá réir sin, is é 3 an **fachtóir scála**.



Dhá thriantán, ABC agus $A'B'C'$, atá léirithe thíos.



Is méadú é an triantán $A'B'C'$ ar an triantán ABC .

Lárphointe an mhéadaithe a thugtar ar an bpointe O .

Ós rud é go bhfuil $|OA'| = 2|OA|$, is é 2 an fachtóir scála.

Ós rud é gurb é 2 an fachtóir scála, tá $|A'B'| = 2|AB|$, $|A'C'| = 2|AC|$ agus $|B'C'| = 2|BC|$.

An **bhunfhíor** a thugtar ar an triantán ABC .

An **íomhá** a thugtar ar an triantán $A'B'C'$.

'Línte teilgin' nó **gatháin** a thugtar ar na línte briste.

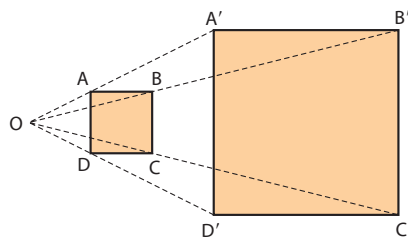
Méaduithe a tharraingt

Chun íomhá mhéadaithe d'fhíor áirithe a thógáil, beidh an dá rud seo a leanas ag teastáil:

- (i) lárphointe an mhéadaithe
- (ii) fachtóir scála an mhéadaithe.

Sa léaráid thíos, tugtar an chearnóg $ABCD$ agus lárphointe an mhéadaithe, O .

Méadóimid $ABCD$ agus O mar lárphointe an mhéadaithe agus 3 mar fhachtóir scála againn.



Gheobhaimid íomhá A ach O a cheangal le A agus an líne sin a leanúint go dtí A' , ionas go mbeidh $|OA'| = 3|OA|$.

Ar an gcaoi chéanna, ceangail O le B agus lean an líne sin go dtí B' , ionas go mbeidh $|OB'| = 3|OB|$.

Déan an rud céanna arís le haghaidh pointí C agus D .

Is íomhá na cearnóige $ABCD$ í an chearnóg $A'B'C'D'$.

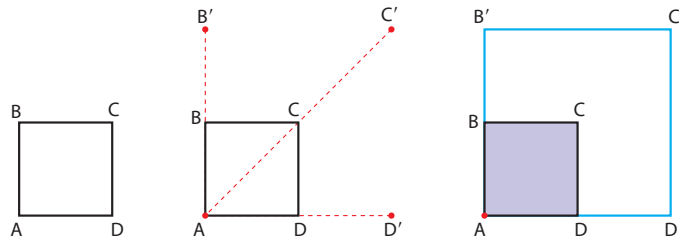
Ós rud é gurb é 3 an fachtóir scála, tá $|A'B'| = 3|AB|$ agus $|A'D'| = 3|AD|$.





Nuair is rinn é lárphointe an mhéadaithe

Sa léaráid thíos léirítear an chaoi leis an gcruth ABCD a mhéadú de réir fhachtóir scála 2, agus A mar lárphointe an mhéadaithe.



Tabhair faoi deara nach mbogann lárphointe an mhéadaithe, A.

San fhíor dheireanach, tá $|AB'| = 2|AB|$, $|AD'| = 2|AD|$ agus $|AC'| = 2|AC|$.

Sa léaráid ar dheis tugtar méadú ina bhfuil lárphointe an mhéadaithe, X, taobh istigh den fhíor.

Sa mhéadú sin, is é 2 an fachtóir scála.

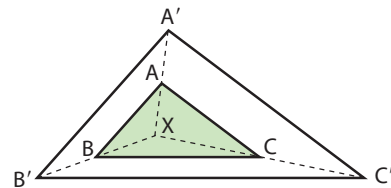
Tarraing an líne [XA] agus lean í sa chaoi is go mbeidh $|XA'| = 2|XA|$.

Lean [XB] ionas go mbeidh $|XB'| = 2|XB|$.

Déan an rud céanna i gcás [XC].

Tá gach slios ar an triantán $A'B'C'$ dhá oiread níos faide ná an slios comhfheagrach ar $\triangle ABC$.

Maidir le méadú ar bith, faightear an fachtóir scála ach fad shlios na híomhá a roinnt ar fhad shlios comhfheagrach na bunfhíorach.



An fachtóir scála $\frac{\text{fad shlios na híomhá}}{\text{fad shlios comhfheagrach na bunfhíorach}}$

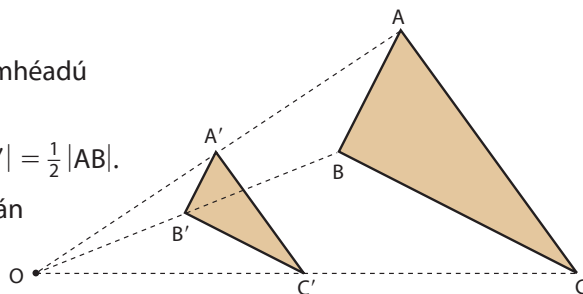
Méaduithe nuair atá an fachtóir scála níos lú ná 1

Más fachtóir scála níos lú ná 1 atá ag an méadú, is fíor níos lú a gheofar agus í níos gaire do lárphointe an mhéadaithe.

Is é $A'B'C'$ san fhíor thall íomhá ABC faoi mhéadú nuair is é $\frac{1}{2}$ an fachtóir scála.

Dá bhrí sin, tá $|OA'| = \frac{1}{2}|OA|$ agus $|A'B'| = \frac{1}{2}|AB|$.

Nuair is ionann an fachtóir scála agus codán deimhneach níos lú ná 1, is laghdú ar an mbunfhíor a fhaightear.



Más é k an fachtóir scála:

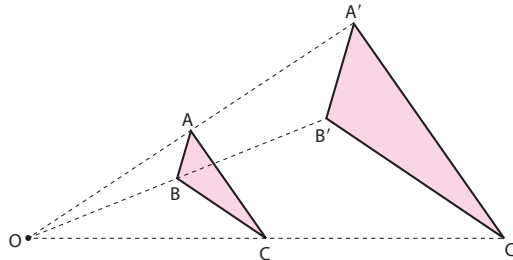
- (i) má tá $k > 1$, méadófar an fhíor (ii) má tá $k < 1$, laghdófar an fhíor.



Lárphointe an mhéadaithe a fháil

Nuair atá fíor agus méadú na fíorach sin againn, gheobhaimid lárphointe an mhéadaithe ach dhá thacar de phointí comhfhreagracha a cheangal dá chéile agus na línte a leanúint go dtí go mbuailfidh siad le chéile.

Sa léaráid thíos, buaileann $A'A$ agus $C'C$ le chéile ag O . Is é an pointe sin, O , lárphointe an mhéadaithe.

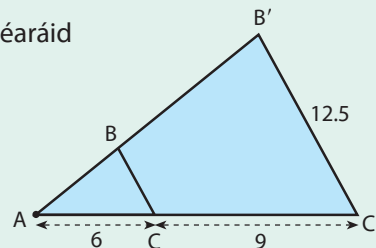


Sampla 1

Méadú ar an triantán ABC is ea an fhíor $AB'C'$ sa léaráid ar dheis, áit arb é A lárphointe an mhéadaithe.

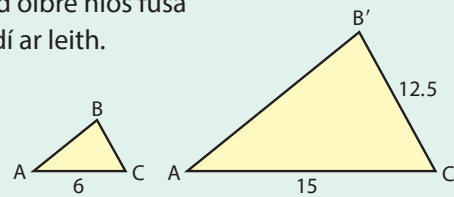
Má tá $|AC| = 6$, $|CC'| = 9$ agus $|B'C'| = 12.5$, faigh

- fachtóir scála an mhéadaithe
- $|BC|$
- an cóimheas $|AB| : |AB'|$.



- D'fhéadfadh sé go ndéanfadh sé do chuid oibre níos fusa ach an dá thriantán a tharraingt ar léaráidí ar leith.

$$\begin{aligned} \text{An fachtóir scála} &= \frac{\text{fad na híomhá}}{\text{fad na bunfhíorach}} \\ &= \frac{|AC'|}{|AC|} \\ &= \frac{15}{6} = 2.5 \end{aligned}$$



- Ós rud é gurb é $2\frac{1}{2}$ an fachtóir scála, tá $|B'C'| = 2\frac{1}{2}|BC|$

$$\begin{aligned} |B'C'| = 2\frac{1}{2}|BC| &\Rightarrow |BC| = \frac{|B'C'|}{2\frac{1}{2}} = \frac{12.5}{2.5} = 5 \\ \therefore |BC| &= 5 \end{aligned}$$

- $|AB'| = 2\frac{1}{2}|AB|$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{|AB'|}{|AB|} &= 2\frac{1}{2} = \frac{5}{2} \\ \therefore |AB'| : |AB| &= 5 : 2 \\ \Rightarrow |AB| : |AB'| &= 2 : 5 \end{aligned}$$

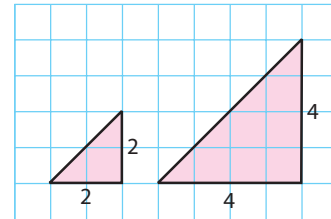
$$\begin{aligned} \frac{x}{y} &= \frac{3}{4} \\ \Rightarrow x : y &= 3 : 4 \end{aligned}$$

Méadú agus achar

Léirítear sa ghreille ar dheis gur méadú é triantán amháin ar an triantán eile. Is é 2 an fachtóir scála.

$$\begin{aligned} \text{Achar an triantáin is lú} &= \frac{1}{2} (2) (2) \\ &= 2 \text{ aonad chearnacha} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Achar an triantáin is mó} &= \frac{1}{2} (4) (4) \\ &= 8 \text{ n-aonad chearnacha} \end{aligned}$$



Tabhair faoi deara go bhfuil achar an triantáin is mó ceithre oiread achar an triantáin is lú.

Tabhair faoi deara freisin gurb ionann 4 agus (fachtóir scála)².

Más é k an fachtóir scála, ansin tá

$$\text{Achar na híomhá} = k^2 (\text{Achar na bunfhíorach}).$$

Más de réir fhachtóir scála k a mhéadaítear fíor, is méadú de réir fhachtóir scála k^2 a thiocfaidh ar achar fhíor na híomhá.

Sampla 2

Méadú ar an bhfíor PQRS is ea P'Q'R'S'. Más é 12 cm² achar PQRS agus más é 48 cm² achar P'Q'R'S', faigh fachtóir scála an mhéadaithe.

Más é k fachtóir scála an mhéadaithe, tá

$$\text{Achar P'Q'R'S'} = k^2 (\text{achar PQRS})$$

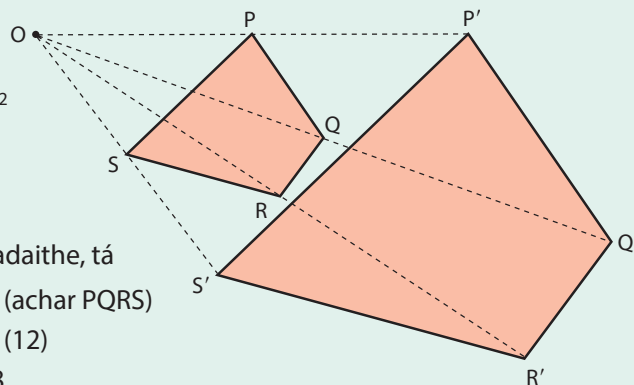
$$\Rightarrow 48 = k^2 (12)$$

$$12k^2 = 48$$

$$k^2 = 4$$

$$k = 2$$

\therefore is é 2 fachtóir scála an mhéadaithe.



I sampla 2 thuas, méadaítear an fhíor PQRS de réir fhachtóir scála 2.

Má thosaítear leis an bhfíor P'Q'R'S' agus má mhéadaítear í chun an íomhá PQRS a fháil, is é $\frac{1}{2}$ an fachtóir scála.

Is é sin, beidh gach slios ar PQRS cothrom le leathfhad an tsleasa chomhfhreagraigh ar P'Q'R'S'.

An **méadú inbhéartach** a thugtar ar mhéadú nuair a théitear ó fhíor na híomhá ar ais go dtí an bhunfhíor.

Más de réir fhachtóir scála k a mhéadaítear fíor, is é $\frac{1}{k}$ an fachtóir scála a bhaineann leis an méadú inbhéartach.



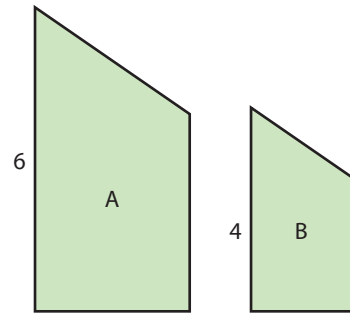
Méadú ar B é A san fhíor ar dheis.

Is é $1\frac{1}{2}$ an fachtóir scála, k .

Más méadú ar A é B, is é $\frac{1}{k}$ an fachtóir scála.

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{1\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$$

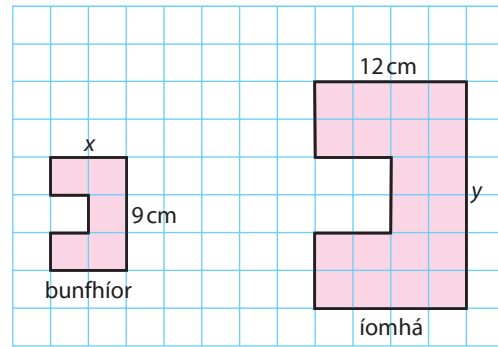
\therefore an fachtóir scála inbhéartach = $\frac{2}{3}$.



Cleachtadh 15.1

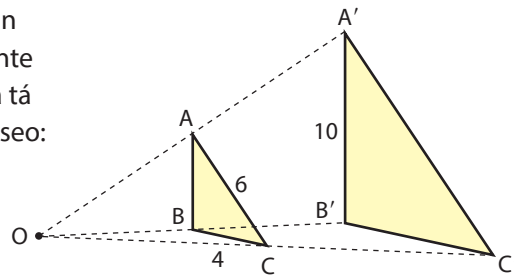
1. Tá fíor agus a méadú sa léaráid ar dheis.

- (i) Bain úsáid as an ngréille chun fachtóir scála an mhéadaithe a fháil.
- (ii) Tugtar faid dhá shlios. Faigh faid na sleasa x agus y .



2. Íomhá an triantáin ABC faoi mhéadú is ea an triantán $A'B'C'$ ar dheis, áit arb é O lárphointe an mhéadaithe agus 2 an fachtóir scála. Má tá $|BC| = 4$, $|AC| = 6$ agus $|A'B'| = 10$, faigh iad seo:

- (i) $|B'C'|$
- (ii) $|A'C'|$
- (iii) $|AB|$.

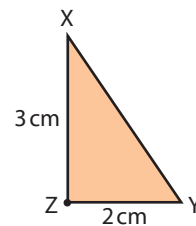


3. Déan cóip den dronuilleog ABCD thall. Tarraing méadú ar ABCD, áit arb é A lárphointe an mhéadaithe agus 2 an fachtóir scála. Cuir na lipéid $AB'C'D'$ ar an íomhá. Cé acu pointe den dronuilleog a fhanfaidh san áit a bhfuil sé?



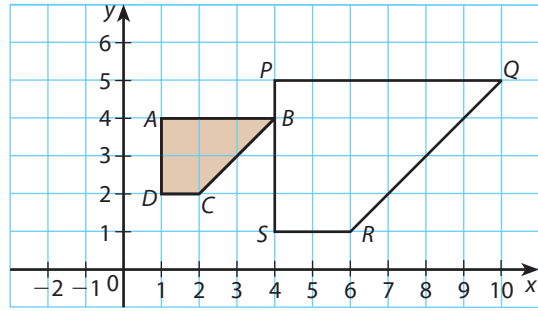
4. Déan cóip den triantán thall. Tarraing méadú ar an triantán, áit arb é Z lárphointe an mhéadaithe agus 3 an fachtóir scála. Cuir lipéid $X'Y'Z$ ar fhíor na híomhá. Scríobh síos fad na sleasa seo:

- (i) $[ZY']$
- (ii) $[ZX']$

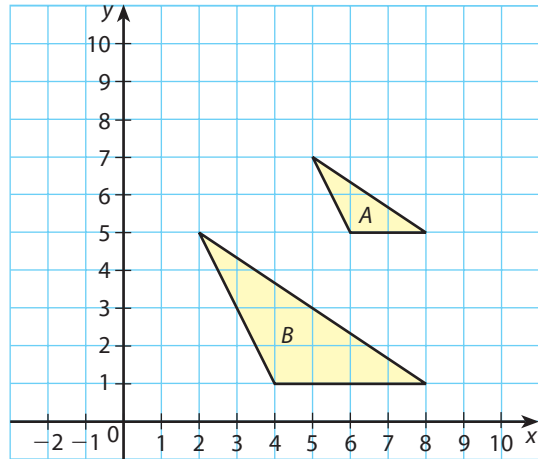




5. An fhíor ABCD agus a méadú PQRS atá sa léaráid thall.
- Úsáid an ghreille chun fachtóir scála an mhéadaithe a fháil.
 - Déan cur síos ar an gcaoi le lárphointe an mhéadaithe a fháil.
 - Úsáid rialóir le comhordanáidí lárphointe an mhéadaithe a fháil.



6. Sa léaráid thall méadú is ea an triantán B ar thriantán A. Úsáid an ghreille agus scríobh síos:
- fachtóir scála an mhéadaithe
 - comhordanáidí lárphointe an mhéadaithe
 - achar an triantáin A agus achar an triantáin B
 - Más é k an fachtóir scála, fíoraigh go bhfuil achar an triantáin B = k^2 oiread achar an triantáin A.



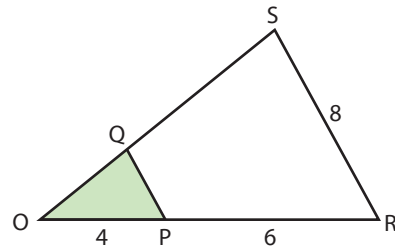
Is ionann achar triantáin agus leath fhad an bhoinn iolraithe faoin airde ingearach.

7. Is é an triantán ORS thall íomhá an triantáin OPQ faoi mhéadú, áit arb é O lárphointe an mhéadaithe.

$$|OP| = 4, |PR| = 6 \text{ and } |SR| = 8.$$

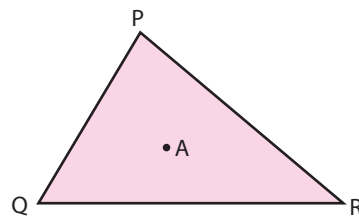
Tarraing léaráidí ar leith de na triantáin OPQ agus ORS agus scríobh síos:

- fachtóir scála an mhéadaithe
- $|PQ|$
- an cóimheas $|OQ| : |OS|$.



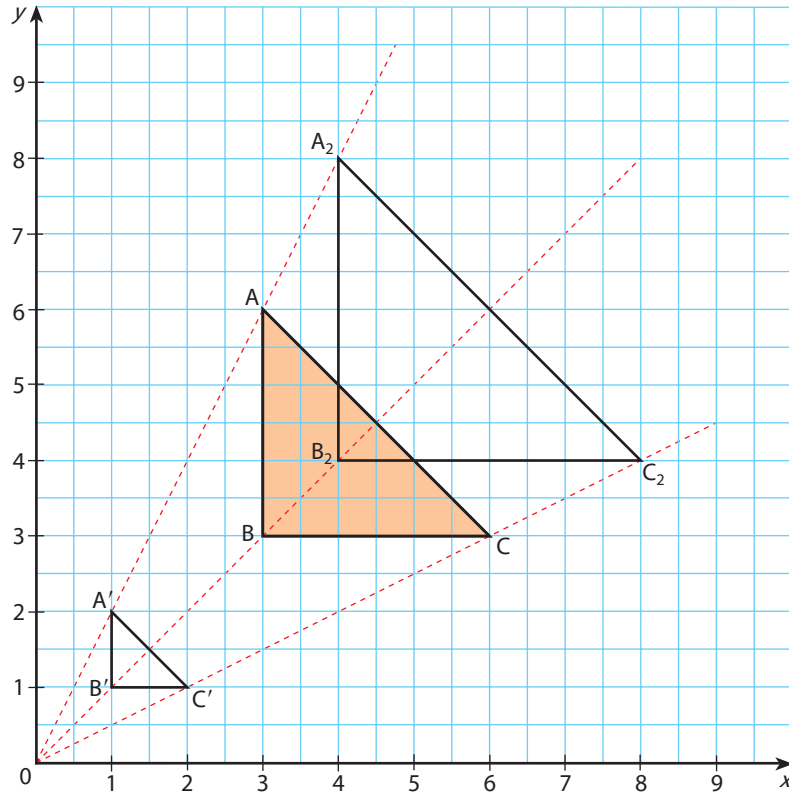
Má tá achar $\triangle OPQ = 4$ aonad chearnacha, faigh achar $\triangle ORS$.

8. Déan cóip den triantán PQR thall. Anois tarraing méadú ar an triantán agus lárphointe A agus fachtóir scála 2 agat



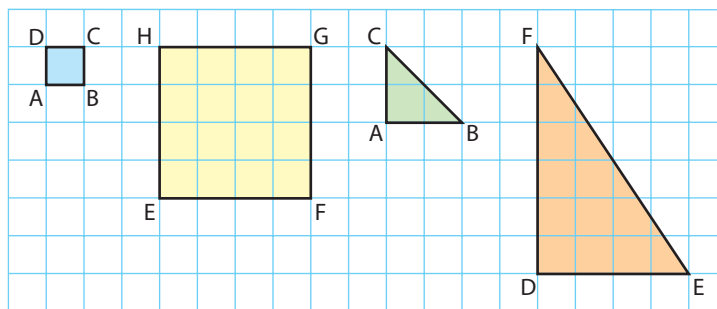


9. Is méaduithe iad na triantáin $A'B'C'$ agus $A_2B_2C_2$ ar an triantán ABC .



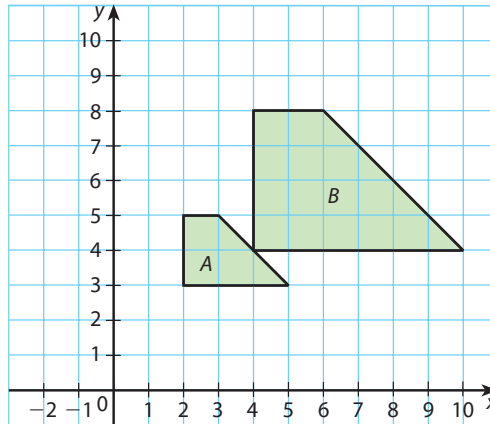
- (i) Ceann de na triantáin, is toradh é ar mhéadú lena mbaineann fachtóir scála níos lú ná 1. Cén triantán é sin?
- (ii) Scríobh síos fachtóir scála
 - (a) $\triangle A'B'C'$
 - (b) $\triangle A_2B_2C_2$.
- (iii) Má tá $|BC| = 12$ cm, faigh
 - (a) $|B'C'|$
 - (b) $|B_2C_2|$.

10. I gcás gach péire cruthanna seo a leanas, luaigh cé acu atá an cruth is mó ina mhéadú ar an gcruth is lú nó nach bhfuil. Mínigh do fhreagra i ngach cás.





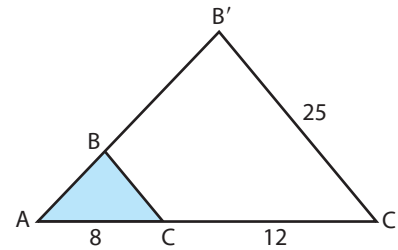
11. Sa léaráid thíos, méadú is ea fíor amháin ar an bhfíor eile.



- (i) Bain úsáid as an ngréille agus as rialóir le comhordanáidí lárphointe an mhéadaithe a fháil.
- (ii) Más méadú é B ar A, scríobh síos an fachtóir scála.
- (iii) Más méadú é A ar B, scríobh síos an fachtóir scála.
- (iv) Má tá achar $A = 15$ aonad chearnacha, faigh achar B.

12. Méadú ar an triantán ABC is ea $AB'C'$ atá sa léaráid ar dheis, áit arb é A lárphointe an mhéadaithe. Má tá $|AC| = 8$, $|CC'| = 12$ agus $|B'C'| = 25$, faigh

- (i) fachtóir scála an mhéadaithe
- (ii) $|BC|$ (iii) an cóimheas $|AB| : |AB'|$
- (iv) achar $\triangle AB'C'$ má tá achar $\triangle ABC$ cothrom le 16 aonad chearnacha.

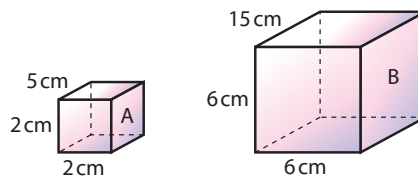


13. Rinneadh an léaráid seo ar dheis a laghdú ar ghléas fótachóipeála go $\frac{2}{3}$ dá bunmhéid.

- (i) Más é 156 mm airde na bunléaráide, cén airde a bheidh sa léaráid laghdaithe?
- (ii) Más é 28 mm airde an lipéid ar an léaráid laghdaithe, faigh airde an lipéid ar an mbunléaráid.



14. Is méadú é bosca B ar bhosca A sa léaráid thíos.

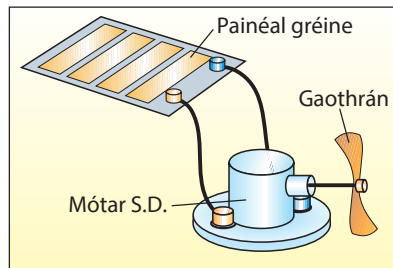


- (i) Scríobh síos luach k , fachtóir scála an mhéadaithe.
- (ii) Cad é an gaol idir k agus an fachtóir scála maidir leis an toirt?





- 15.** Tá an dearadh ar eagrán de leabhar atá faoi chlúdach cruu le húsáid ar an eagrán bog. Chuige sin laghdófar an dearadh go dtí $\frac{3}{5}$ dá bhunmhéid. Cén airde a bheidh sa chlúdach bog más 18 cm ar airde atá an clúdach cruu?
- 16.** Mhéadaigh Donncha léaráid de réir fhachtóir scála 2 dá thionscadal eolaíochta. Shocraigh sé nach raibh sí mór go leor go fóill, agus mhéadaigh sé an méadú de réir fhachtóir scála 1.5.



- (i) Cén fachtóir scála aonair a d'fhéadfadh sé a úsáid chun an léaráid deiridh a fháil ón mbunléaráid?
- (ii) Más rud é gurb iad 42 cm faoi 28 cm toisí an mhéadaithe dhúbailte, cad iad toisí na bunléaráide?
- 17.** Is é 1 : 1000 an scála ar léarscáil. Déanann Áine an léarscáil a mhéadú de réir fhachtóir scála 2.
- (i) Cad é an scála ar an léarscáil mhéadaithe?
- (ii) Tá sráid Áine 6 cm ar fad ar an mbunléarscáil. Cad é fad iarbhir na sráide? Tabhair do fhreagra ina mhéadair.
- Glacann Seán bunléarscáil Áine ar iasacht agus méadaíonn sé í de réir fhachtóir scála $\frac{1}{2}$.
- (iii) Cad é an scála ar léarscáil mhéadaithe Sheáin?
- (iv) Má tá 1 km idir dhá stáisiún traenach, cá fhad atá siad óna chéile ar léarscáil mhéadaithe Sheáin?

Mír 15.2 Tógálacha

Sa staidéar a rinne tú ar thógálacha don Teastas Sóisearach d'fhoghlaim tú:

- > conas mírlíne a dhéoinnt
- > conas uillinn a dhéoinnt
- > conas triantáin éagsúla a thógáil
- > conas línte comhthreomhara agus ingearacha a tharraingt.

Sa mhír seo beimid ag plé le 6 thógáil nua atá ar an gcúrsa Ardteistiméireachta agus leis an gcaoi a n-úsáidtear na tógálacha sin sa ghnáthshaoil. Beidh compás, rialóir agus uillinntomhas de dhíth ort chun na tógálacha seo a dhéanamh.

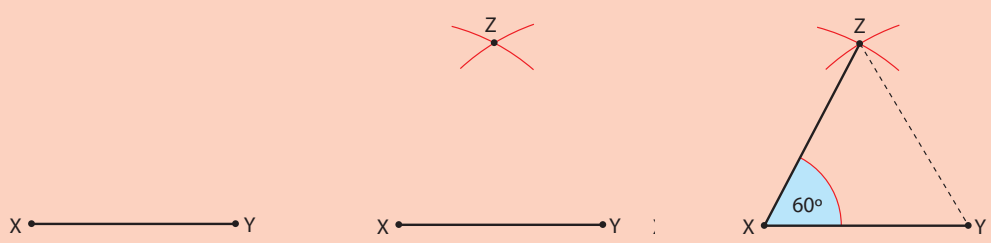
Nuair a úsáideann tú compás ní mór duit stuanna na tógála a fhágáil mar fhianaise gur úsáid tú an modh ceart.



1. Uillinn 60° a thógáil

60° atá i ngach uillinn i dtriantán comhshleasach. Bainfidimid úsáid as an eolas sin chun uillinn 60° a tharraingt.

Ar thriantán comhshleasach, is ar comhfhad atá na sleasa.

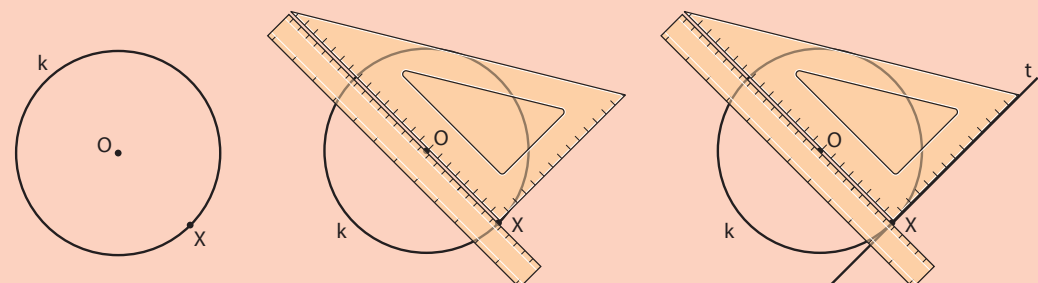


Tarraing mírlíne [XY]. Socraigh |XY| mar gha ar an gcompás. Agus X mar lárphointe agus |XY| mar gha, tarraing stuá. Déan seo arís ag Y. Buaileann na stuanna le chéile ag Z.

Ceangail XZ. Tá $|\angle ZXY| = 60^\circ$.

Is triantán comhshleasach é an triantán XYZ.

2. Tadhláí a thógáil ag pointe áirithe ar an gciorcail



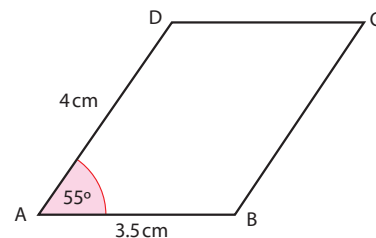
Pointe ar an gciorcail k is ea X. Is é O lárphointe an chiorcail.

Ceangail X le O, lárphointe an chiorcail. Leag rialóir feadh OX agus sleamhnaigh an dronbhacart feadh imeall an rialóra go sroicheann sé an pointe X.

Tarraing líne t trí X agus í ingearach le OX. Is tadhláí é t leis an gciorcail k .

3. Comhthreomharán a thógáil, agus faid na sleasa agus méideanna na n-uillinneacha ar eolas agat

Léiríonn na treoracha ar an gcéad leathanach eile conas comhthreomharán ABCD a thógáil, áit a bhfuil $|AB| = 3.5 \text{ cm}$, $|AD| = 4 \text{ cm}$ agus $|\angle DAB| = 55^\circ$. Déanaimid sceitse garbh de ABCD ar dtús.



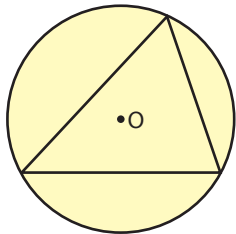


Tarraing líne chothrománach $[AB] = 3.5$ cm. Úsáid uillinntomhas chun uillinn 55° a thomhas ag A. Tarraing líne trí A agus bíodh $|AD| = 4$ cm.

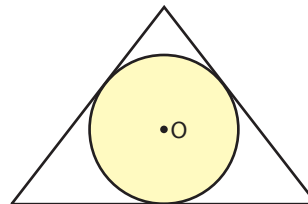
Leag dronbhacart feadh na líne AB. Úsáid rialóir agus sleamhnaigh an dronbhacart feadh imeall an rialóra go sroicheann sé an pointe D. Tarraing líne trí D comhthreomhar le AB.

Úsáid compás le ga 3.5 cm (mar an gcéanna le $|AB|$), chun stua a tharraingt ar an líne. Tá $|DC| = 3.5$ cm. Ceangail BC. Is é ABCD an comhthreomharán a theastaíonn.

Ciorcail agus triantáin



Is é is **imchiorcal** triantáin ann ná ciorcal a théann trí na trí rinn, mar a thugtar thuas. **Imlár** an triantáin a thugtar ar O, lárphointe an chiorcail sin.



Is é is **inchorcal** triantáin ann ná ciorcal atá iniata i dtriantán sa chaoi go bhfuil gach ceann de na trí shlios ag bualadh le himlíne an chiorcail. **Ionlár** an triantáin a thugtar ar lárphointe an inchorcail. Is é O an t-ionlár san fhíor thuas.

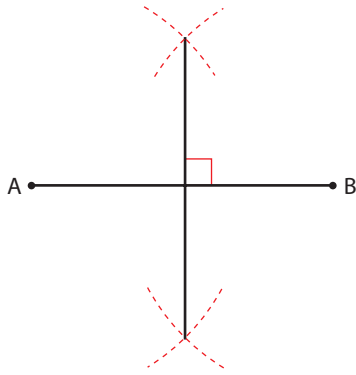
Agus inchorcal triantáin á thógáil agat beidh dhá thógáil a bhfuil staidéar déanta agat orthu cheana do scrúdú an Teastais Shóisearaigh i gceist.



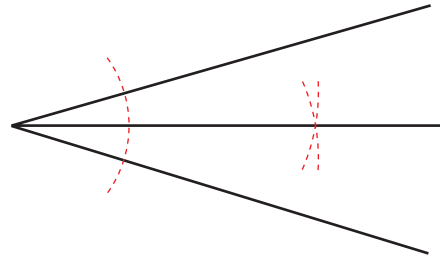


Cabhróidh na léaráidí thíos leat na céimeanna a bhaineann leis na tógálacha sin a thabhairt chun cuimhne.

Déoinnteoir ingearach mírlíne



Déoinnteoir uillinne



Ba chóir duit cleachtadh a dhéanamh ar na tógálacha sin sula dtugann tú iarracht ar imchiorcal agus inchiorcal triantáin a tharraingt.

4. Imchiorcal triantáin a thógáil

| | | |
|--|--|---|
| | | |
| <p>Tóg déoinnteoir ingearach [XY].</p> | <p>Tóg déoinnteoir ingearach [XZ]. Buailéann an dá dhéoinnteoir le chéile ag an bpointe O, mar a léirítear. Is é O an t-ímlár.</p> | <p>Is é O an lárphointe agus is é OX an ga. Tarraing ciorcal trí X, Y agus Z. Is é sin imchiorcal an triantáin.</p> |





5. Inchorcal triantáin a thógáil

Agus inchorcal triantáin á thógáil agat beidh ort déroinnteoir uillinne a thógáil, rud atá léirithe ar an leathanach roimhe seo.

Tóg déroinnteoir $\angle XYZ$, mar a léirítear.

Ansin tóg déroinnteoir $\angle XZY$. Buailéann an dá dhéroinnteoir le chéile ag an bpointe I. Is é I an t-ionlár.

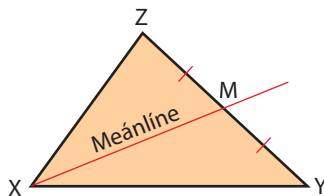
Úsáid dronbhacart chun ingear a tharraingt ó I go dtí an líne YZ. Buailéann an t-ingear le YZ ag H. Agus |IH| mar gha, tarraing ciorcal a bhuailfidh leis na trí shlios. Is é seo inchorcal an triantáin XYZ.

6. Meánlár triantáin a thógáil

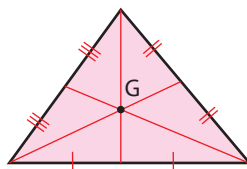
Meánlíne a thugtar ar an mírlíne a cheanglaíonn rinn triantáin le lárphointe an tsleasa urchomhairigh.

Is meánlíne é [XM] sa triantán thíos.

Tá $|ZM| = |MY|$, mar a léirítear.



An **meánlár** a thugtar ar phointe trasnaithe na trí mheánlíne i dtriantán.



Is é G an meánlár.





Chun lárphointe mírlíne ar bith a fháil, ní mór déroinnteoir ingearach na mírlíne sin a thógáil, mar a léirítear thíos.

Socraigh do chompás ag fad atá níos mó ná leath [AB]. Agus A mar an lárphointe agat, tarraing stua os cionn na líne agus fúithi.

Agus an ga céanna ar do chompás agus B mar an lárphointe, tarraing dhá stua eile. Trasnaíonn na stuanna seo an chéad dá stua ag P agus Q.

Ceangail P agus Q. Is é PQ déroinnteoir ingearach [AB]. Is é M lárphointe [AB].

Léiríonn na trí léaráid thíos na céimeanna a bheidh le leanúint le meánlár a thógáil i dtriantán.

Tóg déroinnteoir ingearach [XZ], mar a léirítear. Is é M lárphointe [XZ].

Ansin tóg déroinnteoir ingearach [XY]. Is é N lárphointe [XY].

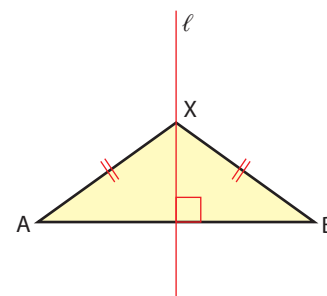
Ceangail YM agus ZN. Buailéann siad le chéile ag an bpointe G. Is é G meánlár an triantáin.

Feidhmeanna na dtógálacha sin

Sa léaráid ar dheis, is í an líne ℓ déroinnteoir ingearach [AB].

Tá gach pointe ar an déroinnteoir seo ar comhfhad ó A agus B.

Dá réir sin, tá $|AX| = |XB|$.





Tóg trí phointe X, Y agus Z.
Conas a aimsimid pointe atá ar comhfhad ó gach ceann de na trí phointe sin?

Tóg déroinnteoír ingearacha na línte [XY] agus [YZ].

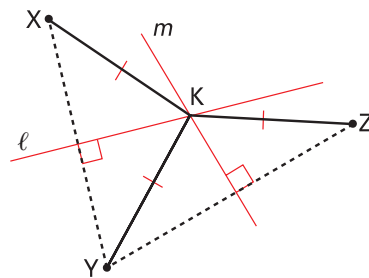
Tabhair ℓ agus m ar na línte sin.

Tá gach pointe ar ℓ ar comhfhad ó X agus Y.

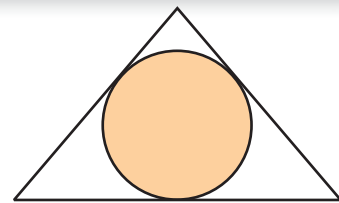
Tá gach pointe ar m ar comhfhad ó Y agus Z.

Trasnaíonn na línte ℓ agus m a chéile ag K.
Tá K ar comhfhad ó X, Y agus Z.

An **ciorcail is mó** is féidir a tharraingt taobh istigh de thriantán ná an **t-inchiorcal**, is é sin, an ciorcal a theaghmaíonn le gach ceann de na trí shlios.

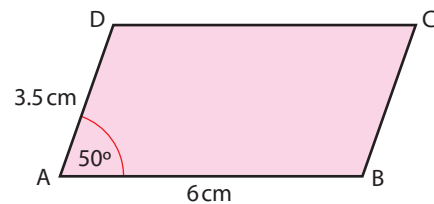


Is ionann 'ar comhfhad ó' agus 'an fad céanna ó'.

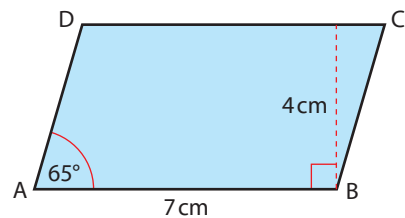


Cleachtadh 15.2

- Tarraing líne 5 cm ar fad.
Gan ach compás agus rialóir in úsáid agat, tóg déroinnteoír ingearach na líne.
- Bain úsáid as uillinntomhas le huillinn 70° a tharraingt.
Ansin, bain úsáid as compás agus rialóir le déroinnteoír na huillinne a thógáil.
- Tóg an triantán ABC, bíodh an bonn $|BC| = 6$ cm, $|AB| = 4.5$ cm agus $|\angle ABC| = 60^\circ$.
- Gan ach compás agus rialóir in úsáid agat, tóg uillinn 60° .
- Tóg an comhthreomharán a thugtar ar dheis.



- Tóg dronuilleog dar fad 6 cm agus dar leithead 4 cm.
- Tóg an comhthreomharán PQRS sa chaoi go mbeidh $|PQ| = 7$ cm, $|PS| = 5$ cm agus $|\angle QPS| = 55^\circ$. Tomhais $|PR|$.
- Is é atá sa léaráid ar dheis ná sceitse garbh den chomhthreomharán ABCD.
Más é 4 cm an airde ingearach, tóg an comhthreomharán.

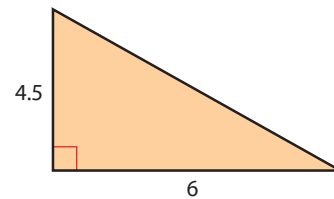




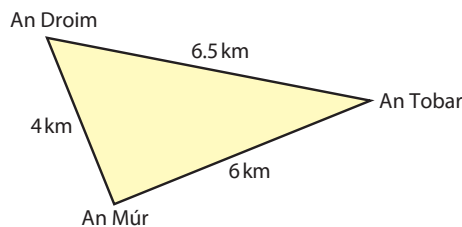
9. Tarraing an comhthreomharán ABCD ar a bhfuil an bonn $|AB| = 4.5$ cm, $|BC| = 3$ cm agus $|AC| = 6$ cm. Tomhais $\angle ABC$.

10. Tarraing triantán a bhfuil sleasa 6 cm, 5 cm agus 4 cm air. Anois, tóg imchiorcal an triantáin. Léirigh na línte tógála.

11. Tarraing an triantán dronuilleach a thugtar ar dheis. Tóg imchiorcal an triantáin. Cad a thugann tú faoi deara faoi imlár an triantáin? Tarraing triantán dronuilleach ar bith eile agus tóg an t-imchiorcal. An bhfuair tú an toradh céanna a fuair tú leis an gcéad triantán? Cén tátal is féidir leat a bhaint maidir le himlár triantán dronuilleach?



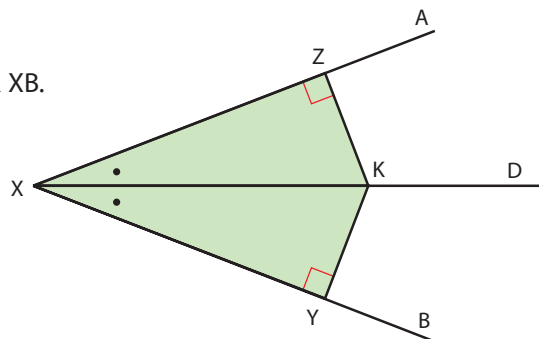
12. Trí shráidbhaile atá sa léaráid thíos an Droim, an Múr agus an Tobar. Tugtar na faid atá idir na sráidbhaile.



Bain úsáid as an scála 1 cm = 1 km agus tarraing líníocht chruinn den léaráid thuas. Tá sé beartaithe scoil a thógáil a bheidh ar comhfhad ó gach ceann de na trí shráidbhaile. Léirigh ar do líníocht an áit a dtógfar an scoil.

13. Tarraing triantán ar a bhfuil sleasa 6.5 cm, 5 cm agus 4 cm. Bain úsáid as déroinnteoírí dhá uillinn ar bith den triantán le lárphointe an inchiorcail a fháil. Tarraing an t-inchiorcal.

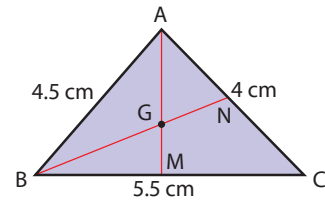
14. Is í an líne XD déroinnteoír $\angle AXB$. Is pointe ar XD é K, tá $KZ \perp AX$ agus $KY \perp XB$. Léirigh gur triantáin iomchuí iad XKZ agus XKY. Léirigh uaidh sin go bhfuil $|KZ| = |KY|$. Cén tátal is féidir leat a bhaint maidir le pointe ar bith ar dhéroinnteoír uillinne?





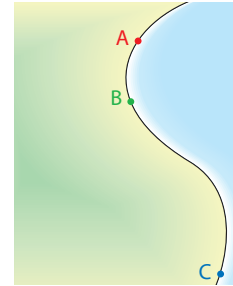
- 15.** Tóg an triantán atá léirithe thall.
Tóg na meánlínte [AM] agus [BN].
Trasnaíonn na meánlínte a chéile ag an bpointe G.
Tomhais |AG| agus |GM|.

Anois, faigh an cóimheas $\frac{|AG|}{|GM|}$. Faigh an cóimheas $\frac{|BG|}{|GN|}$ chomh maith.



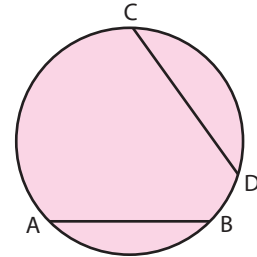
Críochnaigh an ráiteas seo bunaithe ar na freagraí a fuair tú:
'Roinneann meánlínte triantáin a chéile sa chóimheas ...: ...'

- 16.** Tá triúr, A, B agus C, ar an gcladach agus feiceann siad bád ar an bhfarraige.
Tá an bád ar comhfhad ó gach duine den triúr.
Déan cur síos ar an gcaoi le suíomh an bháid a aimsiú.



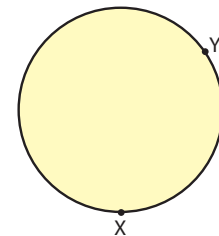
- 17.** Tarraing ciorcal dar ga 3 cm agus marcáil an lárphointe O.
Marcáil pointe X ar an gciorcail.
Ansin bain úsáid as rialóir agus as dronbhacart chun tadhláí leis an gciorcail a tharraingt ag an bpointe X.

- 18.** San fhíor ar dheis tá ciorcal agus dhá chorda, [AB] agus [CD].
Cad is féidir leat a rá faoi dhéoinnteoir ingearach [AB]?
Anois, déan cur síos ar conas is féidir an dá chorda a úsáid chun lárphointe an chiorcail a aimsiú.

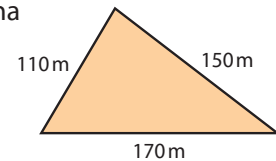


- 19.** Tarraing ciorcal dar ga 3.5 cm. [Ná marcáil an lárphointe.]
Tarraing dhá chorda ar bith cosúil leis na cordaí i gCeist 18 thuas.
Bain úsáid as an dá chorda chun lárphointe an chiorcail a aimsiú.

- 20.** I gCeist 19 bhaineamar úsáid as dhá chorda chun lárphointe an chiorcail a aimsiú.
Tá ciorcal sa léaráid ar dheis a bhfuil dhá phointe marcáilte air.
Déan cur síos ar shlí eile chun lárphointe an chiorcail a aimsiú agus tú ag úsáid na bpointí X agus Y.

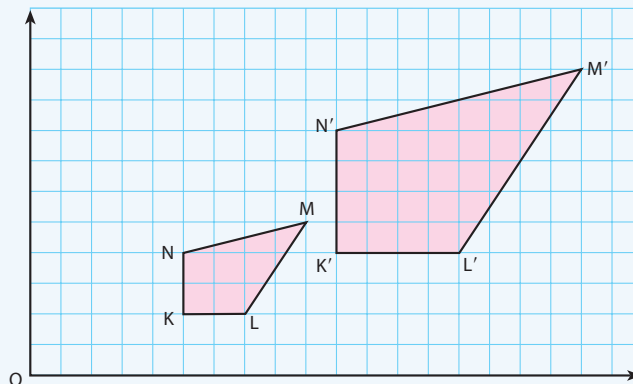


- 21.** Cruth triantáin atá ar láithreán campála agus tá bóithre gnóthacha ar rith feadh gach ceann de thrí thaobh an láithreáin.
Tá taobhanna an láithreáin 110 m, 150 m agus 170 m ar fad.
- Agus scála 10 m = 1 cm in úsáid agat, tarraing léaráid de réir scála den láithreán seo.
 - Marcáil ar an léaráid an áit is fearr le puball a chur sa chaoi is go mbeidh sé chomh fada agus is féidir ó gach ceann de na trí bhóthar.

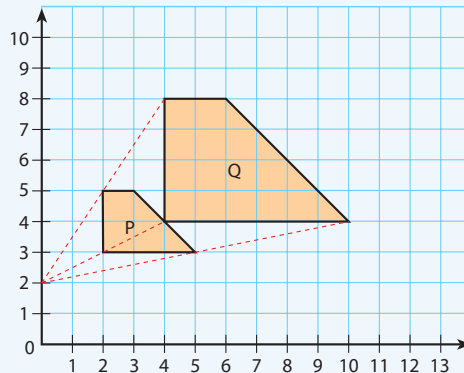


Cuir triail ort féin 15

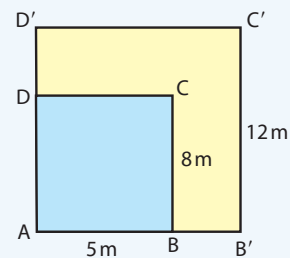
1. Sa léaráid seo, is méadú é $K'L'M'N'$ ar $KLMN$.



- Bain úsáid as an ngréille chun fachtóir scála an mhéadaithe a fháil.
 - Má tá $|KN| = 5$ cm, faigh $|K'N'|$.
 - Má tá $|N'M'| = 21$ cm, faigh $|NM|$.
 - Mínigh cén fáth arb é O lárphointe an mhéadaithe.
 - Má tá $|ON| = 16$ cm, faigh $|ON'|$.
2. Féach an dá fhíor, P agus Q, sa léaráid thíos. Méadú ar cheann amháin é an ceann eile.



- Scríobh síos comhordanáidí lárphointe an mhéadaithe.
 - Más méadú ar P é Q, faigh an fachtóir scála.
 - Más méadú ar Q é P, faigh an fachtóir scála.
 - Má tá achar $P = 24$ cm², faigh achar Q.
3. San fhíor ar dheis, is méadú é $AB'C'D'$ ar $ABCD$.
- Ainmnigh lárphointe an mhéadaithe.
 - Faigh fachtóir scála an mhéadaithe.
 - Faigh $|D'C'|$.
 - Má tá $|AC| = 9.4$ m, faigh $|AC'|$.
 - Más méadú é $ABCD$ ar $AB'C'D'$, cad é fachtóir scála an mhéadaithe?



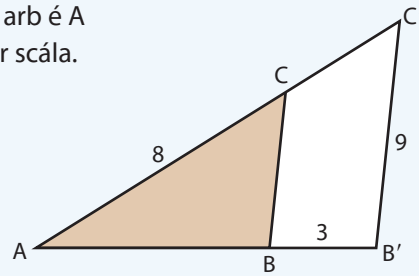


4. Is méadú é an triantán $AB'C'$ ar an triantán ABC , áit arb é A lárphointe an mhéadaithe agus arb é 1.5 an fachtóir scála.

Má tá $|AC| = 8$, $|B'C'| = 9$ agus $|BB'| = 3$, faigh

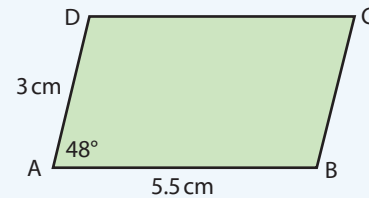
- (i) $|AC'|$
- (ii) $|BC|$
- (iii) $|AB|$.

Má tá achar $\triangle ABC = 20$ aonad cearnach, faigh achar $\triangle AB'C'$.



5. Tóg triantán dar sleasa 5 cm, 4 cm agus 3.5 cm. Tóg imchiorcal an triantáin.

6. Déan tógáil bheacht ar an gcomhthreomharán a thugtar ar dheis. Tomhais $|AC|$.



7. Trí scoil iad X, Y agus Z .

15 km an fad ó X go Y , 12 km an fad ó Y go Z agus 18 km an fad ó X go Z .

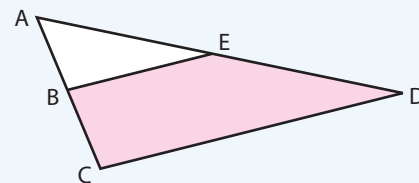
Déan líníocht de na faid sin de réir scála 1 cm = 3 km.

Ansin tóg suíomh na páirce imeartha atá ar comhfhad ó gach scoil.

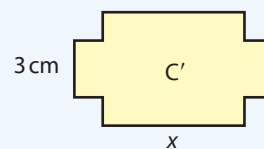
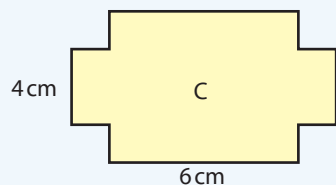


8. Rinneadh an léaráid thall trí thriantán a mhéadú de réir fhachtóir scála 2.5.

- (i) Cé acu an buntriantán?
- (ii) Má tá $|BE| = 4.5$ cm, faigh $|CD|$.
- (iii) Más é an triantán ABE íomhá an triantáin ACD faoi mhéadú, cad é an fachtóir scála?
- (iv) Má tá $|\angle AEB| = 28^\circ$, faigh méid na huillinne ADC .
- (v) Má tá achar $\triangle ABE = 4.2$ cm², faigh achar $\triangle ACD$.



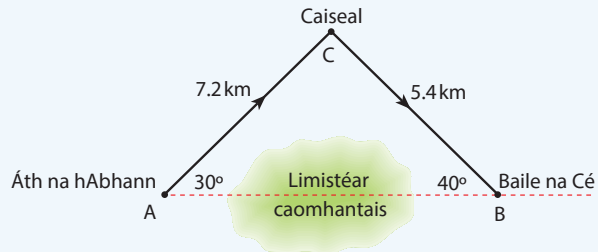
9. Méadaíodh cruth C go cruth C' .



- (i) Cén fachtóir scála a bhí in úsáid?
- (ii) Cad é fad an tsleasa x i gcruth C' ?
- (iii) Más é 18 cm² achar C' , faigh achar C .



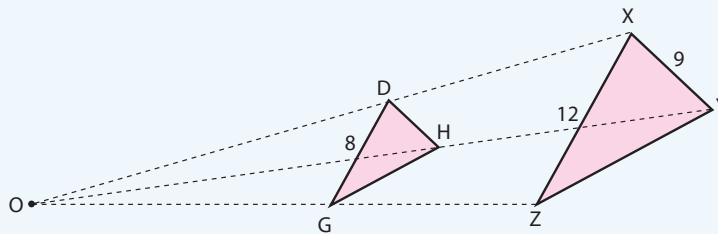
10. Ní féidir le grúpa siúlóirí siúl díreach ó Áth na hAbhann go Baile na Cé, mar a dhéanann siad de ghnáth. Ina áit sin, caithfidh siad dul bealach Chaisil chun limistéar caomhantais a sheachaint. Tá Caiseal 7.2 km ó Áth na hAbhann agus 5.4 km ó Bhaile na Cé.



- (i) Tóg líníocht scála chruinn den bhealach a ghabh siad, de réir scála 1 cm = 1 km.
(ii) Cad é an fad breise a shiúil an grúpa, i gcomparáid leis an mbealach díreach ó Áth na hAbhann go Baile na Cé?

Tabhair an freagra ina chiliméadair, ceart go dtí ionad amháin de dheachúlacha.

11. Is méadú é an triantán XYZ ar an triantán DHG, áit arb é O lárphointe an mhéadaithe. $|DG| = 8$, $|XZ| = 12$ agus $|XY| = 9$.

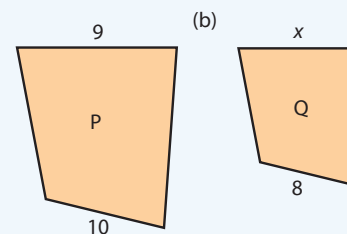
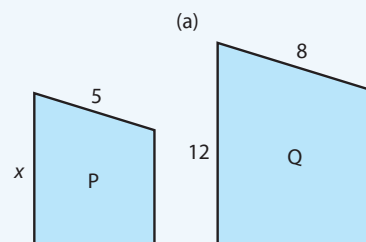


- (i) Faigh fachtóir scála an mhéadaithe.
(ii) Faigh $|DH|$.
(iii) Is é achar an triantáin XYZ ná 27 aonad cearnach. Faigh achar an triantáin DHG.

12. I ngach ceann de na péirí léaráidí ar dheis, is méadú é cruth Q ar chruth P.

I gcás gach péire léaráidí, scríobh síos:

- (i) fachtóir scála an mhéadaithe
(ii) luach x .

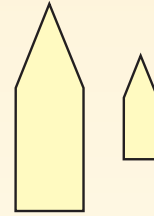


Achoimre ar na príomhphointí...

Méaduithe

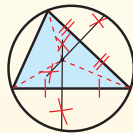
Nuair a mhéadaítear cruth

- > bíonn an bhunfhíor agus a íomhá comhchosúil lena chéile; athraíonn an mhéid ach ní athraíonn an cruth
- > an **fachtóir scála**, is ionann sin agus an uimhir faoina méadaítear fad gach mírlíne
- > má bhíonn an fachtóir scála k níos mó ná 1 ($k > 1$), bíonn an íomhá níos mó ná an bhunfhíor
- > má bhíonn an fachtóir scála k níos lú ná 1 ($k < 1$), bíonn an íomhá níos lú ná an bhunfhíor
- > má mhéadaítear fíor de réir fhachtóir scála k , méadófar a hachar de réir fhachtóir scála k^2
- > faightear lárphointe an mhéadaithe ach línte a tharraingt trí dhá thacar de phointí comhfhreagracha. Is é pointe trasnaithe na línte sin an lárphointe.
- > más é k fachtóir scála an mhéadaithe, is é $\frac{1}{k}$ an fachtóir scála a bhaineann leis an méadú inbhéartach.



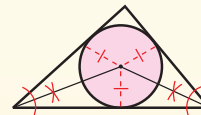
Tógálacha

Imchiorcal



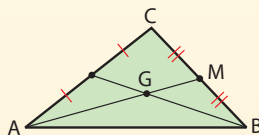
Is é lárphointe an imchiorcail ná pointe trasnaithe dhéroinnteoirí ingearacha na sleasa.

Inchiorcal



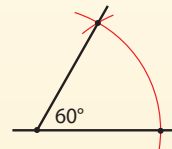
Is é lárphointe an inchiorcail ná pointe trasnaithe dhéroinnteoirí na n-uillinneacha.

Meánlár

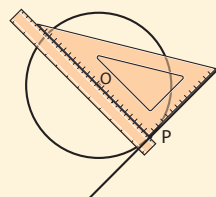


Meánlíne a thugtar ar an líne AM. **Meánlár** an triantáin a thugtar ar an bpointe G, an áit a dtagann na meánlínte le chéile.

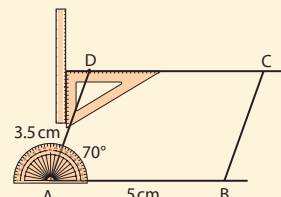
Uillinn 60°



Tadhlaí le ciorcal



Comhthreomharáin

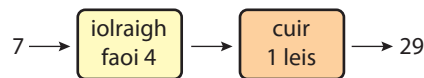


Focail thábhachtacha

ionchur aschur riail inneall feidhme léaráidí mapála fearann
raon feidhm comhfhearann cúplaí ordphéirí parabóil
comhéifeacht feidhm chomhsuite feidhm chearnach

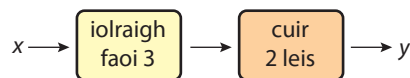
Mír 16.1 Feidhmeanna

Féach a dtarlaíonn don uimhir 7 sa dá oibríocht thíos:



Ar dtús, iolraítear an uimhir 7 faoi 4. Ansin, cuirtear 1 leis an toradh agus faightear 29. San oibríocht sin, an uimhir **ionchuir** a thugtar ar 7 agus an uimhir **aschuir** a thugtar ar 29. Is í an **riail** a bhaineann leis an oibríocht seo ná 'iolraigh faoi 4 agus cuir 1 leis'. De ghnáth, déantar tagairt don oibríocht a léirítear sa léaráid thuas mar **inneall feidhme** nó mar **shreabhchairt**.

Má thugaimid x ar an uimhir ionchuir agus y ar an uimhir aschuir, ansin is féidir linn an 'riail' a scríobh i dtéarmaí x agus y .



Is í an riail a bhaineann leis an inneall feidhme seo ná 'iolraigh faoi 3, ansin cuir 2 leis'. Is féidir é sin a scríobh mar $x \times 3 + 2 = y$ nó $y = 3x + 2$.

Seo thíos na rialacha a bhaineann leis na hinnill feidhme seo a leanas:

(i) $x \rightarrow \begin{array}{|c|} \hline \text{iolraigh} \\ \text{faoi 2} \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|} \hline \text{cuir} \\ \text{4 leis} \\ \hline \end{array} \rightarrow y$ Riail: $y = 2x + 4$

(ii) $x \rightarrow \begin{array}{|c|} \hline \text{iolraigh} \\ \text{faoi 8} \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|} \hline \text{bain} \\ \text{7 uaidh} \\ \hline \end{array} \rightarrow y$ Riail: $y = 8x - 7$

Is féidir an riail $y = 2x + 4$ a scríobh mar $x \rightarrow 2x + 4$.

Is iomaí sampla d'ionchur agus d'aschur comhfhreagrach a fheictear gach lá. Is sampla d'inneall feidhme é áireamhán leictreonach.

Má ionchuireann tú 6 agus ansin an eochair x^2 a bhrú, is é 36 an t-aschur.

Má dhéantar an barrachód ar chlúdach leabhair a scanadh, feicfead praghas an leabhair ar scáileán an scanóra.

Má chuireann feirmeoir leasú (ionchur) ar a chuid barr, méadófar ar an toradh (aschur) a gheobhaidh sé.

Fearann, raon agus léaráidí mapála

Féach an t-inneall feidhme: \rightarrow iolraigh
faoi 5 \rightarrow bain
4 uaidh \rightarrow

Ionchuirfimid na huimhreacha uile ón tacar $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

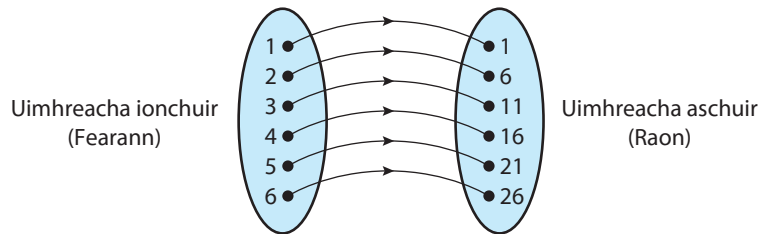
Is iad seo na huimhreacha aschuir: $\{1, 6, 11, 16, 21, 26\}$.

An **fearann** a thugtar ar thacar na n -uimhreacha ionchuir.

An **raon** a thugtar ar thacar na n -uimhreacha aschuir.

Is féidir na huimhreacha ionchuir agus na huimhreacha aschuir a léiriú ar léaráid de chineál faoi leith ar a dtugtar **léaráid mhapála**.

Mapáiltear gach uimhir ionchuir ar a huimhir aschuir.



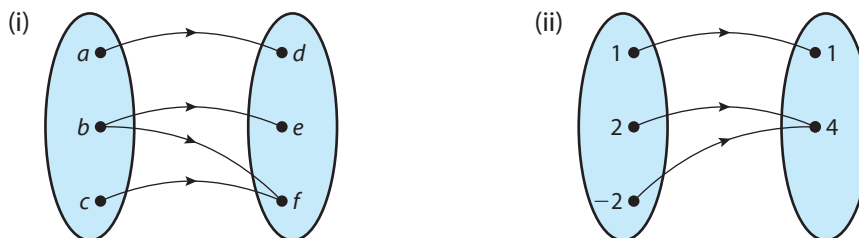
Sa léaráid mhapála thuas, tabhair faoi deara nach bhfuil ach aon uimhir aschuir amháin in aghaidh gach uimhir ionchuir.

Feidhm a thugtar sa mhatamaitic ar riail ar bith nach mbíonn de thoradh uirthi ach luach aschuir amháin in aghaidh gach luach ionchuir.

Feidhmeanna a aithint

Nuair a léirítear feidhm ar léaráid mhapála, ní mhapáiltear ball ar bith den fhearann ach ar **aon bhall amháin** den raon.

Féach an dá léaráid mhapála seo:



- Ní feidhm í léaráid (i) mar go mapáiltear an ball b ar dhá bhall éagsúla den raon.
 Is feidhm í léaráid (ii) mar nach mapáiltear ball ar bith den fhearann ach *ar aon bhall amháin* den raon.

Cúplaí

Ón léaráid mhapála thuas, feictear gur féidir feidhm a scríobh mar thacar **cúplaí** nó **ordphéirí**, i.e. (ionchur, aschur).

Nuair a scríobhtar feidhm mar thacar cúplaí, ní bheidh an t-ionchur céanna ag aon dá chúpla ar leith.

- Is feidhm é $\{(1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 7)\}$ mar nach bhfuil an t-ionchur céanna ag aon dá chúpla.
- Ní feidhm** é $\{(2, 7), (3, 8), (3, 9), (4, 12)\}$ mar go bhfuil dhá aschur éagsúla ag an ionchur 3.

Feidhm a scríobh

Féach an riail seo i gcomhair feidhme: 'Dúbail an uimhir agus cuir 4 léi.'

Má ionchuirimid x , is é $2x + 4$ an t-*aschur*.

Is féidir an riail le haghaidh na feidhme sin a scríobh ar aon cheann de na slí seo a leanas:

- (i) $f(x) = 2x + 4$
- (ii) $f: x \rightarrow 2x + 4$
- (iii) $y = 2x + 4$.

Más é 3 an t-ionchur, tá a fhios againn ó na trí nodaireacht sin gurb ionann an t-*aschur* $(2x + 4)$ agus $[(2 \times 3) + 4]$, i.e. 10.

Is féidir é sin a scríobh mar **$f(3) = 10$** .

An comhfhearann

Féach an dá thacar $A = \{1, 2, 3\}$ agus $B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$.

Má iarrtar orainn cúplaí na feidhme $f: x \rightarrow 2x - 1$ a liostú, áit a bhfuil na huimhreacha ionchuir ag teacht as tacar A agus na huimhreacha aschuir ag teacht as tacar B, d'fhéadfaimis léaráid mhapála mar seo a chruthú:

Is iad $(1, 1)$, $(2, 3)$ agus $(3, 5)$ na cúplaí.

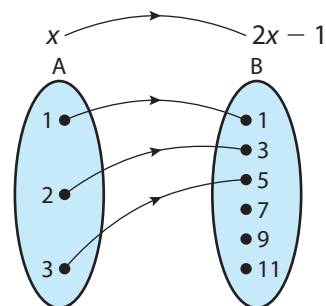
Is é tacar A an **fearann**, i.e. $\{1, 2, 3\}$.

Is é $\{1, 3, 5\}$ an **raon**.

An **comhfhearann** a thugtar ar thacar B,

is é sin tacar na n-*aschur* féideartha

\therefore an comhfhearann = $\{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$.



An **fearann** a thugtar ar thacar na n-ionchur.

An **raon** a thugtar ar thacar na n-*aschur*.

An **comhfhearann** a thugtar ar thacar na n-*aschur* féideartha.

Sampla 1

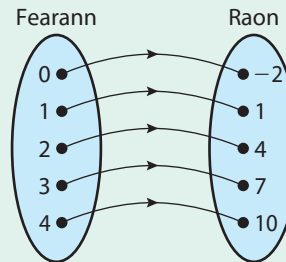
Mar seo a shainítear feidhm: $f: x \rightarrow 3x - 2$.

Is é $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ fearann f .

Léirigh f ar léaráid mhapála agus scríobh amach na cúplaí a ghintear.

Cad é raon f ?

| x | $3x - 2$ | $f(x)$ |
|-----|----------|--------|
| 0 | $0 - 2$ | -2 |
| 1 | $3 - 2$ | 1 |
| 2 | $6 - 2$ | 4 |
| 3 | $9 - 2$ | 7 |
| 4 | $12 - 2$ | 10 |

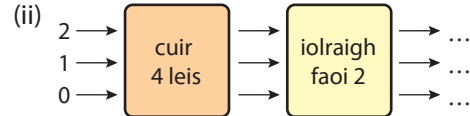
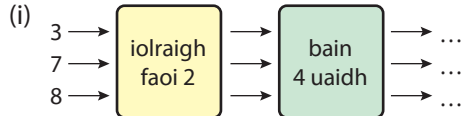


Is iad na cúplaí ná: $\{(0, -2), (1, 1), (2, 4), (3, 7), (4, 10)\}$.

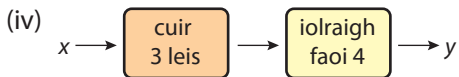
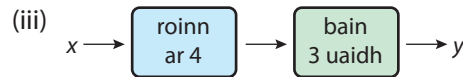
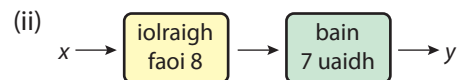
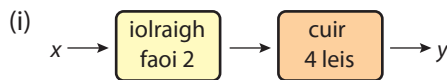
Is é an raon ná: $\{-2, 1, 4, 7, 10\}$.

Cleachtadh 16.1

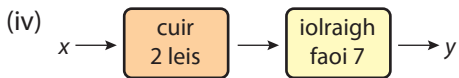
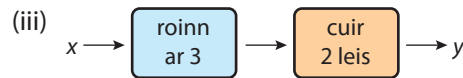
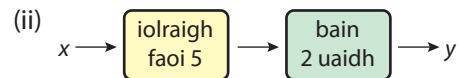
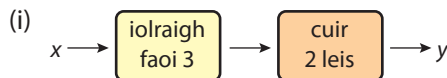
1. Faigh an t-aschur sa dá chás seo a leanas:



2. Scríobh rialacha na n-inneall feidhme seo mar $y = \dots$



3. Scríobh rialacha na n-inneall feidhme seo mar $x \rightarrow \dots$



4. Déan cóip de na táblaí seo a leanas agus comhlánaigh iad:

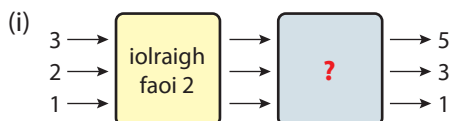
(i)

| lonchur: x | Riail: $x^2 + 4$ | Aschur: y | Cúplaí |
|--------------|------------------|-------------|-----------|
| -2 | $(-2)^2 + 4$ | 8 | $(-2, 8)$ |
| -1 | | | |
| 0 | | | |
| 1 | | | |
| 2 | | | |

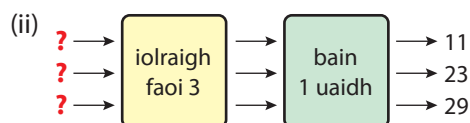
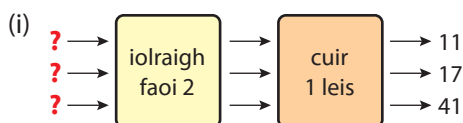
(ii)

| lonchur: x | Riail: $3 - 2x$ | Aschur: y | Cúplaí |
|--------------|-----------------|-------------|--------|
| -3 | | | |
| -2 | | | |
| -1 | | | |
| 0 | | | |
| 1 | | | |
| 2 | | | |

5. Faigh na hoibríochtaí atá ar iarraidh sna hinnill feidhme seo a leanas:

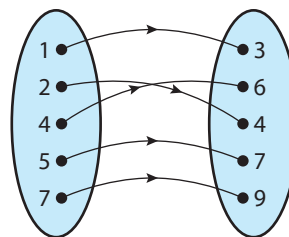


6. Céard iad na huimhreacha a chuaigh isteach sna hinnill feidhme seo?



7. Bain úsáid as an léaráid mhapála ar dheis chun iad seo a leanas a scríobh síos:

- (i) an fearann
- (ii) an raon
- (iii) tacar na gcúplaí a ghintear
- (iv) an riail a thugann na haschuir.



14. Mar seo a shainítear feidhm: $f: x \rightarrow 6x - 2$.
Más cúplaí de f iad $(2, a)$, $(-4, b)$, $(c, 16)$ agus $(d, -14)$, oibrigh amach luach a, b, c agus d .

15. Sna trí thábla thíos, tugtar roinnt de na huimhreacha ionchuir agus aschuir.
Trí 'trial is earráid' nó trí bhuille faoi thuairim a thabhairt, faigh riail gach feidhme i bhfoirm $y = \dots$.

(i)

| Ionchur | Aschur |
|---------|--------|
| 3 | 2 |
| 7 | 10 |
| 5 | 6 |
| 11 | 18 |

(ii)

| Ionchur | Aschur |
|---------|--------|
| 1 | 5 |
| 3 | 11 |
| 5 | 17 |
| 10 | 32 |

(iii)

| Ionchur | Aschur |
|---------|--------|
| 1 | 4 |
| 3 | 10 |
| 6 | 19 |
| 8 | 25 |

Mír 16.2 Oibríochtaí ina bhfuil feidhmeanna

1. Nodaireacht

Chonaiceamar cheana gur féidir feidhm a scríobh ar aon cheann de na bealaí seo a leanas:

(i) $f(x) = 3x - 2$ (ii) $f: x \rightarrow 3x - 2$ (iii) $y = 3x - 2$

I ngach cás, is é $(3x - 2)$ an t-aschur nuair is é x an t-ionchur.

Úsáidtear an nodaireacht **$f(3)$** chun an uimhir aschuir a léiriú nuair is é 3 an uimhir ionchuir. Mar sin, tá $f(3) = 3(3) - 2 = 7$.

Cé gur $f(x)$ a úsáidtear go hiondúil chun cur síos a dhéanamh ar fheidhm, úsáidtear $g(x)$ agus $h(x)$ freisin nuair a bhímid ag plé le breis agus feidhm amháin.

Sampla 1

Mar seo a shainítear feidhmeanna f agus g ar R :

$$f: x \rightarrow x + 5 \quad \text{agus} \quad g: x \rightarrow x^2 - 1.$$

Faigh (i) $f(3)$ (ii) $g(-3)$ (iii) $f(2k)$ (iv) $f(k+1)$ (v) $g(3k)$ (vi) $g(k+1)$

(i) $f(x) = x + 5$
 $f(3) = 3 + 5$
 $= 8$

(ii) $g(x) = x^2 - 1$
 $g(-3) = (-3)^2 - 1$
 $= 9 - 1$
 $= 8$

(iii) $f(x) = x + 5$
 $f(2k) = 2k + 5$

(iv) $f(x) = x + 5$
 $f(k+1) = (k+1) + 5$
 $= k + 6$

(v) $g(x) = x^2 - 1$
 $g(3k) = (3k)^2 - 1$
 $= 9k^2 - 1$

(vi) $g(x) = x^2 - 1$
 $g(k+1) = (k+1)^2 - 1$
 $= k^2 + 2k + 1 - 1$
 $= k^2 + 2k$

2. Feidhmeanna comhshuite

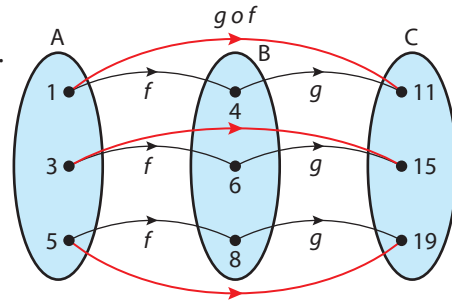
Sa léaráid thíos, tá an fheidhm f sa léaráid mhapála ó A go B, agus an fheidhm g sa léaráid mhapála ó B go C.

Seasann na saigheada dearga do na cúplaí a bhaineann le feidhm nua a cheanglaíonn f agus g .

Feidhm chomhshuite g i ndiaidh f a thugtar ar an bhfeidhm nua seo.

Mar seo a scríobhtar í: **$g \circ f$** , nó níos simplí arís, **gf** .

Is iad seo cúplaí gf ón léaráid: $\{(1, 11), (3, 15), (5, 19)\}$.



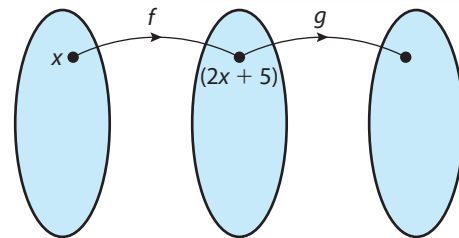
Féachaimid anois ar dhá fheidhm:

$f(x) = 2x + 5$ agus $g(x) = x - 3$ chun an rial a bhaineann leis an bhfeidhm chomhshuite $gf(x)$ a fháil.

$g \circ f$: 'g' i ndiaidh 'f' a deirtear.

Tugtar an dá fheidhm seo ar dheis.

San fheidhm f , is é $(2x + 5)$ an t-aschur nuair is é x an t-ionchur.



Úsáidfimid $(2x + 5)$ mar ionchur na feidhme g .

$$\begin{aligned} \text{Ó tá } g(x) &= x - 3, \text{ tá } gf(x) = g(2x + 5) \\ &= (2x + 5) - 3 \quad \dots(2x + 5) \text{ á chur in áit } x. \\ gf(x) &= 2x + 2 \end{aligned}$$

Féachaimid anois ar a dtarlaíonn nuair a athraítear an t-ord.

$$\begin{aligned} fg(x) &= f(x - 3) \\ &= 2(x - 3) + 5 \quad \dots(x - 3) \text{ á chur in áit } x. \\ fg(x) &= 2x - 1 \end{aligned}$$

Más dhá fheidhm iad f agus g , tá $fg(x) \neq gf(x)$.

Ós rud é go bhfuil $2x + 2 \neq 2x - 1$, léiríonn sé sin go bhfuil $gf(x) \neq fg(x)$.

Sampla 1

Má tá $f(x) = x + 3$ agus $g(x) = x^2 - 1$, faigh

- (i) $fg(2)$ (ii) $gf(-1)$ (iii) $fg(x)$ (iv) $gf(x)$.

Faigh freisin an luach ar x a fhágann go bhfuil $fg(x) = gf(x)$.



- (i) $fg(2) = f(3) = 6 \quad \dots g(2) = 2^2 - 1 = 3$
(ii) $gf(-1) = g(2) = 3$
(iii) $fg(x) = f(x^2 - 1) = (x^2 - 1) + 3 = x^2 + 2$
(iv) $gf(x) = g(x + 3) = (x + 3)^2 - 1 = x^2 + 6x + 9 - 1$
 $\quad \quad \quad = x^2 + 6x + 8$

$$fg(x) = gf(x) \Rightarrow x^2 + 2 = x^2 + 6x + 8$$
$$0 = 6x + 6$$

$$\text{i.e. } 6x + 6 = 0$$

$$6x = -6 \Rightarrow x = -1$$

Cleachtadh 16.2

1. Má tá $f(x) = 2x - 3$, faigh

(i) $f(1)$ (ii) $f(0)$ (iii) $f(2)$ (iv) $f(-1)$ (v) $f(-3)$

2. Má tá $f(x) = x^2 - 3$, faigh

(i) $f(0)$ (ii) $f(1)$ (iii) $f(2)$ (iv) $f(-2)$ (v) $f(-4)$

3. Má tá $f(x) = 5x - 2$, réitigh na cothromóidí seo a leanas:

(i) $f(x) = 8$ (ii) $f(x) = 3$ (iii) $f(k) = -12$

4. Má tá $f(x) = 3x - 2$ agus $g(x) = 2 - 4x$, réitigh na cothromóidí seo a leanas:

(i) $f(x) = 4$ (ii) $g(x) = -10$ (iii) $g(x) = f(4)$

5. Má tá $f(x) = 5x - 1$, faigh

(i) $f(-3)$ (ii) $f\left(\frac{1}{5}\right)$ (iii) $f(k)$ (iv) $f(2k)$ (v) $f(2k - 1)$

6. Sainítear an fheidhm f mar seo: $f: x \rightarrow 2 - 3x$.

Faigh luach na huimhreach k má tá $kf(3) = 7f(2)$.

7. Sainítear an fheidhm f mar seo: $f: R \rightarrow R: x \rightarrow 3x - 4$.

Cad é an luach ar k a fhágann go bhfuil $f(k) + f(2k) = 0$?

8. Mar seo a shainítear dhá fheidhm: $f: x \rightarrow 4x$ agus $g: x \rightarrow x + 1$.

Má tá $g(3) + k[f(3)] = 8$, faigh luach k .

9. Mar seo a shainítear dhá fheidhm: $f(x) = 2x^2 - 1$ agus $g(x) = x + 2$.

Réitigh na cothromóidí seo a leanas:

(i) $f(x) = 3$ (ii) $g(x) = f(3)$ (iii) $f(x) = g(x)$





10. Sainítear an fheidhm $f(x)$ mar $f(x) = 1 + \frac{2}{x}$.

- (i) Faigh luach $f(-4)$ agus $f(\frac{1}{5})$.
- (ii) Faigh an luach ar x a fhágann go bhfuil $f(x) = 2$.
- (iii) Faigh luach k má tá $kf(2) = f(\frac{1}{2})$.

11. Mar seo a shainítear feidhm: $g(x) = 1 - 4x$.

- (i) Faigh $g(k + 1)$.
- (ii) Réitigh an chothromóid $g(k + 1) = g(-3)$.

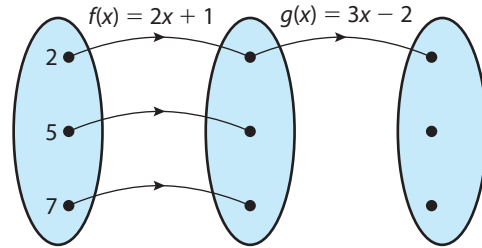
12. Is dhá fheidhm iad $f(x) = 2x - 3$ agus $g(x) = x + 5$.

- Faigh (i) $f(2)$ (ii) $g(-2)$ (iii) $fg(2)$ (iv) $gf(-2)$.
Anois, faigh slonn a le haghaidh $fg(x)$.

13. Tá dhá fheidhm sa tsaigheadléaráid ar dheis:

$$f(x) = 2x + 1 \text{ agus } g(x) = 3x - 2.$$

Déan cóip den tsaigheadléaráid dhúbailte sin agus críochnaigh í.
Anois, scríobh síos trí chúpla den fheidhm $gf(x)$.



14. Is dhá fheidhm iad $f: x \rightarrow 2x + 1$ agus $g: x \rightarrow 4x - 3$.

- Faigh (i) $f(3)$ (ii) $gf(3)$ (iii) $fg(-2)$ (iv) $gf(x)$.
Cad é an luach ar x a fhágann go bhfuil $fg(x) = 19$?

15. Is dhá fheidhm iad $f: x \rightarrow 2x + 1$ agus $g: x \rightarrow x^2$.

- Cad é (i) $f(4)$ (ii) $g(-3)$ (iii) $fg(2)$ (iv) $gf(4)$?

16. Dhá fheidhm is ea f agus g sa chaoi is go bhfuil

$$f(x) = 2x - 1 \text{ agus } g(x) = 3x + 2.$$

- Faigh (i) $fg(1)$ (ii) $gf(-3)$ (iii) $gf(x)$ (iv) $fg(x)$.

17. Mar seo a shainítear na feidhmeanna f agus g :

$$f: x \rightarrow 2x - 1 \text{ agus } g: x \rightarrow x^2 + 2.$$

- Faigh (i) $fg(-2)$ (ii) $gf(\frac{1}{2})$ (iii) $fg(x)$ (iv) $gf(x)$.

Cad iad na luachanna ar x a fhágann go bhfuil $gf(x) = fg(x)$?





18. Tá an fheidhm $f(x) = gh(x)$, áit a bhfuil $g(x) = 2x$ agus $h(x) = x + 3$.
Úsáid an fearann $\{1, 2, 3, 4\}$ chun iad seo a fháil:

- (i) raon na feidhme h
- (ii) slonn le haghaidh $f(x)$
- (iii) raon na feidhme f .

19. Mar seo a shainítear na feidhmeanna f agus g :

$$f(x) = 1 - 3x \quad \text{agus} \quad g(x) = x^2 - 1.$$

- (i) Faigh $fg(3)$.
- (ii) Má tá $fg(x) = -8$, faigh luach(anna) x .

20. Má tá $f(x) = \sqrt{x^2 + 8}$, faigh luach $f(2)$ agus $f(8)$.

Má tá $f(2) \times f(8) = k\sqrt{6}$, faigh k , áit a bhfuil $k \in \mathbb{N}$.

21. Má tá $f(x) = \frac{k}{x^2} + 1$, $x \neq 0$ agus $f(3) = 5$, faigh luach k .

22. (i) Má tá $f(x) = 3x + 2$, léirigh go bhfuil $f(x) + f(y) = f(x + y) + 2$.

(ii) Dhá fheidhm iad $f(x) = 2x^2$ agus $g(x) = 3x - 1$.

(a) Faigh $fg(x)$ agus $gf(x)$.

(b) Cén luach/cé na luachanna ar x a fhágann go bhfuil $fg(x) = gf(x)$?

Mír 16.3 Comhéifeachtaí anaithnide a fháil

D'fhoghlaim tú cheana féin conas graif d'fheidhmeanna mar $f(x) = 2x + 4$ nó $f(x) = x^2 + 2x - 4$ a tharraingt.

Seasann an fheidhm $f(x) = 2x + 4$ do **líne dhíreach**.

Seasann an fheidhm $f(x) = x^2 + 2x - 4$ do chruth atá cosúil leis an gcruth ar dheis.

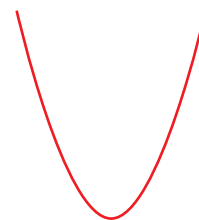
Parabóil a thugtar ar an gcuar mín seo.

Féach an fheidhm $f(x) = ax + b$.

Má deirtear linn go bhfuil $(2, 4)$ ar an líne sin,

is bealach eile é seo lena rá go bhfuil $f(2) = 4$.

Ar an gcaoi chéanna, má tá $(3, 0)$ ar an líne, tá $f(3) = 0$.



Léiríonn an sampla seo a leanas conas comhéifeachtaí anaithnide feidhme a fháil nuair a thugtar roinnt cúplaí den fheidhm.

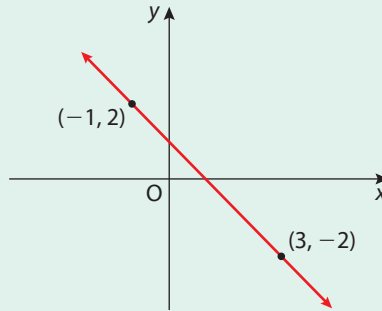


Sampla 1

Léiríonn an léaráid thíos cuid de ghráf na feidhme

$$y = ax + b.$$

Faigh luach a agus luach b .



$$(3, -2) \in y = ax + b$$

$$\Rightarrow -2 = 3a + b$$

$$\text{i.e. } 3a + b = -2 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$(-1, 2) \in y = ax + b$$

$$\Rightarrow 2 = -a + b$$

$$\text{i.e. } -a + b = 2 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\text{dealaigh: } \frac{4a}{4a} = -4$$

$$\Rightarrow a = -1$$

$$\text{Ó } \textcircled{1}: 3(-1) + b = -2$$

$$\Rightarrow -3 + b = -2 \Rightarrow b = 1$$

$$\therefore a = -1 \text{ agus } b = 1$$

Feidhmeanna cearnacha

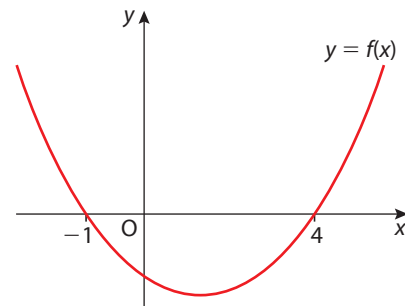
Feidhm chearnach a thugtar ar fheidhm mar $f(x) = x^2 - 3x + 2$, ina bhfuil téarma in x^2 .

Sa léaráid ar dheis, léirítear cuar a thrasnaíonn an x -ais ag na pointí ag a bhfuil $x = -1$ agus $x = 4$.

Is iad na huimhreacha seo a leanas fréamhacha na cothromóide:

$$(x + 1)(x - 4) = 0$$

$$\text{i.e. } x^2 - 3x - 4 = 0.$$



Dá réir sin, is é cothromóid an chuir ná:

$$f(x) = x^2 - 3x - 4.$$

Sampla 2

Tá graf na feidhme cearnaí
 $f(x) = x^2 + bx + c$ ar dheis.

Faigh luach b agus c .

Uaidh sin, scríobh síos comhordanáidí P agus Q .

$(-1, 0) \in$ an cuar $\rightarrow f(-1) = 0$.

$$\begin{aligned} f(-1) = 1 - b + c &\Rightarrow 1 - b + c = 0 \\ &\Rightarrow -b + c = -1 \dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

$(4, 5) \in$ an cuar $\Rightarrow f(4) = 5$.

$$\begin{aligned} f(4) = 16 + 4b + c &\Rightarrow 16 + 4b + c = 5 \\ &\Rightarrow 4b + c = -11 \dots \textcircled{2} \end{aligned}$$

Anois, réiteimid na cothromóidí $\textcircled{1}$ agus $\textcircled{2}$.

$$\textcircled{1}: -b + c = -1$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2}: 4b + c &= -11 \\ -5b &= 10 \Rightarrow b = -2 \end{aligned}$$

$$\text{Ó } \textcircled{1}: 2 + c = -1 \Rightarrow c = -3$$

$$\therefore b = -2 \text{ agus } c = -3 \text{ i.e. } f(x) = x^2 - 2x - 3.$$

Chun comhordanáidí P a fháil, réiteimid an chothromóid $f(x) = 0$.

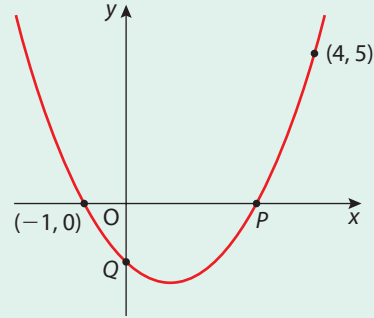
$$\begin{aligned} f(x) = 0 &\Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \\ &\Rightarrow (x - 3)(x + 1) = 0 \\ &\Rightarrow x = 3 \text{ nó } x = -1 \end{aligned}$$

\therefore is iad $(3, 0)$ comhordanáidí P .

Chun comhordanáidí an phointe a fháil ag a dtrasnaíonn an cuar an y -ais, cuirfimid $x = 0$.

$$x = 0 \Rightarrow f(x) = 0 - 0 - 3 \text{ i.e. } f(x) = -3 \Rightarrow y = -3$$

\therefore is iad $(0, -3)$ comhordanáidí Q .



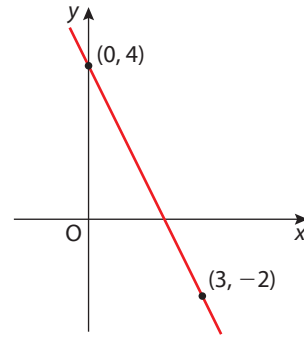
Cleachtadh 16.3

1. Sainíonn $f(x) = ax - 6$ feidhm.
Má tá $f(2) = -2$, faigh luach a .
2. Más cúpla é $(1, 5)$ den fheidhm $f(x) = kx + 4$, faigh luach k .
3. Sainíonn $g(x) = 3x + k$ feidhm.
Má tá $g(4) = 10$, faigh luach k .
4. Más pointe é $(-3, 2)$ ar an líne $y = kx + 11$, faigh luach k .
5. Is feidhm é $f(x) = ax^2 + 3$.
Más cúpla den fheidhm é $(-1, -1)$, faigh luach a .

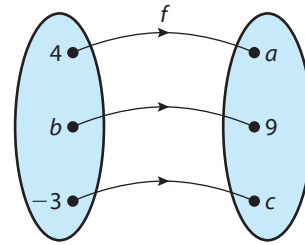


6. Tá an fheidhm $g(x) = x^2 - 2x + p$, áit a bhfuil $p \in \mathbb{R}$.
Más cúpla den fheidhm é $(1, 2)$, faigh luach p .

7. Tugtar graf na feidhme líní
 $f(x) = ax + b$ ar dheis.
Faigh luach a agus b .



8. Sainítear feidhm f mar seo $f: x \rightarrow 2x - 1$.
Má sheasann an léaráid mhapála ar dheis don
feidhm f , faigh luachanna a, b agus c .



9. Is feidhm é $g: x \rightarrow ax^2 + bx + 1$ a shainítear ar \mathbb{R} .
Má tá $g(1) = 0$ agus $g(2) = 3$, scríobh dhá chothromóid in a agus in b .
Réitigh na cothromóidí sin chun luachanna a agus b a fháil.

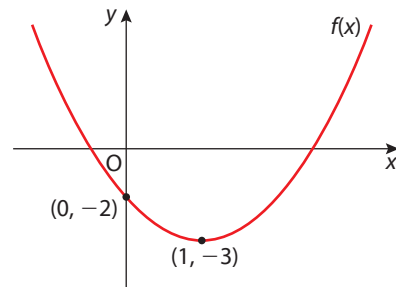
10. Mar seo a shainítear feidhm: $f: x \rightarrow ax^2 + bx + 1$.
Má tá $f(1) = 0$ agus $f(-1) = 0$, faigh luach a agus luach b .

11. Sainíonn $f: x \rightarrow x^2 + px + q$ feidhm.
Má tá $f(3) = 4$ agus $f(-1) = 4$. Faigh luach p agus q .
Agus na luachanna seo ar p agus ar q in úsáid agat,
réitigh an chothromóid $x^2 + px + q = 0$.

12. Léiríonn an léaráid thall cuid de ghraf na feidhme
 $f: x \rightarrow x^2 + bx + c$.

Is baill den fheidhm iad na cúplaí atá ainmnithe.

- (i) Faigh luach b agus c .
- (ii) Más pointe é $(2, y)$ ar an ngraf, faigh luach y .

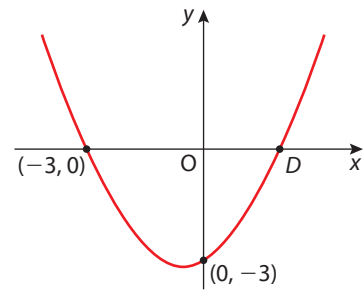


13. Sainítear na feidhmeanna f agus g mar seo a leanas:
 $f: x \rightarrow x^2 + 1$ agus $g: x \rightarrow ax + b$, áit ar tairisigh iad a agus b .
Má tá $f(0) = g(0)$ agus $g(2) = 15$, faigh luach a agus b .





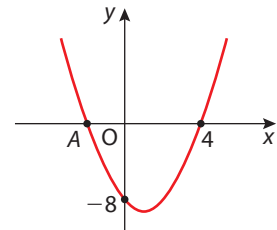
- 14.** Tá graf na feidhme $f(x) = x^2 + bx + c$ ar dheis.
- (i) Úsáid an graf chun dhá chothromóid in b agus c a fháil.
 - (ii) Réitigh na cothromóidí chun luach b agus luach c a fháil.
 - (iii) Agus na luachanna sin ar b agus ar c in úsáid agat, réitigh an chothromóid $x^2 + bx + c = 0$ agus faigh comhordanáidí an phointe D.



- 15.** Tá graf na feidhme $f(x) = x^2 + kx + p$ ar dheis.

Bain úsáid as an eolas a thugtar chun luach k agus p a fháil.

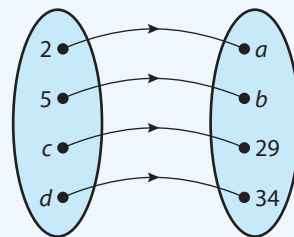
Uaidh sin, faigh comhordanáidí an phointe A.



Cuir triail ort féin 16

1. (a) Mar seo a shainítear feidhm: $f: x \rightarrow 4x - 5$.
- Faigh $f(3)$.
 - Faigh an luach ar k a fhágann go bhfuil $kf(3) = f(10)$.

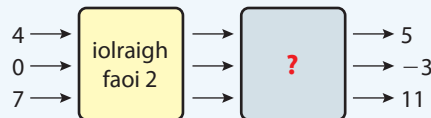
- (b) Tá an fheidhm $h: x \rightarrow 10x - 1$ ar an tsaigheadléaráid ar dheis. Seasann a, b, c agus d d'uimhreacha. Aimsigh na huimhreacha sin.



- (c) Sainíonn $f: x \rightarrow 3x - 1$ agus $g: x \rightarrow 5x + 2$ dhá fheidhm. Faigh (i) $fg(2)$ (ii) $gf(-2)$ (iii) $gf(x)$ (iv) $fg(x)$.

Agus na freagraí ar (iii) agus (iv) in úsáid agat réitigh an chothromóid $2[gf(x)] = fg(x)$.

2. (a) (i) Seasann an comhartha ceiste d'oibríocht áirithe san inneall feidhme ar dheis. Cén oibríocht í sin?



- (ii) Mar seo a shainítear $f(x) = 3x - 4$. Más é $\{-3, -2, -1, 0\}$ fearann na feidhme $f(x)$, cad é raon $f(x)$?

- (b) Sainítear an fheidhm f ar \mathbb{R} mar seo: $f: x \rightarrow 3x - 1$. Faigh (i) $f(2)$ (ii) $f\left(\frac{1}{2}\right)$.

Faigh an luach ar k a fhágann go bhfuil $f(2) = kf\left(\frac{1}{2}\right)$. Cad iad na luachanna ar h a fhágann go bhfuil $f(h) = kf\left(\frac{1}{h}\right)$?

- (c) Baineann an chothromóid $y = mx + c$ le líne dhíreach, áit ar tairisigh iad m agus c .

- Tá an pointe $(2, 7)$ ar an líne sin. Scríobh síos cothromóid in m agus c chun an t-eolas sin a léiriú.
- Tá pointe eile $(4, 17)$ ar an líne freisin. Scríobh síos cothromóid in m agus c chun an t-eolas breise a léiriú.
- Uaidh sin, ríomh luach m agus c .
- Scríobh síos fána na líne.

3. (a) Sainíonn $f(x) = 7x - 6$ feidhm.
- Faigh $f\left(\frac{1}{7}\right)$.
 - Faigh an luach ar x a fhágann go bhfuil $f(x) = 71$.

- (b) Is dhá fheidhm iad $f: x \rightarrow x^2$ agus $g: x \rightarrow 2x + 3$.

Faigh (i) $fg(2)$ (ii) $gf(-3)$.

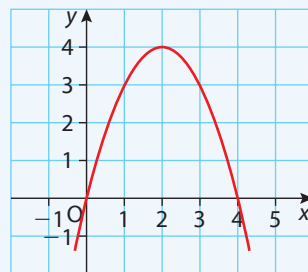
Faigh $gf(x)$ agus $fg(x)$ agus uaidh sin, réitigh an chothromóid $gf(x) + 6 = fg(x)$.

(c) Tá graf na feidhme $f(x) = -x^2 + kx + \ell$ ar dheis.

(i) Cad é $f(0)$?

Uaidh sin, scríobh síos luach ℓ .

(ii) Úsáid pointe eile ar an gcuar chun luach k a fháil.



4. (a) Dhá fheidhm iad $h: x \rightarrow 2x + a$ agus $k: x \rightarrow b - 5x$, áit ar réaduimhreacha iad a agus b . Má tá $h(1) = -5$ agus $k(-1) = 4$, faigh luach a agus luach b .

(b) Dhá fheidhm iad $f(x) = 2x^2$ agus $g(x) = 3x - 1$.

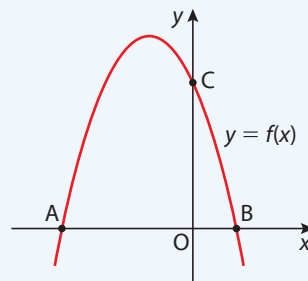
Faigh (i) $f(3)$ (ii) $g(1)$ (iii) $g(\frac{1}{3})$.

Má tá $f(3) = kg(1)$, faigh k .

(c) Léiríonn an cuar ar dheis graf na feidhme

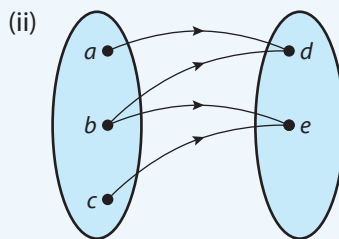
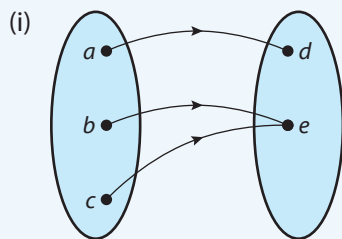
$$f(x) = 10 - 3x - x^2.$$

Faigh comhordanáidí na bpointí A, B agus C.



5. (a) An seasann na léaráidí mapála seo a leanas d'fheidhmeanna?

Tabhair cúis le do fhreagra.



(b) Dhá fheidhm iad $f(x) = 2x^2$ agus $g(x) = 3x - 1$.

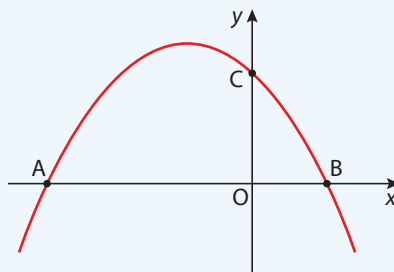
Faigh luach (i) $fg(\frac{1}{3})$ (ii) $gf(-2)$.

Cad iad na luachanna ar x a fhágann go bhfuil $f(x) = g(x)$?

(c) Léiríonn an cuar ar dheis graf na feidhme

$$f(x) = 8 - 2x - x^2.$$

Faigh comhordanáidí na bpointí A, B agus C.

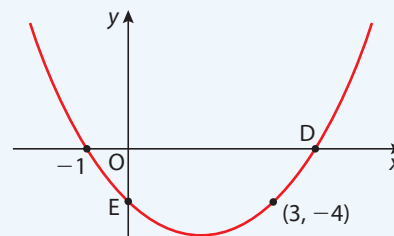


6. (a) Mar seo a shainítear feidhm $y = 3x - 2$.
Déan cóip den tábla ar dheis a bhaineann leis an bhfeidhm seo. Comhlánaigh é agus uaidh sin, tarraing graf na feidhme.

| | | | | |
|----------|----|---|---|---|
| x | -1 | 0 | 1 | 2 |
| y | | | | |

- (b) Is dhá fheidhm iad $f: x \rightarrow x^2 + 1$ agus $g: x \rightarrow 2x$.
- Fíoraigh go bhfuil $g(h + k) = g(h) + g(k)$.
 - Féach an bhfuil $f(h + k) = f(h) + f(k)$.
 - Cén luach ar x a fhágann go bhfuil $f(x) = g(x)$?
 - Ní raibh ach aon luach amháin ar x i gcuid (iii) thuas.
Mínigh an bhrí atá leis an luach aonair sin i gcomhthéacs ghraif an dá fheidhm.

- (c) Tá graf na feidhme $f(x) = x^2 + bx + c$ ar dheis. Tá an pointe $(3, -4)$ ar an gcuar agus trasnaíonn an cuar an x -ais ag $(-1, 0)$.



- Scríobh síos dhá chothromóid in b agus c .
- Réitigh na cothromóidí sin chun luach b agus c a fháil.
- Úsáid na luachanna sin o ar b agus ar c chun an fheidhm $f(x)$ a scríobh síos.
- Úsáid an fheidhm sin chun comhordanáidí D agus E a fháil.

Achoimre ar na príomhphointí...

- Feidhm** a thugtar ar riail ar bith nach mbíonn de thoradh uirthi ach luach aschuir amháin in aghaidh gach luach ionchuir.
- An **fearann** a thugtar ar thacar na n-ionchur.
An **raon** a thugtar ar thacar na n-aschur.
An **comhfhearann** a thugtar ar thacar na n-aschur féideartha.
- Más dhá fheidhm iad f agus g , is í **an fheidhm chomhshuite** a thugtar ar **gof** nó **gf**.
' g i ndiaidh f ' a deirtear.

Focail thábhachtacha

feidhm líneach modh na hidirlíne graif chomhréireacha
 feidhm chearnach parabóil an dara difríocht uasluach
 íosluach méadaitheach laghdaitheach feidhm easpóntúil

Mír 17.1 Graif d'fheidhmeanna líneacha

Féach an fheidhm $f(x) = 3x + 2$, áit a bhfuil $0 \leq x \leq 4$.

Déanfaimid tábla luachanna ar x agus gheobhaimid na luachanna comhfhreagracha ar $f(x)$ nó y .

| Ionchuir | Riail | Aschuir | Cúplaí (ionchur, aschur) |
|----------|------------|---------|--------------------------|
| x | $3x + 2$ | y | |
| 0 | $3(0) + 2$ | 2 | (0, 2) |
| 1 | $3(1) + 2$ | 5 | (1, 5) |
| 2 | $3(2) + 2$ | 8 | (2, 8) |
| 3 | $3(3) + 2$ | 11 | (3, 11) |
| 4 | $3(4) + 2$ | 14 | (4, 14) |

Nóta: Baineann patrún líneach le tacar na n-aschur 2, 5, 8, 11, 14

+3 +3 +3 +3

...is tairiseach í an chéad difríocht

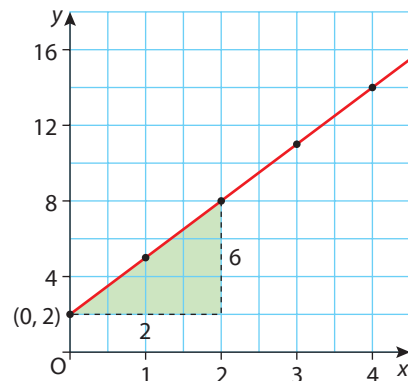
Tá graf $f(x) = 3x + 2$ breactha ar dheis.

Ón líne, feicimid gurb é $\frac{6}{2} = 3$ an fhána.

Is ionann sin agus an difríocht thairiseach idir na haschuir.

Uaidh seo, feicimid go seasann an **difríocht thairiseach** don fhána.

I gcás na líne $y = 3x + 2$, is é 3 fána na líne agus trasnaíonn an líne an y -ais ag $(0, 2)$.



Taispeánann an líne freisin gur méadaitheach (i.e. **ag méadú**) atá an fheidhm, mar go bhfuil méadú tairiseach faoi 3 ar an y -luach in aghaidh gach méadú aonaid ar na x -luachanna.

Sampla 1

Graf an fheidhm $f(x) = 2x - 4$ san fhearann $-1 \leq x \leq 4$.

Agus úsáid á baint agat as an ngraf, faigh:

- (i) $f(3)$ (ii) an luach ar x a fhágann $f(x) = -2$ (iii) fána na líne.

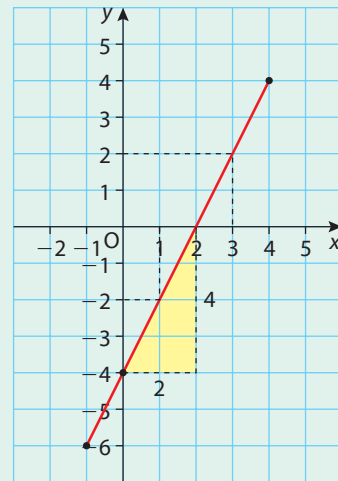
Chun trí phointe a fháil, roghnóimid an luach is lú agus an luach is mó ar x san fhearann atá tugtha agus luach amháin ar x atá idir eatarthu.

| x | $2x - 4$ | y |
|-----|----------|-----|
| -1 | $-2 - 4$ | -6 |
| 0 | $0 - 4$ | -4 |
| 4 | $8 - 4$ | 4 |

Is iad seo na trí phointe: $(-1, -6)$, $(0, -4)$ agus $(4, 4)$.

Ceangail na pointí seo le chéile chun líne a chruthú.

- (i) Seasann $f(3)$ don y -luach nuair atá $x = 3$.
Feictear ón ngraf gurb é sin 2, i.e. $f(3) = 2$.
- (ii) $f(x) = -2 \Rightarrow y = -2$.
Is é $x = 1$ luach x sa ghráf nuair atá $y = -2$.
- (iii) Ón triantán buí feictear gurb é fána na líne ná $\frac{4}{2} = 2$.



Líne a tharraingt ar mhodh na hidirlíne

Is áisiúla an dá phointe ag a dtrasnaíonn an líne an x -ais agus an y -ais a dhéanamh amach más san fhoirm $3x - 4y = 12$, cuir i gcás, a bhíonn cothromóid líne.

$$3x - 4y = 12$$

$$x = 0 \Rightarrow 0 - 4y = 12 \Rightarrow y = -3$$

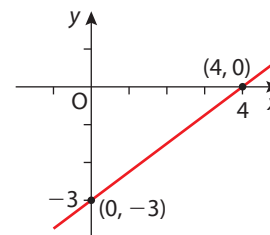
\therefore is pointe amháin ar an líne é $(0, -3)$.

$$y = 0 \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow x = 4$$

\therefore is pointe eile ar an líne é $(4, 0)$.

Ceanglaítear na pointí sin agus sin agat an líne atá ag teastáil.

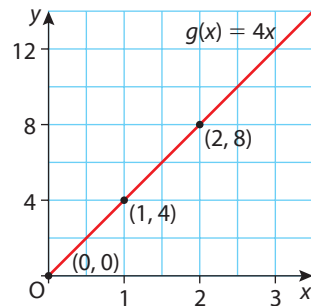
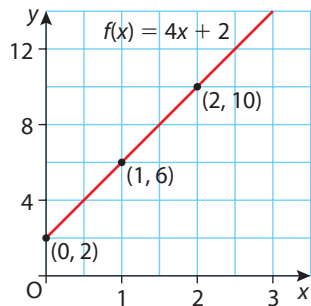
Modh na hidirlíne a thugtar ar an modh seo, go hiondúil.



Graif chomhréireacha agus neamhchomhréireacha

Sna graif thíos, tá dhá fheidhm $f(x) = 4x + 2$ agus $g(x) = 4x$.

Taispeántar trí phointe ar an dá líne.



- › Tá an dá fheidhm ag méadú ar an ráta céanna (an dá fhána = 4).
- › Tá na hionaid tosaigh difriúil.
- › Tá gach aschur in $g(x)$ i gcomhréir leis an ionchur i.e. (1, 4), (2, 8) ... tá gach aschur ceithre oiread níos mó ná an t-ionchur.

Mar sin, deirimid gur **graf i gcomhréir dhíreach** é graf $y = g(x)$.

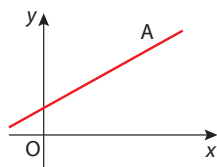
- › Trí chúpla de $f(x)$ iad (0, 2), (1, 6) agus (2, 10).
Tabhair faoi deara gurb ionann an t-aschur 6 agus 6 oiread an ionchuir 1.
Ach, ní hionann an t-aschur 10 agus 6 oiread an ionchuir 2.
Léiríonn sé sin **nach** graf i gcomhréir dhíreach é graf $f(x)$.

Graif chomhréireacha

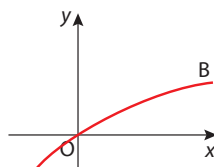
I gcás graif atá i gcomhréir dhíreach,

- beidh an bunphointe (0, 0) ann
- beidh sé líneach.

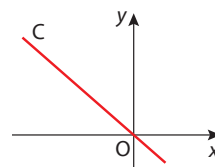
Seo thíos trí ghraf, A, B agus C.



Níl A i gcomhréir dhíreach mar nach dtéann sé trí (0, 0).



Níl B i gcomhréir dhíreach mar go bhfuil cuar ann i.e. níl sé líneach.



Tá C i gcomhréir dhíreach mar go bhfuil sé líneach agus go bhfuil (0, 0) ann.

Cleachtadh 17.1

1. Cóipeáil agus comhlánaigh an tábla ar dheis agus bain úsáid as chun graf na líne $y = 2x - 3$ san fhearann $-1 \leq x \leq 4$ a tharraingt.

| x | $2x - 3$ | y |
|-----|----------|-----|
| -1 | | |
| 0 | | |
| 1 | | |
| 2 | | |
| 3 | | |
| 4 | | |

2. Tarraing graf $f(x) = 2x - 5$ san fhearann $0 \leq x \leq 5$.

3. Cóipeáil agus comhlánaigh an tábla ar dheis agus uaidh sin, tarraing graf na feidhme $f(x) = 3x - 4$ san fhearann $-1 \leq x \leq 3$.

| x | $3x - 4$ | y |
|-----|----------|-----|
| -1 | | |
| 0 | | |
| 3 | | |

4. Tarraing graf na feidhme $f(x) = 6 - x$ san fhearann $0 \leq x \leq 6$ gan ach trí phointe ar an líne a aimsiú.

5. Tarraing graf na feidhme $f(x) = 2x - 2$ san fhearann $-2 \leq x \leq 3$.

6. Ar dheis, feictear graf na feidhme $y = f(x)$.

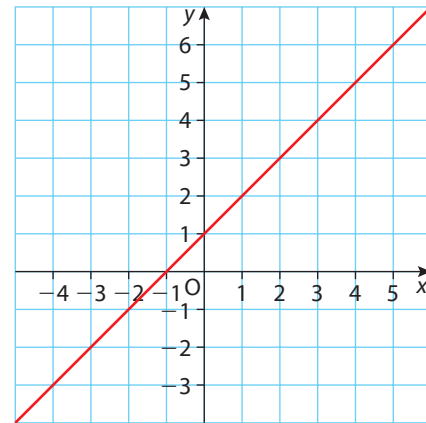
Bain úsáid as an ngraf chun iad seo a scríobh síos:

- (i) $f(3)$ (ii) $f(0)$ (iii) $f(-4)$
 (iv) luach x nuair atá $f(x) = -2$
 (v) luach x nuair atá $f(x) = 6$.

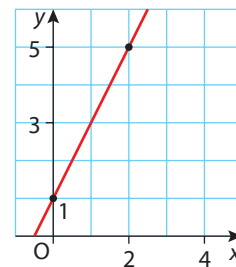
Bain úsáid as an ngreille chun fána na líne a scríobh.

An méadaitheach (i.e. ag méadú) nó laghdaitheach (i.e. ag laghdú) atá an fheidhm $y = f(x)$?

Mínigh do fhreagra.

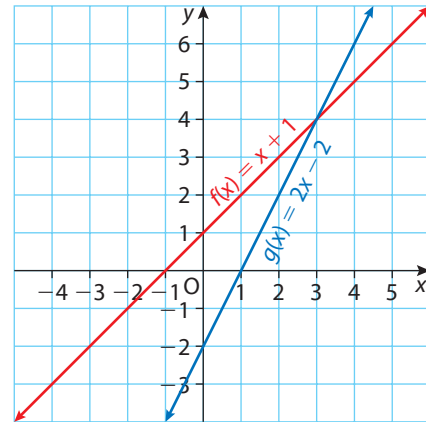


7. Bain úsáid as an ngreille sa léaráid ar dheis chun fána na líne a scríobh síos. Anois, sloinn cothromóid na líne san fhoirm $y = mx + c$.





8. Sa léaráid ar dheis, feictear graif dhá líne, $f(x) = x + 1$ and $g(x) = 2x - 2$.
- Scríobh síos pointe trasnaithe an dá líne.
 - Cad é brí na cothromóide $f(x) = g(x)$ sa chás seo?
 - Réitigh an chothromóid $x + 1 = 2x - 2$. An bhfuil baint ar bith idir an luach a fuair tú ar x agus pointe trasnaithe an dá líne?
 - Seachas a ngráf a tharraingt, an bhfuil bealach eile ann inar féidir pointe trasnaithe dhá líne a fháil?
 - Má tá an luach céanna ar $f(k)$ agus atá ar $g(k)$, scríobh síos luach k .



9. Ar an léaráid chéanna, tarraing na línte $y = 5 - x$ agus $y = 2x - 4$, san fhearann $0 \leq x \leq 4$. Bain úsáid as do ghraf chun pointe trasnaithe an dá líne a aimsiú agus a scríobh síos.

10. Trí na cúplaí $(*, 0)$ agus $(0, *)$ a fháil, tarraing graf den líne $y = 4 - 2x$.

11. Úsáid modh na hidirlíne chun graf na líne $3x + 2y = 6$ a tharraingt.

12. Ídionn carr peitreal ar ráta 1 léitear in aghaidh 10 km.

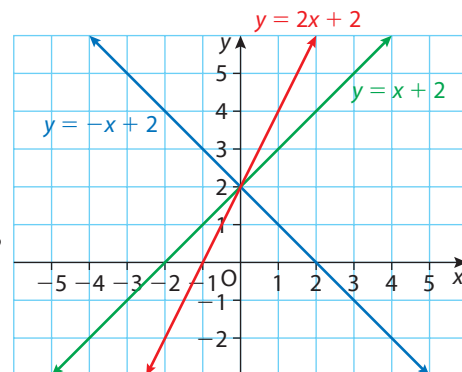
Cóipeáil agus comhlánaigh an tábla thíos chun ídiú peitрил an chairr le linn thuras 50 km a thaispeáint.

| | | | | | | |
|---------------------|---|----|----|----|----|----|
| Fad | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 |
| Ídiú peitрил | 0 | | | | | |

- Tarraing graf chun an t-eolas a léiriú.
- An bhfuil an graf i gcomhréir dhíreach? Mínigh do fhreagra.
- Roghnaigh dhá luach (ionchur, aschur) agus uaidh sin, faigh cothromóid na líne.
- Úsáid an chothromóid a fuair tú chun ídiú peitрил an chairr i gcás thuras 75 km a aimsiú.

13. Tá na línte $y = x + 2$, $y = -x + 2$ agus $y = 2x + 2$ graftha ar na haiseanna céanna sa léaráid ar dheis.

- Cén chaoi a bhfuil na línte cosúil le chéile?
- Cén chaoi a bhfuil na cothromóidí líneacha cosúil le chéile?
- Cén chaoi a bhfuil na línte difriúil le chéile?
- Cén chaoi a bhfuil na cothromóidí líneacha difriúil le chéile?
- Cé acu feidhm atá ag laghdú?
- Cé acu feidhm atá ag méadú ar ráta níos tapúla?





14. Sainíonn $f(x) = 4x - 3$ feidhm.

Scríobh amach tábla d'ionchuir agus d'aschuir le haghaidh $x = -2$ go $x = 4$.

An bhfuil na chéad difríochtaí idir na haschuir tairiseach?

Mínigh an fáth ar feidhm líneach í.

15. Maireann piongainí in aeráidí an-fhuar.

Tugann an riail $T = -0.5t - 1$ an teocht, $T^\circ\text{C}$, i gcoilíneacht piongainí, t uair an chloig tar éis meán oíche.

| | | | | | | | |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|
| t | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| T | 0 | | | | | | |

- Comhlánaigh an tábla, a thugann an teocht suas go dtí 6 a.m.
 - Ar thacar aiseanna de do chuid féin, breac na pointí arb ionann a gcomhordanáidí agus na luachanna atá sa tábla.
 - Ceangail na pointí breactha le líne dhíreach. Ná lean leis an líne.
 - Léigh an teocht ag 5.30 a.m. ón ngraf.
 - Bain úsáid as an riail a cheanglaíonn T le t chun an teocht bheacht ag 5.30 a.m. a fháil.
16. Tugadh dhá phlanda lus na gréine d'Eoin. Tá planda amháin 16 cm ar airde agus tá an ceann eile 24 cm ar airde. Tomhaiseann Eoin airde na bplandaí ag an am céanna gach lá ar feadh seachtaine.
- An planda a bhí 16 cm tugann sé faoi deara go bhfásann sé 4 cm in aghaidh an lae, agus an planda a bhí 24 cm fásann sé 3.5 cm in aghaidh an lae.
- Déan amach tábla a thaispeánann airde an dá phlanda gach lá ar feadh seachtaine, ag tosú ar an lá a bhfuair Eoin iad.
 - Tóg dhá ionchur agus dhá aschur agus uaidh sin, scríobh dhá chothromóid – ceann in aghaidh an phlanda – san fhoirm $k = \square d + \square$, áit arb é k airde an phlanda ina cm agus d lá den tseachtain (1 go dtí 7).
 - Glacann Eoin leis go leanfaidh na plandaí orthu ag fás ar an ráta céanna. Tarraing graif a thaispeánfaidh airde an dá phlanda in imeacht an chéad 28 lá. (Bíodh 1 aonad = 5 lá ar an x -ais.)
 - (a) Scríobh síos ón léaráid pointe trasnaithe an dá ghraf.
(b) Mínigh cad is ciall leis an bpointe trasnaithe maidir leis an dá phlanda.
 - Is féidir an pointe trasnaithe a fháil ach an graf a léamh nó ailgéabar a úsáid. Luaigh buntáiste amháin a bhaineann le hailgéabar a úsáid chun é a fháil.
 - B'fhéidir nach mbeadh samhail Eoin d'fhás na bplandaí ceart. Luaigh teorannú amháin a bhainfeadh leis an tsamhail a mbeadh tionchar aige ar an bpointe trasnaithe agus ar an gciall a bhainfí as.

Mír 17.2 Graif d'fheidhmeanna cearnacha

Is **feidhm chearnach** í feidhm mar $f(x) = x^2 - 3x + 4$, áit arb é 2 an chumhacht is airde de x .

Is é $f(x) = x^2$ an fheidhm chearnach is simplí.

Má úsáidimid luachanna ionchuir ó -3 go dtí 3 , gheobhaimid na luachanna aschuir a thaispeántar sa tábla thíos.

| | | | | | | | |
|----------|----|----|----|---|---|---|---|
| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| y | 9 | 4 | 1 | 0 | 1 | 4 | 9 |

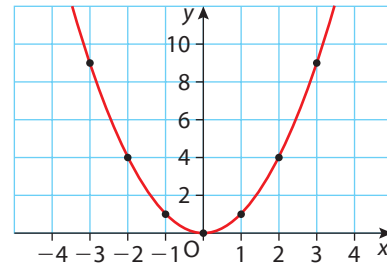
Is iad na pointí atá ar an gcuar seo:

$(-3, 9)$, $(-2, 4)$, $(-1, 1)$, $(0, 0)$, $(1, 1)$, $(2, 4)$, $(3, 9)$.

Nuair a cheanglaítear na pointí sin le chéile, cruthaítear cuar réidh ar a dtugtar **parabóil**.

Tá an graf thuas siméadrach ar an y -ais.

Dá bharr sin, **ais na siméadrachta** a thugtar ar an y -ais.



Graf d'fheidhm chearnach a tharraingt

Chun graf d'fheidhm chearnach a tharraingt, tógaimid líon tugtha de x -luachanna agus faighimid na luachanna $f(x)$ (nó y -luachanna) comhfhreagracha agus breacaimid na pointí a thagann astu sin.

Nuair a iarrtar orainn graf feidhme a tharraingt, tugtar dúinn na x -luachanna atá le húsáid go hiondúil. Is mar seo a scríobhtar luachanna x ó -2 go dtí 3 : $-2 \leq x \leq 3$.

Sa sampla thíos, tugtar na céimeanna a úsáidtear chun graf cearnach a tharraingt.

Sampla 1

Tarraing graf na feidhme $f(x) = x^2 - 2x - 3$ san fhearann $-2 \leq x \leq 4$.

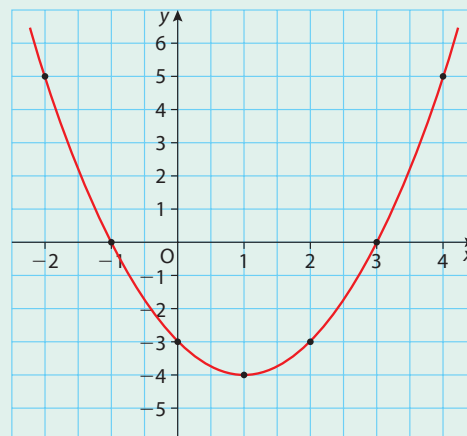
Leagaimid amach tábla d'ordphéirí mar seo a leanas:

| x | $x^2 - 2x - 3$ | y |
|----------|----------------------------------|----------|
| -2 | $4 + 4 - 3$ | 5 |
| -1 | $1 + 2 - 3$ | 0 |
| 0 | $0 + 0 - 3$ | -3 |
| 1 | $1 - 2 - 3$ | -4 |
| 2 | $4 - 4 - 3$ | -3 |
| 3 | $9 - 6 - 3$ | 0 |
| 4 | $16 - 8 - 3$ | 5 |

Is iad seo na hordphéirí:

$(-2, 5)$, $(-1, 0)$, $(0, -3)$, $(1, -4)$, $(2, -3)$, $(3, 0)$, $(4, 5)$.

Nuair a bhreacaimid na hordphéirí seo, faighimid an cuar seo a leanas:



Feidhmeanna a ghrafadh nuair a bhíonn comhéifeacht x^2 diúltach

Má tá comhéifeacht x^2 diúltach i bhfeidhm chearnach, e.g. $f(x) = -3x^2 + 4$ beidh an cruth ar dheis ar ghráf na feidhme.



x^2 diúltach

Sampla 2

Tarraing graf na feidhme $f(x) = -x^2 + 3x + 4$ san fhearann $-2 \leq x \leq 5$ trí thábla luachanna a leagan amach.

Bain úsáid as an tábla chun a thaispeáint go bhfuil an dara difríocht idir na haschuir ar fad tairiseach agus scríobh síos luach an tairisigh seo.

Taispeántar thíos tábla na luachanna, agus an chéad agus an dara difríocht idir na haschuir ar fad.

| x | $-x^2 + 3x + 4$ | y |
|-----|-----------------|-----|
| -2 | $-4 - 6 + 4$ | -6 |
| -1 | $-1 - 3 + 4$ | 0 |
| 0 | $0 + 0 + 4$ | 4 |
| 1 | $-1 + 3 + 4$ | 6 |
| 2 | $-4 + 6 + 4$ | 6 |
| 3 | $-9 + 9 + 4$ | 4 |
| 4 | $-16 + 12 + 4$ | 0 |
| 5 | $-25 + 15 + 4$ | -6 |

An chéad difríocht

An dara difríocht

| | |
|---|---|
| 6 | |
| 4 | 2 |
| 2 | 2 |
| 0 | 2 |
| 2 | 2 |
| 4 | 2 |
| 6 | 2 |

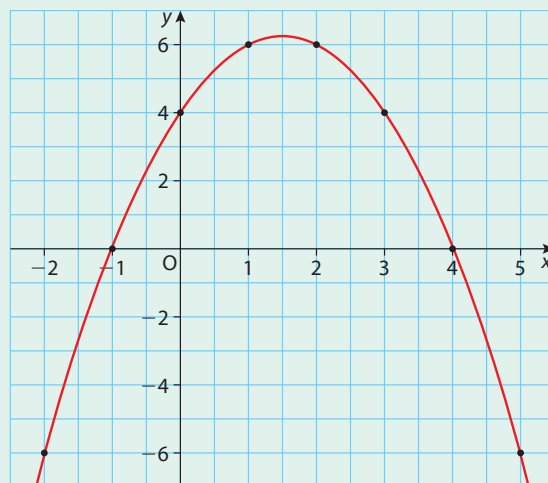
Is iad seo na pointí atá ag teastáil:

$(-2, -6)$, $(-1, 0)$, $(0, 4)$, $(1, 6)$, $(2, 6)$, $(3, 4)$, $(4, 0)$, $(5, -6)$.

Taispeántar graf na feidhme.

Feictear ón tábla thuas go bhfuil an dara difríocht tairiseach i gcónaí. Is é 2 an tairiseach sin.

I bhfeidhm chearnach, an dara difríocht idir na luachanna aschuir bíonn sé tairiseach i gcónaí.



Cleachtadh 17.2

1. Comhlánaigh an tábla ar dheis agus uaidh sin, tarraing graf na feidhme $f(x) = x^2 - 4$ san fhearann $-3 \leq x \leq 3$.

| x | $x^2 - 4$ | y |
|-----|-----------|-----|
| -3 | | |
| -2 | | |
| -1 | | |
| 0 | | |
| 1 | | |
| 2 | | |
| 3 | | |

2. Tarraing graf na feidhme $f: x \rightarrow x^2 - 4x$ san fhearann $-1 \leq x \leq 4$.
3. Tarraing graf na feidhme $f(x) = x^2 + x - 2$ san fhearann $-3 \leq x \leq 3$.
4. Tarraing graf na feidhme $f(x) = 2x^2 - x - 3$ san fhearann $-2 \leq x \leq 3$.
5. Tarraing graf na feidhme $f(x) = 2x^2 + 3x - 4$ san fhearann $-3 \leq x \leq 2$.

6. Sainíonn $f(x) = 2x^2 - 5x - 3$ feidhm.

Leag amach tábla de na luachanna ionchuir agus aschuir ar $x = -2$ go $x = 4$.
Scríobh síos an chéad difríocht agus an dara difríocht idir na luachanna aschuir ar fad.
Scríobh síos luach an dara difríocht.
Cén bhaint atá ag an dara difríocht sin le comhéifeacht x^2 san fheidhm thuas?

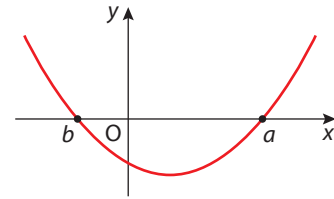
7. Má shainíonn $f(x) = 4x^2 - 3x + 5$ feidhm, cad é an dara difríocht idir na haschuir?
8. Tarraing graf na feidhme $y = -x^2$ san fhearann $-2 \leq x \leq 2$.
9. Tarraing graf na feidhme $f: x \rightarrow -x^2 + 2x + 3$ san fhearann $-2 \leq x \leq 4$.
Bain úsáid as an ngraf chun comhordanáidí na bpointí ag a dtrasnaíonn an graf an x -ais a fháil.

Mír 17.3 Graif chearnacha a úsáid agus brí a bhaint astu —

1. Brí na cothromóide $f(x) = 0$

Taispeánann an graf ar dheis go dtrasnaíonn an cuar $f(x) = x^2 - 2x - 3$ an x -ais ag a agus b .

Is ionann x -luachanna na bpointí sin agus fréamhacha na cothromóide cearnaí gaoilta $x^2 - 2x - 3 = 0$.
Cén fáth sin?



Is féidir $f(x) = x^2 - 2x - 3$ a scríobh mar $y = x^2 - 2x - 3$ freisin.

Nuair atá $y = 0$, tá $x^2 - 2x - 3 = 0$.

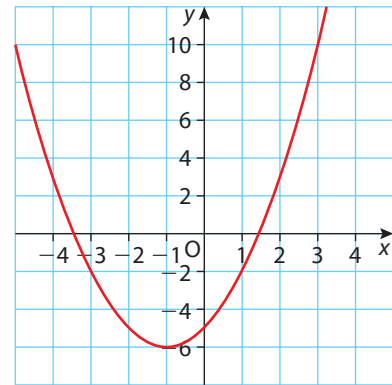
Ainm eile ar an x -ais is ea $y = 0$.

Mar sin, tugann réiteach na cothromóide $x^2 - 2x - 3 = 0$ x -luachanna na bpointí ag a dtrasnaíonn an cuar an x -ais.

Is é an cuar ar dheis graf na feidhme $f(x) = x^2 + 2x - 5$.

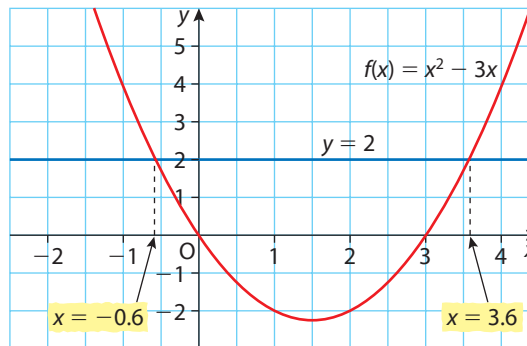
Faightear fréamhacha na cothromóide $x^2 + 2x - 5 = 0$ ach x -luachanna na bpointí ag a dtrasnaíonn an graf an x -ais a léamh ón ngraf.

Is iad $x = -3.5$ agus $x = 1.5$ na luachanna sin.



2. An chothromóid $f(x) = k$, áit a bhfuil $k \in \mathbb{R}$ a réiteach

Tá graf na feidhme $f(x) = x^2 - 3x$ thíos.



Is féidir an graf seo a úsáid chun an chothromóid $f(x) = 2$ nó $y = 2$ a réiteach ach an líne $y = 2$ a tharraingt agus ansin x -luachanna na bpointí ag a dtrasnaíonn an líne $y = 2$ an cuar a léamh ón ngraf.

Is iad $x = -0.6$ nó $x = 3.6$ na luachanna sin.



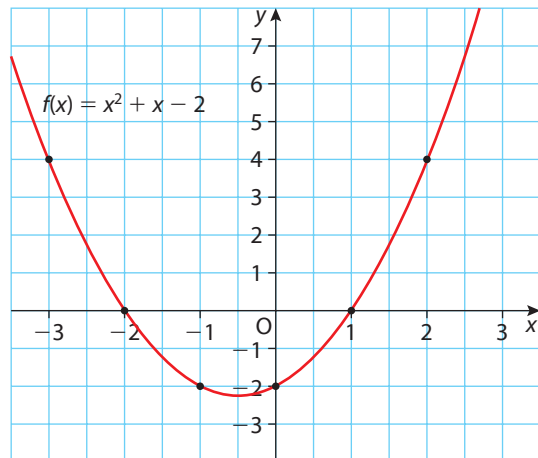
3. Cén uair a bhíonn feidhm deimhneach nó diúltach?

Féach ar dheis graf den feidhm $f(x) = x^2 + x - 2$.

Deirtear go mbíonn an feidhm **diúltach** nuair a bhíonn an cuar **faoi bhun** na x -aise. Bíonn sí diúltach mar go mbíonn luachanna $f(x)$ (nó na y -luachanna) diúltach.

Mar sin bíonn an feidhm diúltach i gcás $-2 < x < 1$.

Bíonn an feidhm **deimhneach** i gcás $x < -2$ nó $x > 1$.



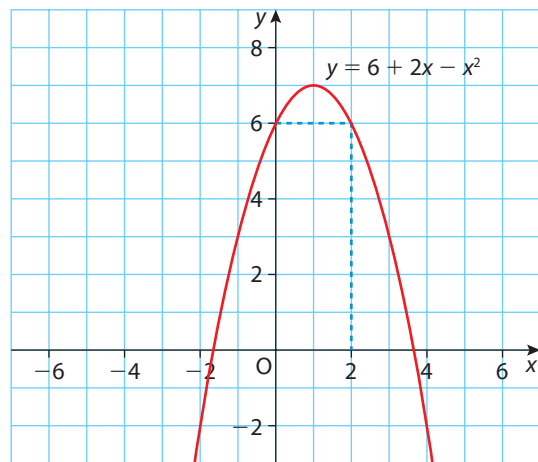
4. $f(k)$ a aimsiú ón ngraf

Féach ar dheis graf den feidhm $y = 6 + 2x - x^2$.

Is é $f(2)$ luach y nuair atá $x = 2$.

Chun $f(2)$ a aimsiú, tarraingimid an líne $x = 2$ agus ansin léimid y -luach an phointe ag a dtrasnaíonn an líne sin an cuar.

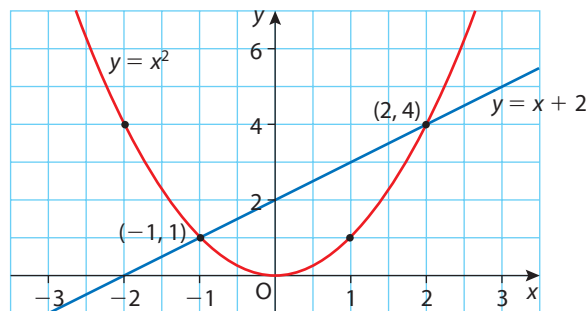
Is é 6 an y -luach sin, i.e. $f(2) = 6$.



5. Graif a thrasnaíonn a chéile

Féach thíos graif de na feidhmeanna seo,

$$f(x) = x^2 \text{ (i.e. } y = x^2\text{)} \text{ agus } g(x) = x + 2 \text{ (i.e. } y = x + 2\text{)}.$$





Tabhair faoi deara gur ag na pointí $(-1, 1)$ agus $(2, 4)$ a thrasnaíonn an cuar $f(x)$ agus an líne $g(x)$ a chéile. Ag na pointí trasnaithe sin: $f(x) = g(x)$, i.e. $x^2 = x + 2$.

Anois réiteoidimid an chothromóid $x^2 = x + 2$.

$$\begin{aligned} x^2 = x + 2 &\Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \\ &\Rightarrow (x + 1)(x - 2) = 0 \\ &\Rightarrow x + 1 = 0 \text{ nó } x - 2 = 0 \text{ i.e. } x = -1 \text{ nó } x = 2. \end{aligned}$$

Tabhair faoi deara gurb iad seo x -luachanna na bpointí ag a dtrasnaíonn an dá ghraf a chéile.

Cuimhnigh

Más dhá fheidhm iad $f(x)$ agus $g(x)$, is féidir an chothromóid $f(x) = g(x)$ a réiteach ach graif an dá fheidhm a tharraingt, iad ar comhscála agus ar na haiseanna céanna, agus x -luachanna phointí trasnaithe na ngraf a scríobh síos.

Is féidir linn, freisin, an cuar thuas a úsáid chun an éagothromóid $f(x) < g(x)$ a réiteach. Seasann $f(x) < g(x)$ don chuid sin den ghraf ag a bhfuil an cuar $f(x)$ faoi bhun na líne $g(x)$.

Feictear ón ngraf go bhfuil an cuar faoi bhun na líne ó $x = -1$ go dtí $x = 2$. Mar sin, $f(x) < g(x)$ i gcás $-1 < x < 2$.

6. Uasluachanna agus íosluachanna

Ar dheis, feictear graf na feidhme

$$y = x^2 - 2x - 3.$$

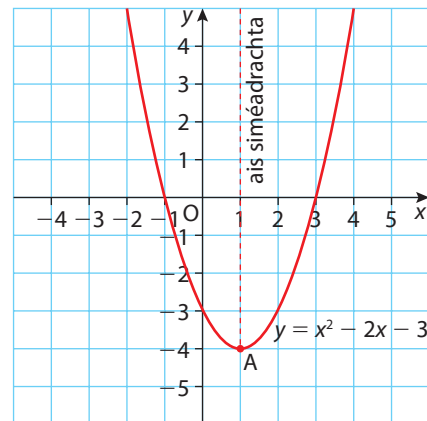
An t-**íosphointe** nó an t-**íosphointe casaidh** a thugtar ar an bpointe A.

Seo é an pointe $(1, -4)$.

An t-**íosluch** a thugtar ar y -luach an phointe seo.

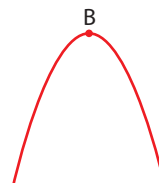
Sa ghraf seo, is é -4 an t-íosluch.

Is é $x = 1$ cothromóid ais siméadrachta an chuair seo.



Má bhíonn comhéifeacht x^2 diúltach i bhfeidhm áirithe, beidh cruth ar an gcuar mar a thaispeántar ar dheis.

Beidh **uasphointe casaidh** (an pointe B) ar an gcuar sin.



Cleachtadh 17.3

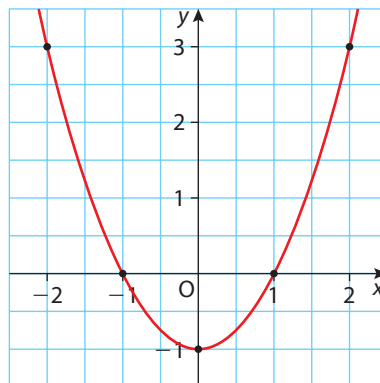
1. Is é an cuar ar dheis graf na feidhme

$$f(x) = x^2 - 1.$$

Bain úsáid as an ngraf chun iad seo

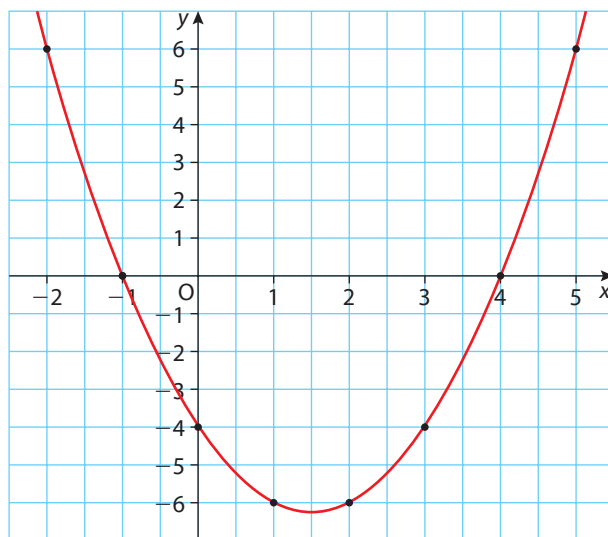
a leanas a aimsiú:

- (i) luach $f(x)$ nuair atá $x = 2$
- (ii) luach $f(x)$ nuair atá $x = -2$
- (iii) íospointe an chuair
- (iv) na luachanna ar x nuair atá $f(x) = 0$
- (v) na luachanna ar x nuair atá $f(x) = 3$.



2. Taispeántar thíos graf na feidhme

$$f(x) = x^2 - 3x - 4 \text{ san fhearann } -2 \leq x \leq 5.$$



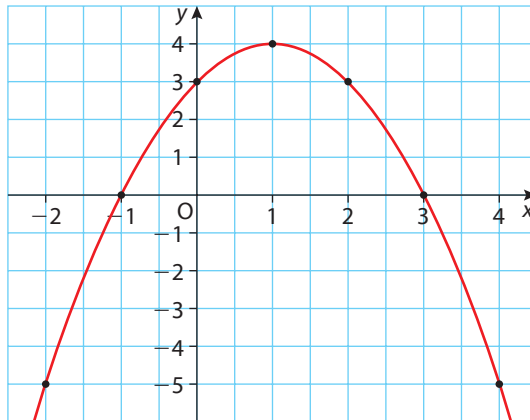
Úsáid an graf thuas chun iad seo leanas a aimsiú:

- (i) na luachanna ar x a fhágann $f(x) = 0$
- (ii) na luachanna ar x a fhágann $f(x) = 6$
- (iii) na luachanna ar x a fhágann $f(x) = -4$
- (iv) luach $f(2)$
- (v) luach $f\left(\frac{1}{2}\right)$
- (vi) comhordanáidí íospointe an chuair
- (vii) íosluach $f(x)$.



3. Taispeántar thíos graf na feidhme

$$f: x \rightarrow 3 + 2x - x^2, \text{ i gcás } -2 \leq x \leq 4, x \in R.$$



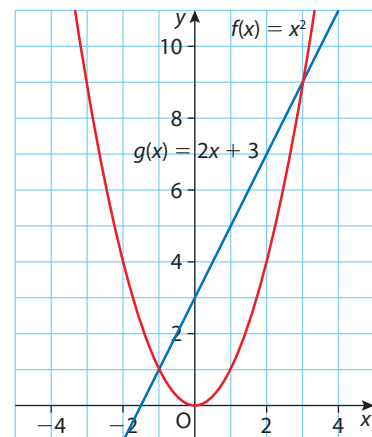
Bain úsáid as an ngraf chun iad seo leanas a scríobh síos:

- (i) fréamhacha na cothromóide $f(x) = 0$
 - (ii) na luachanna ar x a fhágann $f(x) = 3$
 - (iii) luach $f\left(2\frac{1}{2}\right)$
 - (iv) uasluach $f(x)$
 - (v) comhordanáidí uasphointe $f(x)$
 - (vi) raon na luachanna ar x a fhágann $f(x)$ ag méadú
 - (vii) raon na luachanna ar x a fhágann go bhfuil $f(x)$ deimhneach
 - (viii) cothromóid ais siméadrachta an chuir.
- 4.** Tarraing graf na feidhme $f(x) = 2x^2 - x - 3$ san fhearann $-2 \leq x \leq 3$.
Bain úsáid as an ngraf chun iad seo a aimsiú:
- (i) na luachanna ar x a fhágann $f(x) = 0$
 - (ii) na luachanna ar x a fhágann $f(x) = 6$
 - (iii) comhordanáidí íosphointe an chuir
 - (iv) na luachanna ar x a fhágann $f(x) < 0$.

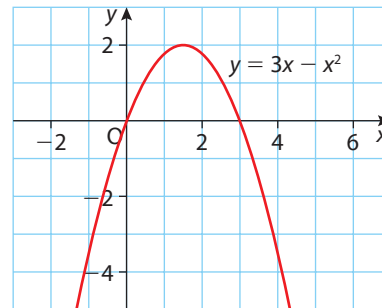
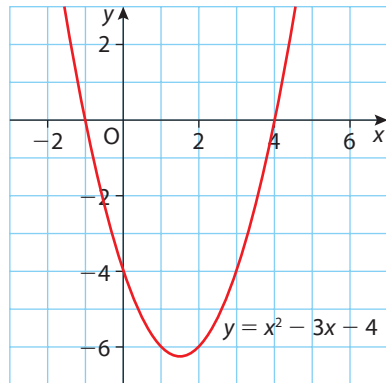
5. Taispeántar ar dheis graif na bhfeidhmeanna

$$f(x) = x^2 \text{ agus } g(x) = 2x + 3.$$

- (i) Scríobh síos comhordanáidí na bpointí ag a dtrasnaíonn an cuar agus an líne a chéile.
- (ii) Réitigh an chothromóid $x^2 = 2x + 3$.
- (iii) Cén ceangal atá idir na freagraí in (i) agus (ii) thuas?
- (iv) Mínigh brí na cothromóide $f(x) = g(x)$.
- (v) Bain úsáid as an ngraf chun raon na luachanna ar x a fhágann $f(x) < g(x)$ a fháil.



6. Seo thíos dhá ghraf:



Bain úsáid as na graif chun na cothromóidí seo a leanas a réiteach:

- (i) $3x - x^2 = 0$
- (ii) $x^2 - 3x - 4 = 0$
- (iii) $3x - x^2 = -3$
- (iv) $x^2 - 3x - 4 = -2$.

7. Agus comhscála agus na haiseanna céanna in úsáid agat, graf na feidhmeanna

$f: x \rightarrow x^2 + 3x - 3$ agus $g: x \rightarrow x - 2$ san fhearann $-4 \leq x \leq 2, x \in \mathbb{R}$.

Úsáid an graf chun meastachán a dhéanamh ar:

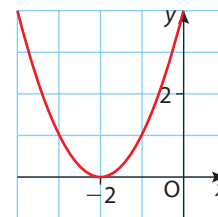
- (i) fréamhacha na cothromóide $x^2 + 3x - 3 = 0$
- (ii) fréamhacha na cothromóide $x^2 + 3x - 3 = -2$
- (iii) fréamhacha na cothromóide $f(x) = g(x)$
- (iv) íosluch $f(x)$.

Cén chiall atá le $f(x) < g(x)$?

Anois bain úsáid as an ngraf chun raon na luachanna ar x a fháil, a fhágann $f(x) < g(x)$.

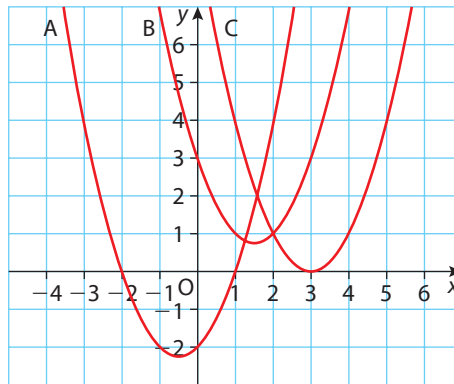
8. Is é $y = (x + 2)^2$ cothromóid an chuair ar dheis.

- (i) Réitigh an chothromóid $(x + 2)^2 = 0$.
- (ii) An bhfuair tú luach amháin nó dhá luach ar x ?
- (iii) Mura bhfuair tú ach aon luach amháin, tugtar **ilfhréamh** ar an luach a fuair tú ar x .
Mínigh conas a léiríonn an graf an ilfhréamh seo.





9. Taispeánann an léaráid thíos graif $y = x^2 + x - 2$, $y = x^2 - 6x + 9$ agus $y = x^2 - 3x + 3$.



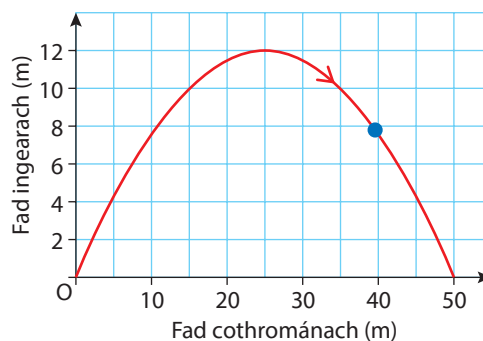
- Trí $x = 0$ (nó aon luach eile ar x) a chur isteach i ngach cothromóid, oibrigh amach cé acu graf a fhreagraíonn do na cothromóidí, faoi seach.
- Cé acu feidhm a mbaineann ilfhréamh léi?
- Úsáid an graf chun an chothromóid seo thíos a réiteach:

$$x^2 + x - 2 = x^2 - 6x + 9.$$

Mír 17.4 Graif chearnacha agus fadhbanna praiticiúla —

A lán fadhbanna ón ngnáthshaol, mar shampla eitilt liathróid ghailf a fháil nó an t-achar a uasmhéadú i gcás dronuilleog a bhfuil imlíne ar leith uirthi, is féidir leas a bhaint as cothromóidí cearnacha chun iad a shamhaltú.

Taispeánann an léaráid thíos airde liathróide, a caitheadh san aer, os cionn na talún.



Feictear ar an ngraf:

- go sroicheann an liathróid airde 12 m
- go dtuirlingíonn an liathróid 50 m chun siúil ón ionad ónar caitheadh í.



Sampla 1

Glac leis go bhfuil $f(x) = 4 - 3x - x^2$, $x \in \mathbb{R}$.
Cóipeáil agus comhlánaigh an tábla ar dheis.

Tarraing graf $f(x)$ san fhearann $-5 \leq x \leq 2$.

Má sheasann an graf don teocht, ina $^{\circ}$,
a tomhaiseadh gach dhá uair an chloig idir 6 a.m.
($x = -5$) agus 8 p.m. ($x = 2$) i gcathair ar leith,
bain úsáid as an ngraf chun iad seo a mheas:

- an teocht ag 11 a.m.
- an t-am a raibh an teocht is airde ann
- na hamanna a raibh an teocht ag 3°C
- an líon uaireanta an chloig a raibh an teocht ag an reophointe nó os a chionn.

Tá an tábla comhlánaithe le feiceáil ar dheis.

Is iad seo na pointí ar an ngraf:

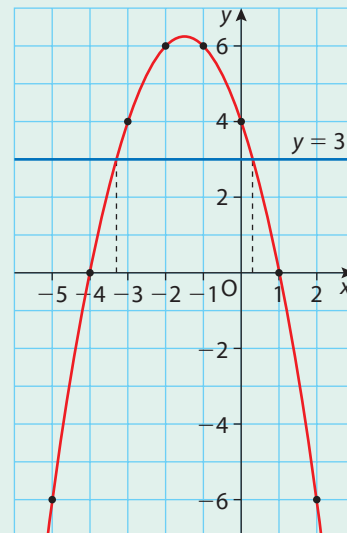
$(-5, -6)$, $(-4, 0)$, $(-3, 4)$, $(-2, 6)$,
 $(-1, 6)$, $(0, 4)$, $(1, 0)$, $(2, -6)$.

Taispeántar an graf thíos ar dheis.

- Seasann $x = -2\frac{1}{2}$ do 11 a.m.
Is ionann an teocht ag $x = -2\frac{1}{2}$ agus y -luach
an phointe ag a dtrasnaíonn an líne ingearach
trí $x = -2\frac{1}{2}$ an cuar.
 \therefore is é 5.2°C an teocht ag 11 a.m.
- Tá an teocht is airde ann nuair atá $x = -1.5$.
Is é 1 p.m. an t-am ag $x = -1.5$
 \therefore tá an teocht is airde ann ag 1 p.m.
- Bíonn an teocht ag 3°C nuair a bhíonn
 $x = -3.3$ nó $x = 0.3$.
Ag $x = -3.3$, is é 9.24 a.m. an t-am.
Ag $x = 0.3$, is é 4.36 p.m. an t-am.
 \therefore bíonn an teocht ag 3°C ag 9.24 a.m.
agus 4.36 p.m.
- Bíonn an teocht os cionn an reophointe nuair
a bhíonn $y > 0$. $y > 0$ ó $x = -4$ go $x = 1$.
Ag $x = -4$, is é 8 a.m. an t-am.
Ag $x = 1$, is é 6 p.m. an t-am.
Bíonn an teocht os cionn an reophointe
ar feadh 10 n-uair an chloig.

| x | $4 - 3x - x^2$ | y |
|-----|----------------|-----|
| -5 | $4 + 15 - 25$ | -6 |
| -4 | | |
| -3 | | |
| -2 | | |
| -1 | | |
| 0 | | |
| 1 | $4 - 3 - 1$ | 0 |
| 2 | | |

| x | $4 - 3x - x^2$ | y |
|-----|----------------|-----|
| -5 | $4 + 15 - 25$ | -6 |
| -4 | $4 + 12 - 16$ | 0 |
| -3 | $4 + 9 - 9$ | 4 |
| -2 | $4 + 6 - 4$ | 6 |
| -1 | $4 + 3 - 1$ | 6 |
| 0 | $4 + 0 + 0$ | 4 |
| 1 | $4 - 3 - 1$ | 0 |
| 2 | $4 - 6 - 4$ | -6 |



Cleachtadh 17.4

1. Ar dheis, feictear graf na feidhme

$$f(x) = -x^2 + 4x + 12.$$

Bain úsáid as an ngraf chun iad seo a scríobh:

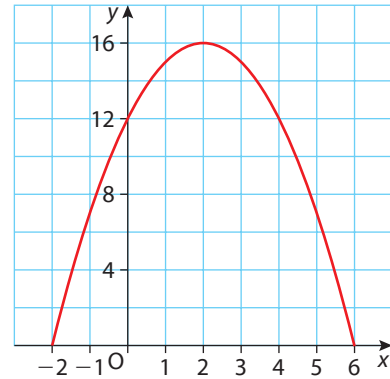
- (i) $f(1)$
- (ii) na luachanna ar x a fhágann $f(x) = 12$
- (iii) cothromóid ais na siméadrachta.

Seasann $f(x)$ do líon na dtacsaithe ag stad tacsaithe óna 6 a.m. ($x = -2$) go dtí 10 p.m. ($x = 6$).

Seasann gach aonad ar an x -ais do 2 uair an chloig agus seasann gach aonad ar an y -ais do thacsaí amháin.

Bain úsáid as an ngraf chun iad seo a mheas:

- (iv) líon na dtacsaithe ag an stad ag meán lae
- (v) na hamanna a raibh 14 thacsaí ag an stad
- (vi) an líon uaireanta an chloig a raibh 10 dtacsaí nó níos mó ag an stad.



2. Ar dheis, grafadh an fheidhm

$$f(x) = 7 + 5x - 2x^2$$

san fhearann $-1 \leq x \leq 4$.

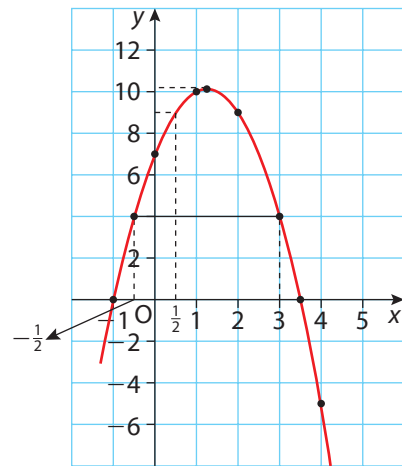
Úsáid an graf chun

$$7 + 5x - 2x^2 = 0 \text{ a réiteach.}$$

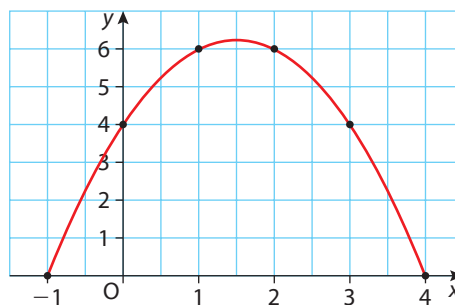
Is é $f(x)$ an airde, ina méadair, a shroich cáithnín nuair a scaoileadh ó thalamh chothrom é ag an bpointe ag a bhfuil $x = -1$. Seasann an x -ais don talamh chothrom. Ón am ar scaoileadh é go dtí gur bhuail sé an talamh arís, bhí an cáithnín ag taisteal ar feadh 4.5 soicind go beacht.

Bain úsáid as an ngraf chun iad seo a mheas:

- (i) an uasairde a shroich an cáithnín
- (ii) an airde a shroich sé i ndiaidh 1.5 soicind ag taisteal
- (iii) líon na soicindí a raibh an cáithnín 4 m nó níos mó os cionn na talún.



3. Tá graf na feidhme $f(x) = 4 + 3x - x^2$ san fhearann $-1 \leq x \leq 4$ le feiceáil thíos.





Seasann an graf do líon na gcarranna i gcarrchlós idir 9 a.m. agus meán oíche.

Seasann gach aonad ar an y-ais do 100 carr.

Seasann gach aonad ar an x-ais do 3 uair an chloig, áit a bhfuil

$-1 = 9$ a.m., $0 = 12$ meán lae, $1 = 3$ p.m., ... agus araile.

Bain úsáid as an ngraf chun iad seo a mheas:

- (i) líon na gcarranna sa charrchlós ag 1.30 p.m.
- (ii) na hamanna a raibh 400 carr sa charrchlós
- (iii) an t-am a raibh an líon ba mhó carranna sa charrchlós. Scríobh síos an líon sin.
- (iv) na hamanna nach raibh carr ar bith sa charrchlós.

- 4.** Tá 16 mhéadar d'fhálú ag feirmeoir chun banrach dhronuilleogach a dhéanamh do chaoirigh. Má tá taobh amháin den bhanrach x méadar ar fad, léirigh go dtugann $A(x) = 8x - x^2$ an t-achar (A) dúinn.

Tarraing graf $A(x)$ san fhearann $0 \leq x \leq 8$.

Bain úsáid as an ngraf chun iad seo a mheas:

- (i) achar na banraí nuair atá $x = 2.5$
- (ii) an t-achar is mó is féidir a fháil, agus luach x sa chás sin
- (iii) an dá luach ar x a thugann achar 12 m^2 .

- 5.** Tarraing graf na feidhme $f: x \rightarrow 6x - x^2$ san fhearann $0 \leq x \leq 6$.

Seasann $f(x)$ don airde, ina méadair, a shroich liathróid ghailf ón am ar buaileadh í ($x = 0$) go dtí gur bhuail sí an talamh ($x = 6$).

Má sheasann gach aonad ar an x-ais do shoicind amháin agus gach aonad ar an y-ais do 5 mhéadar, bain úsáid as do ghráf chun iad seo a mheas:

- (i) an airde is mó a shroich an liathróid ghailf
- (ii) airde na liathróide gailf tar éis $1\frac{1}{2}$ soicind
- (iii) an méid soicindí a bhí caite nuair a bhí an liathróid 10 méadar os cionn na talún
- (iv) an méid soicindí a thóg sé ar an liathróid a huasairde a shroicheadh.

- 6.** Tugann an fhoirmle $A = 3r^2$ achar ciorcail, go garbh.

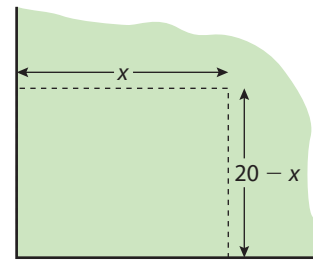
- (i) Cóipeáil agus comhlánaigh an tábla ar dheis agus tarraing graf den fheidhm i gcás $0 \leq r \leq 3$.
- (ii) Bain úsáid as an ngraf chun meastachán a fháil ar achar ciorcail dar ga 2.5 m.
- (iii) Má tá achar 10 m^2 i gciocal, bain úsáid as an ngraf chun fad a gha a mheas.
- (iv) Déan cinnte de go bhfuil do fhreagraí ar (ii) agus (iii) ceart trí leagan cruinn den fhoirmle le haghaidh achar ciorcail a úsáid (i.e. $A = \pi r^2$).

| r | $3r^2$ | A |
|-----|--------|-----|
| 0 | | |
| 1 | 3 | 3 |
| 2 | | |
| 3 | | |



7. Tá 20 m d'fhálú ag feirmeoir. Teastaíonn uaidh é a úsáid chun loca dronuilleogach a dhéanamh i gcúinne páirce, mar a fheictear sa léaráid.

- (i) Scríobh síos slonn le haghaidh an achair, $A \text{ m}^2$, a bheidh iata ag an bhfál.
- (ii) Breac graf A le haghaidh na luachanna ar x idir 0 agus 20.
- (iii) Cad iad na luachanna ar x a thugann achar 40 m^2 ?
- (iv) Cén raon luachanna ar x a thugann achar iata a bheadh níos mó ná 90 m^2 ?
- (v) Cad é an t-achar is mó is féidir leis an bhfeirmeoir a iamh?
Cad iad na faid den fhálú a bheidh ag teastáil i gcomhair an uasachair sin?



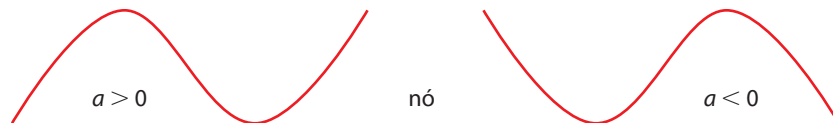
Mír 17.5 Feidhmeanna ciúbacha

San fhoirm seo a leanas is gnách feidhmeanna ciúbacha a bheith:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, \text{ áit a bhfuil } a, b, c \text{ agus } d \in R.$$

Is gnách gur cuar rialta agus dhá phointe casaidh a bhíonn i ngraf d'fheidhm chiúbach

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, mar seo a leanas:



Agus graf d'fheidhm chiúbach á tharraingt againn, is gnách go dtugtar tacar luachanna ionchuir dúinn – an fearann a thugtar air sin.

Cuirimid tábla le chéile ansin go bhfaighimid na haschuir nó na y -luachanna.

Tá na céimeanna a úsáidtear chun an tábla a **thógáil** agus an graf a tharraingt le feiceáil sa sampla oibrithe thíos.

Sampla 1

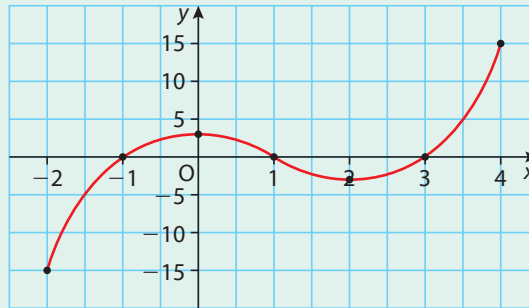
Tarraing graf na feidhme $f: x \rightarrow x^3 - 3x^2 - x + 3$, san fhearann $-2 \leq x \leq 4$.

Mar seo a chuirimid le chéile tábla d'ordphéirí:

| x | $x^3 - 3x^2 - x + 3$ | y |
|-----|----------------------|-----|
| -2 | $-8 - 12 + 2 + 3$ | -15 |
| -1 | $-1 - 3 + 1 + 3$ | 0 |
| 0 | $0 - 0 - 0 + 3$ | 3 |
| 1 | $1 - 3 - 1 + 3$ | 0 |
| 2 | $8 - 12 - 2 + 3$ | -3 |
| 3 | $27 - 27 - 3 + 3$ | 0 |
| 4 | $64 - 48 - 4 + 3$ | 15 |

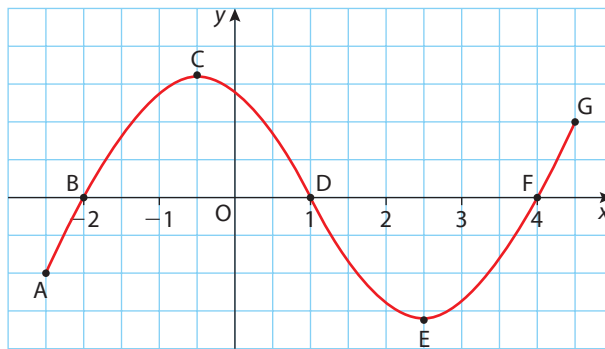
Is iad seo na hordphéirí:
 $(-2, -15), (-1, 0), (0, 3), (1, 0),$
 $(2, -3), (3, 0), (4, 15).$

Breacaimid na pointí sin go bhfaighimid cuair rialta agus dhá phointe casaídh air, mar atá le feiceáil thíos:



Gnéithe a bhaineann le graf d'fheidhm chiúbach

Seo thíos léaráid de ghnáthghraf d'fheidhm chiúbach $y = f(x)$.



Ní mór cuimhneamh ar na pointí seo a leanas agus graif d'fheidhmeanna ciúbacha á láimhseáil againn.

- 1. Uaspointe casaídh** a thugtar ar an bpointe C.
Íospointe casaídh a thugtar ar an bpointe E.
- 2. Deimhneach** a bhíonn an graf [i.e. $f(x)$] agus é os cionn na x -aise, agus **diúltach** a bhíonn sé faoi bhun na x -aise.
 \Rightarrow deimhneach a bhíonn $f(x)$ i gcás na x -luachanna ó B go dtí D agus ó F go dtí G.
 Diúltach a bhíonn an graf i gcás na x -luachanna ó A go dtí B agus ó D go dtí F.
- 3.** Agus an graf á scrúdú ó **chlé go deas**, deirimid gur **méadaitheach** (i.e. ag méadú) atá $f(x)$ agus an cuair ag ardú, agus gur **laghdaitheach** (i.e. ag laghdú) atá sí agus an cuair ag titim.

 - Diúltach méadaitheach** atá an fheidhm $f(x)$ ó A go B (i.e. ó $x = -2\frac{1}{2}$ go dtí $x = -2$).
 - Deimhneach méadaitheach** atá an fheidhm $f(x)$ ó B go C (i.e. ó $x = -2$ go dtí $x = -\frac{1}{2}$).
 - Deimhneach laghdaitheach** atá an fheidhm $f(x)$ ó C go D (i.e. ó $x = -\frac{1}{2}$ go dtí $x = 1$).

- (iv) **Diúltach laghdaitheach** atá an fheidhm $f(x)$ ó D go E (i.e. ó $x = 1$ go dtí $x = 2\frac{1}{2}$).
- (v) **Diúltach méadaitheach** atá an fheidhm $f(x)$ ó E go F (i.e. ó $x = 2\frac{1}{2}$ go dtí $x = 4$).
- (vi) **Deimhneach méadaitheach** atá an fheidhm $f(x)$ ó F go G (i.e. ó $x = 4$ go dtí $x = 4\frac{1}{2}$).

4. Is ionann na réitigh ar an gcothromóid $f(x) = 0$ agus x -luachanna na bpointí ag a dtrasnaíonn an cuar an x -ais.

Sa ghráf thuas, $f(x) = 0 \Rightarrow x = -2, x = 1$ agus $x = 4$.

Cleachtadh 17.5

1. Cóipeáil agus comhlánaigh an tábla ar dheis.

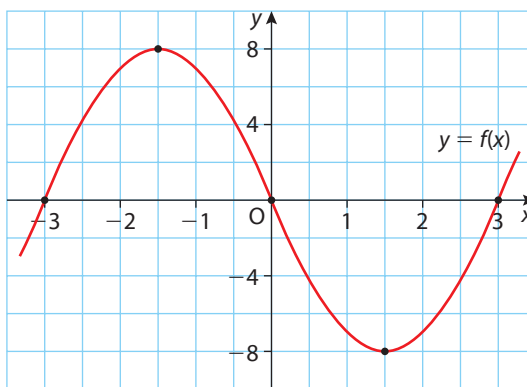
Úsáid an tábla seo chun graf na feidhme $f(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3$ a tharraingt san fhearann $-4 \leq x \leq 2, x \in R$.

| x | $x^3 + 3x^2 - x - 3$ | y |
|-----|----------------------|-----|
| -4 | $-64 + 36 + 4 - 3$ | -27 |
| -3 | | |
| -2 | | |
| -1 | | |
| 0 | | |
| 1 | | |
| 2 | | |

2. Tarraing graf na feidhme $y = x^3 - 2x^2 - 4x$ san fhearann $-2 \leq x \leq 4, x \in R$.

3. Tarraing graf na feidhme $f(x) = x^3 - 5x + 2$ san fhearann $-3 \leq x \leq 3, x \in R$.

4. Tá graf na feidhme $y = f(x)$ sa léaráid thíos.



Bain úsáid as an ngraf chun iad seo a scríobh síos:

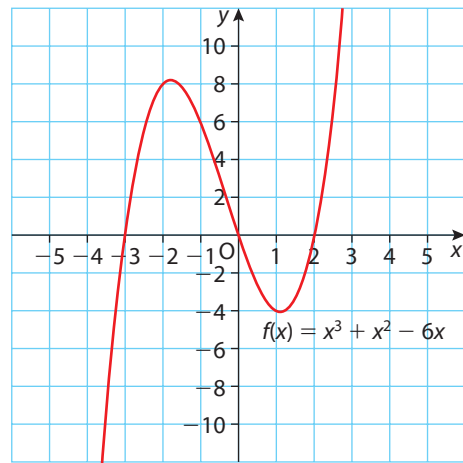
- (i) fréamhacha na cothromóide $f(x) = 0$
- (ii) fearann na luachanna ar x a fhágann $f(x)$ deimhneach
- (iii) na luachanna ar x a fhágann $f(x)$ deimhneach laghdaitheach
- (iv) comhordanáidí an uasphointe casaidh
- (v) comhordanáidí an íospointe casaidh.



5. Taispeánann an léaráid ar dheis graf na feidhme $f(x) = x^3 + x^2 - 6x$.

Bain úsáid as an ngraf chun iad seo a leanas a scríobh síos:

- (i) fréamhacha na cothromóide $f(x) = 0$
- (ii) comhordanáidí an íospointe casaidh
- (iii) na luachanna ar x a fhágann $f(x)$ deimhneach
- (iv) na luachanna ar x a fhágann $f(x)$ diúltach laghdaitheach.



6. Má tá $f(x) = x^3 + 2x^2 - 7x - 3$, cóipeáil an tábla seo a leanas agus comhlánaigh é:

| | | | | | | | | |
|----------|----|----|----|----|---|----|---|----|
| $x =$ | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| $f(x) =$ | -7 | | | | | -7 | | 21 |

Tarraing graf na feidhme

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - 7x - 3 \text{ san fhearann } -4 \leq x \leq 3, x \in R.$$

Bain úsáid as an ngraf chun iad seo a leanas a mheas:

- (i) fréamhacha na cothromóide $f(x) = 0$
- (ii) fearann na luachanna ar x a fhágann $f(x)$ laghdaitheach
- (iii) comhordanáidí an íospointe casaidh.

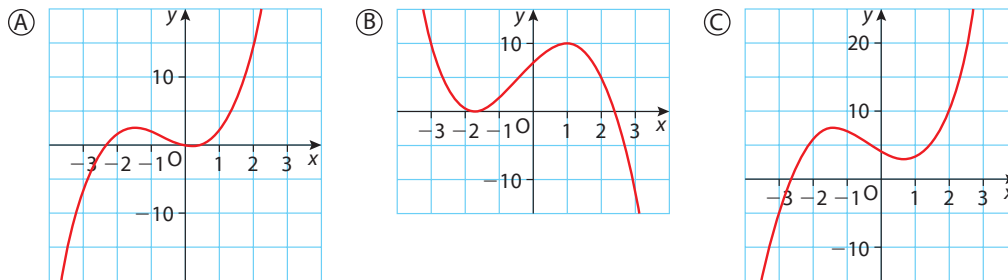
7. Cóipeáil agus comhlánaigh tábla na luachanna ar y i gcás $y = 6x + x^2 - x^3$.

| | | | | | | | | |
|-----|----|----|----|---|---|---|---|---|
| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| y | | 0 | -4 | | | 8 | 0 | |

- (i) Tarraing graf den fheidhm $y = 6x + x^2 - x^3$ san fhearann $-3 \leq x \leq 4$.
- (ii) Cén difríocht atá idir an graf seo agus na graif a tharraing tú go dtí seo?
- (iii) Scríobh amach fréamhacha na cothromóide $y = 0$.
- (iv) Bain úsáid as an ngraf chun comhordanáidí an íospointe casaidh a mheas.
- (v) Cad iad na luachanna ar x a fhágann y diúltach laghdaitheach?



8. Seo thíos na graif le haghaidh trí fheidhm chiúbacha, $f(x) = \dots$



- Cé acu graf a thaispeánann feidhm lena mbaineann comhéifeacht x^3 diúltach?
- Cé acu graf nach bhfuil ach aon fhréamh réadach amháin den chothromóid $f(x) = 0$ ann?
- Cé acu graf ina bhfuil $f(x)$ deimhneach i gcás $-2.5 < x < 0$?
- Cé acu graf atá diúltach laghdaitheach i gcás $x > 2.4$?

9. Má tá $f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 5x - 6$, comhlánaigh an tábla seo a leanas:

| | | | | | | |
|----------|----|----|---|---|---|-----|
| $x =$ | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| $f(x) =$ | | -6 | | | | -18 |

Tarraing graf na feidhme $f: x \rightarrow -2x^3 + 3x^2 + 5x - 6$ san fhearann $-2 \leq x \leq 3$.

Bain úsáid as an ngraf chun iad seo a mheas:

- fréamhacha na cothromóide $f(x) = 0$
- comhordanáidí an uaspointe casaidh
- na luachanna ar x a d'fhágfadh $f(x) > 0$
- na luachanna ar $x < 0$ a d'fhágfadh $f(x)$ diúltach laghdaitheach.

10. Meaitseáil gach ceann de na sracghraif thíos le ceann amháin de na cothromóidí a thugtar.

$$y = x^3 - x^2$$

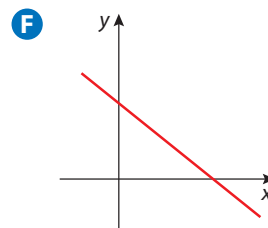
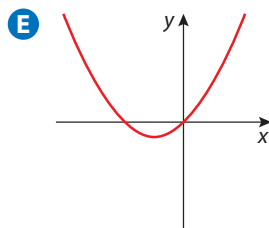
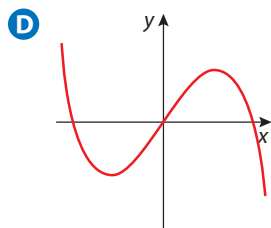
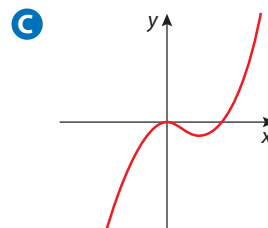
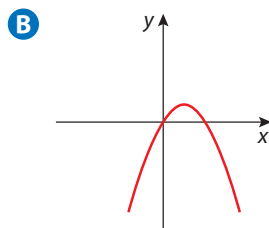
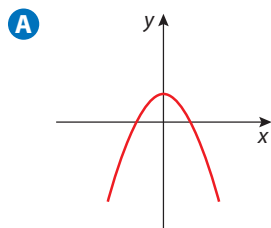
$$y = 1 - x^2$$

$$y = x - x^2$$

$$y = -\frac{3}{4}x + 3$$

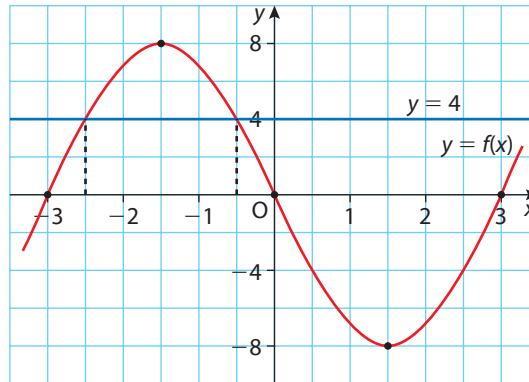
$$y = x^2 + 3x$$

$$y = 9x - x^3$$



Mír 17.6 Graif d'fheidhmeanna ciúbacha a úsáid

Léiríonn an graf thíos an fheidhm $f(x) = x^3 - 9x$.



Sa mhír roimhe seo, taispeánadh gurb ionann réitigh na cothromóide $f(x) = 0$ agus x -luachanna na bpointí ag a dtrasnaíonn an cuar an x -ais.

Feictear ón ngraf gurb iad $x = -3, 0$ agus 3 na réitigh ar $f(x) = 0$.

Conas an chothromóid $f(x) = 4$ a réiteach

Is féidir an graf a tugadh dúinn a úsáid chun an chothromóid $f(x) = 4$ a réiteach ach an líne $y = 4$ a tharraingt agus ansin x -luachanna na bpointí ag a dtrasnaíonn an líne an cuar a léamh ón ngraf. Feictear ón ngraf gur meastachán ar na luachanna sin iad seo:

$$x = -2.5 \text{ nó } x = -0.5.$$

Má tharraingítear feidhm eile $g(x)$ ar comhscála agus ar na haiseanna céanna, ansin is ionann x -luachanna na bpointí ag a dtrasnaíonn na graif a chéile agus réitigh na cothromóide $f(x) = g(x)$.

Cothromóidí a bhaineann leis an ngraf a réiteach

Má tharraingimid an graf $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 4$, conas a úsáidfimid an graf chun an chothromóid $x^3 - 2x^2 + 5x - 6 = 0$ a réiteach?

Tabhair faoi deara gur féidir an dara cothromóid a shloinneadh mar

$$\begin{aligned} \text{An chéad chothromóid} &= 2 \\ \text{i.e. } x^3 - 2x^2 + 5x - 4 &= 2. \end{aligned}$$

Chun na réitigh ar an gcothromóid sin a fháil, tarraingimid an líne $y = 2$ agus léimid x -luachanna na bpointí ag a dtrasnaíonn an líne sin an cuar $y = f(x)$.

Sampla 1

Tarraing graf na feidhme $y = x^3 - 3x^2 - 2x + 5$ san fhearann $-2 \leq x \leq 4$.

Bain úsáid as an ngraf chun na cothromóidí seo a réiteach:

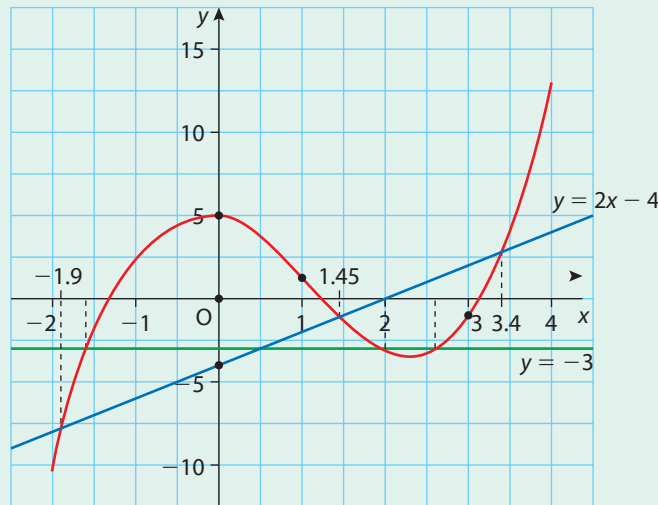
- (i) $x^3 - 3x^2 - 2x + 5 = -3$
 (ii) $x^3 - 3x^2 - 2x + 5 = 2x - 4$

Leagaimid amach tábla na n-ordphéirí mar seo:

| x | $x^3 - 3x^2 - 2x + 5$ | y |
|-----|-----------------------|-----|
| -2 | $-8 - 12 + 4 + 5$ | -11 |
| -1 | $-1 - 3 + 2 + 5$ | 3 |
| 0 | $0 - 0 - 0 + 5$ | 5 |
| 1 | $1 - 3 - 2 + 5$ | 1 |
| 2 | $8 - 12 - 4 + 5$ | -3 |
| 3 | $27 - 27 - 6 + 5$ | -1 |
| 4 | $64 - 48 - 8 + 5$ | 13 |

Is iad na pointí ar an gcuar ná: $(-2, -11)$, $(-1, 3)$, $(0, 5)$, $(1, 1)$, $(2, -3)$, $(3, -1)$, $(4, 13)$.

Tá an graf thíos:



- (i) Faightear réiteach na cothromóide $x^3 - 3x^2 - 2x + 5 = -3$ ach x -luachanna na bpointí ag a dtrasnaíonn an cuar agus an líne $y = -3$ a chéile a fháil. Tarraingimid anois an líne $y = -3$ agus léimid x -luachanna na bpointí ag a dtrasnaíonn sí an cuar, mar a léirítear.

$$\Rightarrow x = -1.6, 2 \text{ agus } 2.6.$$



(ii) Tá an chothromóid $x^3 - 3x^2 - 2x + 5 = 2x - 4$ san fhoirm $f(x) = g(x)$.

Anseo $g(x) = 2x - 4$.

Anois tarraingimid graf $y = 2x - 4$.

Is dhá phointe ar an líne iad $(0, -4)$ agus $(2, 0)$.

Taispeántar an líne sin ar an ngraf.

Is léir ón ngraf go dtrasnaíonn an cuar agus an líne a chéile ag na pointí ag a bhfuil

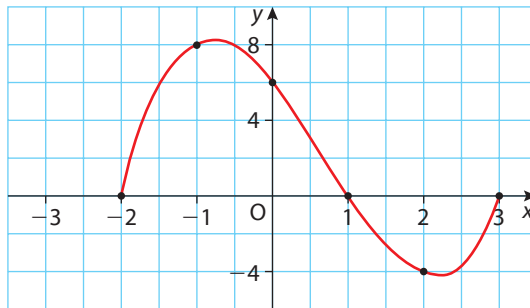
$$x = -1.9, 1.45 \text{ agus } 3.4.$$

Mar sin, $x^3 - 3x^2 - 2x + 5 = 2x - 4$

$$\Rightarrow x = -1.9, x = 1.45 \text{ nó } x = 3.4.$$

Cleachtadh 17.6

1. Féach thíos graf na feidhme $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ san fhearann $-2 \leq x \leq 3, x \in \mathbb{R}$.



Bain úsáid as an ngraf chun iad seo a scríobh, san fhearann a thugtar:

- fréamhacha na cothromóide $f(x) = 0$
 - na luachanna ar x a fhágann $f(x) \geq 0$
 - comhordanáidí an uaspointe casaidh
 - fréamhacha na cothromóide $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = -2$
 - fréamhacha na cothromóide $x^3 - 2x^2 - 5x = 0$.
2. Tarraing graf den fheidhm $f(x) = 2x^3 - x^2 - 8x + 4$ san fhearann $-2 \leq x \leq 3$. Agus úsáid á baint as an ngraf agat, faigh, chomh cruinn agus is féidir leat, fréamh(acha) na gcothromóidí seo a leanas:
- $f(x) = 0$
 - $2x^3 - x^2 - 8x - 4 = -3$
 - $2x^3 - x^2 - 8x - 6 = 0$.



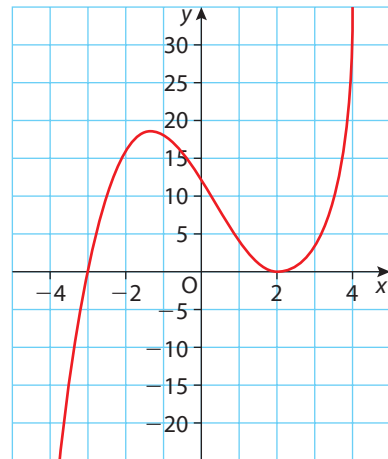


3. Seo thíos graf na feidhme

$$y = x^3 - x^2 - 8x + 12.$$

Bain úsáid as an ngraf chun iad seo a mheas:

- (i) fréamhacha na cothromóide $y = 0$
- (ii) fréamhacha na cothromóide $x^3 - x^2 - 8x + 12 = 5$
- (iii) na luachanna ar x a fhágann $y > 0$
- (iv) an raon luachanna ar x a fhágann y deimheach laghdaitheach
- (v) ilfhréamh na cothromóide $x^3 - x^2 - 8x + 12 = 0$.



4. Tarraing graf den fheidhm $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$ san fhearann $-4 \leq x \leq 2, x \in R$.

Agus an graf á úsáid agat aimsigh, chomh cruinn agus is féidir leat,

- (i) fréamhacha na cothromóide $f(x) = 0$
- (ii) fréamh réadach na cothromóide $x^3 + 4x^2 + x - 9 = 0$
- (iii) na luachanna ar x a fhágann $f(x) < 0$
- (iv) na luachanna ar x a fhágann $f(x)$ laghdaitheach
- (v) fréamhacha na cothromóide $x^3 + 4x^2 + x - 6 = 2x + 4$.

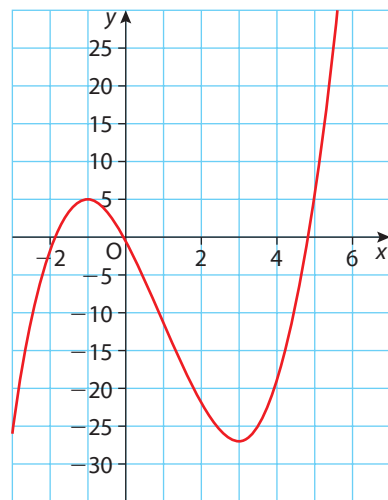
5. Seo thíos graf na feidhme

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x.$$

Bain úsáid as an ngraf chun iad seo thíos a mheas:

- (i) $f(3)$
- (ii) an t-uasphointe casaidh
- (iii) fréamhacha na cothromóide $x^3 - 3x^2 - 9x = -20$
- (iv) an raon luachanna ar x a fhágann $f(x)$ laghdaitheach.

Mínigh an fáth nach bhfuil ach aon fhréamh amháin leis an gcothromóid $f(x) = 10$.
Mínigh an fáth a bhfuil trí fhréamh leis an gcothromóid $f(x) = -10$.



6. Tarraing graf na feidhme $f(x) = 3x - x^3$ san fhearann $-2 \leq x \leq 2$.

Bain úsáid as an ngraf chun na cothromóidí seo thíos a réiteach:

- (i) $-x^3 + 3x = 0$
- (ii) $-x^3 + 3x + 1 = 0$
- (iii) $-x^3 + 3x = x + 1$.





7. Tá feidhm $f(x)$ san fhoirm $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, áit a bhfuil a deimhneach. Tarraing sceitse garbh de $f(x)$ ag glacadh leis go sásaíonn $y = f(x)$ na coinníollacha seo:
- $f(1) = 0$ agus $f(9) = 0$
 - Is pointí casaidh iad $(1, 0)$ agus $(5, -10)$.

Bain úsáid as an ngraf chun iad seo a aimsiú:

- an raon luachanna ar x a fhágann $f(x) < 0$ nuair atá $x > 1$
- an raon luachanna ar y a fhágann $f(x)$ diúltach laghdaitheach.

8. Bíodh $f(x) = 2x^3 - 5x^2 - 4x + 3$ i gcás $x \in R$.
Cóipeáil agus comhlánaigh an tábla thíos:

| | | | | | | | |
|--------|------|----|---|---|---|---|------|
| x | -1.5 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 3.5 |
| $f(x)$ | -9 | | | | | | 13.5 |

Tarraing graf $f(x) = 2x^3 - 5x^2 - 4x + 3$ san fhearann $-1.5 \leq x \leq 3.5$.

Bain úsáid as an ngraf chun iad seo a scríobh síos:

- comhordanáidí an íospointe casaidh
- fréamhacha na cothromóide $f(x) = 0$
- fréamhacha na cothromóide $2x^3 - 5x^2 - 4x = 0$.

Scríobh an chothromóid $2x^3 - 5x^2 - 6x + 6 = 0$ san fhoirm

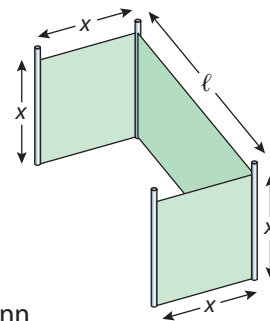
$$2x^3 - 5x^2 - 4x + 3 = ax + b, \quad a, b \in Z.$$

Uaidh sin, úsáid do ghráf chun réitigh na cothromóide

$$2x^3 - 5x^2 - 6x + 6 = 0 \text{ a mheas.}$$

9. Tá dhá thaobh chearnógacha ar fhoscadh gaoithe canbháis; x méadar ar fad atá an dá thaobh agus tá cúl dronuilleogach ar an bhfoscadh atá ℓ méadar ar fad. 9 m^2 is ea achar an chanbháis.

- Taispeáin go bhfuil $\ell = \frac{9}{x} - 2x$, agus uaidh sin, taispeáin gurb é $9x - 2x^3$ an toirt iata, $V \text{ m}^3$.
- Breac an graf V in aghaidh x i gcás $0 \leq x \leq 3$.
- (a) Bain úsáid as an ngraf chun an luach ar x a fháil a fhágann go bhfuil an toirt is mó is féidir a bheith ann agat.
(b) Agus an graf á úsáid agat abair cad é an toirt is mó sin.



Mír 17.7 Feidhmeanna easpónantúla a ghráfadh

Féach ar an bhfeidhm $f(x) = 2^x$.

San fheidhm seo, is mar chumhacht a shloinntear an athróg x .

Feidhm easpónantúil a thugtar ar fheidhm ina sloinntear an athróg mar chumhacht.

Seo roinnt feidhmeanna easpónantúla eile:

- $f(x) = 3^x$
- $f(x) = 3.2^x$
- $f(x) = 2.3^{-x}$

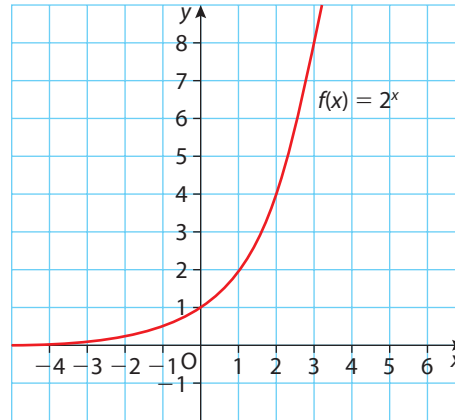


Chun graf $f(x) = 2^x$, a tharraingt, leagaimid amach tábla ionchur agus aschur ó $x = -2$ to $x = 3$.

| x | 2^x | y |
|-----|------------------------|---------------|
| -2 | $2^{-2} = \frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ |
| -1 | $2^{-1} = \frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ |
| 0 | $2^0 = 1$ | 1 |
| 1 | $2^1 = 2$ | 2 |
| 2 | $2^2 = 4$ | 4 |
| 3 | $2^3 = 8$ | 8 |

Is ionann uimhir ar bith i gcumhacht a náid agus 1.

Taispeántar graf $f(x) = 2^x$, thíos.



- › Tabhair faoi deara go n-ardaíonn an cuar go han-ghéar. Má thógaimid luachanna eile ar x , e.g. $x = 4, 5, 6, \dots$, gheobhaimid na y -luachanna seo: $2^4 = 16$; $2^5 = 32$; $2^6 = 64, \dots$
Cuir feidhmeanna mar $f(x) = 2^x$, $f(x) = 3^x$, $f(x) = 4^x$ ardaíonn siad go han-tapa.
- › Beidh an pointe $(0, 1)$ ar chuar aon fheidhme atá san fhoirm $f(x) = a^x$, mar gurb ionann uimhir ar bith i gcumhacht a náid agus 1.
- › Gluaisfidh an cuar níos giorra agus níos giorra don x -ais ach ní bhuailfidh sé í go brách.

Sampla 1

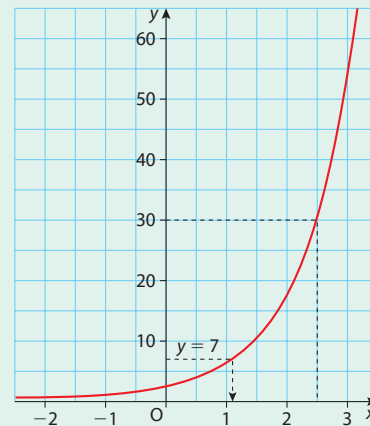
Tarraing graf na feidhme $f(x) = 2.3^x$ san fhearann $-2 \leq x \leq 3$.

- Bain úsáid as an ngraf chun meastachán a fháil ar $f(2.5)$
- Bain úsáid as an ngraf freisin chun an luach ar x a fhágann $f(x) = 7$ a fháil.

Leagaimid amach tábla luachanna le haghaidh $f(x) = 2.3^x$, $-2 \leq x \leq 3$.

| x | 2.3^x | y |
|-----|------------|---------------|
| -2 | 2.3^{-2} | $\frac{2}{9}$ |
| -1 | 2.3^{-1} | $\frac{2}{3}$ |
| 0 | 2.3^0 | 2 |
| 1 | 2.3^1 | 6 |
| 2 | 2.3^2 | 18 |
| 3 | 2.3^3 | 54 |

Taispeántar an graf ar dheis.





- (i) Chun $f(2.5)$ a fháil, tarraing líne ingearach $x = 2.5$ go mbuaileann sí an cuar.
Is é 30 y -luach an phointe trasnaithe.
 $\therefore f(2.5) = 30$
- (ii) Chun an luach ar x a fhágann $f(x) = 7$ a fháil, tarraing an líne $y = 7$ agus léigh x -luach phointe trasnaithe na líne sin agus an chuair.
Is é $x = 1.1$ an luach sin.

Sampla 2

Tarraing graf na feidhme $f(x) = 10 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$ san fhearann $0 \leq x \leq 4$.

- (i) Bain úsáid as an ngraf chun meastachán a fháil ar $f(0.5)$
- (ii) Bain úsáid as an ngraf chun an chothromóid $f(x) = 3$ a réiteach.
- Leagaimid amach tábla luachanna ionchuir le haghaidh $x = 0$ go dtí $x = 4$.

| x | $10\left(\frac{1}{2}\right)^x$ | y |
|-----|--------------------------------|-------|
| 0 | $10\left(\frac{1}{2}\right)^0$ | 10 |
| 1 | $10\left(\frac{1}{2}\right)^1$ | 5 |
| 2 | $10\left(\frac{1}{2}\right)^2$ | 2.5 |
| 3 | $10\left(\frac{1}{2}\right)^3$ | 1.25 |
| 4 | $10\left(\frac{1}{2}\right)^4$ | 0.625 |



- (i) Chun $f(0.5)$ a fháil, tarraing líne ingearach ó 0.5 ar an x -ais go dtrasnaíonn sí an cuar.
Is é 7 y -luach an phointe sin.
 $\therefore f(0.5) = 7$
- (ii) Chun an luach ar x a fhágann $f(x) = 3$ a fháil, tarraing an líne $y = 3$ agus léigh x -luach an phointe ag a dtrasnaíonn an líne sin an cuar.
Is é $x = 1.7$ an luach sin.
 $\therefore f(x) = 3 \Rightarrow x = 1.7$.

Cleachtadh 17.7

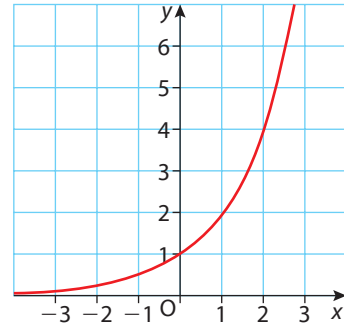
1. Seo ar dheis graf $f(x) = 2^x$.

Bain úsáid as an ngraf chun iad seo a leanas a scríobh síos:

- (i) $f(0)$ (ii) $f(1)$ (iii) $f(1.5)$.

Ní thaispeántar $f(3)$ ar an ngraf.

- (iv) Cad é $f(3)$?
 (v) Cén luach ar x a fhágann $f(x) = 5$?



2. Cóipeáil agus comhlánaigh an tábla thíos agus ansin tarraing graf na feidhme $f(x) = 3^x$.

| | | | | | | |
|-------|----|---------------|---|---|---|---|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| 3^x | | $\frac{1}{3}$ | | | | |

Bain úsáid as an ngraf chun iad seo a leanas a scríobh síos:

- (i) $f(1.5)$
 (ii) An luach ar x a fhágann $f(x) = 4$.

3. Cóipeáil agus comhlánaigh an tábla thíos.

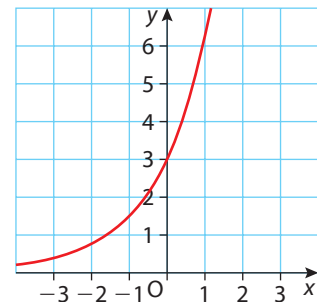
| | | | | | |
|---------------|---------------|----|---|---|---|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| 2^x | $\frac{1}{4}$ | | | | |
| $4 \cdot 2^x$ | 1 | | | | |

Bain úsáid as an tábla chun sceitse a tharraingt den fheidhm $f(x) = 4 \cdot 2^x$ san fhearann $-2 \leq x \leq 2$.

Bain úsáid as an ngraf chun meastachán a fháil ar $f(0.5)$.

4. Ar dheis, feictear graf $f(x) = k \cdot 2^x$, áit a bhfuil $k \in \mathbb{N}$.

- (i) Scríobh síos luach k .
 (ii) Ní thaispeántar $f(2)$ ar an ngraf.
 Cad é $f(2)$?
 (iii) Bain úsáid as an ngraf chun an luach ar x a fhágann $f(x) = 1$ a fháil.





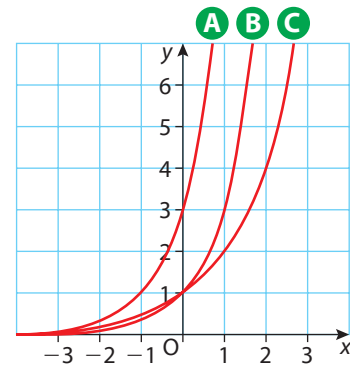
5. Ar dheis, léirítear trí ghráf (A), (B) agus (C).

Meaitseáil gach graf le ceann amháin de na feidhmeanna thíos.

$$f(x) = 2^x$$

$$f(x) = 3^x$$

$$f(x) = 3.3^x$$



6. Cóipeáil agus comhlánaigh an tábla thíos agus uaidh sin, tarraing graf na feidhme $f(x) = 3^{-x}$ san fhearann $-2 \leq x \leq 3$.

| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|-----------------|----|----|---|---|---|---|
| $f(x) = 3^{-x}$ | | | | | | |

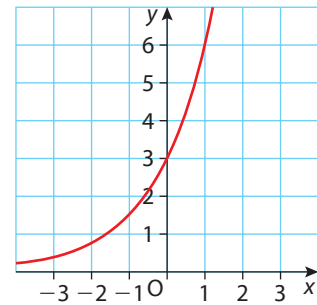
Bain úsáid as an ngraf chun meastachán a dhéanamh ar

- (i) $f(-1.5)$ (ii) an luach ar x nuair atá $f(x) = 4$.

7. Tá graf na feidhme $f(x) = a \cdot b^x$ ar dheis.

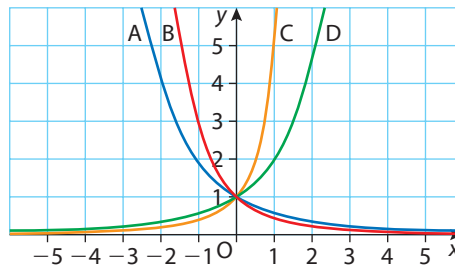
Cóipeáil agus comhlánaigh an tábla thíos agus bain úsáid as an tábla agus as an ngraf chun luachanna a agus b a fháil.

| x | $f(x) = a \cdot b^x$ | y |
|-----|----------------------|-----|
| 0 | | |
| 1 | | |



8. Taispeánann an léaráid thíos graif

$$y = 2^x, y = 5^x, y = \left(\frac{1}{2}\right)^x \text{ agus } y = 3^{-x}.$$



Úsáid luachanna éagsúla ar x agus ar na y -luachanna comhfhreagracha chun gach ceann de na graif a mheaitseáil lena chothromóid.



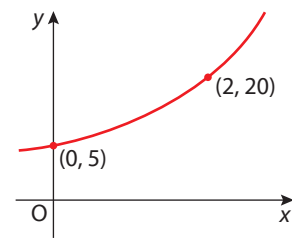


9. Dúradh le Máire gurb é an graf ar dheis graf na feidhme

(a) $f(x) = k \cdot 2^x$ nó (b) $f(x) = k \cdot 3^x$.

(i) Faigh luach k .

(ii) Cé acu ceann den dá fheidhm a léiríonn an cuar?



10. Téann an cuar $y = a(2^x)$ tríd an bpointe (1, 3).

Faigh luach a .

11. Téann an cuar $y = a(b^x)$ trí na pointí (1, 10) agus (3, 250).

Faigh luach a agus luach b .

12. Is trí fheidhm iad $f: x \rightarrow 2x + 3$, $g: x \rightarrow x^2 + 3$, agus $h: x \rightarrow 3(2^x)$.

Tábla A

| x | y |
|---|----|
| 0 | 3 |
| 1 | 6 |
| 2 | 12 |
| 3 | 24 |
| 4 | 48 |

Tábla B

| x | y |
|---|----|
| 0 | 3 |
| 1 | 5 |
| 2 | 7 |
| 3 | 9 |
| 4 | 11 |

Tábla C

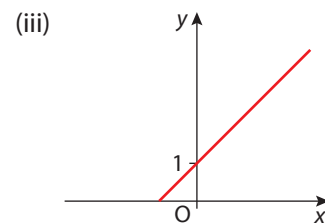
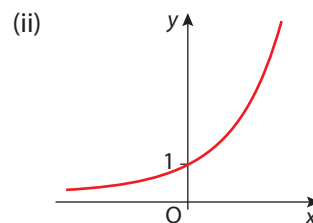
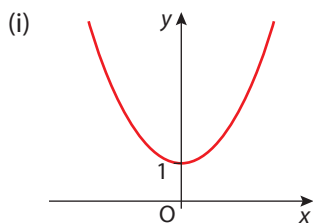
| x | y |
|---|----|
| 0 | 3 |
| 1 | 4 |
| 2 | 7 |
| 3 | 12 |
| 4 | 19 |

(i) Meaitseáil tábla na n-aschur leis an bhfeidhm cheart.

(ii) Cé acu feidhm atá ag méadú ar an ráta is tapúla?

13. Is trí fheidhm iad A: $y = 2^x$, B: $y = 2x + 1$ agus C: $y = x^2 + 1$.

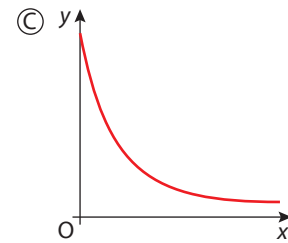
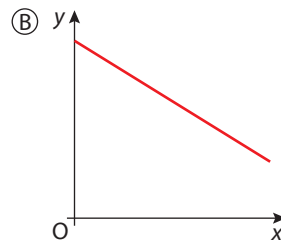
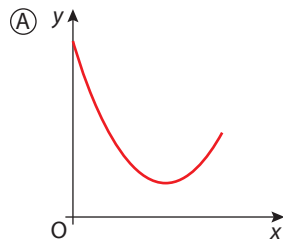
Meaitseáil gach ceann de na graif thíos lena fheidhm.





14. Seo thíos trí ráiteas agus trí ghraf:

- (i) Carr a bhfuil €60 000 uirthi laghdaíonn a luach €10 000 in aghaidh na bliana.
- (ii) Tá titim 10% in aghaidh na bliana le ceithre bliana anuas ar phraghsanna tithe.
- (iii) Léimeann léimneoir buisí ó dhroichead. Déantar a hairde os cionn na talún a thaifeadadh gach soicind.



Meaitseáil gach ceann de na ráitis lena ghraf agus mínigh do fhreagra i ngach cás.

15. Sainítear na feidhmeanna f agus g mar seo:

$$f: x \rightarrow 3^x \text{ agus } g: x \rightarrow 4x^2 + 1 \text{ san fhearann } 0 \leq x \leq 5.$$

- (i) Cén sórt feidhme é f ?
- (ii) Cén sórt feidhme é g ?
- (iii) Cé acu feidhm atá ag méadú ar ráta níos tapúla idir $x = 0$ agus $x = 3$?
- (iv) Cé acu feidhm atá ag méadú ar ráta níos tapúla idir $x = 3$ agus $x = 5$?

16. Sainítear na feidhmeanna f agus g mar seo:

$$f: x \rightarrow 2^x, \quad g: x \rightarrow 9x - 3x^2 - 1.$$

Comhlánaigh an tábla thíos agus bain úsáid as chun graif na bhfeidhmeanna f agus g i gcás $0 \leq x \leq 3$ a tharraingt.

| x | 0 | 0.5 | 1 | 1.5 | 2 | 2.5 | 3 |
|--------|---|-----|---|-----|---|-----|---|
| $f(x)$ | | | | | | | |
| $g(x)$ | | | | | | | |

- (i) Bain úsáid as an ngraf chun na luach(anna) ar x a fhágann

$$2^x = 9x - 3x^2 - 1 \text{ a mheas.}$$

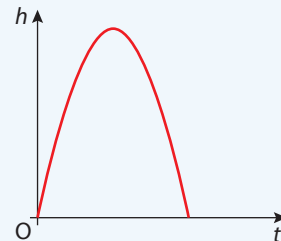
- (ii) Má tá $2^k = 6$, úsáid an graf chun luach k a mheas.



Cuir triail ort féin 17

1. (a) Tarraing graf na feidhme $f(x) = 3x - 1$ san fhearann $-2 \leq x \leq 3$.
Bain úsáid as an ngraf chun iad seo a mheas:
(i) $f(-1.5)$ (ii) an luach ar x nuair atá $y = 3.5$.

- (b) Sa léaráid ar dheis, feictear conair roicéid a scaoiltear san aer.
Tugann $h = 30t - t^2$ airde, h méadar, an roicéid tar éis t soicind.



- (i) Cé mhéad soicind a mhaireann eitilt an roicéid?
(ii) Cad é an uasairde a shroicheadh an roicéad?

- (c) Má tá $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 4$, cóipeáil agus comhlánaigh an tábla thíos:

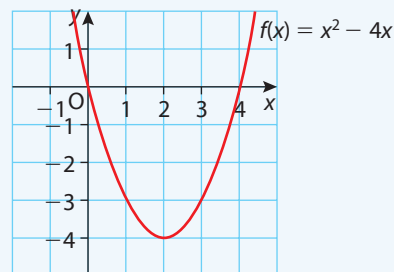
| | | | | | | | |
|----------|----|----|---|---|---|----|-----|
| $x =$ | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 3.5 |
| $f(x) =$ | -2 | | | | | -2 | 4.9 |

Tarraing graf na feidhme $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 4$ san fhearann $-2 \leq x \leq 3.5$.

Bain úsáid as an ngraf chun iad seo a fháil:

- (i) fréamhacha na cothromóide $f(x) = 0$
(ii) na luachanna ar x a fhágann $f(x) < 0$ agus $(x) > 0$
(iii) comhordanáidí an íospointe casaidh
(iv) na luachanna ar x a fhágann $f(x)$ diúltach laghdaitheach
(v) fréamhacha na cothromóide $y = 4$
(vi) luach $f(-1.5)$.

2. (a) Feictear ar dheis graf na feidhme $f(x) = x^2 - 4x$.
Úsáid an cuar chun iad seo a scríobh síos:
(i) $f(3.5)$
(ii) na luachanna ar x a fhágann $f(x) = -3$
(iii) íosluach $f(x)$
(iv) cothromóid ais siméadrachta an chuair.



- (b) Meaitseáil gach ceann de na graif ar an gcéad leathanach eile le ceann de na cothromóidí thíos.

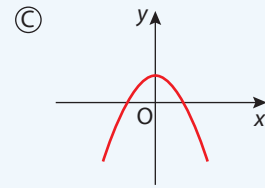
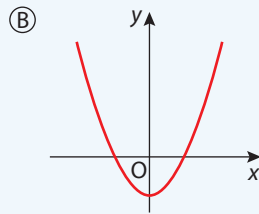
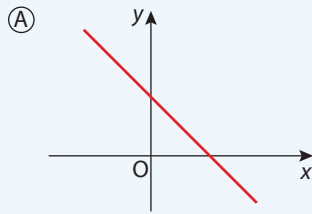
$$y = kx$$

$$y = x^2 - k$$

$$y = k - x^2$$

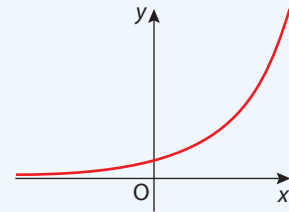
$$y = k - x$$

I gcás gach cothromóide, is uimhir dheimhneach é k .
(Ní úsáidfear ceann amháin de na cothromóidí.)



(c) Feictear sceitse an chuar $y = 3^x$ sa léaráid.

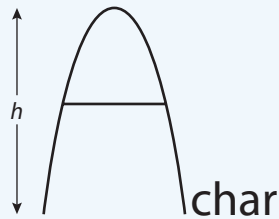
- (i) Scríobh síos comhordanáidí an pointe ag a dtrasnaíonn an cuar an y -ais.
- (ii) Déan cóip den léaráid agus cuir na sceitsí seo léi:
 - (a) 2×3^x
 - (b) 5×3^x .



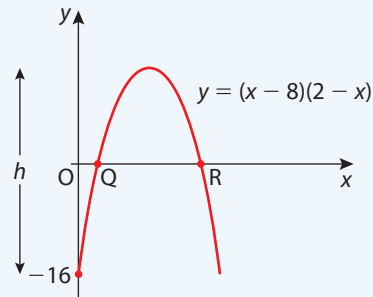
3. (a) Seasann an chothromóid $y = ax + b$ do líne dhíreach. Tarraing graf de líne dhíreach a d'fhéadfadh an chothromóid seo a léiriú nuair atá $a = 0$ agus $b > 0$.

(b) Tá an chuid chuar den litir A sa lógó *Achar* i gcruth parabóile.

Is é $y = (x - 8)(2 - x)$ cothromóid na parabóile seo.



char



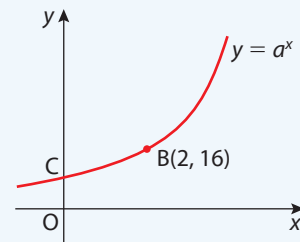
- (i) Scríobh síos comhordanáidí Q agus R.
- (ii) Ríomh h , airde na litreach A.

(c) Taispeántar cuid den ghraf $y = a^x$, áit a bhfuil $a > 0$. Gearrann an graf an y -ais ag C.

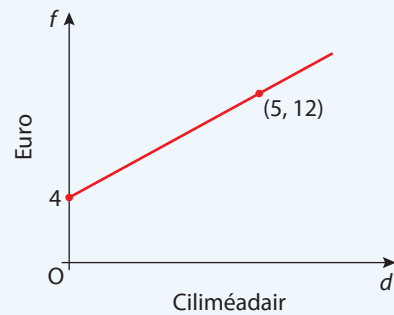
(i) Scríobh síos comhordanáidí C.

Is é (2, 16) an pointe B.

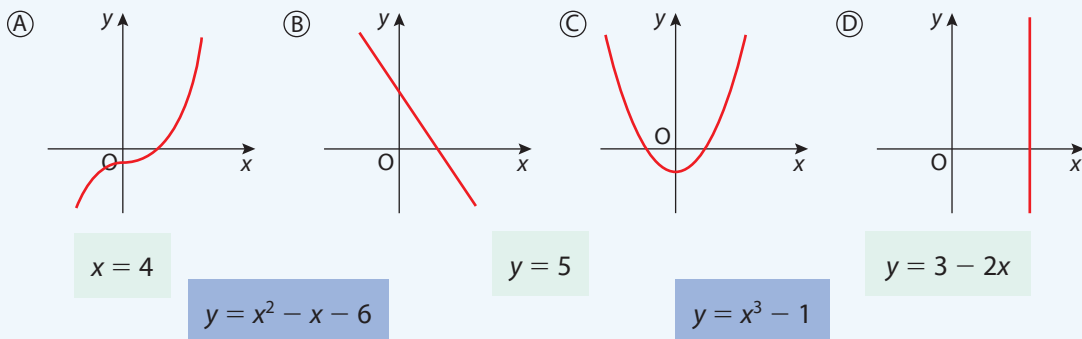
(ii) Ríomh luach a .



4. (a) Maidir le táillí tacsáí, bíonn táille €4 ar an 'nglaoch amach' **móide** ráta seasta in aghaidh an chiliméadar. Taispeánann an graf an táille, f euro, ar thuras d ciliméadar. Is é €12 an táille tacsáí ar thuras 5 chiliméadar. Faigh cothromóid a bhaineann leis an líne dhíreach i dtéarmaí d agus f . Úsáid an chothromóid chun costas thuras 20 km a fháil.



- (b) Meaitseáil na graif thíos lena gcuid cothromóidí. Déan sceitse de ghráf na cothromóide breise.



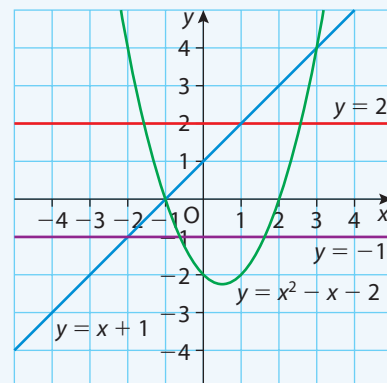
- (c) Cóipeáil agus comhlánaigh an tábla seo a leanas.

| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-------|-------|----|----|---|---|---|---|---|---|
| 2^x | 0.125 | | | 1 | | 4 | | | |

- (i) Agus na luachanna sa tábla á n-úsáid agat tarraing an graf $y = 2^x$. Bain úsáid as scála 1 cm in aghaidh 1 aonad ar an x -ais agus 1 cm in aghaidh 5 aonad ar an y -ais.
- (ii) Bain úsáid as an ngraf chun an chothromóid $2^x = 5$ a réiteach.

5. (a) Léirítear roinnt graf ar dheis. Bain úsáid as na graif seo chun meastachán a fháil ar réitigh na gcothromóidí seo thíos:

- (i) $x^2 - x - 2 = 2$
 (ii) $x^2 - x - 2 = -1$
 (iii) $x^2 - x - 2 = x + 1$



(b) Úsáidtear an fhoirmle

$$y = 4x(140 - x),$$

chun brabús comhlachta a fhoilsíonn iris a ríomh.

Is é y an brabús (ina euro) agus x praghas díola na hirise (ina euro).

Léiríonn an graf ar dheis an brabús y in aghaidh phraghas díola na hirise x .

Ríomh an t-uasbhrabús is féidir leis an gcomhlacht a dhéanamh ón iris a dhíol.

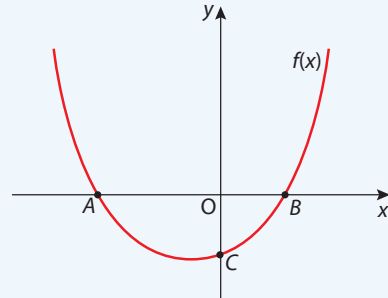


(c) Is graf den fheidhm

$$f(x) = x^2 - 2x - 3.$$

é an cuar ar dheis.

- (i) Scríobh síos comhordanáidí A, B agus C.
- (ii) Scríobh síos na luachanna ar x a fhágann $f(x) \leq 0$.
- (iii) Má tá $f(k) = -3$, faigh dhá luach ar k .

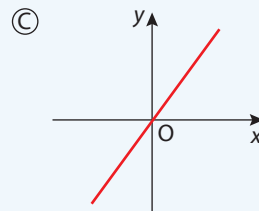
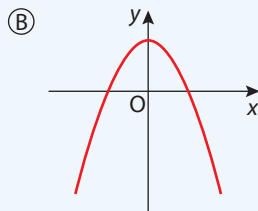
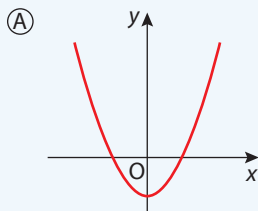


6. (a) Sa tábla thíos, feictear an costas a bhaineann le tonnchlár a thógáil ar cíós ar feadh líon áirithe laethanta.

| | | | | |
|---------------------------------|----|----|----|----|
| Laethanta t | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Costas €C | 50 | 60 | 70 | 80 |

- (i) Ach aon dá chúpla a úsáid, scríobh síos cothromóid na líne a nascann an costas € C leis an líon laethanta t .
- (ii) Bain úsáid as an gcothromóid chun an costas a bheadh ar an tonnchlár a thógáil ar cíós ar feadh coicíse a ríomh.

(b) Cé acu sracghraf a ghabhann leis na cothromóidí, faoi seach?
Tabhair cúiseanna le do chuid freagraí.



$$y = 2x$$

$$y = x^2 - 2$$

$$y = 2 - x^2$$

$$y = x^2 + 2$$

(c) Tarraing graf na feidhme $f(x) = x^3 - 5x + 1$ san fhearann $-3 \leq x \leq 3$.

Bain úsáid as an ngraf chun iad seo a mheas:

- (i) fréamhacha na cothromóide $f(x) = 0$
- (ii) na luachanna ar x a fhágann $f(x) > 0$ nuair atá $x < 0$
- (iii) $f(-2.5)$
- (iv) fréamhacha na cothromóide $f(x) = 1$.

Mínigh go hailgéabrach an fáth a dtugann ceann de na fréamhacha a fuair tú i gcás (iv) garluach ar $\sqrt{5}$.

Achoimre ar na príomhphointí...

- 1. Feidhm líneach** a thugtar ar fheidhm mar $f(x) = 3x + 2$ mar gur líne dhíreach é graf na feidhme sin.
Má bhíonn graf d'fheidhm líneach san fhoirm $y = mx + c$, is é m an **fhána** agus trasnaíonn an líne an y -ais ag an bpointe $(0, c)$.
- 2.** Is líne dhíreach tríd an mbunphointe i gcónaí é graf i **gcomhréir dhíreach**.
- 3.** Is slonn san fhoirm $ax^2 + bx + c$ í **feidhm chearnach**, áit arb é x^2 an chumhacht is airde de x .

Parabóil a thugtar ar ghráf d'fheidhm chearnach. Bíonn ceann de na cruthanna seo thíos ar an ngraf.

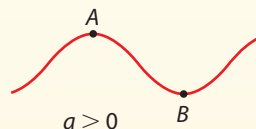
$$y = ax^2 + bx + c, \\ a > 0$$



$$y = ax^2 + bx + c, \\ a < 0$$

Is iad na luachanna ar x san áit a ngearrann an graf an x -ais na **réitigh** ar chothromóid chearnach.

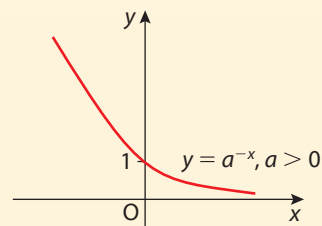
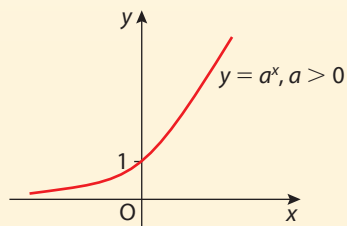
- 4.** Is slonn san fhoirm $ax^3 + bx^2 + cx + d$ í **feidhm chiúbach**, áit arb é x^3 an chumhacht is airde de x .
Bíonn ceann de na cruthanna seo ar ghráf d'fheidhm chiúbach.



Uasphointe casaidh a thugtar ar an bpointe A .

Iospointe casaidh a thugtar ar an bpointe B .

- 5.** Más dhá fheidhm iad $f(x)$ agus $g(x)$, is féidir an chothromóid $f(x) = g(x)$ a réiteach ach graif an dá fheidhm a tharraingt, iad ar comhscála agus ar na haiseanna céanna, agus x -luachanna phointí trasnaithe na ngraf a scríobh síos.
- 6.** Is feidhm san fhoirm $y = a^x$ nó $y = a^{-x}$ í **feidhm easpóntúil**, nuair atá $a > 0$.
Bíonn ceann den dá chruth seo thíos ar **ghraf** d'fheidhm easpóntúil:



Trasnaíonn na graif an y -ais ag $(0, 1)$, ó tá $a^0 = 1$ i gcás gach luach ar a .

Focail thábhachtacha

fána ráta athraithe difreáil feidhm dhíorthaithe feidhm na fána
 tadhlaithe uaspointe casaidh íospointe casaidh dara díorthach
 feidhm mhéadaitheach feidhm laghdaitheach treoluas (luas)
 luasghéarú meánráta athraithe

Mír 18.1 Fána líne

Is é ábhar na caibidle seo an brainse den mhatamaitic a dtugtar an **calcalas** air. Beirt mhatamaiticeoirí a bhí ag obair go neamhspleách ar a chéile a d'fhorbair an calcalas sa 17ú haois. Sasanach a bhí i nduine acu, Isaac Newton. Gearmánach a bhí san fhear eile, Gottfried Leibnitz.

Is é atá sa calcalas ná an staidéar ar ráta an athraithe nuair a thagann athrú ar chainníocht amháin de thoradh athrú ar chainníocht eile.

Seo roinnt samplaí:

- (i) De réir mhéid an innill a bhíonn i gcarr a athraíonn caitheamh an pheitрил.
- (ii) De réir an fhaid ama a athraíonn an fad an ghluaistear.
- (iii) De réir fhad a sleasa a athraíonn achar cearnóige.

Is ionann an luas a bhíonn faoi charr agus an ráta ar a n-athraíonn an fad slí a ghluaiseann sí i dtréimhse áirithe ama. Más ag luasghéarú atá an carr, is in aghaidh an tsoicind atá an luas ag athrú.

Abair gur 60 km/u a bhíonn ar an luasmhéadar. Sin é an **luas meandrach**.

Is é an calcalas an áis mhatamaitice a ligfidh dúinne **rátaí meandracha athraithe** a ríomh.

Fána (grádán) líne

Féach an líne ar dheis.

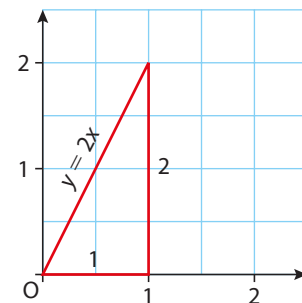
Is é $y = 2x$ cothromóid na líne.

Is é $\frac{2}{1} = 2$ an **fhána**.

Tá a fhios againn ón gcéimseata chomhordanáideach más san fhoirm $y = mx$ atá líne gurb é m fána na líne

Dá réir sin, má tá $y = 2x$,

\Rightarrow an fhána $m = 2$, rud atá le feiceáil ar dheis.



Ainm eile ar an bhfána é **ráta an athraithe**.

Is é 2 ráta an athraithe sa chás sin.

Ciallaíonn sé sin, má mhéadaítear x d'aonad amháin, go méadaítear y de 2 aonad.

An **fhána** a thugtar ar ráta athraithe y i leith x .

Bainfimid úsáid feasta as an nodaireacht $\frac{dy}{dx}$ chun an fhána a chur in iúl.

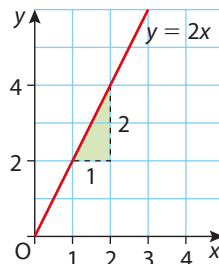
Slí eile chun an fhána (nó an ráta athraithe) a fháil ná leas a bhaint as an **difreáil**.

Cuir i gcás arís an líne $y = 2x$, mar atá le feiceáil ar dheis.

$$\frac{dy}{dx} = \text{fána} = \frac{\text{athrú ceartingearach}}{\text{athrú cothrománach}} = \frac{2}{1} = 2$$

Seo tábla na n-ionchur agus na n-aschur don líne $y = 2x$.

| x | y | 1ú difríocht |
|-----|-----|--------------|
| 0 | 0 | +2 |
| 1 | 2 | +2 |
| 2 | 4 | +2 |
| 3 | 6 | |



Tá an chéad difríocht idir na haschuir

- (i) tairiseach
- (ii) cothrom le 2 ... mar an gcéanna leis an bhfána.

Léiríonn an tábla agus an léaráid thuas, i gcás feidhm líneach, go bhfuil:

$$\frac{dy}{dx} = \text{fána} = 1 \text{ ú difríocht}$$

Seo roinnt línte agus na fánaí acu:

- (i) $y = 4x$ $\frac{dy}{dx} = 4 = \text{fána}$
- (ii) $y = -3x + 5$ $\frac{dy}{dx} = -3 = \text{fána}$
- (iii) $y = \frac{1}{2}x + 6$ $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2} = \text{fána}$

Riail

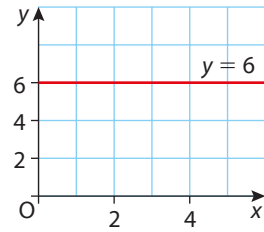
$$y = ax + b \quad \frac{dy}{dx} = a = \text{fána}$$

Fána na líne



Tá an líne $y = 6$ sa ghráf ar dheis.
Is é 0 fána na líne mar **ní thagann athrú ar bith** ar y
de réir mar a thagann athrú ar x .

Léiríonn sé sin, go bhfuil $\frac{dy}{dx} = 0$ má tá $y = 6$.



Riail

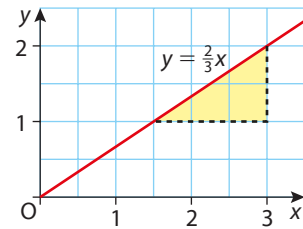
Má tá $y = 6$ (tairiseach), tá $\frac{dy}{dx} = 0$

Cleachtadh 18.1

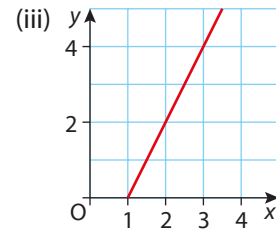
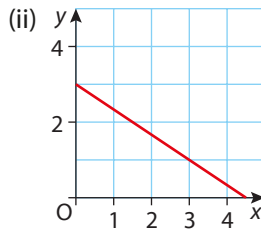
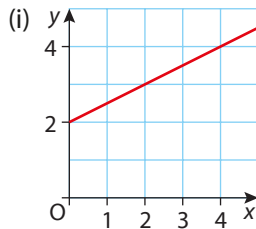
1. Bain úsáid as an ngréille ar dheis chun ráta athraithe y i leith x a fháil.

Tabhair ainm eile ar an ráta athraithe sin.

Ansin scríobh síos luach $\frac{dy}{dx}$.



2. Scríobh síos ráta athraithe y i leith x ($\frac{dy}{dx}$) i gcás gach ceann de na greillí seo:



3. Scríobh síos $\frac{dy}{dx}$ i gcás gach ceann de na feidhmeanna líneacha seo:

(i) $y = 3x$

(ii) $y = 2x - 1$

(iii) $y = 4x + 3$

(iv) $y = 5x + 6$

(v) $y = -2x$

(vi) $y = -3x + 7$

(vii) $y = 7x - \frac{1}{2}$

(viii) $y = 2$

4. Faigh ráta athraithe y i leith x ($\frac{dy}{dx}$) i gcás na líne a cheanglaíonn

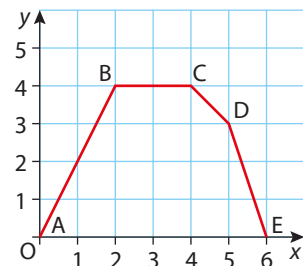
(i) A agus B

(ii) B agus C

(iii) C agus D

(iv) D agus E.

Mínigh cén fáth a bhfuil $\frac{dy}{dx}$ diúltach i gcás na líne a cheanglaíonn D agus E.





5. Is feidhm líneach é $y = 3x - 2$.

Comhlánaigh tábla na n-aschur ar dheis agus uaidh sin scríobh síos an difríocht idir na haschuir.

Anois scríobh síos luach $\frac{dy}{dx}$.

Céard é an ceangal idir difríocht na n-aschur agus $\frac{dy}{dx}$?

| x | y |
|---|-----|
| 0 | -2 |
| 1 | ... |
| 2 | ... |
| 3 | ... |

6. Cum feidhm de do chuid féin i gcás na rátaí athraithe seo a leanas. (Tá an chéad cheann déanta duit.)

| $\frac{dy}{dx}$ | Feidhm |
|-------------------------------|-----------|
| $\frac{dy}{dx} = 10$ | $y = 10x$ |
| $\frac{dy}{dx} = 6$ | |
| $\frac{dy}{dx} = -4$ | |
| $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}$ | |
| $\frac{dy}{dx} = 0$ | |

7. Scríobh feidhm a fhreagraíonn don eolas atá tugtha i ngach cás thíos agus bain úsáid as chun an tábla a chomhlánú. (Tá an chéad cheann déanta.)

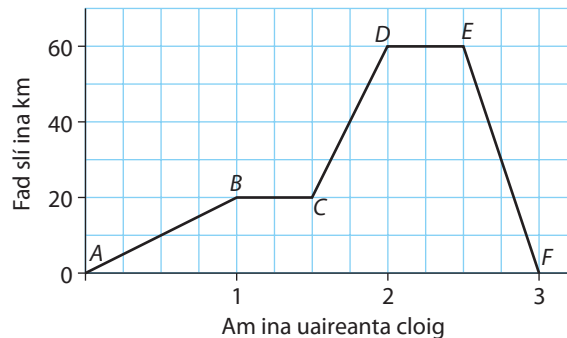
| y-idirlíne | $\frac{dy}{dx}$ | Feidhm |
|------------|-----------------|--------------|
| 3 | 2 | $y = 2x + 3$ |
| -2 | 4 | |
| -3 | 2 | |
| 0 | 4 | |
| 2 | $\frac{1}{2}$ | |
| 0 | $\frac{2}{3}$ | |

8. (i) Tugann aintín €50 d'airgead póca dá neacht ar an 1 Eanáir bliain áirithe agus méadaíonn sí de €10 in aghaidh na bliana é ina dhiaidh sin. Céard é ráta athraithe an airgid phóca i leith an ama (blianta)?
- (ii) Luas seasta 80 km/u atá faoi thraein áirithe. Céard é ráta athraithe an fhaid slí (km) i leith an ama (uaireanta an chloig)?
- (iii) Tá lus na gréine 5 cm ar airde nuair a cheannaítear é agus fásann sé 3 cm sa tseachtain ina dhiaidh sin. Céard é ráta athraithe na hairde (cm) i leith an ama (seachtainí)?





9. Féach ar an ngraf faid is ama thíos. Aistear gluaisrothaí atá léirithe ann de réir mar a thaistil sé ón mbaile A.



- Céard é ráta athraithe an fhaid slí i leith an ama i gcás an aistir ó A go B?
 - Céard é an meánluas ó A go B?
 - Céard é fána na líne BC?
 - Céard é an meánluas idir B agus C?
 - Céard é an meánluas idir C agus D?
 - Céard é ráta athraithe an fhaid slí i leith an ama i gcás an aistir ó E go F?
- Mol slí eile chun an cheist seo a chur.

Mír 18.2 Fána chuair

Cuir i gcás an cuar $y = x^2$, a bhfuil sceitse de ar dheis.

Is pointe ar an gcuar sin é (2, 4).

Is ionann fána an chuair ag (2, 4) agus fána an tadhlaí ag (2, 4).

Má dhéantar an líníocht go beacht, is é 4 a bheidh i bhfána an tadhlaí.

Dhá thadhlaí eile leis an gcuar is ea an dá líne bhriste ar an ngraf.

Níl fána aon dá cheann de na tadhlaí sin mar an gcéanna.

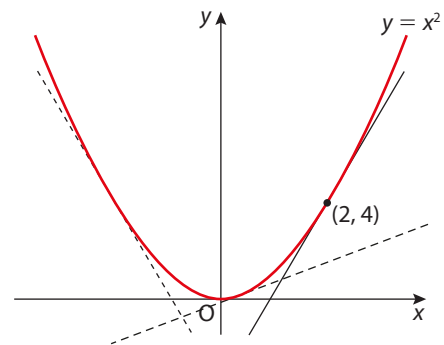
Léiríonn sé sin go n-athraíonn fána chuair de réir mar a théitear ó phointe go pointe ar an gcuar.

Chun fána chuair ag pointe ar leith a fháil, bheadh orainn an cuar a tharraingt agus ansin fána an tadhlaí leis an gcuar ag an bpointe sin a fháil. Ní bheadh sa mhéid sin ach meastachán ar an bhfána, fiú dá dtarraingeofaí an cuar agus an tadhlaí go cruinn.

Tá slí níos giorra ann chun fána cuair a fháil, áfach.

Sa mhír roimhe seo chonaiceamar go seasann $\frac{dy}{dx}$ d'fhána líne nuair a thugtar feidhm líneach san fhoirm $y = f(x)$.

Cén chaoi a bhfaighimid $\frac{dy}{dx}$ i gcás na feidhme $y = x^2$?





Tugtar thall an riail chun $\frac{dy}{dx}$ na feidhme $y = x^n$ a fháil.

Is féidir an riail chun teacht ar $\frac{dy}{dx}$ feidhme a thabhairt ar shlí eile, mar seo:

1. Má tá $y = x^n$, ansin tá $\frac{dy}{dx} = nx^{n-1}$
2. Má tá $y = ax^n$, ansin tá $\frac{dy}{dx} = nax^{n-1}$

Iolraigh comhéifeacht na hathróige faoin gcumhacht agus laghdaigh an chumhacht de 1.

Bainfidimid leas as an riail sin anois chun $\frac{dy}{dx}$ na feidhme $y = x^2$ a fháil.

$$y = x^2 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 2x^{2-1} = 2x^1 = 2x, \text{ i.e. tá an fhána} = 2x.$$

Céard a chiallaíonn 'tá an fhána = 2x'?

Ciallaíonn sé gur de réir na luachanna difriúla ar x a thiocfaidh athrú ar an bhfána.

Más é $2x$ an fhána, is é an fhána ag $x = 2$ ná $2(2) = 4$.

Ba leis an difreáil $\left(\frac{dy}{dx}\right)$ a fháil mar sin a léiríomar gurb é 4 an fhána nuair atá $x = 2$, rud a dúradh thuas.

An **difreáil** a thugtar ar an bpróiseas a bhaineann le fána líne nó chuair a fháil ag pointe (x, y) áirithe.

Más san fhoirm $y = f(x)$ atá feidhm, is mar seo a chuirimid síos ar an bpróiseas chun $\frac{dy}{dx}$ a fháil: **y a dhifreáil i leith x.**

Ó tá $\frac{dy}{dx}$ díorthaithe ó chothromóid an chuair, is minic a thugtar an **fheidhm dhíorthaithe** nó **feidhm na fána** air.

Más san fhoirm $f(x) = \dots$ atá feidhm, seasann **$f'(x)$** don fheidhm dhíorthaithe de ghnáth.

Feidhmeanna ina bhfuil níos mó ná téarma amháin

Má bhíonn níos mó ná téarma amháin i bhfeidhm, difreálaimid gach téarma leis féin.

Mar shampla, má tá $y = 3x^2 - 5x + 4$ tá

$$\frac{dy}{dx} = 6x - 5$$



Sampla 1

Difreáil gach ceann díobh seo a leanas i leith x :

$$(i) y = x^2 - 3x + 4 \quad (ii) y = 3x^2 + 9x - 5 \quad (iii) y = x^3 - 3x^2 + 6x - 7$$

$$(i) y = x^2 - 3x + 4 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 2x - 3$$

$$(ii) y = 3x^2 + 9x - 5 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 6x + 9$$

$$(iii) y = x^3 - 3x^2 + 6x - 7 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 3x^2 - 6x + 6$$

Luach díorthaigh a fháil

Mar seo a shainítear feidhm: $f(x) = x^2 - 3x + 2$.

Tá $f'(x) = 2x - 3$; **díorthach** $f(x)$ a thugtar ar $2x - 3$.

Seasann $f'(x)$ d'fhána an tadhlaí leis an gcuar ag pointe ar bith.

Ag $x = 4$, mar sin, tá $f'(4) = 2(4) - 3 = 5$.

Dá réir sin, is é 5 fána an tadhlaí leis an gcuar ag an bpointe ag a bhfuil $x = 4$.

Sampla 2

Má tá $y = 3x^2 - 2x + 4$, faigh luach $\frac{dy}{dx}$ at $x = -2$.

$$\begin{aligned} y = 3x^2 - 2x + 4 &\Rightarrow \frac{dy}{dx} = 6x - 2 \\ &= 6(-2) - 2 \text{ ag } x = -2 \\ &= -12 - 2 = -14 \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = -14 \text{ ag } x = -2.$$

Cleachtadh 18.2

I gcás cheisteanna 1-21 thíos, difreáil an fheidhm i leith x .

1. $y = 2x + 3$

4. $y = x^2$

7. $y = x^2 - 8x - 4$

10. $y = x^3$

13. $y = 3x^3 - 2x^2 - x$

16. $y = x^3 - 4x^2 + 9$

19. $y = -x^3 + 2x - 4$

2. $y = 3x - 4$

5. $y = 2x^2 + 6x$

8. $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x$

11. $y = x^3 + 2x - 3$

14. $y = x^3 - x^2 + 2x + 5$

17. $y = 1 - 2x + x^2$

20. $y = 5 - x^2 + 2x^3$

3. $y = 7x - 1$

6. $y = 5x^2 - 3x + 4$

9. $y = 3x^2 - 4$

12. $y = 2x^3 - 5x^2$

15. $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 4x$

18. $y = -5 + 2x - 3x^2$

21. $y = 3x - 4x^2 + \frac{1}{3}x^3$

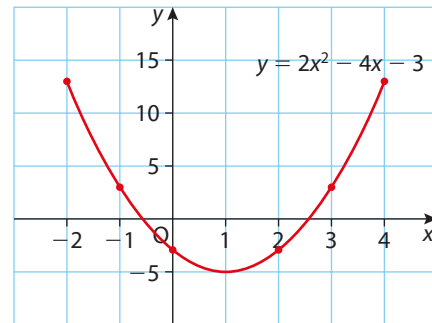


- 22.** Má tá $y = x^2 - 3x$, faigh luach $\frac{dy}{dx}$ nuair atá $x = 2$.
- 23.** Má tá $y = 2 - 4x + x^2$, faigh luach $\frac{dy}{dx}$ nuair atá $x = -1$.
- 24.** Má tá $f(x) = 4x^2 - 3x + 2$, faigh $f'(1)$.
- 25.** Má tá $y = x^3 - x^2 - 3x + 7$, faigh luach $\frac{dy}{dx}$ nuair atá $x = 2$.
- 26.** Má tá $y = x^2 - 3x$, faigh fána an tadhlaí leis an gcuar ag an bpointe ag a bhfuil $x = 3$.
- 27.** Má tá $f(x) = 4x - 3x^2$, faigh fána an tadhlaí leis an gcuar ag an bpointe ag a bhfuil $x = -2$.
- 28.** Má tá $A = 2k^2 - 3k$, faigh luach $\frac{dA}{dk}$ nuair atá $k = 1$.
- 29.** Má tá $V = 2h^2 + h + 5$, faigh luach $\frac{dV}{dh}$ nuair atá $h = 3$.
- 30.** Má tá $F = 6 + 4t - 2t^2$, faigh luach $\frac{dF}{dt}$ nuair atá $t = 4$.

31. Seo graf na feidhme

$$y = 2x^2 - 4x - 3.$$

- (i) Faigh fána an tadhlaí leis an gcuar ag an bpointe ag a bhfuil $x = 3$.
- (ii) Faigh fána an tadhlaí leis an gcuar ag an bpointe ag a bhfuil $x = -1$.
Mínigh cén fáth ar uimhir dhiúltach é an freagra a fuair tú.
- (iii) Céard é fána an tadhlaí leis an gcuar ag an bpointe ag a bhfuil $x = 1$?
Mínigh do fhreagra i gcomhthéacs an ghraif.



Mír 18.3 Tadhlaíthe agus cuair

Léiríodh sa mhír roimhe seo gurb ionann $\frac{dy}{dx}$ agus fána an tadhlaí leis an gcuar ag pointe ar bith ar an gcuar sin.

Chun teacht ar chothromóid tadhlaí leis an gcuar $y = f(x)$ ag an bpointe (x_1, y_1) , lean na céimeanna seo:

Is ionann $\frac{dy}{dx}$ agus fána an tadhlaí leis an gcuar ag pointe ar bith (x, y) ar an gcuar.



1. Faigh $\frac{dy}{dx}$.

2. Faigh luach $\frac{dy}{dx}$ ag an luach atá tugtha le haghaidh x .
Is é an luach sin an fhána a theastaíonn.

3. Úsáid an fhána a fuair tú in 2. thuas agus an pointe a tugadh chun cothromóid an tadhlaí a fháil agus tú ag úsáid $y - y_1 = m(x - x_1)$.

Sampla 1

Faigh fána an tadhlaí leis an gcuar $y = 3x^2 + 4x - 5$ ag an bpointe (1, 2).

Faigh uaidh sin cothromóid an tadhlaí ag an bpointe sin.

Is ionann fána an tadhlaí agus $\frac{dy}{dx}$.

$$\frac{dy}{dx} = 6x + 4$$

$$= 6(1) + 4 \quad \dots \text{tá } x = 1 \text{ ag an bpointe (1, 2)}$$

$$= 10$$

\therefore tá fána an tadhlaí = 10.

Cothromóid an tadhlaí: $y - y_1 = m(x - x_1)$

$$y - 2 = 10(x - 1) \quad \dots (x_1, y_1) = (1, 2)$$

$$\Rightarrow y - 2 = 10x - 10$$

$$\Rightarrow \text{Is é } 10x - y - 8 = 0 \text{ cothromóid an tadhlaí.}$$

Sampla 2

Faigh comhordanáidí an phointe ar an gcuar $y = x^2 + 2x + 1$ ag a bhfuil fána an tadhlaí leis an gcuar cothrom le 4.

Ó tá fána an tadhlaí = 4, tá $\frac{dy}{dx} = 4$.

$$\frac{dy}{dx} = 2x + 2$$

$$\Rightarrow 2x + 2 = 4$$

$$\Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1$$

Gheobhaimid y -luach an phointe ach 1 a chur in áit x sa chothromóid a thugtar.

$$x = 1 \Rightarrow y = (1)^2 + 2(1) + 1$$

$$\Rightarrow y = 4$$

\therefore is é (1, 4) an pointe ar an gcuar.

Sampla 3

Faigh comhordanáidí an phointe ar an gcuar $y = x^2 - 3x + 7$ ag a bhfuil an tadhláí leis an gcuar sin comhthreomhar le $y = 3x + 4$.

Is é 3 fána na líne $y = 3x + 4$.

⇒ Is é 3 fána an tadhláí leis an gcuar chomh maith.

Is ionann $\frac{dy}{dx}$ agus fána an chuais.

$$y = x^2 - 3x + 7 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 2x - 3$$

$$\text{Fána} = 3 \Rightarrow 2x - 3 = 3$$

$$\Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$$

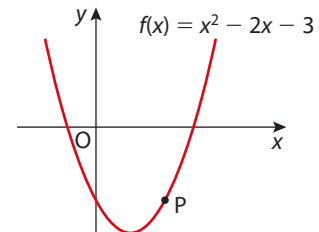
Nuair atá $x = 3$, tá $y = (3)^2 - 3(3) + 7$ i.e. $y = 7$

∴ is é (3, 7) an pointe ar an gcuar.

Cleachtadh 18.3

1. Faigh fána an tadhláí leis an gcuar ag an bpointe a thugtar i ngach ceann de na feidhmeanna seo a leanas:
 - (i) $y = x^2 - 2$ ag (2, 2)
 - (ii) $y = x^2 - 2x + 3$ ag (2, 3)
 - (iii) $y = x^2 - 2x$ ag (2, 0)
 - (iv) $y = x^2 - 4x + 5$ ag (3, 2)
 - (v) $y = 3x^2 - 24x + 48$ ag (3, -1)
 - (vi) $y = x^3 - 4x + 7$ ag (1, 4)
2. Faigh fána an tadhláí le gach ceann de na cuair seo a leanas ag an bpointe a thugtar, agus uaidh sin faigh cothromóid gach tadhláí díobh:
 - (i) $y = x^2 - 3x + 2$ ag (3, 2)
 - (ii) $y = x^2 + 6x + 5$ ag (-1, 0)
 - (iii) $y = x^2 - 3x + 2$ ag (0, 2)
 - (iv) $y = 6 + x - x^2$ ag (2, 4)
 - (v) $y = 3x^2 + x - 7$ ag (-2, 3)
 - (vi) $y = 2x^2 - 3x + 4$ ag (1, 3)
3. Is é 6 fána an tadhláí leis an gcuar $y = 8 + 2x - x^2$ ag pointe áirithe. Faigh xluach ag an bpointe sin.
4. Is é 1 fána an tadhláí leis an gcuar $y = x^2 - x$ ag pointe áirithe. Cén pointe é?
5. Is é 3 fána an tadhláí leis an gcuar $y = 2x^2 - x - 4$ ag pointe áirithe. Faigh an pointe.
6. Graf na feidhme $f(x) = x^2 - 2x - 3$ atá sa chuar ar dheis.

Más é 2 luach $f'(x)$ ag an bpointe P, faigh comhordanáidí P.





7. Is é 0 fána an tadhlaí leis an gcuar $y = x^2 - 2x - 15$ ag pointe áirithe. Faigh an pointe.
8. Faigh an pointe ar an gcuar $y = 2x^2 - 3x + 1$ ag a bhfuil fána an tadhlaí leis an gcuar cothrom le 1.
9. Faigh luach a más é 3 fána an tadhlaí leis an gcuar $y = x^2 + ax$ ag an bpointe ag a bhfuil $x = -1$.
10. Léirigh gur comhthreomhar leis an x -ais atá an tadhlaí leis an gcuar $y = x^2 - 3x + 4$, ag an bpointe ag a bhfuil $x = 1\frac{1}{2}$.

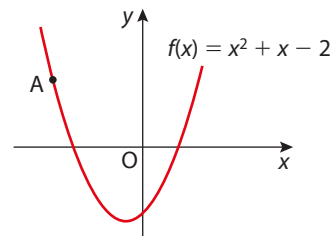
11. Tá graf na feidhme

$$f(x) = x^2 + x - 2 \text{ le feiceáil ar dheis.}$$

Is é cothromóid an tadhlaí leis an gcuar ag an bpointe A ná

$$y = -5x - 11.$$

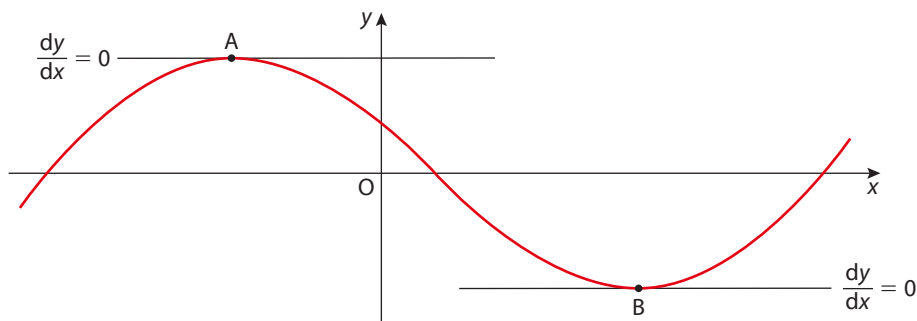
Bain úsáid as fána an tadhlaí chun comhordanáidí A a fháil.



12. Is é 6 fána an chuir $y = 2x^2 - 2x + 3$ ag pointe áirithe ar an gcuar. Faigh an pointe. Faigh uaidh sin cothromóid an tadhlaí ag an bpointe sin.
13. Tá tadhlaí leis an gcuar $y = 2x^2 - 8x + 3$ comhthreomhar leis an líne $4x - y + 2 = 0$ ag pointe áirithe ar an gcuar, faigh an pointe.
14. Faigh comhordanáidí an phointe ar an gcuar $y = x^2 - 3x + 7$ ag a bhfuil an tadhlaí leis an gcuar comhthreomhar leis an líne $y = 3x + 4$.
15. Más é 3 fána an tadhlaí leis an gcuar $y = kx^3 - 2x^2 - x + 7$ ag an bpointe ag a bhfuil $x = 2$, faigh luach k .

Mír 18.4 Uaspointí casaidh agus íospointí casaidh

Ag A agus B atá **pointí casaidh** an chuir thíos.



Tabhair faoi deara go bhfuil na tadhlaí leis an gcuair ag A agus ag B comhthreomhar leis an x-ais. Dá réir sin tá fána gach tadhlaí díobh cothrom le nialas.

Ó tharla gurb é $\frac{dy}{dx}$ fána an tadhlaí leis an gcuair, tá $\frac{dy}{dx} = 0$ ag na pointí A agus B.

Cuimhnigh Tá $\frac{dy}{dx} = 0$ ag pointe casaidh cuair.

Uaspoinnte casaidh atá againn ag an bpointe A.

Uaspoinnte logánta is gnách a thabhairt air sin.

Íospoinnte casaidh (nó **íospoinnte logánta**) atá againn ag an bpointe B.

Pointe/pointí casaidh cuair a fháil

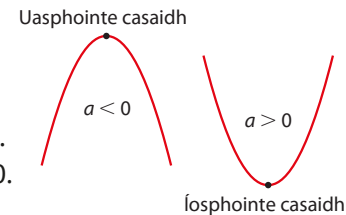
Seo an bealach le pointe (nó pointí) casaidh cuair a fháil:

1. Faigh $\frac{dy}{dx}$.
2. Bíodh $\frac{dy}{dx} = 0$, agus réitigh an chothromóid go bhfaighidh tú luach(anna) x.
3. Cuir isteach an luach / na luachanna sin ar x san fheidhm a thugtar chun an luach / na luachanna comhfhreagrach(a) ar y a fháil.
4. Má tá dhá phoinnte casaidh ann, is é an t-**uaspointe casaidh** an pointe is uachtaraí (i.e. an pointe is mó y-luach). Is é an pointe eile an t-**íospoinnte casaidh**.

Nóta: Aon phoinnte casaidh amháin a bhíonn i bhfeidhmeanna cearnacha.

Maidir leis an bhfeidhm $y = ax^2 + bx + c$,

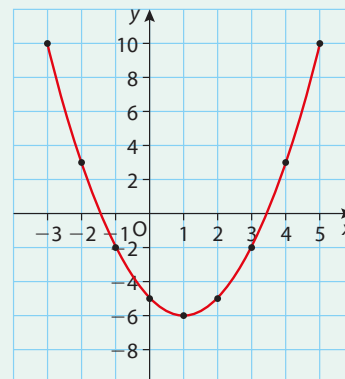
- (i) íospoinnte casaidh a bhíonn inti má bhíonn $a > 0$.
- (ii) uaspoinnte casaidh a bhíonn inti má bhíonn $a < 0$.



Sampla 1

Tá graf na feidhme $f(x) = x^2 - 2x - 5$ le feiceáil ar dheis.

- (i) Bain úsáid as an ngraf chun comhordanáidí an íospoinnte casaidh a fháil.
- (ii) Anois bain úsáid as an gcalcalas chun do fhreagra a fhíorú.





- (i) Is é $(1, -6)$ an t-íosphointe casaidh.
(ii) Anois bainimid úsáid as an gcalcalas chun an pointe casaidh a fháil:

$$f(x) = x^2 - 2x - 5$$

$$f'(x) = 2x - 2$$

$$2x - 2 = 0 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1$$

$$\text{Nuair atá } x = 1, \text{ tá } y = (1)^2 - 2(1) - 5 = 1 - 2 - 5 = -6$$

\therefore is é $(1, -6)$ an t-íosphointe casaidh, mar a fuairamar thuas.

Sampla 2

Faigh comhordanáidí uasphointe logánta agus íosphointe logánta an chuair $y = x^3 - 9x^2 + 15x + 2$.

1. Faigh $\frac{dy}{dx}$

$$y = x^3 - 9x^2 + 15x + 2 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 3x^2 - 18x + 15$$

2. Nuair atá $\frac{dy}{dx} = 0$, tá $3x^2 - 18x + 15 = 0$

$$\Rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \quad \dots \text{roinn gach téarma ar 3}$$

$$\Rightarrow (x - 1)(x - 5) = 0$$

$$\Rightarrow x = 1 \text{ agus } x = 5.$$

$$x = 1 \Rightarrow y = (1)^3 - 9(1)^2 + 15(1) + 2 = 9$$

$$x = 5 \Rightarrow y = (5)^3 - 9(5)^2 + 15(5) + 2 = -23$$

\Rightarrow is pointí casaidh iad $(1, 9)$ agus $(5, -23)$.

Ó tá $(1, 9)$ níos uachtaraí ar an ngraf ná $(5, -23)$,

is é $(1, 9)$ an t-uasphointe casaidh

agus is é $(5, -23)$ an t-íosphointe casaidh.

An dara díorthach

I gcás feidhm ar bith $y = f(x)$, is é $\frac{dy}{dx}$ nó $f'(x)$ an chéad díorthach.

Ach an fheidhm a thagann as sin a dhíorthú, faighimid an **dara díorthach**.

Mar seo a chuirtear an dara díorthach in iúl: $\frac{d^2y}{dx^2}$ nó $f''(x)$.

Mar seo a deirtear $\frac{d^2y}{dx^2}$: 'd a dó y, dx cearnaithe'.



Sampla 3

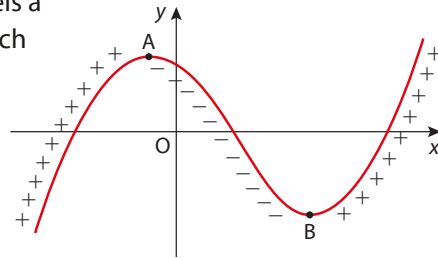
- (i) Má tá $y = 3x^2 - 5x + 2$, faigh $\frac{dy}{dx}$ agus $\frac{d^2y}{dx^2}$.
 (ii) Má tá $f(x) = x^3 - 2x^2 + 4x - 5$, faigh $f''(x)$ agus, uaidh sin, $f''(-2)$.

(i) $y = 3x^2 - 5x + 2 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 6x - 5$
 $\frac{d^2y}{dx^2} = 6.$

(ii) $f(x) = x^3 - 2x^2 + 4x - 5$
 $f'(x) = 3x^2 - 4x + 4$
 $f''(x) = 6x - 4$
 $f''(-2) = 6(-2) - 4 = -12 - 4 = -16$
 $\therefore f''(-2) = -16$

An dara díorthach a úsáid chun cineál an phointe casaidh a fháil

Is iad na comharthaí deimhneacha (+) sa léaráid ar dheis a léiríonn dúinn cén áit a bhfuil fána an chuir deimhneach (i.e. $\frac{dy}{dx} > 0$) agus is iad na comharthaí diúltacha (-) a léiríonn dúinn cén áit a bhfuil fána an chuir diúltach.



Agus tú ag dul i dtreo an phointe A ón taobh clé, deimhneach atá fána an chuir ach í a bheith ag dul i laghad. Is ionann an fhána agus nialas ag A féin, agus tá an fhána diúltach ar thaobh na láimhe deise den phointe A. Dá réir sin, de réir mar a ghluaistear tríd an bpointe A, athraíonn fána an chuir ón deimhneach go dtí an diúltach (i.e. is ag dul i laghad atá an cuar).

Mar sin, is diúltach atá ráta athraithe $\frac{dy}{dx}$, i.e. $\frac{d^2y}{dx^2}$.

Léiríonn sé sin go bhfuil $\frac{d^2y}{dx^2}$ diúltach ag uasphointe casaidh.

Ar an gcaoi chéanna, deimhneach a bhíonn $\frac{d^2y}{dx^2}$ ag an íospointe casaidh.

Tástáil an dara díorthach le pointí casaidh haghaidh

Ag uasphointe casaidh, tá $\frac{dy}{dx} = 0$ agus $\frac{d^2y}{dx^2} < 0$, i.e. diúltach.

Ag íospointe casaidh, tá $\frac{dy}{dx} = 0$ agus $\frac{d^2y}{dx^2} > 0$, i.e. deimhneach.

Sampla 4

Faigh comhordanáidí phointí casaidh an chuir $y = x^3 - 3x^2 + 5$.
Bain úsáid as tástáil an dara díorthach chun a fháil amach cé acu uasphointe nó íospointe atá i ngach pointe casaidh.

$$y = x^3 - 3x^2 + 5$$

$$\frac{dy}{dx} = 3x^2 - 6x$$

$$3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(x - 2) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ nó } x = 2.$$

$$x = 0 \Rightarrow y = (0)^2 - 3(0) + 5 \Rightarrow y = 5 \Rightarrow \text{is pointe casaidh é } (0, 5).$$

$$x = 2 \Rightarrow y = (2)^3 - 3(2)^2 + 5 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow \text{is pointe casaidh eile é } (2, 1).$$

Anois faighimid luach $\frac{d^2y}{dx^2}$ ag $x = 0$ agus ag $x = 2$.

$$\frac{dy}{dx} = 3x^2 - 6x \Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = 6x - 6.$$

$$\text{Ag } x = 0, \text{ tá } \frac{d^2y}{dx^2} = 6(0) - 6 = -6 \text{ (diúltach)}$$

Ó tharla go bhfuil $\frac{d^2y}{dx^2}$ diúltach is uasphointe casaidh é $(0, 5)$.

$$\text{Ag } x = 2, \text{ tá } \frac{d^2y}{dx^2} = 6(2) - 6 = 6 \text{ (deimhneach)}$$

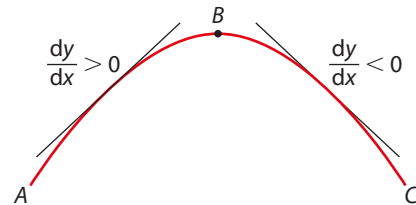
Ó tharla go bhfuil $\frac{d^2y}{dx^2}$ diúltach is íospointe casaidh é $(2, 1)$.

Méadaitheach agus laghdaitheach

Ach an cuar ar dheis a scrúdú ó chlé go deas, feicimid gur ag éirí (nó méadaitheach) atá sé ó A go B agus gur laghdaitheach atá sé ó B go C.

Deimhneach atá fána an tadhlaí (i.e. $\frac{dy}{dx}$) ó A go B.

Diúltach atá fána an tadhlaí ó B go C.



Cuimhnigh

Tá $\frac{dy}{dx} > 0$, agus an cuar méadaitheach.

Tá $\frac{dy}{dx} < 0$, agus an cuar laghdaitheach.

Sampla 5

Cé na luachanna ar x a fhágann go bhfuil an cuar $y = 2x^2 + 8x - 5$ méadaitheach?

Más méadaitheach atá an cuar, tá $\frac{dy}{dx} > 0$.

$$y = 2x^2 + 8x - 5 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 4x + 8$$

$$\frac{dy}{dx} > 0 \Rightarrow 4x + 8 > 0$$

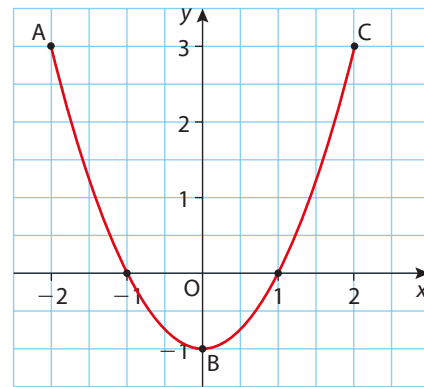
$$\Rightarrow 4x > -8 \Rightarrow x > -2$$

\therefore tá an cuar méadaitheach i gcás $x > -2$.

Cleachtadh 18.4

1. Tá graf na feidhme $y = x^2 - 1$ le feiceáil ar dheis. Is trí phointe ar an gcuar iad A, B agus C.

- Céard é fána an chuir ag an bpointe B? Mínigh do fhreagra.
- Céard a thugtar ar an bpointe B?
- Bain úsáid as an ngraf chun comhordanáidí an íospointe casaidh a fháil.
- Anois bain úsáid as an gcalcalas chun do fhreagra a fhíorú.
- Cóipeáil agus críochnaigh an abairt seo a leanas:
'Maidir le feidhm chearnach, nuair atá comhéifeacht $x^2 \dots$, beidh íospointe casaidh sa cuar.'



2. Faigh an pointe casaidh i ngach ceann de na feidhmeanna cearnacha seo a leanas, agus bain leas as comhéifeacht x^2 chun a fháil amach cé acu uaspointe nó íospointe é an pointe casaidh.

- | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| (i) $y = x^2 + 2x - 1$ | (ii) $y = 3x^2 - 6x + 4$ | (iii) $y = x^2 - 4x + 9$ |
| (iv) $y = 4 + 8x - 2x^2$ | (v) $y = 5 + 6x - x^2$ | (vi) $y = x^2 - x + 4$ |

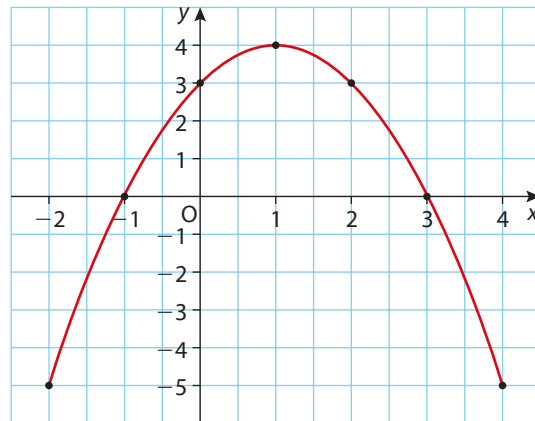
Faigh comhordanáidí an dá phointe casaidh sna feidhmeanna i gceisteanna (3–8) agus abair cé acu uaspointe logánta nó íospointe logánta gach pointe casaidh díobh.

- | | |
|------------------------------|--------------------------------|
| 3. $y = x^3 - 3x^2$ | 4. $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 10$ |
| 5. $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 6$ | 6. $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 7$ |
| 7. $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x$ | 8. $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ |



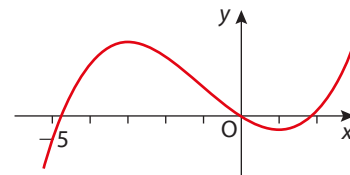
- 9.** I gcás an chuir $y = x^2 - 4x + 4$,
- (i) abair cé acu uasphointe casaidh nó íosphointe casaidh atá sa chuir
 - (ii) faigh an pointe casaidh sin
 - (iii) faigh an luach ar x a fhágann gurb ionann 2 agus fána an chuir.
- 10.** Faigh comhordanáidí na bpointí ar an gcuar $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 12$ ag a bhfuil na tadhlaite leis an gcuar comhthreomhar leis an x -ais.
- 11.** Tugtar duit an fheidhm $y = x^3 - 3x^2 + 4x - 2$.
- Faigh (i) $\frac{dy}{dx}$ (ii) $\frac{d^2y}{dx^2}$
- 12.** Faigh an dara díorthach, $\frac{d^2y}{dx^2}$, i gcás gach ceann de na feidhmeanna seo:
- (i) $y = 3x^2 - 4x + 2$
 - (ii) $y = x^3 - 4x^2 + 6$
 - (iii) $y = \frac{1}{3}x^3 - 8x^2 + 3x$

- 13.** Tá graf na feidhme $y = 3 + 2x - x^2$ ar dheis.
- (i) Faigh comhordanáidí phointe casaidh an chuir sin.
 - (ii) Faigh luach $\frac{d^2y}{dx^2}$ ag an bpointe casaidh sin.
 - (iii) Cén chaoi a dtugann an freagra a fuair tú ar (ii) le fios cé acu uasphointe nó íosphointe atá sa phointe casaidh?



- 14.** Faigh pointe casaidh na feidhme $y = x^2 - 4x + 5$.
- Faigh comhartha $\frac{d^2y}{dx^2}$ agus, uaidh sin, abair cé acu uasphointe nó íosphointe é an pointe casaidh.

- 15.** Tá graf na feidhme $y = x^3 + 3x^2 - 9x$ ar dheis.
- (i) Léirigh go bhfuil pointe casaidh ag $(1, -5)$ agus faigh comhordanáidí an phointe casaidh eile.
 - (ii) Faigh $\frac{d^2y}{dx^2}$.
 - (iii) Bain úsáid as tástáil an dara díorthach le fáil amach cé acu uasphointe nó íosphointe atá i ngach pointe casaidh.





- 16.** Bíodh $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$.
- Faigh $f'(x)$, díorthach $f(x)$.
 - Faigh uaidh sin comhordanáidí uasphointe logánta agus íospointe logánta $f(x)$ trí leas a bhaint as tástáil an dara díorthach.
- 17.** Faigh comhordanáidí uasphointe logánta an chuaisir $y = 6x^2 - x^3$, má tá íospointe logánta ar an gcuair ag $(0, 0)$.
- 18.** Bíodh $f(x) = x^3 - ax + 7$ i gcás gach $x \in R$ agus i gcás $a \in R$.
- Is é -9 fána an tadhlaí leis an gcuair $y = f(x)$ ag $x = 1$.
Faigh luach a .
 - Faigh uaidh sin comhordanáidí uasphointe logánta agus íospointe logánta an chuaisir $y = f(x)$.
- 19.** Faigh comhordanáidí an uasphointe logánta ar an gcuair $y = 12x - x^3$.
Fíoraigh gur diúltach atá $\frac{d^2y}{dx^2}$ ag an bpointe sin.
- 20.** Bíodh $f(x) = x^3 - 3x^2 + ax + 1$, $a, x \in R$.
Tá pointe casaídh ar $f(x)$ ag $x = -1$.
- Faigh luach a .
 - Faigh comhordanáidí an dá phointe casaídh ar $f(x)$, agus abair cé acu uasphointe logánta nó íospointe logánta é gach aon phointe díobh.
- 21.** Cé na luachanna ar x a fhágann go bhfuil an cuair $f(x) = x^2 - 6x - 7$ méadaitheach?
- 22.** Cé na luachanna ar x a fhágann gur laghdaitheach atá an cuair $f(x) = 14 - 8x - x^2$?

Mír 18.5 Léiriú grafach ar fheidhm na fána

Is é an cuair ar dheis graf na feidhme

$$y = x^2 - 2x - 3.$$

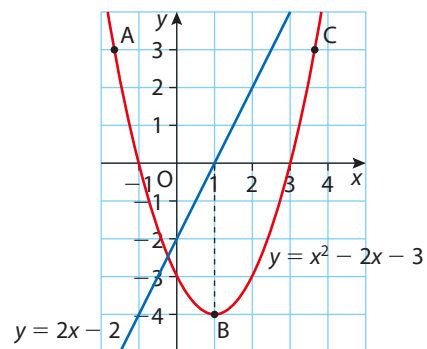
Is é $\frac{dy}{dx}$ don fheidhm seo ná $2x - 2$.

Is é $y = 2x - 2$ an **fheidhm dhíorthaithe** nó **feidhm na fána**.

Seasann an líne ghorm d'fheidhm seo na fána.

Tá an méid seo le tabhairt faoi deara ón dá ghráf:

- Ó A go B ar an gcuair, diúltach atá an fhána.
Don x -eatramh sin, diúltach atá feidhm na fána (an líne ghorm) freisin, i.e. tá an líne ghorm faoi bhun na x -aise.





- (ii) Ó B go C ar an gcuar, tá an fhána deimhneach.
Don x -eatramh seo, deimhneach atá feidhm na fána (an líne ghorm) freisin, i.e. tá an líne ghorm os cionn na x -aise.
- (iii) Is ionann fána an chuir ag an bpointe B agus nialas, i.e. tá $\frac{dy}{dx} = 0$.
Ag an bpointe B, tá $x = 1$.
Tabhair faoi deara gurb ionann feidhm na fána agus nialas ag an bpointe ag a bhfuil $x = 1$ freisin.
Léiríonn sé sin gurb ionann $\frac{dy}{dx}$ (feidhm na fána) agus nialas ag pointe casaidh.

Feidhm na fána i gcás feidhm chiúbach

Is graf d'fheidhm chiúbach, $y = f(x)$,

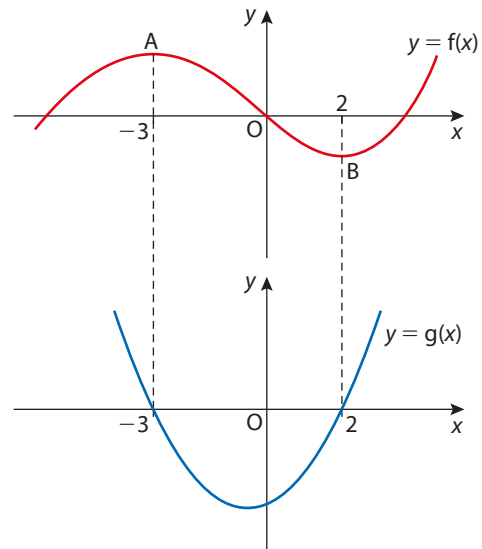
é an cuar dearg ar dheis.

Is é an cuar gorm graf fheidhm

na fána a bhaineann leis, $y = g(x)$.

Ar na gnéithe a bhaineann leis na cuair sin tá:

- ▶ San fheidhm $y = f(x)$, i gcás $x < -3$, tá an fhána deimhneach.
Léirítear é sin i bhfeidhm na fána $y = g(x)$, áit a bhfuil $g(x)$ deimhneach i gcás $x < -3$.
- ▶ Diúltach atá fána an chuir ó A go B.
Is é sin, ó $x > -3$ agus $x < 2$, tá an fhána diúltach.
Is léir gur diúltach atá feidhm na fána ó $-3 < x < 2$.
- ▶ Ag $x = -3$ agus $x = 2$, is ionann fána na feidhme ciúbaí agus nialas.
Ag an dá x -luach sin, is ionann feidhm na fána agus nialas freisin.
- ▶ I gcás $x > 2$, tá fána na feidhme ciúbaí deimhneach.
I gcás $x > 2$, léiríonn feidhm na fána é sin freisin, ós deimhneach atá sí sin i gcás $x > 2$ freisin.



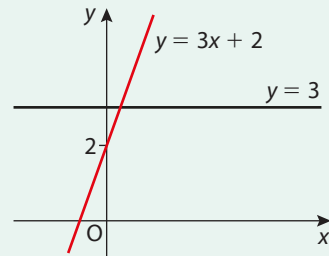
Sampla 1

Tá an líne $y = 3x + 2$ sa léaráid ar dheis.
Cóipeáil an léaráid agus tarraing feidhm na fána.

$$y = 3x + 2 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 3$$

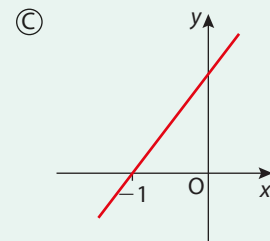
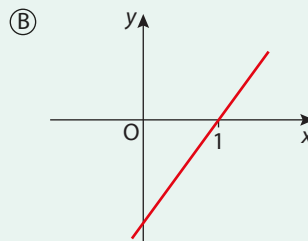
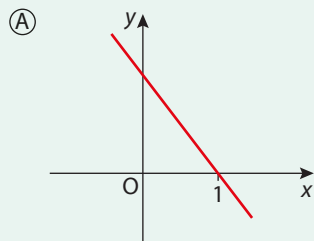
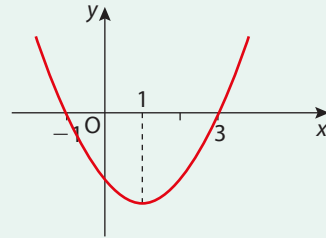
Is é feidhm na fána ná $y = 3$.

Tá an líne (nó feidhm na fána) $y = 3$
le feiceáil ar an léaráid.



Sampla 2

Is graf d'fheidhm chearnach é an
cuar ar dheis.
Cé acu ceann de na línte thíos a sheasann
d'fheidhm na fána i gcás an chuair sin?
Mínigh do fhreagra.



Is í líne (B) a sheasann d'fheidhm na fána ar na cúiseanna seo:

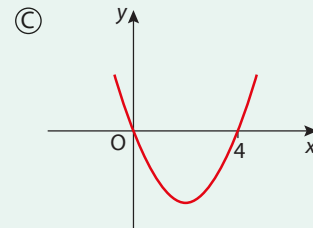
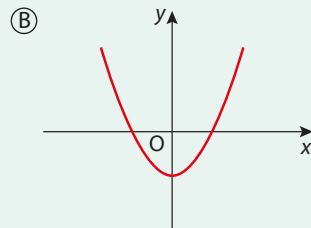
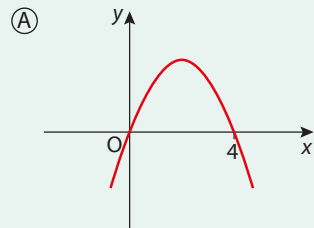
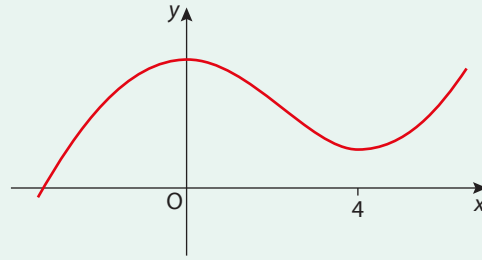
- (i) I gcás $x > 1$, tá fána an chuair deimhneach. Tá y -luach na líne deimhneach i gcás $x > 1$, freisin.
- (ii) I gcás $x < 1$, tá fána an chuair diúltach. Tá y -luach na líne diúltach i gcás $x < 1$ freisin.
- (iii) Ag $x = 1$, is ionann fána an chuair agus nialas.
Is ionann y -luach na líne agus nialas ag $x = 1$ freisin.



Sampla 3

Is graf d'fheidhm chiúbach é an cuar ar dheis.

Cé acu ceann de na trí ghráf thíos a sheasann d'fheidhm na fána i gcás na feidhme ciúbaí sin? Míniú do fhreagra.



Seasann graf © d'fheidhm fána na feidhme ciúbaí thuas.

Seo iad na cúiseanna:

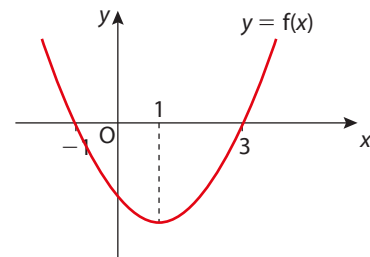
- (i) Ag $x = 0$, is ionann fána na feidhme ciúbaí agus nialas, agus is ionann feidhm na fána agus nialas ag $x = 0$.
- (ii) I gcás $x < 0$, tá fána na feidhme ciúbaí deimhneach. I gcás $x < 0$, tá cuar © deimhneach freisin.
- (iii) I gcás $x > 0$ agus < 4 , tá fána na feidhme ciúbaí diúltach. Idir an dá x -luach sin, tá feidhm na fána diúltach freisin.

Da réir sin, is é graf © feidhm na fána i gcás na feidhme ciúbaí a thugtar.

Cleachtadh 18.5

1. Tá graf na feidhme $y = f(x)$ le feiceáil ar dheis.

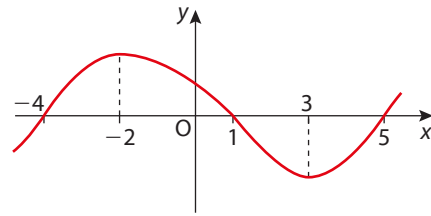
- (i) Cén luach ar x a fhágann gurb ionann fána an chuair agus nialas?
- (ii) Cén raon luachanna ar x a fhágann gur deimhneach atá fána an chuair?
- (iii) Cén raon luachanna ar x a fhágann gur diúltach atá fána an chuair?



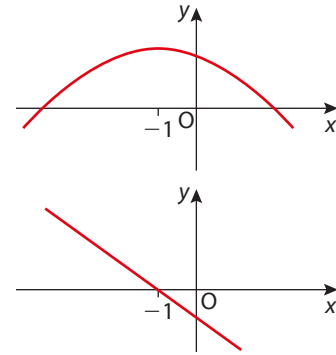


2. Tá graf na feidhme $y = f(x)$ le feiceáil ar dheis.

- (i) Mínigh céard is ciall le 'tá $f'(x) > 0$ '?
- (ii) Cén raon luachanna ar x a fhágann go bhfuil $f'(x) > 0$?
- (iii) Cén raon luachanna ar x a fhágann go bhfuil $f'(x) < 0$?
- (iv) Cé na luachanna ar x a fhágann go bhfuil $f'(x) = 0$?

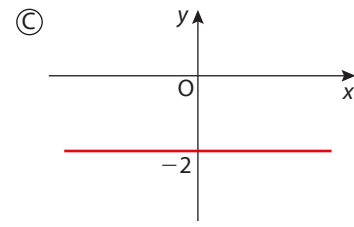
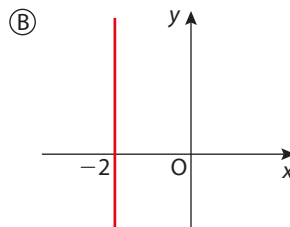
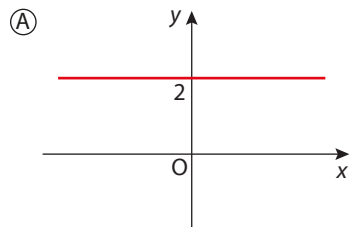
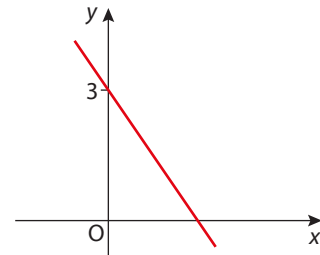


3. Féach ar an gcuar agus ar an líne ar dheis. Tabhair trí chúis go seasann an líne d'fheidhm fána an chuar.



4. Tá graf na líne $y = -2x + 3$ le feiceáil ar dheis.

Cé acu de na trí líne thíos a sheasann d'fheidhm fána na líne sin? Mínigh do fhreagra.

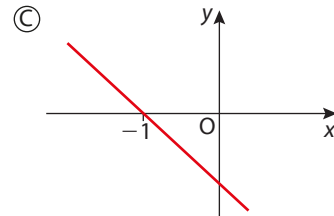
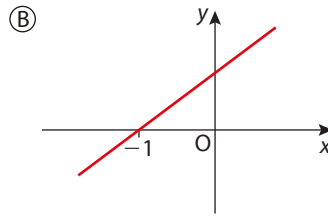
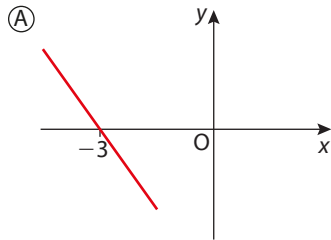
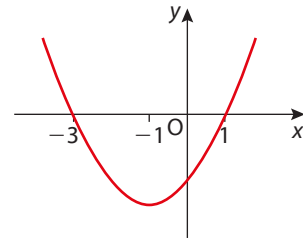




5. Tá graf na feidhme $y = f(x)$ le feiceáil ar dheis.

Cé acu de na trí líne thíos a sheasann do ghráf na feidhme $y = f'(x)$?

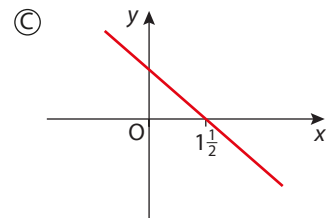
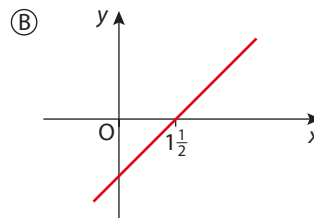
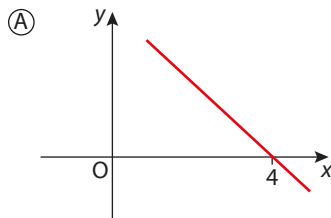
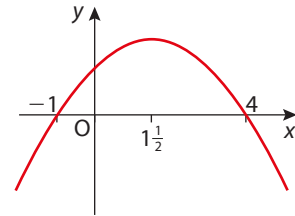
Tabhair cúis le do fhreagra.



6. Graf na feidhme $y = f(x)$ atá sa léaráid ar dheis.

Cé acu de na trí ghráf thíos a sheasann do ghráf fheidhm na fána $y = f'(x)$?

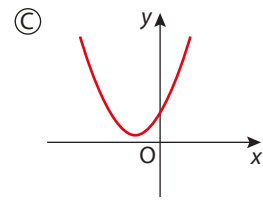
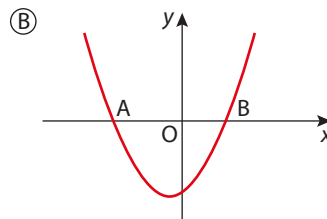
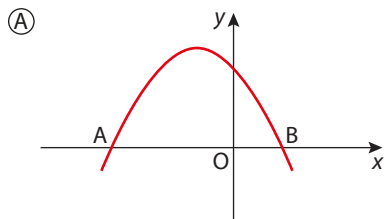
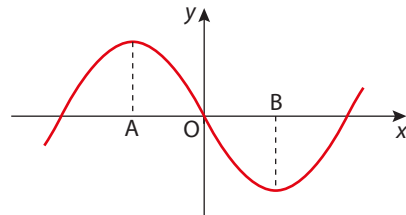
Mínigh do fhreagra.



7. Tá graf na feidhme $y = f(x)$ le feiceáil ar dheis.

Cé acu de na trí ghráf thíos a sheasann d'fheidhm na fána i gcás an chuir sin?

Mínigh do fhreagra.



Mír 18.6 Rátaí athraithe

Tá sé feicthe againn cheana gurb ionann $\frac{dy}{dx}$ agus ráta athraithe y i leith x .

Má tá $\frac{dy}{dx} = 2$, ciallaíonn sé sin go dtugann méadú de 2 aonad ar y gach uair a thagann méadú d'aonad amháin ar x .

Tá sé feicthe againn freisin gur ráta athraithe tairiseach a bhíonn ann i gcás feidhm líneach, agus go dtugann ráta sin an athraithe fána na líne.

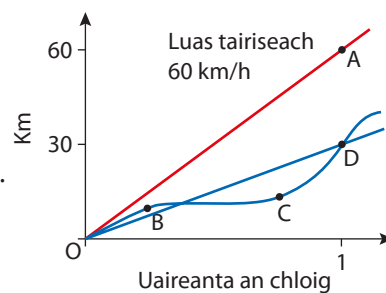
Más ar luas tairiseach a ghluaiseann carr, ráta tairiseach a bhíonn i ráta athraithe an fhaid slí i leith an ama freisin. Ní ar luas tairiseach a ghluaiseann an chuid is mó de rudaí, áfach. Má bhíonn luas cairr ag athrú, beidh ráta athraithe an fhaid slí i leith an ama ag athrú an t-am ar fad.

Cuir i gcás na graif fad slí is ama ar dheis.

Léiríonn an líne dhíreach trí A luas tairiseach 60 km/h.

Os a choinne sin, léiríonn an graf a théann trí na pointí B, C agus D go bhfuil an tiománaí ag taisteal ar luasanna éagsúla.

Cé nach bhfuil an luas a bhí faoin gcarr sin ag aon am ar leith ar eolas againn, is féidir linn meánluas an chairr, thar uair an chloig amháin, a oibriú amach.



Is ionann an meánluas agus $\frac{\text{fad slí}}{\text{am}} = \frac{30}{1} = 30 \text{ km/u}$.

Is é an meánluas sin fána na líne OD.

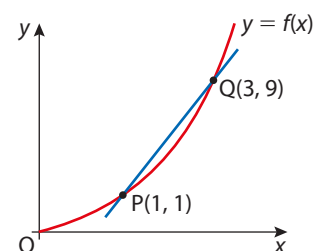
Má bhíonn meánluas an chairr idir na pointí B agus C ag teastáil uainn, faighimid fána na mírlíne [BC].

Go ginearálta is ionann **meánráta an athraithe** idir dhá phointe ar ghráf feidhme agus fána na líne a cheanglaíonn na pointí sin.

Mar shampla, is í fána [PQ] a thugann meánráta athraithe y i leith x idir na pointí P agus Q.

$$\text{Fána} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{9 - 1}{3 - 1} = 4$$

Is féidir fána tadhlaí leis an gcuar ag pointe ar leith P a fháil ach $\frac{dy}{dx}$ a fháil agus a luach a fháil nuair atá $x = 1$.



Ráta meandrach an athraithe a thugtar ar ráta an athraithe ag pointe áirithe faoi leith.

Rátaí athraithe a úsáid go praiticiail

Tá sé feicthe againn cheana féin gurb ionann $\frac{dy}{dx}$ agus ráta athraithe y i leith x i gcás feidhm ar bith $y = f(x)$.

Ar an gcaoi chéanna, is ionann $\frac{dV}{dr}$ agus ráta athraithe V i leith r ,

agus is ionann $\frac{dS}{dt}$ agus ráta athraithe S i leith t .

Sampla 1

Tá uisce á bhailiú in umar uisce.

Tugann an fhoirmle $V = 3t^2 + 4t + 2$ toirt an uisce V , san umar i ndiaidh t nóiméad ina méadair chiúbacha.

Faigh ráta athraithe na toirte i leith an ama nuair atá $t = 2$.

$$V = 3t^2 + 4t + 2$$

$$\frac{dV}{dt} = 6t + 4 \quad \dots \text{is ionann } \frac{dV}{dt} \text{ agus ráta athraithe na toirte i leith } t$$

$$= 6(2) + 4 \quad \dots \text{nuair atá } t = 2$$

$$= 16$$

$$= 16 \text{ m}^3/\text{nóim}$$

Díláithriú, treoluas agus luasghéarú

Ceann de na príomhshlite ina n-úsáidtear rátaí athraithe ná sa staidéar ar ghluaisne cáithnín.

Más i líne dhíreach a bhíonn réad ag gluaiseacht, is le macasamhail na foirmle seo a leanas a fhaightear an fad a thaistealaítear, s méadar, in imeacht t soicind:

$$s = 3 - 6t + t^3.$$

Dhá ráta athraithe a bhíonn ann agus réad ag gluaiseacht:

(i) an **luas**, is é sin an ráta ar a n-athraíonn an fad a thaistealaítear i leith an ama.

Seasann $\frac{ds}{dt}$ don athrú sin, i.e. $\frac{ds}{dt} = \text{luas}$ (nó **treoluas**).

Má tá $\frac{ds}{dt}$ deimhneach, is ag gluaiseacht amach ó phointe fosaithe P atá an cáithnín.

Má tá $\frac{ds}{dt}$ diúltach, is ag gluaiseacht i dtreo P atá an cáithnín.



(ii) an **luasghéarú**, is é sin ráta athraithe an luais (v) i leith an ama a ghlacann sé.

Is ionann $\frac{dv}{dt}$ agus an t-athrú sin, i.e. $\frac{dv}{dt} = \text{luasghéarú}$.

Don luasghéarú a sheasann $\frac{dv}{dt}$ agus $\frac{d^2s}{dt^2}$ araon.

Gheofar $\frac{d^2s}{dt^2}$ ach $\frac{ds}{dt}$ a dhifreáil.

Dá réir sin, má tá $s = 3t^3 - t^2 + 4t$,

Tá $\frac{ds}{dt} = 9t^2 - 2t + 4$

agus $\frac{d^2s}{dt^2} = 18t - 2$.

Cuimhnigh

Más ionann $s = 3 - 6t + t^3$ agus an fad s (ina mhéadair) a thaistealaíonn réad in t (soicind) ansin tá,

(i) $\frac{ds}{dt} = \text{luas (ina m/s) i ndiaidh } t \text{ soicind}$

(ii) $\frac{d^2s}{dt^2} = \text{luasghéarú (ina m/s}^2\text{) i ndiaidh } t \text{ soicind}$

Nóta: > Ina mhéadair sa soicind sa soicind a thugtar an luasghéarú; m/s^2 a scríobhtar.

> Más diúltach a bhíonn $\frac{d^2s}{dt^2}$, is ag dul i laghad a bhíonn an luas.

Sampla 2

Ina líne dhíreach a ghluaiseann réad áirithe agus is mar seo a chuirtear in iúl cá fhad a ghluaiseann sé ina mhéadair ó phointe faoi leith ar an líne in imeacht t soicind:

$$s = 3t^3 - 4t + 6.$$

Faigh (i) an luas i ndiaidh t soicind

(ii) an luas i ndiaidh 2 shoicind

(iii) an líon soicindí go dtí go mbeidh an réad ina stad

(iv) an luasghéarú i ndiaidh 3 shoicind.





(i) Is ionann an luas agus $\frac{ds}{dt}$.

$$s = 3t^3 - 4t + 6$$

$$\Rightarrow \frac{ds}{dt} = 9t^2 - 4$$

\therefore is ionann an luas agus $(9t^2 - 4)$ m/s.

(ii) Cuir 2 isteach in áit t in $\frac{ds}{dt}$ chun an luas i ndiaidh 2 shoicind a fháil.

$$\begin{aligned}\text{Nuair atá } t = 2, \text{ tá } 9t^2 - 4 &= 9(2)^2 - 4 \\ &= 9(4) - 4 = 32 \text{ m/s.}\end{aligned}$$

(iii) Bíonn an réad ina stad nuair a bhíonn an luas othrom le nialas.

$$\text{Luas} = 0 \Rightarrow 9t^2 - 4 = 0$$

$$\Rightarrow 9t^2 = 4$$

$$\Rightarrow t^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow t = \frac{2}{3}$$

\therefore i ndiaidh $\frac{2}{3}$ de shoicind a bheidh an réad ina stad.

(iv) Is ionann an luasghéarú agus $\frac{d^2s}{dt^2}$.

$$\frac{ds}{dt} = 9t^2 - 4 \Rightarrow \frac{d^2s}{dt^2} = 18t$$

$$\text{Nuair atá } t = 3, \text{ tá } 18t = 18(3) = 54 \text{ m/s}^2.$$

Sampla 3

Go ceartingearach in airde a theilgtear roicéad áirithe.

h méadar an airde a bhaineann sé amach i ndiaidh t soicind, agus is leis an bhfoirmle seo a chuirtear é sin in iúl: $h = 100t - 5t^2$.

Faigh (i) airde an roicéid os cionn talún i ndiaidh 2 shoicind

(ii) an treoluas faoin roicéad i ndiaidh 3 shoicind

(iii) an méid soicindí a ghlacfaidh sé go dtí go mbeidh an roicéad ina stad ar feadh meandair

(iv) an uasairde os cionn talún a bhainfidh an roicéad amach.

(i) Cuirimid 2 in áit t san fhoirmle a thugtar chun airde an roicéid os cionn talún i ndiaidh 2 shoicind a fháil.

$$h = 100t - 5t^2$$

$$\begin{aligned}\text{Nuair atá } t = 2, \text{ tá } h &= 100(2) - 5(2)^2 \\ &= 200 - 20 = 180 \text{ méadar}\end{aligned}$$

\therefore an airde = 180 méadar i ndiaidh 2 shoicind.





$$(ii) \text{ Treoluas} = \frac{dh}{dt}.$$

$$h = 100t - 5t^2 \Rightarrow \frac{dh}{dt} = 100 - 10t$$

$$= 100 - 10(3) \text{ i ndiaidh 3 shoicind}$$

\Rightarrow an treoluas = 70 m/s i ndiaidh 3 shoicind.

(iii) Luas nialais a bhíonn faoin roicéad nuair a bhíonn sé ina stad.

$$\text{Luas} = 0 \Rightarrow \frac{dh}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow 100 - 10t = 0$$

$$\Rightarrow 10t = 100 \Rightarrow t = 10$$

\therefore i ndiaidh 10 soicind a bheidh an roicéad ina stad ar feadh meandair.

(iv) I ndiaidh 10 soicind a bhainfear an uasairde os cionn talún amach, i.e. nuair a bheidh an roicéad ina stad.

$$\text{Nuair atá } t = 10, \quad h = 100(10) - 5(10)^2$$

$$= 1000 - 500$$

$$= 500 \text{ méadar}$$

\therefore 500 méadar an uasairde os cionn talún a bhainfear amach.

Cleachtadh 18.6

1. s méadar a ghluaiseann réad in t soicind sa chaoi go bhfuil $s = 2t^2 - 4t + 4$.

Faigh (i) an fad a ghabhann sé in 4 shoicind.

(ii) an fad a ghabhann sé 6 shoicind.

(iii) Céard is ciall le $\frac{ds}{dt}$?

(iv) Cén luas atá faoin réad i ndiaidh 5 shoicind?

(v) Céard is ciall le $\frac{ds}{dt} = 0$?

(vi) Cé mhéad soicind go stadfaidh an réad?

2. Luasghéaraíonn gluaisrothaí i líne dhíreach amach ó phointe tosaigh P .

$s = t^2$ a fhoirmle a thugann an fad slí a ghabhann sé, s (ina mhéadair), i ndiaidh t soicind.

(i) Faigh an fad a ghabhann sé in 2 shoicind.

(ii) Faigh an fad a ghabhann sé in 6 shoicind.

(iii) Faigh an meánluas atá faoi, ina mhéadair sa soicind, idir $t = 2$ agus $t = 6$.

(iv) Faigh an luas atá faoi i ndiaidh 5 shoicind.





3. Tá $t = 0$ nuair a mhúsclaítear carr. s méadar a ghluaiseann sí in t soicind, áit a bhfuil

$$s = 30t - \frac{9}{4}t^2.$$

- Faigh an fad a thaistealaítear sa chéad 4 shoicind.
 - Faigh luas an chairr i ndiaidh 2 shoicind.
 - Cé mhéad soicind a ghlacfaidh sé go dtí gurb é nialas an luas atá faoin gcarr?
 - Faigh an fad a ghluaiseann an carr go dtí gurb é nialas an luas atá faoin gcarr.
4. Go ceartingearach in airde a chaitear cáithnín, agus bíonn sé h méadar os cionn talún i ndiaidh t soicind. Leis an bhfoirmle seo a chuirtear é sin in iúl: $h = 50t - 2t^2$.
- Faigh airde an cháithnín os cionn talún i ndiaidh 2 shoicind.
 - Faigh an luas faoin gcáithnín i ndiaidh 3 shoicind.
 - Céard a chiallaíonn $\frac{dh}{dt} = 0$ i gcomhthéacs na cothromóide?
 - Cé mhéad soicind a ghlacfaidh sé go stadfaidh an cáithnín de bheith ag éirí?
5. Má tá $s = t^3 - 3t^2 + 9t + 4$, faigh

- luach $\frac{ds}{dt}$ nuair atá $t = 2$
- luach $\frac{d^2s}{dt^2}$ nuair atá $t = 3$.

6. Go ceartingearach in airde a chaitear cloch, agus is leis an bhfoirmle $h = 50t - 5t^2$ a chuirtear in iúl an airde, h méadar, a bhaintear amach i ndiaidh t soicind.

- Faigh
- an luas faoin gcloch i ndiaidh 3 shoicind
 - an líon soicindí go dtí gurb é nialas an luas atá fúithi
 - an uasairde a bhaineann an chloch amach.

7. Leis an bhfoirmle seo a leanas a chuirtear in iúl an fad, s méadar, a ghluaiseann réad áirithe in t soicind:

$$s = t^3 - 2t^2 + 3t.$$

- Faigh an fad a ghabhann sé in 2 shoicind.
 - Faigh an luas faoin réad i ndiaidh 3 shoicind.
 - Faigh $\frac{d^2s}{dt^2}$.
 - Cad dó a seasann $\frac{d^2s}{dt^2}$?
 - Faigh an luasghéarú i ndiaidh 4 shoicind.
8. Leis an bhfoirmle $s = 3t^3 - 4t + 6$ a chuirtear in iúl an fad, s , ina mhéadair a ghabhann réad in t soicind.
- Faigh
- an luas faoin réad i ndiaidh 1 soicind amháin
 - an luasghéarú i ndiaidh 3 shoicind
 - an líon soicindí go dtí gurb ionann an luas fúithi agus nialas.





9. Go ceartingearach in airde a chaitear teilgeán, agus bíonn sé h méadar os cionn talún i ndiaidh t soicind. Leis an bhfoirmle seo a chuirtear é sin in iúl:

$$h = 48t - 2t^2.$$

- Faigh (i) airde an teilgeáin os cionn talún i ndiaidh 3 shoicind
(ii) an luas atá faoi i ndiaidh 3 shoicind
(iii) luasghéarú an teilgin
(iv) an líon soicindí a ghlacfaidh sé go dtí go mbeidh an teilgeán ina stad ar feadh meandair
(v) an uasairde a bhainfidh an teilgeán amach.

10. Ag gluaiseacht ar mhótarbhealach atá leoraí áirithe. Cuirtear air na coscáin go tobann. Tá $t = 0$ soicind nuair a chuirtear air na coscáin, agus is mar seo a leanas a thugtar an fad ina mhéadair a ghluaiseann an leoraí ina dhiaidh sin:

$$s = 30t - \frac{t^2}{4}.$$

- (i) Cén luas atá faoin leoraí ag an bpointe a gcuirtear air na coscáin?
(ii) Cé mhéad soicind go dtí go stadfaidh an leoraí?
(iii) Cén fad a ghluaiseann an leoraí i gcaitheamh an ama sin?

11. Ciorcal dar ga r , is mar seo a chuirtear achar (A) an chiorcail in iúl:

$$A = \pi r^2.$$

Faigh, i dtéarmaí π , ráta athraithe A de réir mar a athraíonn r nuair atá

- (i) $r = 2$ (ii) $r = 6$.

12. Ligtear do mhirlín titim ó bharr foirgnimh atá 45 méadar ar airde. Leis an bhfoirmle seo a leanas a thugtar airde an mhirlín os cionn talún, ina méadair, i ndiaidh t soicind:

$$h = 45 - 5t^2.$$

- (i) Cé mhéad soicind a ghlacfaidh sé go dtí go mbuailfidh an mirlín an talamh?
(ii) Faigh an luas atá faoin mirlín nuair a bhuaileann sé an talamh
(a) ina mhéadair sa soicind
(b) ina chiliméadair san uair.

13. Is leis an bhfoirmle seo a leanas a thugtar an luas, v , ina mhéadair sa soicind, atá faoi réad áirithe i ndiaidh t soicind:

$$v = 12t - 3t^2.$$

- (i) Cé na luachanna ar t a fhágann gur 9 méadar sa soicind an luas atá faoin réad?
(ii) Céard a chiallaíonn $\frac{dv}{dt}$ i gcomhthéacs na cothromóide?
(iii) Cathain a bheadh an luasghéarú cothrom le nialas?
(iv) Faigh an luas nuair is ionann an luasghéarú agus nialas.
(v) Faigh an luasghéarú ag an dá phointe ama nuair atá an réad ag gluaiseacht ar luas 9 méadar sa soicind.



Mír 18.7 Uasluachanna

D'fhoghlaimíomar níos luaithe sa chaibidil seo

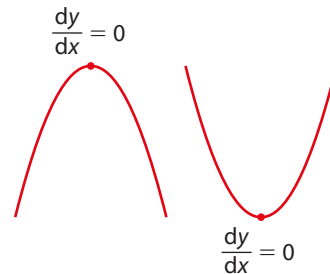
go mbíonn $\frac{dy}{dx} = 0$ ag an uaspoinne casaidh agus ag an

íospointe casaidh i gcás feidhm ar bith $y = f(x)$.

Léirítear é sin sna fíoracha ar dheis.

Is féidir an-leas a bhaint as an toradh go bhfuil $\frac{dy}{dx} = 0$

ag uaspoinne casaidh nó ag íospoinne casaidh agus muid ag plé le fadhbanna sa ghnáthshaol. Cuir i gcás nuair is gá feidhmeanna a shainíonn achar nó brabús a uasmhéadú nó a íoslaghdú.



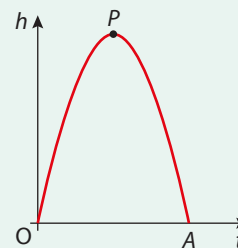
Sampla 1

Conair roicéid a theilgtear san aer atá sa léaráid ar dheis.

Leis an bhfoirmle seo a leanas a thugtar airde an roicéid (h méadar) i ndiaidh t soicind:

$$h(t) = -2t^2 + 28t.$$

- (i) Cé mhéad soicind a bhfuil an roicéad san aer?
- (ii) Céard é an uasairde a bhaineann an roicéad amach?



- (i) Tá an roicéad san aer ar feadh an ama a léirítear ar an x -ais idir an bunphointe agus an pointe A , i.e. na pointí ag a bhfuil an airde cothrom le nialas. Chun an pointe A a fháil, réitimid an chothromóid $-2t^2 + 28t = 0$.

$$\begin{aligned} -2t^2 + 28t = 0 &\Rightarrow 2t^2 - 28t = 0 \\ &\Rightarrow t^2 - 14t = 0 \\ &\Rightarrow t(t - 14) = 0 \Rightarrow t = 0 \text{ nó } t = 14 \end{aligned}$$

Is é $(14, 0)$ an pointe A .

\therefore tá an roicéad san aer ar feadh 14 shoicind.

- (ii) Ag an bpointe casaidh P a bhaintear an uasairde amach.

Ag P , tá $\frac{dh}{dt} = 0$.

$$h = -2t^2 + 28t$$

$$\frac{dh}{dt} = -4t + 28$$

$$-4t + 28 = 0 \Rightarrow 4t = 28 \Rightarrow t = 7$$



Nuair atá $t = 7$ a bhaintear an uasairde amach.
Gheobhaimid an uasairde a baineadh amach ach 7 a chur in áit t sa chothromóid a thugtar.

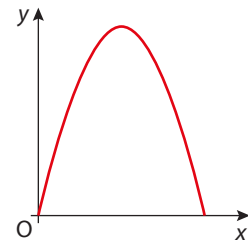
$$\begin{aligned} h &= -2t^2 + 28t \\ &= -2(7)^2 + 28(7) \text{ nuair atá } t = 7 \\ h &= 98 \end{aligned}$$

\therefore 98 méadar an uasairde os cionn talún a bhaineann an roicéad amach.

Cleachtadh 18.7

1. Caitear liathróid suas san aer.

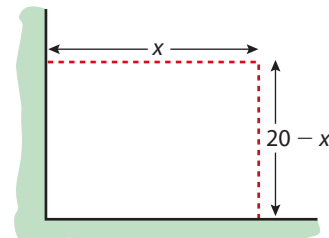
Tugann an fhoirmle $y = 20x - 4x^2$ airde na liathróide x soicind i ndiaidh a caite agus í y méadar os cionn talún. Léiríonn an graf ar dheis conair na liathróide. Seasann gach aonad ar an x -ais do 5 mhéadar.



- (i) Cá fhad a bhí an liathróid san aer?
- (ii) Nuair a bhuail an liathróid an talamh, cén fad slí ón áit ar caitheadh í a bhí sí?
- (iii) Bain úsáid as $\frac{dy}{dx}$ chun teacht ar luach x nuair a bhain an liathróid a huasairde amach.
- (iv) Anois faigh an uasairde os cionn talún a bhain an liathróid amach.

2. Tá ábhar ag feirmeoir áirithe d'fhál 20 méadar.

Tá sé i gceist aige é a úsáid chun cró dronuilleogach a dhéanamh i gcúinne garraí, mar a léirítear sa léaráid.

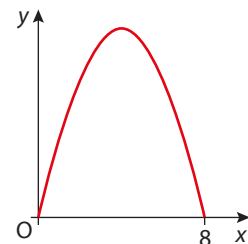


- (i) Léirigh gurb í an fhoirmle $A = 20x - x^2$ a thugann achar an chró.
- (ii) Cén luach ar x a fhágann go bhfuil achar an chró chomh mór agus is féidir leis a bheith?
- (iii) Faigh an t-uasachar sin.

3. Seo cothromóid na feidhme a bhfuil a graf le feiceáil ar dheis:

$$y = 8x - x^2.$$

Is é atá i gceist leis an bhfeidhm ná líon na dtacsaithe (y) ag stad tacsaithe ar feadh ocht n-uair a chloig as a chéile. Seasann $x = 0$ don mheán lae agus seasann $x = 8$ do 8 p.m.



- (i) Cén t-am ag a bhfuil an líon is mó tacsaithe ag an stad?
- (ii) Faigh uaidh sin an t -uaslón tacsaithe ag an stad i gcaitheamh na tréimhse ocht n-uair an chloig seo.



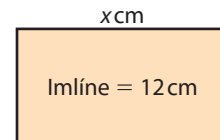


4. Léiríonn an fheidhm $f: x \rightarrow 12x - x^2$ an airde, ina méadair, a bhain liathróid ghailf amach ón am ar buaileadh í ($x = 0$) go dtí an t-am ar bhuail sí an talamh ($x = 12$). Ina shoicindí a thomhaistear an t-am.

- Cé mhéad soicind a bhí caite nuair a bhain an liathróid a huasairde amach?
- Bain úsáid as an bhfreagra a fuair tú chun uasairde na liathróide a fháil.

5. x cm fad na dronuilleoige ar dheis agus 12 cm a himlíne.

- Léirigh gurb ionann achar (A) na dronuilleoige agus $A = 6x - x^2$.
- Cén luach ar x a fhágann go bhfuil achar na dronuilleoige chomh mór agus is féidir leis a bheith?
- Faigh an t-uasachar sin.



6. An chothromóid $h = 15t - 5t^2$ a thugann airde liathróide (ina méadair) agus í ag gluaiseacht tríd an aer, t soicind tar éis do mheaisín í a theilgean aníos ón talamh.

- Cá fhad a thógann sé ar an liathróid an uasairde a bhaint amach?
- Faigh an uasairde a bhaintear amach.

7. Tá feirmeoir ag cur cruithneacht gheimhridh. Braitheann an méid cruithneachta a gheobhaidh sé in aghaidh an heicteáir ar an méid leasachán nítrigine a úsáideann sé, i measc rudaí eile. I gcás na feirme seo, is ar an gcaoi seo a leanas a bhraitheann an méid cruithneachta ar an méid nítrigine a úsáidtear:

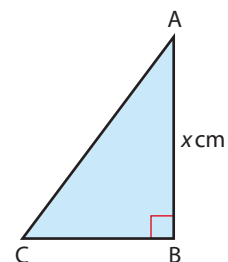
$$Y = 7000 + 32N - 0.1N^2,$$

áit arb é Y an méid cruithneachta a tháirgtear, ina kg in aghaidh an heicteáir, agus N an méid nítrigine a chuirtear léi, ina kg in aghaidh an heicteáir.

- Cé mhéad cruithneachta a gheobhaidh sé in aghaidh an heicteáir má úsáideann sé 100 kg de nítrigin in aghaidh an heicteáir?
- Faigh an méid nítrigine a chaithfidh sé a úsáid d'fhonn an méid is mó cruithneachta a tháirgeadh.
- Céard é an t-uasmhéid cruithneachta is féidir a tháirgeadh in aghaidh an heicteáir?
- €1300 in aghaidh an heicteáir an costas iomlán ar an bhfeirmeoir chun an chruithneacht a tháirgeadh. Is féidir leis an chruithneacht a dhíol ar €160 in aghaidh an tona. Ina theannta sin, is féidir leis €75 in aghaidh an heicteáir a fháil ar an tuá a bheidh fágtha. Má éiríonn leis an t-uasmhéid cruithneachta a tháirgeadh, cén brabús in aghaidh an heicteáir a dhéanfaidh sé?

8. Tá an dá shlios [AB] agus [BC] ar an triantán dronuilleach ar dheis inathraithe sa chaoi gurb é 12 cm suim an dá shlios i gcónaí.

- Más x cm ar fad atá [AB], scríobh fad [BC] i dtéarmaí x .
- Scríobh achar an triantáin san fhoirm $A = f(x)$.
- Cén luach ar x a fhágann go bhfuil achar an triantáin chomh mór agus is féidir leis a bheith?
- Ríomh an t-uasachar sin.





9. Tugann $s(x) = -x^3 + 3x^2 + 360x + 5000$ garluach ar líon na mbradán, s , atá ag snámh suas abhainn áirithe chun sceitheadh. Seasann x do theocht an uisce ina céimeanna ($^{\circ}\text{C}$).

(Ní bhíonn an fheidhm seo bailí ach amháin i gcás $6 \leq x \leq 20$.)

Faigh an teocht uisce a fhágann go mbíonn an t-uaslíon bradán ag snámh suas an abhainn.

10. Is leis an bhfoirmle seo a leanas a ríomhtar an brabús a dhéanann an comhlacht a fhoilsíonn irisleabhar áirithe:

$$P = 50x - 5x^2,$$

áit arb é P an brabús (ina mhílte euro) agus x praghas díola an irisleabhair (ina euro).

- Cén praghas ba chóir don chomhlacht a chur ar an irisleabhar d'fhonn an brabús is mó a dhéanamh?
- Faigh uaidh sin an t-uasmhéid brabúis is féidir leis an gcomhlacht a dhéanamh.

Cuir triail ort féin 18

1. (a) Difreáil gach ceann de na feidhmeanna seo:

(i) $y = 3x - 4$

(ii) $y = 2x^2 - 4x$

(iii) $y = x^3$

- (b) Graf na feidhme $y = x^2 - 2x - 3$ atá sa léaráid.

(i) Faigh fána an chuair ag an bpointe $P(2, -3)$.

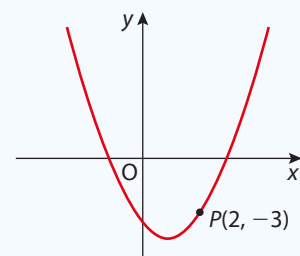
(ii) Faigh uaidh sin cothromóid an tadhlaí leis an gcuair ag an bpointe P .

- (c) Gluaiseann cáithnín feadh líne dhíreach OA agus, i ndiaidh t soicind, tá sé s méadar ón bpointe O

ar an líne dhíreach. Is leis an gcothromóid seo a fhaightear an fad s :

$$s = t^3 - 6t^2 + 9t + 7.$$

- Faigh an fad a ghabhann sé in 3 shoicind.
- Faigh an luas faoin gcáithnín i ndiaidh 4 shoicind.
- Cé mhéad soicind go dtí go mbíonn an cáithnín ina stad?
- Faigh luasghéarú an cháithnín i ndiaidh 4 shoicind.



2. (a) Má tá $f(x) = 2x^2 - 3x + 5$, faigh $f'(-2)$.
 (b) Faigh fána an tadhlaí leis an gcuar $y = 2x^2 - 5x - 2$ ag an bpointe $(1, -5)$.
 Faigh uaidh sin cothromóid an tadhlaí.
 (c) Mar seo a chuirtear síos ar airde balúin, h méadar, i gcoibhneas leis an am, t soicind tar éis a scaoilte:

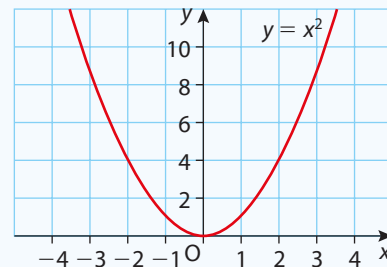
$$h = 120t - 15t^2.$$

- Faigh (i) airde an bhalúin os cionn talún i ndiaidh 2 shoicind
 (ii) an luas faoin mbalún i ndiaidh 1 soicind amháin
 (iii) an méid soicindí go stadfaidh an balún ar feadh meandair
 (iv) an uasairde os cionn talún a bhainfidh an balún amach.

3. (a) Difreáil gach ceann díobh seo i leith x :

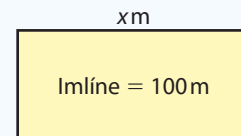
(i) $3x + 2$ (ii) $\frac{1}{2}x^2 - 3x - 5$ (iii) $2x^3 - x^2 - 9x$

- (b) Tá graf an chuair $y = x^2$ le feiceáil ar dheis.
 (i) Faigh fána an tadhlaí leis an gcuar sin ag an bpointe ag a bhfuil $x = 2$.
 (ii) Is é -2 fána an tadhlaí leis an gcuar ag pointe áirithe. Cén pointe é?
 (iii) Faigh comhordanáidí an phointe ar an gcuar ag a bhfuil an fhána cothrom le nialas.

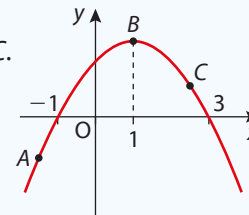


- (c) Tá paiste dronuilleogach talún le himfhálú le 100 méadar d'fháilsreang.

- (i) Más x méadar ar fad atá an paiste talún, sloinn an leithead i dtéarmaí x .
 (ii) Sloinn an t-achar, A m², i dtéarmaí x .
 (iii) Faigh an luach ar x a fhágann gur uasluach é A .
 (iv) Faigh an t-uasachar sin.



4. (a) Scríobh síos cé acu deimhneach, diúltach nó cothrom le nialas atá fána an chuair ar dheis ag na trí phointe A , B agus C .
 (b) Is ionann 1 agus fána an tadhlaí leis an gcuar $y = 4x - x^2$ ag pointe áirithe ar an gcuar. Cén pointe é?



- (c) Rolltar mirlín ar bharr boird.

Ag $t = 0$ soicind a thosaíonn sé ag gluaiseacht.

Mar seo a chuirtear síos ar an bhfad (s cm) a ghabhann sé in t soicind:

$$s = 14t - t^2$$

- (i) Cén fad a bheidh curtha de ag an mirlín nuair a bheidh $t = 2$ shoicind?
 (ii) Cén luas a bheidh faoin mirlín nuair a bheidh $t = 5$ shoicind?
 (iii) Cé mhéad soicind go dtí gurb ionann an luas faoin mirlín agus nialas?
 (iv) Cén fad a bheidh curtha de ag an mirlín nuair a stadfaidh sé?

5. (a) Má tá $y = x^3 - 5x^2 + 2x - 1$, faigh

(i) luach $\frac{dy}{dx}$ ag $x = 1$

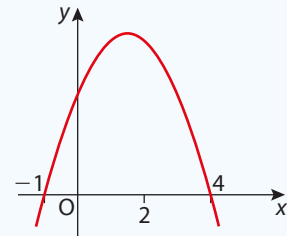
(ii) luach $\frac{d^2y}{dx^2}$ ag $x = -2$.

(b) Tá scitse den fheidhm

$$f(x) = -x^2 + 3x + 4$$

le feiceáil ar dheis.

Déan cóip gharbh den chuar sin. Ansin, agus tú ag úsáid na n-aiseanna céanna, tarraing scitse d'fheidhm na fána.



(c) Is ar an bhfad ó lár na cathrach a bhraitheann an dlús daonra (líon na gcónaitheoirí in aghaidh an aonaid achair) i gcás a lán cathracha. I gcás cathair áirithe, tugann an fhoirmle seo a leanas garluach ar an dlús daonra P , ina mhílte duine sa chiliméadar cearnach, r ciliméadar ó lár na cathrach: $P = 10 + 40r - 20r^2$.

(i) Céard é an dlús daonra i lár na cathrach?

(ii) Scríobh síos $\frac{dP}{dr}$.

Mínigh an chiall atá le $\frac{dP}{dr}$.

(iii) Faigh luach $\frac{dP}{dr}$ nuair atá $r = 5$.

(iv) Cén áit a bhfuil an dlús daonra is mó?

6. (a) Ní thugtar cothromóid na líne ar dheis.

Trasnaíonn sí an y -ais ag $(0, 2)$.

Má tá $\frac{dy}{dx} = 1$, scríobh cothromóid na líne

san fhoirm $y = mx + c$.

(b) Is ionann cothromóid chuair agus $y = 2x^2 - 6x + 3$.

Faigh $\frac{dy}{dx}$ agus faigh uaidh sin comhordanáidí an phointe ar an gcuar ag a bhfuil an tadhlaí comhthreomhar leis an líne $y = 2x + 4$.

(c) Leis an bhfoirmle seo a leanas a chuirtear in iúl an fad, s méadar, a ghluaiseann réad áirithe in t soicind:

$$s = 3 - 6t + 2t^3.$$

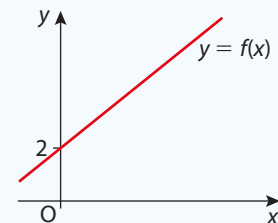
(i) Cén fad a ghabhann an réad sa chéad 2 shoicind?

(ii) Cén fad a ghabhann an réad sa chéad 4 shoicind eile?

(iii) Faigh an meánluas a bhíonn faoin réad idir an dara soicind agus an séú soicind.

(iv) Faigh an luas a bhíonn faoin réad i ndiaidh 2 shoicind.

(v) Cé mhéad soicind go stadfaidh an réad?



Achoimre ar na príomhphointí...

1. I gcás na feidhme $y = f(x)$, an **difreáil** a thugtar ar an bpróiseas a bhaineann le $\frac{dy}{dx}$ a fháil.

I gcás feidhm líneach, tá $\frac{dy}{dx} = \text{fána} = 1$ ú difríocht idir aschuir.

Má tá $y = ax + b$, tá $\frac{dy}{dx} = a = \text{fána}$.

2. Má tá $y = x^n$, tá $\frac{dy}{dx} = nx^{n-1}$; má tá $y = ax^n$, tá $\frac{dy}{dx} = nax^{n-1}$.

I bhfocail: Iolraigh comhéifeacht na hathróige faoin gcumhacht agus laghdaigh an chumhacht de 1.

Sampla: $y = x^3 - 2x^2 + 3x - 4 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 3x^2 - 4x + 3$.

3. Má tá $y = f(x)$, is ionann $\frac{dy}{dx}$ agus **fána an tadhlaí** leis an gcuar ag pointe ar bith ar an gcuar.

4. **Uaspointe casaidh** atá

ag an bpointe A.

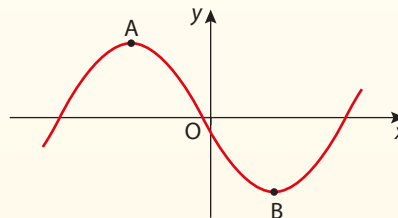
Íospointe casaidh atá

ag an bpointe B.

Ag uaspointe casaidh, tá

$\frac{dy}{dx} = 0$ agus $\frac{d^2y}{dx^2} < 0$, i.e. diúltach.

Ag íospointe casaidh, tá $\frac{dy}{dx} = 0$ agus $\frac{d^2y}{dx^2} > 0$, i.e. deimhneach.



5. **Feidhmeanna méadaitheacha agus laghdaitheacha**

(i) Nuair is méadaitheach atá an cuar, tá $\frac{dy}{dx} > 0$.

(ii) Nuair is laghdaitheach atá an cuar, tá $\frac{dy}{dx} < 0$.

6. Más ionann $s = 3 - 5t + t^3$ agus an fad, s , a ghabhann réad in t soicind,

(i) is ionann $\frac{ds}{dt}$ agus an **luas** i ndiaidh t soicind

(ii) is ionann $\frac{d^2s}{dt^2}$ agus an **luasghéarú** i ndiaidh t soicind.

Staitisticí Infeireacha

caibidil

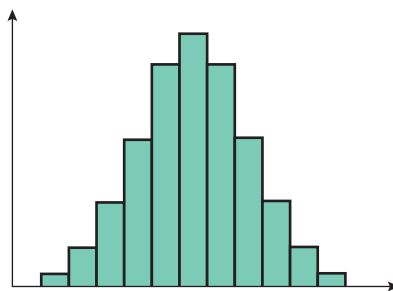
19

Focail thábhachtacha

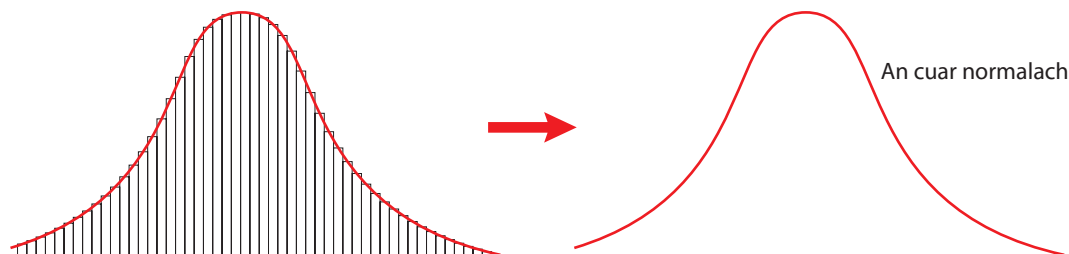
dáileadh normalach cuar normalach an Rial Eimpíreach
diall caighdeánach lamháil earráide sampla daonra
comhréir an tsampla comhréir an daonra eatramh muiníne
triall hipitéise hipitéis nialasach hipitéis mhalartach diúltú do/glacadh le

Mír 19.1 An dáileadh normalach agus an Rial Eimpíreach

Nuair a chuirtear tréithe líon mór daoine (e.g. airde nó meáchan) in ord i ndáileadh minicíochta, ón luach is lú go dtí an luach is mó, feictear an patrún céanna arís agus arís eile. Sa phatrún seo, bíonn a lán luachanna bailithe le chéile gar do lár an dáilte, faoi mar atá sa histogram siméadrach thíos.



Má bhíonn an dáileadh an-mhór agus leanúnach, agus má éiríonn na heatrimh ranga beag go leor, déanann an dáileadh cuar réidh clogchruthach siméadrach. An **dáilchuar normalach**, nó an **cuar normalach**, a thugtar ar an gcuar sin, mar atá le feiceáil thíos.



I Mír 8.6 den leabhar seo, bhíomar ag plé le tomhas ar an leathadh ar a dtugtar an **diall caighdeánach**, σ , a thugann léiriú ar fhad na sonraí ón meán.

Tugann an **Riail Eimpíreach** léiriú ar an ngaol idir an cuar normalach agus dialltaí caighdeánacha. Seo anseo thíos í:

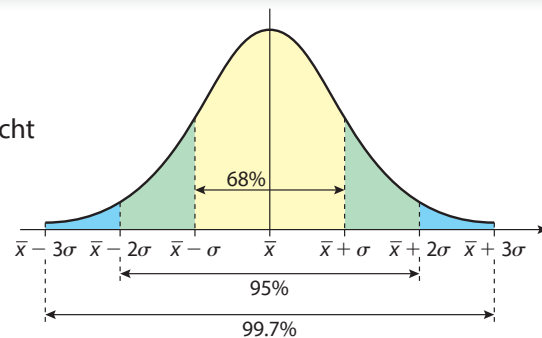
I gcás daonra mór ar bith, má bhíonn an meán = \bar{x} agus an diall caighdeánach = σ

An Riail Eimpíreach

- (i) beidh thart ar 68% de na luachanna taobh istigh d'aon diall caighdeánach amháin ón meán, is é sin, idir $\bar{x} - \sigma$ agus $\bar{x} + \sigma$
- (ii) beidh thart ar 95% de na luachanna taobh istigh de dhá dhiall caighdeánacha ón meán, is é sin, idir $\bar{x} - 2\sigma$ agus $\bar{x} + 2\sigma$
- (iii) beidh beagnach gach luach (99.7%) taobh istigh de thrí dhiall caighdeánacha ón meán, is é sin, idir, $\bar{x} - 3\sigma$ agus $\bar{x} + 3\sigma$

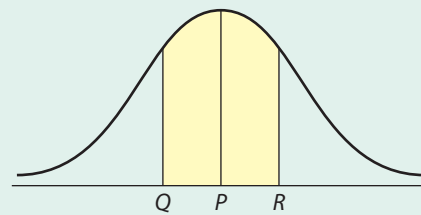
Tá an Riail Eimpíreach á léiriú ar an gcuar normalach ar dheis.

Bunaithe ar an Riail Eimpíreach, is é an dóchúlacht go mbeidh scór, a roghnaítear go randamach, taobh istigh d'aon diall caighdeánach amháin ón meán ná 68% nó 0.68.



Sampla 1

Léiríonn an cuar ar dheis dáileadh normalach. Tá meán an dáilte $\bar{x} = 80$ agus an diall caighdeánach $\sigma = 10$. Seasann P don mheán, seasann Q do luach atá diall caighdeánach amháin faoi bhun P agus seasann R do luach atá diall caighdeánach amháin os cionn P .



- (i) Scríobh síos luach P , Q agus R .
- (ii) Cén céatadán de na sonraí atá sa limistéar scáthaithe?
- (iii) Má roghnaítear luach go randamach ó na sonraí ar fad, cén dóchúlacht atá ann gur ón limistéar scáthaithe a thagann sé?
 - (i) Seasann P don mheán, mar sin $P = 80$

$$Q = 80 - \sigma \qquad R = 80 + \sigma$$

$$= 80 - 10 \dots \sigma = 10 \qquad = 80 + 10$$

$$Q = 70 \qquad R = 90$$
 - (ii) Seasann an limistéar scáthaithe do na luachanna ar fad atá taobh istigh d'aon diall caighdeánach amháin ón meán. Dá réir sin, tá 68% de na sonraí sa limistéar scáthaithe.
 - (iii) Is é an dóchúlacht gur ón limistéar scáthaithe a thagann an luach ná $68\% = 0.68$.

Sampla 2

I gcás dáileadh normalach, tá an meán $\bar{x} = 45$ agus an diall caighdeánach $\sigma = 5$.

- (i) Faigh an raon a bhfuil 68% den dáileadh ann.
- (ii) Faigh an raon a bhfuil 95% den dáileadh ann.
- (iii) Cén céatadán den dáileadh atá taobh istigh de 3 dhiall chaighdeánacha ón meán?

(i) Tá 68% den dáileadh sa raon $\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma$.

$$\bar{x} - \sigma = 45 - 5 = 40 \quad \text{agus} \quad \bar{x} + \sigma = 45 + 5 = 50$$

\therefore Tá 68% sa raon [40, 50]

(ii) Tá 95% den dáileadh sa raon $\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma$.

$$\bar{x} - 2\sigma = 45 - 2(5) = 45 - 10 = 35$$

$$\bar{x} + 2\sigma = 45 + 2(5) = 45 + 10 = 55$$

\therefore Tá 95% sa raon [35, 55]

(iii) Tá 99.7% den dáileadh sa raon $[\bar{x} - 3\sigma, \bar{x} + 3\sigma]$.

Sampla 3

I gcás dáileadh normalach, tá an meán $\bar{x} = 84$.

Má tá 95% de na luachanna idir 72 agus 96, faigh luach σ , an diall caighdeánach.

De réir na Rialach Eimpíric, tá 95% de na luachanna sa raon $[\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma]$

$$\Rightarrow [\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma] = [72, 96]$$

$$\Rightarrow \bar{x} - 2\sigma = 72$$

$$84 - 2\sigma = 72$$

$$-2\sigma = -12 \quad \Rightarrow \quad 2\sigma = 12 \quad \Rightarrow \quad \sigma = 6$$

Is é 6 an diall caighdeánach.

Cleachtadh 19.1

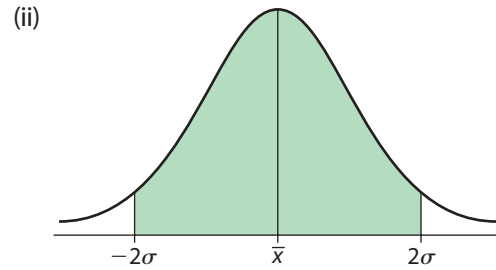
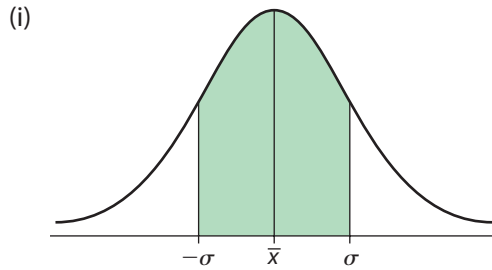
1. Cóipeáil agus críochnaigh na habairtí seo:

- (i) Bíonn thart ar ___% de na sonraí taobh istigh d'aon _____ caighdeánach amháin ón meán.
- (ii) Bíonn thart ar 95% de na sonraí taobh istigh de _____ dhiall chaighdeánacha ón _____.

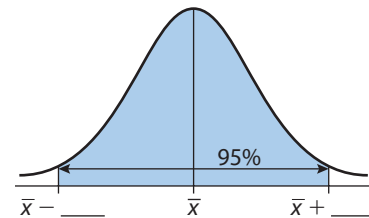


2. I gcás dáileadh normalach, is é 54 an meán \bar{x} agus is é 3 an diall caighdeánach σ .
- Faigh an raon $[\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma]$.
 - Faigh an raon a bhfuil 95% de na sonraí ann.
 - Má roghnaítear luach go randamach ón dáileadh, faigh an dóchúlacht go mbeidh sé sa raon $[\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma]$.

3. I gcás gach ceann de na cuair normalacha seo, faigh an céatadán de na luachanna ar fad atá sa limistéar scáthaithe:

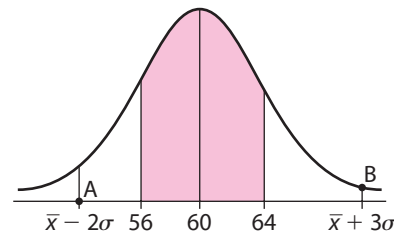


4. (i) Sa chuar normalach ar dheis, críochnaigh na lipéid ar an ais chothrománach.
(ii) Má roghnaítear luach go randamach, faigh an dóchúlacht go mbeidh sé sa réigiún scáthaithe.
(iii) Má tá $\bar{x} = 84$ agus $\sigma = 7$, céard iad luachanna na lipéad neamhchríochnaithe sa léaráid?



5. I ndáileadh normalach, tá an meán $\bar{x} = 120$ agus tá an diall caighdeánach $\sigma = 15$.
- Faigh an raon a bhfuil 68% de na luachanna ann.
 - Faigh an raon a bhfuil 95% de na luachanna ann.

6. Is é 4 diall caighdeánach σ an chuar normalaigh ar dheis.
- Scríobh síos luach an mheáin \bar{x} .
 - Cén céatadán de na luachanna atá sa limistéar scáthaithe?
 - Scríobh síos luach A agus luach B.



7. Is féidir meánluas feithicil ar bhóthar áirithe a shamhaltú le dáileadh normalach. 55 km/u meán an dáilte agus 9 km/u an diall caighdeánach.
- Cén luas a bheadh faoi fheithicil a bhí ag taisteal ag
- diall caighdeánach amháin faoi bhun an mheáin
 - dhá dhiall chaighdeánacha os cionn an mheáin
 - trí dhiall chaighdeánacha os cionn an mheáin?

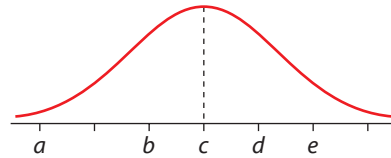




8. I gcás dáileadh normalach, tá an meán $\bar{x} = 60$ agus tá an diall caighdeánach $\sigma = 5$.
- Faigh an raon a bhfuil 68% den dáileadh taobh istigh de.
 - Faigh an raon a bhfuil 95% den dáileadh taobh istigh de.

9. Tá dáileadh normalach ar airdí na mac léinn in ollscoil faoi leith. Is é 180 cm meán an dáilte agus 10 cm an diall caighdeánach.

Féach an dáileadh ar dheis.
Seasann gach marc ar an líne chothrománach do 1, 2 nó 3 dhiall chaighdeánacha ón meán.
Scríobh síos luach a, b, c, d agus e .



10. Tá dáileadh normalach ar airdí sampla mór daoine fásta. Is é 170 cm meán an dáilte agus 8 cm an diall caighdeánach.
Cé na teorainneacha a bhfuil
- 68% de na haird taobh istigh díobh
 - 99.7% de na haird taobh istigh díobh?
11. Dáileadh normalach atá ar na hachair ama a thógann sé ar oibríthe monarchan dul chun na hoibre.
35 nóiméad an meánachar ama agus 6 nóiméad an diall caighdeánach.
- Cén céatadán de na hoibríthe a dtógann sé níos mó ná 35 nóiméad orthu?
 - Cén céatadán de na hoibríthe a dtógann sé idir 29 nóiméad agus 41 nóiméad orthu?
 - Céard é raon na n-achar ama a thógann sé ar 95% de na hoibríthe dul chun na hoibre?
12. Dáileadh normalach atá ar na hachair ama a thógann sé ar dhaoine crosfhocal a líonadh isteach. Is é 18 nóiméad meán an dáilte, \bar{x} .
Má thógann sé idir 14 nóiméad agus 22 nóiméad ar 68% de na daoine, faigh diall caighdeánach an dáilte, σ .
13. Dáileadh normalach atá ar na marcanna a bhronntar i scrúdú agus is é 74 marc meán an dáilte. Má tá 95% de na marcanna sa raon [62 marc, 86 marc], oibrigh amach an diall caighdeánach, σ .
14. Bhí dáileadh normalach ar mheáchain 1000 páiste scoile. Ba é 42 kg meán an dáilte agus σ an diall caighdeánach. Bhí 950 de na páistí sa raon idir 30 kg agus 54 kg.
- Scríobh 950 mar chéatadán de 1000.
 - Críochnaigh an abairt seo a leanas:
'Tá 95% de na páistí sa raon [$\bar{x} - \underline{\quad}$, $\bar{x} + \underline{\quad}$].'
 - Bain leas as an eolas atá agat chun teacht ar luach an diallta chaighdeánaigh, σ .
 - Má roghnaítear páiste go randamach, faigh an dóchúlacht go mbeidh meáchan an pháiste sin sa raon 30 kg go 54 kg.



Mír 19.2 Lamháil earráide – eatraimh mhuiníne

Nuair a bhí tú ag plé le sampláil i do chuid staidéir ar an staitistic roimhe seo, dúradh gurb é cuspóir na samplála faisnéis a fháil faoin daonra ar fad trí shuirbhé a dhéanamh ar chuid bheag den daonra. **Sampla** a thugtar ar an gcuid bheag sin den daonra a ndéantar suirbhé orthu.

Má bhailítear sonraí ó shampla go cruinn, is féidir leis an suirbhé samplach treoir sách cruinn a thabhairt faoin tsaintréith den daonra a bhfuil staidéar á dhéanamh uirthi.

Roimh Olltoghchán, is iondúil go n-iarrann nuachtán náisiúnta ar chomhlacht taighde margaidh ceist a chur ar shampla de na toghthóirí cén chaoi a vótálfadh siad sa toghchán. Pobalbhreith a thugtar ar an suirbhé seo de ghnáth. Thart ar 1000 duine a bhíonn i gceist de ghnáth. Dá méadófaí an líon daoine a ndéanfaí suirbhé orthu go 2000, gheofaí léargas níos cruinne ar an gcaoi a vótálfadh daoine.

D'fhéadfadh torthaí an tsuirbhé a bheith sa nuachtán laethúil mar seo a leanas:

Tacaíocht 40% do Pháirtí Daonlathach na hEite Deise.

Comhréir an tsampla a thugtar ar an tacaíocht **40%**, is é sin, an chuid nó an sciar den sampla a chuir in iúl go gcaithfidís vóta ar son Pháirtí Daonlathach na hEite Deise. Bheadh an páirtí ag súil ansin le vóta a fháil ó 40% nó mar sin de na vótálaithe san Olltoghchán.

Úsáidtear an nodaireacht \hat{p} chun **comhréir an tsampla** a chur in iúl.

Úsáidtear an nodaireacht p chun **comhréir an daonra** a chur in iúl.

Ó tharla nach mbíonn p ar eolas de ghnáth, úsáidtear \hat{p} mar **mheastóir** d'fhíor-chomhréir an daonra, p .

Ar ndóigh, tá a fhios ag gach duine gurb annamh a bhíonn suirbhéanna samplacha 100% cruinn. De ghnáth bíonn 'seans' nó **earráid** i gceist.

D'fhéadfadh an nuachtán an abairt seo a leanas a chur lena gceannlíne:

Is é 3% an lamháil earráide.

Is bealach í an **lamháil earráide** 3% le rá gurb é toradh an tsuirbhé ná $40\% \pm 3\%$.

Ciallaíonn sé sin go bhfuil an comhlacht taighde sách 'muiníneach' go bhféadfadh comhréir na vótálaithe uile a bhfuil sé i gceist acu vóta a chaitheamh ar son *Pháirtí an Daonlathais Dheis* bheith aon áit idir 37% agus 43%.

Cén chaoi a ríomhann an comhlacht taighde an **lamháil earráide**?

Chun an lamháil earráide, E , i bpobalbhreitheanna a ríomh, baintear úsáid de ghnáth as an bhfoirmle

$$E = \frac{1}{\sqrt{n}}, \text{ áit arb é } n \text{ méid an tsampla.}$$

Lamháil earráide

$$E = \frac{1}{\sqrt{n}}$$

Más é 400 méid an tsampla, ansin tá $E = \frac{1}{\sqrt{400}} = \frac{1}{20} = 0.05$.

Más é 1000 méid an tsampla, ansin tá $E = \frac{1}{\sqrt{1000}} \approx 0.03$.

Más é 4000 méid an tsampla, ansin tá $E = \frac{1}{\sqrt{4000}} \approx 0.016$.

Tabhair faoi deara go dtagann laghdú ar an earráid de réir mar a mhéadaítear méid an tsampla.

Eatramh muiníne

Tugadh toradh na pobalbhreithe thuas mar $40\% \pm 3\%$.

$$40\% - 3\% = 37\% \quad \text{agus} \quad 40\% + 3\% = 43\%.$$

Mar sin, tá toradh na pobalbhreithe áit éigin san eatramh 37% go 43%.

Is féidir é sin a scríobh ar bhealach níos foirmiúla mar seo: $37\% < p < 43\%$, áit arb é p comhréir an daonra.

Eatramh muiníne a thugtar ar $37\% < p < 43\%$.

Ach cé chomh muiníneach is atáimid go mbeidh an toradh san eatramh sin?

Is iomaí leibhéal muiníne atá ann, ach is ag **95%** atá an **leibhéal muiníne** le haghaidh an chúrsa seo.

Tugann an leibhéal muiníne 95% le fios go bhfuarthas an t-eatramh trí mhodh 'a oibríonn 95% den am'.

Is bealach é an t-eatramh muiníne $37\% < p < 43\%$ le rá, dá ndéanfaí suirbhé ar shamplaí iomadúla de 1000 duine ar an lá céanna, go mbeadh na torthaí san eatramh 37% go 43% 95 uair as 100, is é sin, i 95% de na samplaí.

Tugtar ar dheis an t-eatramh muiníne 95% do chomhréir dhaonra.

Is féidir an t-eatramh muiníne ar dheis a scríobh

mar seo feisin: $\hat{p} \pm \frac{1}{\sqrt{n}}$.

Eatramh muiníne:

$$\hat{p} - \frac{1}{\sqrt{n}} < p < \hat{p} + \frac{1}{\sqrt{n}}$$

Sampla 1

Tugadh vacsaín fliú do shampla randamach de 400 duine agus bhraith 136 díobh míchompord éigin.

- (i) Scríobh síos méid an tsampla.
- (ii) Ríomh an lamháil earráide ag baint úsáid as $\frac{1}{\sqrt{n}}$.
- (iii) Faigh comhréir an tsampla.
- (iv) Faigh an t-eatramh muiníne.



(i) Is é 400 méid an tsampla.

(ii) Is é an lamháil earráide ná $\frac{1}{\sqrt{n}} = \frac{1}{\sqrt{400}} = \frac{1}{20} = 0.05$.

(iii) Tá comhréir an tsampla, $\hat{p} = \frac{136}{400} = 0.34$.

(iv) Is é an t-eatramh muiníne ná $\hat{p} \pm \frac{1}{\sqrt{n}}$

$$\begin{aligned}\hat{p} \pm \frac{1}{\sqrt{n}} &= 0.34 \pm 0.05 \dots \text{ó (ii) agus (iii) thuas} \\ &= 0.34 - 0.05 \text{ go dtí } 0.34 + 0.05 \\ &= 0.29 \text{ go dtí } 0.39\end{aligned}$$

Is féidir an t-eatramh muiníne a scríobh mar seo $0.29 < p < 0.39$.

Sampla 2

Cén mhéid sampla a theastódh le go mbeadh an lamháil earráide cothrom le

(i) 0.05

(ii) $2\frac{1}{2}\%$?

$$(i) \quad \frac{1}{\sqrt{n}} = 0.05$$

$$\therefore \frac{1}{n} = (0.05)^2 \dots \text{cearnaigh an dá thaobh}$$

$$\therefore n = \frac{1}{(0.05)^2}$$

$$n = 400$$

$$(ii) \quad \frac{1}{\sqrt{n}} = 2\frac{1}{2}\% = 0.025$$

$$\frac{1}{n} = (0.025)^2 \dots \text{cearnaigh an dá thaobh}$$

$$n = \frac{1}{(0.025)^2}$$

$$n = 1600$$

Cleachtadh 19.2

1. Oibrigh amach an lamháil earráide i gcás gach ceann de na samplaí randamacha seo a leanas ag an leibhéal muiníne 95%:

(i) 900

(ii) 1200

(iii) 2025

(iv) 800

Bíodh do fhreagra ceart go dtí dhá ionad de dheachúlacha nuair is gá.

2. I sampla randamach de 500 teaghlach, dúirt 80 teaghlach go raibh peata amháin ar a laghad acu.

(i) Céard é méid an tsampla?

(ii) Céard é an lamháil earráide?

(iii) Céard é comhréir an tsampla?





- 3.** I sampla randamach de 200 mac léinn, dúirt 48 acu go mbíonn siad ag féachaint ar an teilifís ar feadh uair an chloig amháin ar a laghad gach lá.
- Scríobh síos méid an tsampla.
 - Céard é an lamháil earráide?
 - Céard é comhréir an tsampla, \hat{p} ?
 - Dá méadófa méid an tsampla go 400, cén éifeacht a bheadh aige sin ar an lamháil earráide?
- 4.** Tástálann déantúsóir sampla randamach de 300 earra agus faigheann sé amach go bhfuil 45 ceann acu lochtach.
- Scríobh síos méid an tsampla, n .
 - Ríomh an lamháil earráide.
 - Oibrigh amach comhréir an tsampla, \hat{p} .
 - Úsáid $\hat{p} \pm \frac{1}{\sqrt{n}}$ chun eatramh muiníne a fháil do chomhréir na n-earraí lochtacha a táirgeadh.
- 5.** Maidir leis na daoine atá ina gcónaí i gcathair áirithe, rinneadh suirbhé le fáil amach cé chomh minic is a úsáideann siad an t-idirlíon. I sampla randamach de 150 cónaitheoir, dúirt 45 acu go n-úsáideann siad an t-idirlíon uair amháin sa lá ar a laghad.
- Scríobh síos méid an tsampla.
 - Ríomh an lamháil earráide.
 - Oibrigh amach comhréir an tsampla.
 - Tóg eatramh muiníne do p , comhréir an daonra a úsáideann an t-idirlíon uair amháin sa lá ar a laghad.
- 6.** I sampla randamach de 400 siopa ríomhairí, fuarthas amach gur dhíol 168 acu ríomhairí ar phraghas níos ísle ná mar atá molta ag an déantúsóir.
- Scríobh síos méid an tsampla.
 - Ríomh an lamháil earráide.
 - Oibrigh amach comhréir an tsampla.
 - Tóg neas-eatramh muiníne 95% do chomhréir na siopaí atá ag díol ríomhairí ar phraghas níos ísle ná mar atá molta ag an déantúsóir.
- 7.** Cóipeáil agus críochnaigh an abairt seo a leanas:
'Ciallaíonn leibhéal muiníne 95% go mbeidh an chomhréir san _____ seo _____ uair as _____.'
- 8.** Socraíonn príomhoide coláiste dul i gcomhairle leis na mic léinn faoi athrú atá beartaithe ar am na léachtaí. Faigheann sí amach go bhfuil 36 mac léinn, as sampla randamach de 80 mac léinn, i bhfabhar an athraithe.
- Ríomh an lamháil earráide.
 - Oibrigh amach comhréir an tsampla, \hat{p} .
 - Tóg eatramh muiníne do chomhréir na mac léinn atá i bhfabhar an athraithe.





9. Tugadh faoi shuirbhé chun tuairimí na ndaltaí ar bhiachlár nua 'bia sláintiúil' a mheas. Roghnaíodh sampla randamach de 200 dalta ó scoileanna éagsúla. Fuarthas amach go raibh 84 dalta i bhfabhar an bhiachláir nua.
- Scríobh síos méid an tsampla.
 - Ríomh an lamháil earráide, ceart go dtí dhá ionad de dheachúlacha.
 - Oibrigh amach comhréir an tsampla, \hat{p} .
 - Cruthaigh eatramh muiníne 95% do chomhréir na ndaltaí ar fad a bhí i bhfabhar an bhiachláir nua.

10. Scríobh gach ceann de na céatadáin seo ina dheachúil:
- (i) 10% (ii) 5% (iii) 3% (iv) 2.5% (v) 6.5%

11. Céard é méid an tsampla, n , a theastaíonn le go mbeadh lamháil earráide 6% ann? Tá an chéad dá líne déanta duit:

$$\frac{1}{\sqrt{n}} = \pm 0.06 \dots 6\% = 0.06$$
$$\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)^2 = (\pm 0.06)^2$$

12. I gcás gach ceann de na céatadáin thíos, céard é méid an tsampla a theastaíonn le go mbeadh an lamháil earráide sin ann?
- (i) 5% (ii) 4% (iii) 12% (iv) 3.5% (v) 2.5%?

13. Léirigh torthaí suirbhé go gceannaíonn 360 teaghlach as 1000 teaghlach an nuachtán *Scéala Gael* go rialta.
- Scríobh síos méid an tsampla.
 - Ríomh an lamháil earráide, ceart go dtí dhá ionad de dheachúlacha.
 - I gcás an tsuirbhé seo, céard é comhréir an tsampla, \hat{p} ?
 - Tóg eatramh muiníne do chomhréir na dteaghlach a cheannaíonn *Scéala Gael*.

Mír 19.3 Tástáil hipitéise

Creideann a lán daoine gur mó meánairde na nÉireannach ná meánairde na Spáinneach. Chun é sin a léiriú, d'fhéadfaimis an ráiteas seo a leanas a dhéanamh:

'Is mó meánairde na nÉireannach ná meánairde na Spáinneach.'

Hipitéis a thugtar ar an ráiteas sin sa mhatamaitic.

Tar éis dúinn an ráiteas sin a dhéanamh, teastaíonn fianaise uainn le taispeáint cé acu fíor nó bréagach atá an ráiteas.

Tástáil hipitéise a thugtar ar an bpróiseas a úsáidtear chun fírinne an ráitis a chruthú.

An **hipitéis nialasach** a thugtar ar an tuairim atá tugtha nó ar an ráiteas atá déanta.

Le H_0 a chuirtear an hipitéis nialasach in iúl.

De ghnáth, is ráiteas í an hipitéis nialasach a chuireann in iúl nach bhfuil aon athrú i gceist, nach bhfuil aon difríocht i gceist nó nach bhfuil aon éifeacht i gceist.





Cuir i gcás go maíonn comhlacht drugaí go bhfuil ‘druga nua feabhsaithe’ níos éifeachtaí ná an druga atá ann cheana féin. D’fhéadfaí an hipitéis nialasach a chur mar seo a leanas:

H_0 : Níl an druga nua níos éifeachtaí ná an druga atá ann cheana féin.

Ní thaitneodh an hipitéis sin leis an gcomhlacht drugaí agus, dá bhrí sin, chuirfidís **hipitéis mhalartach, H_1** , chun cinn.

D’fhéadfaí an hipitéis mhalartach sin a chur mar seo a leanas:

H_1 : Tá an druga nua níos éifeachtaí ná an druga atá ann cheana féin.

Dírímid ar an hipitéis nialasach de ghnáth agus déanaimid **trial hipitéise** chun glacadh leis an hipitéis nialasach nó diúltú di.

Seo roinnt samplaí de hipitéisí nialasacha agus de na hipitéisí malartacha comhfhreagracha.

H_0 : Is é 78 kg meánmheáchan na bhfear.

H_1 : Ní hé 78 kg meánmheáchan na bhfear.

H_0 : Is dóchúla go scaoilfidh foireann peile cúl isteach díreach i ndiaidh dóibh féin cúl a fháil.

H_1 : Ní dóchúla go scaoilfidh foireann peile cúl isteach díreach i ndiaidh dóibh féin cúl a fháil.

H_0 : Tá an mheánaois ag a bpósann fir níos airde ná an mheánaois ag a bpósann mná.

H_1 : Níl an mheánaois ag a bpósann fir níos airde ná an mheánaois ag a bpósann mná.

I Mír 19.2, seo na torthaí a tugadh ar shuirbhé a bhí déanta ag nuachtán áitiúil:

‘Tacaíocht 40% do Pháirtí Daonlathach na hEite Deise.’

$\pm 3\%$ an lamháil earráide a bhí ann.

Tugann $40\% \pm 3\%$ **eatramh** 37% go 43%.

Is éard a chiallaíonn an t-eatramh sin ná go bhfaigheadh Páirtí Daonlathach na hEite Deise vóta céatadánach áit éigin idir 37% agus 43% i 95 sampla as 100.

An **leibhéal muiníne 95%** a thugtar ar 95 sampla as 100.

Cén chaoi a gcruthóimid gur fíor nó gur bréagach maíomh an nuachtáin gur san eatramh 37% go 43% atá fíorchéatadán na ndaoine a bhfuil sé i gceist acu vótáil ar son Pháirtí Daonlathach na hEite Deise?

Chun ráiteas nó hipitéis an nuachtáin a thástáil, déanaimid **trial hipitéise**.

Chun an trial seo a dhéanamh, roghnaímid sampla eile den mhéid chéanna agus ríomhaimid an céatadán den sampla seo a deir go vótálfaidh siad ar son Pháirtí Daonlathach na hEite Deise.

Má bhíonn céatadán na vótálaithe a bhfuil sé i gceist acu vótáil ar son an pháirtí lasmuigh den eatramh 37% go 43%, diúltaímid don hipitéis nialasach; is é sin, diúltaímid don mhaíomh a rinne an nuachtán. Má bhíonn an céatadán laistigh den eatramh 37% go 43%, glacaimid le maíomh an nuachtáin.

Ar an gcéad leathanach eile, tugtar na céimeanna a bhaineann le trial hipitéise a dhéanamh.



Modh chun tabhairt faoi thriail hipitéise

1. Scríobh síos H_0 , an **hipitéis nialasach**, agus H_1 , an **hipitéis mhalartach**.

Cuir i gcás go gcaithimid bonn airgid in airde 10 n-uaire agus go bhfaighimid 7 n-aghaidh. Chun triail hipitéise a dhéanamh le fáil amach cé acu atá an bonn airgid laofa nó nach bhfuil, d'fhéadfaimis na hipitéisí seo a leanas a dhéanamh:

H_0 : Níl an bonn airgid laofa.

H_1 : Tá an bonn airgid laofa.

2. Scríobh nó ríomh comhréir an tsampla, \hat{p} .

3. Faigh an lamháil earráide, $\frac{1}{\sqrt{n}}$.

4. Scríobh síos an t-eatramh muiníne do chomhréir an daonra, p , ag úsáid

$$\hat{p} - \frac{1}{\sqrt{n}} < p < \hat{p} + \frac{1}{\sqrt{n}} \quad \left[\text{or } \hat{p} \pm \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$$

5. (i) Má bhíonn luach chomhréir an daonra laistigh den eatramh muiníne, glac leis an hipitéis nialasach H_0 agus diúltaigh do H_1 .
(ii) Má bhíonn luach chomhréir an daonra lasmuigh den eatramh muiníne, diúltaigh don hipitéis nialasach H_0 agus glac le H_1 .

Sampla 1

Maíonn *Club na gConchróite* go bhfuil madra ag 30% de theaghlaigh. Chun an maíomh sin a thástáil, déanann grúpa de mhic léinn staitistice suirbhé ar 400 teaghlach. Ba é toradh an tsuirbhé ná go raibh madra ag 112 de na 400 teaghlach.

- (i) Scríobh síos an hipitéis nialasach.
- (ii) Scríobh síos an hipitéis mhalartach.
- (iii) Scríobh síos méid an tsampla, n .
- (iv) Oibrigh amach an lamháil earráide, $\frac{1}{\sqrt{n}}$.
- (v) Ríomh comhréir an tsampla, \hat{p} .
- (vi) Ríomh an t-eatramh muiníne, ag úsáid $\hat{p} - \frac{1}{\sqrt{n}} < p < \hat{p} + \frac{1}{\sqrt{n}}$.
- (vii) Ag an leibhéal muiníne 95%, an féidir linn glacadh le maíomh *Club na gConchróite*?

- (i) H_0 : Tá madra ag 30% de theaghlaigh.
- (ii) H_1 : Ní hé 30% céatadán na dteaghlach a bhfuil madra acu.
- (iii) Is é 400 méid an tsampla, n .
- (iv) Is é an lamháil earráide ná $\frac{1}{\sqrt{n}} = \frac{1}{\sqrt{400}} = \frac{1}{20} = 0.05$.
- (v) Tá comhréir an tsampla, $\hat{p} = \frac{112}{400} = 0.28$



$$\begin{aligned} \text{(vi) Is é an t-eatramh muiníne ná } & \hat{p} - \frac{1}{\sqrt{n}} < p < \hat{p} + \frac{1}{\sqrt{n}} \\ & = 0.28 - 0.05 < p < 0.28 + 0.05 \\ & = 0.23 < p < 0.33 \\ & = 23\% < p < 33\% \end{aligned}$$

(vii) Ó tharla go bhfuil an maíomh, i.e. 30%, laistigh den eatramh muiníne $23\% < p < 33\%$, glacaimid leis an hipitéis nialasach.

Sampla 2

Mhaígh príomhoide scoile go raibh 45% de na daltaí i bhfabhar an éide scoile a athrú.

Rinne comhairle na ndaltaí suirbhé ar 120 dalta chun maíomh an phríomhoide a thástáil.

Ba é toradh an tsuirbhé go raibh 42 dalta i bhfabhar an éide scoile a athrú.

- (i) Scríobh síos an hipitéis nialasach.
- (ii) Scríobh síos an hipitéis mhalartach.
- (iii) Ríomh an lamháil earráide, ceart go dtí dhá ionad de dheachúlacha.
- (iv) Oibrigh amach comhréir an tsampla, \hat{p} .
- (v) Ríomh an t-eatramh muiníne do chomhréir an daonra.
- (vi) Ag an leibhéal muiníne 95%, an bhfuil maíomh an phríomhoide ceart?
 - (i) H_0 : Tá 45% de na daltaí i bhfabhar an éide scoile a athrú.
 - (ii) H_1 : Ní hé 45% céatadán na ndaltaí atá i bhfabhar an athraithe.
 - (iii) Is é an lamháil earráide ná $\frac{1}{\sqrt{n}} = \frac{1}{\sqrt{120}} = 0.09 \dots$ ceart go dtí 2 ionad de dheachúlacha.
 - (iv) Tá comhréir an tsampla, $\hat{p} = \frac{42}{120} = 0.35$
 - (v) Is é an t-eatramh muiníne ná $\hat{p} - \frac{1}{\sqrt{n}} < p < \hat{p} + \frac{1}{\sqrt{n}}$
$$\begin{aligned} & = 0.35 - 0.09 < p < 0.35 + 0.09 \\ & = 0.26 < p < 0.44 \\ & = 26\% < p < 44\% \end{aligned}$$
 - (vi) Ó tharla go bhfuil maíomh an phríomhoide, i.e. 45%, **lasmuigh** den eatramh muiníne $26\% < p < 44\%$, **diúltaímid** don hipitéis nialasach H_0 agus glacaimid leis an hipitéis mhalartach H_1 .





Cleachtadh 19.3

- Maíonn príomhoide scoile go mbíonn 95% de na daltaí in am don chéad rang ag 9.00 a.m.
 - Scríobh síos H_0 , an hipitéis nialasach.
 - Scríobh síos hipitéis mhalartach, H_1 .
 - Déan cur síos ar na chéad chéimeanna eile a ghlacfa chun maíomh an phríomhoide a thástáil.
- Maíonn déantúsóir *Madra Sona* go roghnaíonn 80% d'úinéirí madra an bia seo dá gcuid madraí. I sampla randamach de 200 úinéirí madra, roghnaigh 155 acu *Madra Sona*.
 - Scríobh síos an hipitéis nialasach, H_0 .
 - Scríobh síos an hipitéis mhalartach, H_1 .
 - Céard é méid an tsampla, n ?
 - Ríomh an lamháil earráide, $\frac{1}{\sqrt{n}}$.
 - Ríomh comhréir an tsampla.
 - Oibrigh amach an t-eatramh muiníne.
 - Ag an leibhéal muiníne 95%, an bhfuil maíomh an déantúsóra ceart?
- Deir comhlacht go gceannaíonn 20% de na daoine a thugann cuairt ar a suíomh gréasáin táirge amháin de chuid an chomhlachta ar a laghad. Seiceáiltear sampla de 400 duine a thug cuairt ar an suíomh agus feictear gur cheannaigh 64 duine táirge.
 - Scríobh síos an hipitéis nialasach, H_0 .
 - Céard é méid an tsampla?
 - Ríomh an lamháil earráide.
 - Oibrigh amach comhréir an tsampla.
 - Oibrigh amach an t-eatramh muiníne.
 - Ag an leibhéal muiníne 95%, an bhfuil ráiteas an chomhlachta ceart?
- I bpobalbhreith, fiafraíodh de 1000 vótálaí a roghnaíodh go randamach an gcaithfidís vóta ar son an Pháirtí Chorca sa chéad toghchán eile agus dúirt 350 acu go gcaithfidís vóta ar a son.

Maíonn ceannaire an Pháirtí Chorca gurb é 40% an fhíor-chomhréir.

Úsáideadh an sampla randamach chun maíomh cheannaire an pháirtí a thástáil.

 - Scríobh síos an hipitéis nialasach, H_0 .
 - Scríobh síos méid an tsampla.
 - Faigh an lamháil earráide, ceart go dtí dhá ionad de dheachúlacha.
 - Ríomh comhréir an tsampla.
 - Oibrigh amach an t-eatramh muiníne do chéatadán na vótálaithe a deir go vótálfaidh siad ar son an Pháirtí Chorca.
 - An bhfuil údar le maíomh an cheannaire ag an leibhéal muiníne 95%?
- Maíonn coláiste go nglacann siad leis an líon céanna fear agus ban. Thóg Aontas na Mac Léinn sampla de 500 mac léinn chun maíomh an choláiste a thástáil. 270 fear a bhí ann.





- (i) Cén céatadán díobh siúd a nglactar leo ar fir iad, de réir mhaíomh an choláiste?
 - (ii) Scríobh síos an hipitéis nialasach.
 - (iii) Scríobh síos méid an tsampla.
 - (iv) Ríomh an lamháil earráide, ceart go dtí dhá ionad de dheachúlacha.
 - (v) Oibrigh amach comhréir an tsampla, \hat{p} .
 - (vi) Oibrigh amach an t-eatramh muiníne do chéatadán na bhfear a nglacann an coláiste leo.
 - (vii) An bhfuil údar le maíomh an choláiste ag an leibhéal muiníne 95%?
- 6.** Bíonn comhlacht síolta ag díol síolta goirmíní i bpaicéid mheasctha agus maíonn siad go mbeidh bláthanna dearga ar 20% de na plandaí a fhásfaidh ó na síolta sin. Cuireann garraíodóir paicéad síolta ach ní thagann bláthanna dearga ach ar 16 phlanda as 100 planda.
- (i) Scríobh síos an hipitéis nialasach, H_0 .
 - (ii) Ríomh an lamháil earráide.
 - (iii) Ríomh comhréir an tsampla.
 - (iv) Oibrigh amach eatramh muiníne do chéatadán na síolta a mbeidh bláthanna dearga ar a gcuid plandaí.
 - (v) An bhfuil an céatadán atá luaite ag an gcomhlacht laistigh den teorainn muiníne seo?
 - (vi) Bunaithe ar do fhreagra ar chuid (v), an ndiúltaímid don hipitéis nialasach?
- 7.** Tháirg comhlacht drugaí pianmhúchán nua do dhaoine a mbíonn mígréin orthu agus mhaígh siad go raibh ráta ratha 90% ag an druga. Bhí grúpa dochtúirí in amhras faoi mhaíomh an chomhlachta. D'ordaigh siad an druga do ghrúpa de 150 othar. Tar éis sé mhí, dúirt 120 duine de na hothair sin go raibh a gcuid siomptóm maolaithe.
- (i) Scríobh síos an hipitéis nialasach, H_0 .
 - (ii) Scríobh síos H_1 .
 - (iii) Scríobh síos méid an tsampla.
 - (iv) Ríomh comhréir an tsampla.
 - (v) Céard é an lamháil earráide, ceart go dtí dhá ionad de dheachúlacha?
 - (vi) Oibrigh amach eatramh muiníne do chéatadán na n-othar a dúirt go raibh a gcuid siomptóm maolaithe.
 - (vii) Ag an leibhéal muiníne 95%, an féidir seasamh le maíomh an chomhlachta?
- 8.** Mhaígh leabharlann ollscoile go raibh 12% de na leabhair a tugadh ar ais thar téarma. Theastaigh ó Uachtarán an choláiste an maíomh sin a thástáil. Léirigh sampla randamach de 200 leabhar a tugadh ar ais nach raibh ach 15 cinn thar téarma.
- (i) Scríobh síos an hipitéis nialasach, H_0 .
 - (ii) Ríomh an lamháil earráide, ceart go dtí dhá ionad de dheachúlacha.
 - (iii) Scríobh síos comhréir an tsampla.
 - (iv) Oibrigh amach eatramh muiníne do chéatadán na leabhar a bhí thar téarma nuair a tugadh ar ais iad.
 - (v) Ag an leibhéal muiníne 95%, an bhfuil údar le maíomh na leabharlainne?

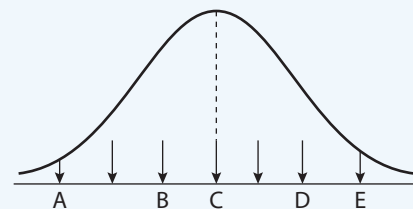
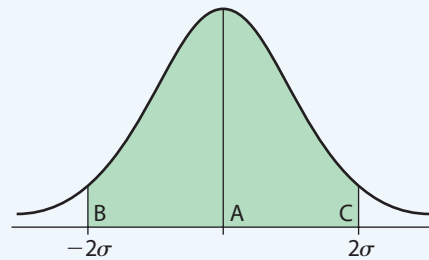




9. Chaith Jeaic díisle 240 uair agus is é 6 an toradh a fuair sé 52 uair. Bhí Jeaic ag ceapadh go raibh an díisle laofa. Rinne sé triail hipitéise le fáil amach an raibh an díisle laofa.
- Scríobh síos an hipitéis nialasach, H_0 .
 - Scríobh síos an hipitéis mhalartach, H_1 .
 - Céard é méid an tsampla?
 - Ríomh an lamháil earráide, ceart go dtí 2 ionad de dheachúlacha.
 - Oibrigh amach comhréir an tsampla, ceart go dtí 2 ionad de dheachúlacha.
 - Mura mbeadh an díisle laofa, cén céatadán de shéanna a mbeadh Jeaic ag súil leis? Bíodh do fhreagra ceart go dtí an tslánuimhir is gaire.
 - Oibrigh amach eatramh muiníne do chomhréir na séanna a fuarthas.
 - An bhfuil údar le hamhras Jeaic ag an leibhéal muiníne 95%?

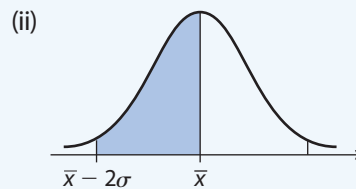
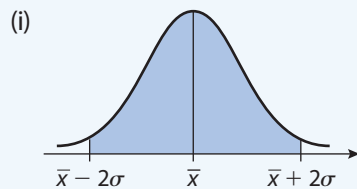
Cuir triail ort féin 19

1. Sa chuar normalach ar dheis, is é 60 an meán \bar{x} agus tá an diall caighdeánach $\sigma = 4$.
- Scríobh síos an céatadán de na luachanna ar fad atá sa limistéar scáthaithe.
 - Scríobh síos na luachanna a seasann A, B agus C dóibh.
 - Bain úsáid an an Riail Eimpíreach chun teacht ar an raon a bhfuil 68% de na luachanna ann.
 - Má roghnaítear luach go randamach, faigh an dóchúlacht gur sa limistéar scáthaithe atá sé.
 - Má tá 1000 luach sa dáileadh iomlán, cé mhéad díobh atá sa limistéar scáthaithe?
 - Cé mhéad den 1000 luach atá níos mó ná 60?
2. (a) I ndáileadh normalach, tá an meán $\bar{x} = 30$ agus tá an diall caighdeánach $\sigma = 3$.
- Faigh an raon a bhfuil 95% de na luachanna ann.
 - Faigh an raon a bhfuil 99.7% de na luachanna ann.
 - Cén céatadán de na luachanna atá sa raon [27, 33]?
- (b) Sa chuar normalach ar dheis, léiríonn na saigheada eatramh d'aon diall caighdeánach amháin. Má tá an meán $\bar{x} = 44$ agus an diall caighdeánach $\sigma = 6$, scríobh síos na luachanna a seasann A, B, C, D agus E dóibh.



- 3.** Mhaígh páirtí polaitiúil go raibh tacaíocht 23% de na toghthóirí acu. Rinne nuachtán pobalbhreith chun an maíomh sin a thástáil. I sampla randamach de 1000 vótálaí, dúirt 250 duine go dtacaíonn siad leis an bpáirtí.
- Scríobh síos an hipitéis nialasach.
 - Scríobh síos an hipitéis mhalartach.
 - Céard é méid an tsampla?
 - Ríomh an lamháil earráide.
 - Oibrigh amach comhréir an tsampla.
 - Oibrigh amach eatramh muiníne.
 - Ag an leibhéal muiníne 95%, an féidir glacadh le maíomh an pháirtí?

- 4.** (a) Tá dhá chuar normalacha le feiceáil sna léaráidí thíos. I gcás an dá léaráid, scríobh síos céatadán na luachanna atá sa limistéar scáthaithe.



- (b) Tá dáileadh normalach ar fhad tairní dín. 20 mm meán an dáilte agus 3 mm an diall caighdeánach.
- Cén céatadán de na tairní atá idir 17 mm agus 23 mm ar fad?
 - Cén céatadán de na tairní atá idir 14 mm agus 26 mm ar fad?
 - Dá dtomhaisfí 3000 tairne, cé mhéad díobh a bheadh idir 17 mm agus 23 mm ar fad?
 - Má roghnaítear tairne go randamach, cén dóchúlacht atá ann go mbeidh sé níos mó ná 20 mm ar fad?

- 5.** Maíonn úinéir úlloird mhóir gur ionsaigh éin 10% de na húlla ar na crainn ina úllord. Tá eagraíocht áitiúil fiadhúlra ag iarraidh an maíomh sin a thástáil. Roghnaítear sampla randamach de 2500 úll agus feictear gur ionsaigh éin 275 díobh.
- Scríobh síos an hipitéis nialasach.
 - Scríobh síos an hipitéis mhalartach.
 - Céard é méid an tsampla?
 - Oibrigh amach an lamháil earráide.
 - Ríomh comhréir an tsampla.
 - Oibrigh amach eatramh muiníne.
 - Ag an leibhéal muiníne 95%, ar chóir don eagraíocht fiadhúlra glacadh le maíomh úinéir an úlloird?

Freagraí

Caibidil 1: An tAilgéabar 1

Cleachtadh 1.1

- | | | |
|------------|---------|---------|
| 1. 5 | 2. -4 | 3. -6 |
| 4. 8 | 5. 3 | 6. 4 |
| 7. 3 | 8. 4 | 9. 10 |
| 10. 2 | 11. -12 | 12. -3 |
| 13. 2 | 14. -7 | 15. -4 |
| 16. 72 | 17. -30 | 18. -42 |
| 19. 48 | 20. 63 | 21. -63 |
| 22. -36 | 23. 24 | 24. -24 |
| 25. 3 | 26. -3 | 27. 4 |
| 28. -9 | 29. -2 | 30. -27 |
| 31. -12 | 32. 9 | 33. 30 |
| 34. 21 | 35. 27 | 36. 1 |
| 37. 18 | 38. 72 | 39. 11 |
| 40. 0 | 41. 4 | 42. 4 |
| 43. -12 | 44. -6 | 45. -2 |
| 46. (i) -2 | (ii) -4 | (iii) 2 |
| (iv) 5 | (v) 2 | (vi) 6 |

Cleachtadh 1.2

- | | | | |
|-------------------------|------------------------|------------------------|-----------------------|
| 1. $13x$ | 2. $3x$ | 3. $7a$ | 4. $6a$ |
| 5. a | 6. $2y$ | 7. $5x^2$ | 8. $3x^2 - 2x$ |
| 9. $7a^2 - 2b$ | | 10. $-2x + 2$ | |
| 11. $4a + 4$ | | 12. $6x^2 - 2$ | |
| 13. (i) $x^2 + 7x + 12$ | (ii) $2x^2 + 5x + 3$ | (iii) $2x^2 + 5x - 12$ | (iv) $2x^2 + 8x - 10$ |
| (v) $6x^2 + 13x - 5$ | (vi) $2x^2 - 15x + 18$ | | |
| 14. (i) $19x - 17$ | (ii) $2x^2 - 17x$ | (iii) $x - 10$ | (iv) $2x^2 + 6x + 3$ |
| 15. (i) $x^2 + 4x + 4$ | (ii) $x^2 - 6x + 9$ | (iii) $4x^2 + 12x + 9$ | (iv) $9x^2 - 12x + 4$ |
| 16. (i) $2x$ | (ii) 2 | (iii) $4x, 15$ | (iv) $4x, 8$ |
| 17. $12x - 24$ | | | |
| 18. (i) 3 | (ii) $a + 6$ | | |
| 19. (i) $18ab + 6b^2$ | (ii) $12a + 10b$ | | |
| 20. $x^2 + 19x - 24$ | | | |

Cleachtadh 1.3

- | | | | |
|-----------------|--------------|---------|---------|
| 1. 8 | 2. -2 | 3. 12 | 4. 4 |
| 5. 21 | 6. 24 | 7. 0 | 8. 22 |
| 9. 19 | 10. 21 | 11. 69 | 12. -15 |
| 13. (i) 33 | (ii) -21 | (iii) 7 | (iv) 2 |
| 14. (i) A, D, F | (ii) C, D, E | | |
| 15. (i) 11 | (ii) -4 | (iii) 4 | (iv) 2 |

Cleachtadh 1.4

- | | | |
|---|-----------------------|-------------|
| 1. $x = 4$ | 2. $x = 5$ | 3. $x = 5$ |
| 4. $x = 8$ | 5. $x = 6\frac{1}{2}$ | 6. $x = 3$ |
| 7. $x = 2$ | 8. $x = 6$ | 9. $x = 5$ |
| 10. $x = 3$ | 11. $x = 6$ | 12. $x = 5$ |
| 13. $x = 7$ | 14. $x = 7$ | 15. $x = 5$ |
| 16. $x = 2$ | 17. $x = 5$ | 18. $x = 1$ |
| 19. $x = 10$ | 20. $x = 10$ | 21. $x = 5$ |
| 22. $x = 3$ | 23. $x = 3$ | 24. $x = 9$ |
| 25. $x = 2$ | | |
| 26. (i) 15 | (ii) $60 - 2x$ | |
| (iii) $9\frac{1}{2}$ | (iv) 10 | |
| 27. $x = 35^\circ; 101^\circ, 64^\circ, 15^\circ$ | | |

Cleachtadh 1.5

- | | | |
|------------------------------------|-----------------------|------------------------|
| 1. $x = 12$ | 2. $x = 1$ | 3. $x = 7$ |
| 4. $x = 21$ | 5. $x = 11$ | 6. $x = 6$ |
| 7. $x = 4$ | 8. $x = 3$ | 9. $x = 2$ |
| 10. $x = 5$ | 11. $x = -5$ | 12. $x = 7\frac{1}{2}$ |
| 13. $x = 4$ | 14. $x = 7$ | 15. $x = 7$ |
| 16. $x = 3$ | 17. $x = 6$ | 18. $x = 8$ |
| 19. $x = 8$ | 20. $x = 2$ | 21. $x = 24$ |
| 22. $x = 30$ | 23. $x = 2$ | 24. $x = 1\frac{1}{2}$ |
| 25. $x = 1$ | 26. $x = \frac{1}{2}$ | 27. $x = 11$ |
| 28. 8 cm | | |
| 29. (i) $\frac{3(x+6)}{5} = x - 4$ | (ii) 15 cm | |

Cleachtadh 1.6

- | | | |
|----------------------------------|-----------------------------------|------------------------|
| 1. $\frac{13}{12}$ | 2. $\frac{13}{10}$ | 3. $\frac{11}{24}$ |
| 4. $\frac{5x}{6}$ | 5. $\frac{9x}{4}$ | 6. $\frac{7x}{6}$ |
| 7. $\frac{10x+9}{12}$ | 8. $\frac{9x-17}{6}$ | 9. $\frac{17x-24}{15}$ |
| 10. $\frac{-x-6}{6}$ | 11. $\frac{3x+5}{12}$ | 12. $\frac{13x+7}{20}$ |
| 13. $\frac{2x+3}{x(x+3)}$ | 14. $\frac{5x+15}{x(x+5)}$ | |
| 15. $\frac{5x+14}{(x+2)(x+4)}$ | 16. $\frac{14x-15}{(2x-1)(2x-3)}$ | |
| 17. $\frac{25x-7}{(4x-1)(3x-1)}$ | 18. $\frac{-x+17}{(3x-1)(x+3)}$ | |
| 19. $\frac{22}{(3x-1)(2x+3)}$ | 20. $\frac{-3x+13}{4(3x-5)}$ | |

21. $\frac{-x+20}{(2x-7)(3x-5)}$ 22. $\frac{-x-7}{(2x-1)(x-2)}$
 23. $k = 34$
 24. (i) $\frac{13a}{12}$ (ii) $\frac{9a+4}{12}$ (iii) $\frac{7a-5}{6}$

Cleachtadh 1.7

- | | |
|------------------------------|----------------------------------|
| 1. A, F; B, D; C, H; E, G | 2. D agus E |
| 3. A, D; B, G; F, H; C, E | 4. $x \leq 3$ |
| 5. $x < -3$ | 6. $x \leq 4$ |
| 7. $x < 3$ | 8. $x \leq -3$ |
| 9. $x < -12$ | 10. $x \geq 4$ |
| 11. $x \leq 1$ | 12. $x \leq -5$ |
| 13. $x \leq -8$ | 14. $x \geq -1$ |
| 15. $x > 2$ | 16. $x \geq 1$ |
| 17. $-3 < x \leq 3$ | 18. $-\frac{1}{2} \leq x \leq 3$ |
| 19. $\frac{1}{2} < x \leq 8$ | 20. $x = 2, 3, 4$ |
| 21. (i) (b) atá fíor | (ii) 9 |

Cleachtadh 1.8

- | | |
|--|---------------------|
| 1. $x = 4, y = 1$ | 2. $x = 5, y = 2$ |
| 3. $x = 3, y = -2$ | 4. $x = 3, y = 1$ |
| 5. $x = -1, y = -2$ | 6. $x = 2, y = 3$ |
| 7. $x = 4, y = 2$ | 8. $x = 5, y = -2$ |
| 9. $x = \frac{13}{2}, y = 1$ | 10. $x = 3, y = 1$ |
| 11. $x = -2, y = 3$ | 12. $x = 6, y = 3$ |
| 13. $x = -2, y = 3$ | 14. $x = 4, y = -3$ |
| 15. $x = -1, y = -1$ | 16. $x = 1, y = 5$ |
| 17. $x = \frac{3}{2}, y = 2$ | 18. $x = 2, y = 1$ |
| 19. $x = 2, y = 3$ | 20. $x = 8, y = 3$ |
| 21. $x = 6, y = -4$ | |
| 22. (i) $x = \frac{1}{2}, y = \frac{5}{2}$ | (ii) 6.5 cm |

Cleachtadh 1.9

- | | |
|---|-----------------------------------|
| 1. 7, 2 | 2. 10, 3 |
| 3. €9, €6 | 4. 28, 15 |
| 5. 196 g, 366 g | 6. (ii) $a = 2\frac{1}{2}, b = 3$ |
| 7. 40 bó, 10 gcearc | |
| 8. (i) 80 g (ii) 120 g | |
| 9. Ruairí - 9, Sorcha - 3 | |
| 10. (i) $x = 1, y = 2$ (ii) $x = 3, y = 0$ | |
| (iii) $x = -1, y = -2$ | |
| 11. (i) (a) $x = 1, y = 3$ (b) $x = 0, y = 4$ | |
| (ii) Línthe comhthreomhara \Rightarrow níl aon phointe trasnaithe ann | |
| 12. $\frac{14}{49}, \frac{15}{50}$ | |
| 13. $ AB = 21$ cm, $ BC = 2$ cm | |

Cleachtadh 1.10

1. (i) $x = \frac{y+4}{2}$ (ii) $b = \frac{a+6}{8}$

- | | |
|--------------------------------|----------------------------|
| (iii) $d = \frac{c+1}{4}$ | (iv) $k = \frac{h+2}{2}$ |
| 2. (i) $b = \frac{a+5}{3}$ | (ii) $w = \frac{b-2}{4}$ |
| (iii) $e = \frac{d+12}{6}$ | (iv) $h = \frac{-g+18}{5}$ |
| 3. (i) $t = \frac{v-u}{a}$ | (ii) $p = \frac{k-bq}{a}$ |
| (iii) $g = 5(p-3h)$ | |
| 4. (i) $x = y + 2z$ | (ii) $x = \frac{b+4c}{3}$ |
| (iii) $x = \frac{-6y+7}{3}$ | (iv) $x = 6y + 24$ |
| 5. (i) $a = \frac{2b+1}{4}$ | (ii) $a = \frac{5}{b-3}$ |
| (iii) $a = \frac{4b+21}{7}$ | |
| 6. (i) $a = b(k+2)$ | (ii) $v = \frac{u}{s-10}$ |
| 7. (i) $a = 2(c+4b)$ | (ii) $a = \frac{4b+3c}{2}$ |
| (iii) $x = \frac{y+1}{6}$ | (iv) $b = \frac{a+30}{10}$ |
| (v) $z = \frac{-3x+y}{2}$ | (vi) $b = \frac{4a+3c}{2}$ |
| 8. (i) $a = \frac{mn}{m-n}$ | (ii) $n = \frac{b-a+d}{d}$ |
| 9. (i) $y = \frac{3x}{20} - z$ | (ii) $b = \frac{6c}{2a-3}$ |
| (iii) $y = \frac{x-tz}{2}$ | (iv) $t = \frac{q^2}{p-q}$ |
| 10. (i) $a = \frac{b+xb}{x-1}$ | (ii) $x = \frac{y+4}{y-3}$ |
| (iii) $r = \frac{pq}{p+q}$ | |

11. $k = \frac{abe}{ab-d}$ 12. D, E, F

- | | |
|-------------------------------|----------------------------|
| (ii) $b = x^2 - a$ | (ii) $y = \frac{x}{a^2}$ |
| (iii) $b = \frac{4a}{k^2}$ | |
| 14. $F = \frac{9C+160}{5}$ | |
| 15. (i) $q = \frac{8p}{pt-8}$ | (ii) $b = \frac{am}{ac+m}$ |

Cuir triail ort féin 1

- | | |
|----------------------------|-----------------------|
| 1. (i) $x = 1$ | (ii) $x = 3, y = 4$ |
| (iii) $b = \frac{c-ax}{y}$ | |
| 2. (i) $x = 2\frac{1}{2}$ | (ii) A, B, D, E |
| (iii) $2\frac{3}{10}$ | (iv) $v = 23, w = -5$ |



3. (i) $-2x + 9$ (ii) $x = \frac{1}{4}$
 (iii) $x \leq -1$ (iv) $x = 3\frac{1}{2}$
4. (i) 10 (ii) $x = 4$ (iii) $2 < x \leq 5$
 (iv) (a) A: $x + y = 3$
 B: $y = 2x$
 C: $x - 2y = 3$
 (b) (i) $x = 1, y = 2$
 (ii) $x = 3, y = 0$
 (iii) $x = -1, y = -2$
5. (i) $x \leq -3$ (ii) B, E
 (iii) $a = 5, b = 2$ (iv) $\frac{9x - 13}{6}; x = 7$
6. (i) $x = 4$ (ii) (2, -1) (iii) 1
 (iv) (a) $r = \sqrt{\frac{3V}{\pi h}}$ (b) $r = 3.5$ cm
7. (i) -1 (ii) Megan - 21, Olivia - 26
 (iii) $r = \frac{pq}{3q - p}$
 (iv) (b) $r = \frac{P}{\pi + 6}$ (c) $h = \frac{30}{\pi + 6}$
15. $x = \frac{1}{6}$ nó $x = -3$ 16. $x = 0$ nó $x = 7$
 17. $x = 0$ nó $x = \frac{5}{2}$ 18. $x = 0$ nó $x = -\frac{4}{3}$
 19. $x = 0$ nó $x = \frac{9}{2}$ 20. $x = 0$ nó $x = -\frac{10}{3}$
 21. $x = 0$ nó $x = \frac{12}{5}$ 22. $x = \pm 3$
 23. $x = \pm 7$ 24. $x = \pm \frac{3}{2}$
 25. $x = \pm \frac{5}{2}$ 26. $x = \pm \frac{4}{3}$
 27. $x = \pm \frac{1}{2}$ 28. $x = -2$ nó $x = 7$
 29. $x = -\frac{1}{2}$ nó $x = 5$ 30. $x = -\frac{5}{2}$ nó $x = 6$
 31. (ii) (a) $x = \frac{3}{2}$ (b) 4 cm, $3\frac{1}{2}$ cm
 32. (i) (a) $(x^2 + 6x)$ cm² (b) $(8x + 24)$ cm²
 (ii) $x = 6$; fad = 12 cm, leithead = 6 cm;
 caithfidh x a bheith deimhneach
 33. (i) $(3x + 4)^2 = (2x + 6)^2 + (x + 2)^2$
 (ii) $x = 3$
 (iii) 13 cm
 34. (i) $x = 3$ nó $x = 5$
 (ii) $x = -2$ nó $x = -4$
 (iii) $x = -1$ nó $x = 2$
 35. (ii) $x = 3$, imlíne = 30 cm

Caibidil 2: Cothromóidí Cearnacha

Cleachtadh 2.1

1. $(x + 6)(x + 1)$ 2. $(x + 3)(x + 4)$
 3. $(2x + 1)(x + 2)$ 4. $(2x + 1)(x + 4)$
 5. $(2x + 1)(x + 7)$ 6. $(3x + 2)(x + 2)$
 7. $(3x + 4)(x + 1)$ 8. $(5x + 2)(x + 3)$
 9. $(2k + 1)(2k + 3)$ 10. $(4x + 1)(x + 3)$
 11. $(10x + 7)(x + 1)$ 12. $(3x + 10)(2x + 1)$
 13. $(x - 3)(x - 4)$ 14. $(x - 4)(x - 9)$
 15. $(2x - 1)(x - 3)$ 16. $(2x - 1)(x - 9)$
 17. $(2x + 3)(x - 5)$ 18. $(4x - 1)(2x + 3)$
 19. $(3x - 1)(2x - 3)$ 20. $(4x + 1)(2x - 3)$
 21. $(4x - 1)(2x - 3)$ 22. $(3x - 2)(x + 5)$
 23. $(2x - 9)(x - 6)$ 24. $(6x - 11)(x + 2)$
 25. $(6x - 5)(4x + 3)$ 26. $(6x - 1)(x - 3)$
 27. $(5x + 2)(3x - 4)$ 28. $x(x - 4)$
 29. $x(x + 8)$ 30. $x(2x - 3)$
 31. $(x - y)(x + y)$ 32. $(x - 5y)(x + 5y)$
 33. $(4x - 1)(4x + 1)$ 34. $(4x - 5y)(4x + 5y)$
 35. $(7x - 10)(7x + 10)$ 36. $(6x - 7y)(6x + 7y)$

Cleachtadh 2.2

1. $x = 4$ nó $x = -1$ 2. $x = \frac{1}{2}$ nó $x = -2$
 3. $x = 0$ nó $x = \frac{5}{2}$ 4. $x = -1$ nó $x = 3$
 5. $x = 2$ nó $x = 6$ 6. $x = -1$ nó $x = 5$
 7. $x = -2$ nó $x = 4$ 8. $x = 3$ nó $x = -5$
 9. $x = \frac{1}{2}$ nó $x = 2$ 10. $x = \frac{2}{3}$ nó $x = -\frac{1}{2}$
 11. $x = \frac{1}{4}$ nó $x = 7$ 12. $x = -\frac{4}{3}$ nó $x = \frac{7}{3}$
 13. $x = \frac{1}{2}$ nó $x = \frac{5}{2}$ 14. $x = -\frac{2}{3}$ nó $x = 5$

Cleachtadh 2.3

1. $x = 1$ nó $x = 4$ 2. $x = 3$ nó $x = 4$
 3. $x = 2$ nó $x = 3$ 4. $x = -3$ nó $x = 5$
 5. $x = \frac{3}{2}$ nó $x = 1$ 6. $x = -1$ nó $x = 3$
 7. $x = 0$ nó $x = 4$ 8. $x = \frac{2}{3}$ nó $x = 2$
 9. $x = \frac{3}{2}$ nó $x = -2$ 10. $x = -3$ nó $x = 4$
 11. $x = \frac{2}{3}$ nó $x = 1$ 12. $x = 1$ nó $x = 3$
 13. $x = -2$ nó $x = 4$ 14. $x = 5$ nó $x = \frac{3}{2}$
 15. $x = \frac{3}{2}$ nó $x = 6$ 16. $x = \frac{1}{2}$ nó $x = -3$
 17. $x = 2$ nó $x = -\frac{2}{3}$ 18. $x = -1$ nó $x = -\frac{1}{2}$
 19. (i) $x = \frac{3}{5}$ (ii) $x = -2$ (iii) $x = 0$

Cleachtadh 2.4

1. -3.41, -0.59 2. -5.24, -0.76
 3. -3.45, 1.45 4. -1.83, 3.83
 5. -0.81, 0.31 6. -0.43, 0.77
 7. 0.42, 1.58 8. -2.91, 0.57
 9. -0.35, 1.15 10. -2.39, -0.28
 11. -0.36, 1.86 12. -2.59, 0.26
 13. -1.55, 0.80 14. 0.72, 2.78
 15. -2.14, 0.47 16. 0.3, 6.7
 17. 0.3, 3.2 18. -2.8, 1.3
 19. -4.3, 3.3 20. -1.4, 1.8
 21. -0.8, 3.5
 22. (i) $x^2 + 3x - 4$
 (ii) $x = 2.53$
 (iii) 6.53 cm



Cleachtadh 2.5

1. (2, 1), (1, 2)
2. (3, -1), (1, -3)
3. (3, 3), (-3, -3)
4. (1, 1), (-3, 9)
5. (4, 2), (-4, -2)
6. (-4, -3), (3, 4)
7. (3, 0), (0, 3)
8. (4, 3), (3, 4)
9. (1, 0), (6, 5)
10. (-2, -2), (1, 4)
11. (1, 2), (4, -4)
12. (5, 1), (-7, -5)
13. (1, 1), (-3, 9)
14. (1, 1); tadhlaí
15. (3, 5), (-4, 12)

Cleachtadh 2.6

1. $x^2 - 6x + 8 = 0$
2. $x^2 - 6x + 5 = 0$
3. $x^2 - 5x + 6 = 0$
4. $x^2 - 2x - 3 = 0$
5. $x^2 - 2x - 8 = 0$
6. $x^2 + 7x + 12 = 0$
7. $x^2 - 4x - 12 = 0$
8. $x^2 - 5x = 0$
9. $2x^2 + 3x - 2 = 0$
10. $x^2 + 9x + 20 = 0$
11. $2x^2 - 7x - 4 = 0$
12. $4x^2 - 33x + 8 = 0$
13. $x^2 + 4x = 0$
14. $4x^2 - 1 = 0$
15. $x^2 - 9 = 0$
16. $4x^2 - x = 0$
17. $a = -1, b = -2$

Cleachtadh 2.7

1. (i) a^7 (ii) a^6 (iii) a^4 (iv) $6x^3$
(v) $3a^5$ (vi) x^3 (vii) a^3 (viii) $3a^4$
(ix) a^6 (x) 1
2. (i) 5^2 (ii) 8^2 (nó 4^3 nó 2^6) (iii) 3^3
(iv) 2^5 (v) 5^3 (vi) 9^2 (nó 3^4)
3. A: 3^3 , B: 3^{-2} , C: 2^{-6} , D: 6^{-3} , E: 1, F: 2^{-2} ,
G: 3^2 , H: 5^5
4. (i) 8 (ii) 4 (iii) -1
(iv) 2 (v) -4 (vi) -2
5. (i) $5n^{11}$ (ii) $6n^3$ (iii) $21n^{13}$
(iv) $30n^9$ (v) $16n^2$ (vi) $8n^3$
(vii) $125n^6$ (viii) $32n^{15}$
6. (i) $2m^7$ (ii) $\frac{m^2}{5}$ (iii) $2m^{-4}$
(iv) $\frac{2m^3}{3}$ (v) $\frac{3m^{-2}}{2}$
7. A & E; B & H; C & G; D & F
8. (i) 5 (ii) 3 (iii) 4 (iv) 4 (v) 6 (vi) 5
9. (i) 36 (ii) $\frac{1}{8}$ (iii) $\frac{4}{9}$ (iv) $\frac{1}{9}$ (v) 12
10. A & I; B & H; C & G; D & F
11. (i) $\frac{1}{4}$ (ii) 1 (iii) 8 (iv) $\frac{3}{4}$ (v) $\frac{2}{3}$
12. (i) $x^{\frac{1}{2}}$ (ii) $a^{\frac{1}{3}}$ (iii) $a^{\frac{1}{2}}$ (iv) $x^{\frac{2}{3}}$ (v) $a^{\frac{3}{2}}$
13. (i) \sqrt{x} (ii) $\sqrt[4]{a}$ (iii) $\sqrt[3]{x^2}$
(iv) $\sqrt{a^5}$ (v) $\sqrt[3]{\left(\frac{a}{x}\right)}$
14. (i) 2 (ii) 4 (iii) 8 (iv) 8
(v) 9 (vi) 64 (vii) 16 (viii) 1000
(ix) 27 (x) 25
15. (i) $\frac{1}{3}$ (ii) $\frac{1}{16}$ (iii) $\frac{1}{2}$ (iv) 2 (v) $\frac{1}{4}$

16. (i) $\frac{1}{4}$ (ii) 4 (iii) $\frac{1}{8}$ (iv) $\frac{1}{1000}$ (v) $\frac{1}{8}$
17. (i) 2^3 (ii) $2^{\frac{1}{2}}$ (iii) $2^{\frac{3}{2}}$ (iv) $2^{\frac{5}{2}}$ (v) $2^{\frac{1}{2}}$
18. (i) 5^2 (ii) $5^{\frac{1}{2}}$ (iii) $5^{\frac{3}{2}}$ (iv) $5^{\frac{5}{2}}$ (v) $5^{\frac{1}{2}}$
19. (i) 2^4 (ii) $3^{\frac{5}{2}}$
20. 5

Cleachtadh 2.8

1. (i) 2^3 (ii) 2^4 (iii) 2^{-2} (iv) 2^{-3} (v) 2^{-5}
2. (i) 3^2 (ii) 3^3 (iii) 3^4 (iv) 3^{-3} (v) 3^{-4}
3. 3
4. 3
5. $\frac{5}{2}$
6. $\frac{3}{2}$
7. $\frac{3}{2}$
8. $\frac{3}{2}$
9. $\frac{5}{3}$
10. $\frac{5}{4}$
11. -2
12. -3
13. $-\frac{3}{2}$
14. -3
15. $-\frac{3}{2}$
16. $\frac{4}{3}$
17. -4
18. -3
19. $-\frac{5}{2}$
20. 3
21. 2
22. 3
23. (i) $2^{\frac{1}{2}}$ (ii) $2^{\frac{3}{2}}$ (iii) $2^{\frac{3}{2}}$ (iv) $2^{-\frac{3}{2}}$
(v) $2^{-\frac{3}{2}}$ (vi) $2^{\frac{1}{2}}$
24. (i) $\frac{3}{2}$ (ii) $\frac{3}{2}$ (iii) $-\frac{1}{2}$ (iv) $-\frac{5}{3}$
25. (i) $x = -\frac{1}{2}$ (ii) $x = -\frac{3}{2}$
(iii) $x = 2$ (iv) $x = \frac{5}{4}$
26. $3^{\frac{7}{2}}, \frac{3}{4}$
27. $2^{\frac{4}{3}}, \frac{4}{3}$
28. $3^{\frac{5}{2}}, 3\frac{1}{4}$
29. $2^{\frac{5}{2}}, \frac{9}{4}$
30. $3^{-\frac{5}{2}}, \frac{17}{4}$
31. (i) 2^4 (ii) $2^{\frac{3}{2}}, x = \frac{17}{4}$

Cleachtadh 2.9

1. (i) 3 (ii) 6 (iii) 12 (iv) 5 (v) 4
2. (i) $2\sqrt{2}$ (ii) $2\sqrt{3}$ (iii) $3\sqrt{2}$
(iv) $3\sqrt{3}$ (v) $3\sqrt{5}$
3. (i) $5\sqrt{3}$ (ii) $6\sqrt{2}$ (iii) $5\sqrt{5}$
(iv) $12\sqrt{3}$ (v) $8\sqrt{3}$
4. (i) $8\sqrt{3}$ (ii) $5\sqrt{2}$ (iii) $5\sqrt{2}$
(iv) $7\sqrt{2}$ (v) $5\sqrt{3}$ (vi) $3\sqrt{3}$
5. (i) 5 (ii) 18 (iii) 60 (iv) 21
6. (i) $5 - 2\sqrt{5}$ (ii) $6 - 4\sqrt{3}$ (iii) $6 - \sqrt{6}$
7. (i) $2\sqrt{10} - 10$ (ii) 1 (iii) 22
(iv) -9 (v) -11 (vi) -3
8. (i) 2 (ii) $-7 - 13\sqrt{2}$ (iii) 1
9. $24 - 8\sqrt{5}$ 10. $4\sqrt{15}$

Cleachtadh 2.10

1. 5
2. 9
3. 5
4. 6
5. 7
6. 9
7. 6
8. 2
9. 5
10. 2
11. 1, 4
12. 9
13. $\frac{3}{2}$
14. $10\frac{2}{3}$
15. 3
16. $x^2 - x; x = 3$
17. $x - \frac{4}{x}; x = 4$
18. $k = \frac{1}{10}$



Cuir triail ort féin 2

- (i) $(2x - 1)(x + 3)$; $-3, \frac{1}{2}$
(ii) (3, 4), (5, 0) (iii) (a) $\frac{3}{4}$ (b) 3
- (i) $3x + 13$ (ii) 7.77, -0.77
(iii) $5\sqrt{2}$ (iv) $3^{\frac{3}{2}}$; $x = \frac{1}{2}$
- (i) $b = -5$ (ii) (5, -1), (-7, 5)
(iii) 8 cm, 3 cm
- (i) $4x^2$ (ii) $\frac{1}{3}, 2$ (iii) A, C, D, E
- (i) $k = -3$ (ii) (a) $x = \frac{5}{2}$ (b) $x = \frac{1}{4}$
(iii) (1, 1), (4, 7)
(iv) $2 \pm \sqrt{3}$
- (i) (a) 4 (b) 125 (c) $\frac{1}{27}$
(ii) $(\frac{1}{4}, -\frac{1}{4}), (-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$
(iii) $3\sqrt{2}$
(iv) $x = \frac{3}{4}$
- (i) (a) $(x + 7)$ cm (b) $(x^2 + 7x)$ cm²
(ii) (a) $x = 4$ (b) 30 cm
- (i) $\frac{3}{5}$ (ii) $\frac{1}{x-1}$; $\pm\sqrt{3}$
(iii) $x = -\frac{1}{8}$ (iv) 4, 5

Caibidil 3: An Chéimseata Chomhordanáideach – An Líne

Cleachtadh 3.1

- A = (5, 4), B = (6, 1), C = (3, 2), D = (-4, 3),
E = (-4, 0), F = (-3, -3), G = (0, -2),
H = (4, -2), I = (3, 0)
- (i) Céad (ii) Tríú (iii) Ceathrú
(iv) Dara (v) Ceathrú (vi) Tríú
- (i) x-ais (ii) x-ais (iii) y-ais
(iv) y-ais (v) An dá ais/bunphointe
- (i) A(4, 2), B(-3, 2), C(-5, -2), D(5, -3)
(ii) 1.3 km (iii) 1.3 km
- (i) (0, 8), (9, -1) (ii) (4, 11), (0, 15)
(iii) (7, 1), (-3, 11), (10, -2)

Cleachtadh 3.2

- (i) $\sqrt{34}$ (ii) $\sqrt{50}$ (iii) $\sqrt{53}$; Níl
- (i) $|FE| = 6$, $|ED| = 3$ (ii) $\sqrt{45}$
- (i) $\sqrt{10}$ (ii) $\sqrt{5}$ (iii) $\sqrt{13}$
(iv) $\sqrt{89}$ (v) $\sqrt{53}$ (vi) 5
- (i) $\sqrt{26}$ (ii) $\sqrt{8}$ (iii) $\sqrt{10}$ (iv) $\sqrt{8}$
- $|XY| = \sqrt{65}$; $|XZ| = \sqrt{65}$; $|YZ| = \sqrt{26}$;
 $|XY| = |XZ| \Rightarrow$ tá $\triangle XYZ$ comhchosach
- A(2, 0), B(6, 7), C(10, 0), D(6, 0); $2\sqrt{65}$ aonad
- $\sqrt{53}$

- (i) $\sqrt{18}$ (ii) $\sqrt{34}$; Níl
- $k = 1$ nó $k = 3$
- $k = 5$ nó $k = -1$
- $\sqrt{26}$ km

Cleachtadh 3.3

- (i) (4, 3) (ii) (1, 3) (iii) (3, 1)
(iv) (1, 1) (v) (1, -2) (vi) (-2, 0)
- $(0, \frac{11}{2})$; y-ais
- (2, 4) 4. $(1, \frac{1}{2})$
- (-1, -1) 6. (-1, 6)

Cleachtadh 3.4

- (i) $a + c$ (ii) $b + d$
- (i) b (ii) $\frac{2}{3}$ (iii) 2
- Tá an líne ag dul síos aré dheim; $-\frac{1}{2}$
- (i) 1 (ii) $-\frac{3}{2}$ (iii) 8
(iv) 1 (v) 1 (vi) $\frac{2}{3}$
- Tá siad comhthreomhar
- Tá siad comhthreomhar
- $a = \frac{1}{2}$, $b = 1$, $c = 2$
- (i) $\frac{3}{4}$ (ii) $-\frac{4}{3}$
- (i) $-\frac{3}{2}$ (ii) $-\frac{5}{4}$ (iii) $\frac{4}{3}$
(iv) $\frac{5}{2}$ (v) 2
- (i) 1 (ii) -1
- (i) -1 (ii) 1
- $k = 5$
- $k = -\frac{8}{3}$
- (i) $\frac{1}{2}$ (ii) $\frac{2}{k-1}$ (iii) 5
- (i) Tá gach ceann de na línte sin ag dul síos
(ii) $\ell = -2$, $m = -1$, $n = -\frac{1}{2}$, $k = 0$

Cleachtadh 3.5

- (i) $2x - y - 2 = 0$ (ii) $4x - y + 1 = 0$
(iii) $5x - y + 13 = 0$ (iv) $3x + y + 6 = 0$
(v) $5x + y + 17 = 0$ (vi) $2x - 3y - 9 = 0$
- (i) $3x - 4y - 19 = 0$ (ii) $3x - 5y + 22 = 0$
- (i) $4x - y + 11 = 0$ (ii) $2x + y + 1 = 0$
(iii) $3x - 4y + 18 = 0$ (iv) $2x + 3y - 5 = 0$
- $3x + y = 0$
- (i) $3x - y = 0$ (ii) $5x + y = 0$
(iii) $x - 3y = 0$ (iv) $3x + 2y = 0$
- -3 ; $3x + y - 5 = 0$
- (i) $3x - 2y = 0$ (ii) $2x + y = 0$
(iii) $x + 6y - 1 = 0$ (iv) $4x + 5y - 7 = 0$
(v) $x - y + 5 = 0$ (vi) $2x - y + 1 = 0$
- $5x + 4y - 2 = 0$
- (i) A(4, 3), B(7, 5), C(10, 3)
(ii) $\frac{2}{3}$ (iii) $2x - 3y + 1 = 0$



Cleachtadh 3.6

- (i) $y = -x + 4; -1$ (ii) $y = -3x + 5; -3$
(iii) $y = -\frac{2}{3}x + \frac{7}{3}; -\frac{2}{3}$ (iv) $y = \frac{5}{2}x + \frac{3}{2}; \frac{5}{2}$
(v) $y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}; -\frac{3}{4}$ (vi) $y = \frac{3}{4}x + \frac{3}{2}; \frac{3}{4}$
- $y = -\frac{2}{3}x + \frac{7}{3};$
(i) $-\frac{2}{3}$ (ii) $-\frac{2}{3}$ (iii) $\frac{3}{2}$
- -2
- (i) $y = 3x + 6$ (ii) $y = -\frac{1}{3}x + 11$
- Tá siad comhthreomhar
- (i) 3 (ii) (0, -2)
- (i) $a + f$ (ii) $a + e$ nó $b + d$
(iii) e (iv) a
- $x - 2y + 2 = 0$ nó $y = \frac{1}{2}x + 1$
- $k = 4$ 11. $k = 2$ 12. $k = 6$

Cleachtadh 3.7

- $-2; 2x + y - 8 = 0$
- $3x - y - 9 = 0$
- $\frac{2}{3}; -\frac{3}{2}; 3x + 2y - 10 = 0$
- $2x - 3y + 7 = 0$
- $3x - y + 12 = 0$
- $x + 3y = 0$
- $P(2, 4); 5x - y - 6 = 0$
- $2x + y - 5 = 0$
- $x + 4y - 28 = 0$
- C
- $x + 2y - 10 = 0$
- (i) $\frac{5}{3}$ (ii) (b) $3x + 5y = 2$

Cleachtadh 3.8

- $a: y = 1; b: y = 3; c: x = 3; d: x = -1$
- (i) $x = 3$ (ii) (0, 6) (iii) 4
(iv) 1 (v) 9 n-aonad chearnacha
- x -ais: (6, 0); y -ais: (0, -3)
- x -ais: (5, 0); y -ais: (0, $-\frac{5}{2}$)
- 9 n-aonad chearnacha
- (i) A (ii) B
(iii) Níl siad ingearach
(iv) 7.5 d'aonaid chearnacha
- (i) d (ii) c (iii) a (iv) b
- (iv) Níl sé ar an líne
- $k = -6$
- $k = 3$
- (i) $k = 2$ (ii) $t = 5$

Cleachtadh 3.9

- (4, 1) 2. (1, 4) 3. (2, 3)
- (3, 1) 5. (-2, 1) 6. (-3, 1)
- (-2, 3) 8. (-3, -1) 9. (-1, -2)
- (3, -4) 11. (-2, 5)

Cleachtadh 3.10

- (i) $\frac{5}{2}$ d'aonaid chearnacha
(ii) $\frac{27}{2}$ d'aonaid chearnacha
(iii) $\frac{5}{2}$ d'aonaid chearnacha
(iv) 5 aonad chearnacha
(v) 3 aonad chearnacha
(vi) 9 n-aonad chearnacha
- $B'(-7, -2); C'(1, -2);$
8 n-aonad chearnacha
- (i) $\frac{9}{2}$ d'aonaid chearnacha
(ii) $\frac{33}{2}$ d'aonaid chearnacha
(iii) 15 aonad chearnacha
(iv) 4 aonad chearnacha
- 14 aonad chearnacha;
14 aonad chearnacha
- 14 aonad chearnacha
- 14 aonad chearnacha
- 4 aonad chearnacha
- Ní triantán é, i.e. líne dhíreach atá ann
- $k = 1$

Cuir triail ort féin 3

- (i) $\sqrt{10}$ (ii) $\frac{1}{3}$
- (ii) $-\frac{4}{3}$ (iii) $4x + 3y - 10 = 0$
- (i) 2 (ii) (0, -4)
(iii) (2, 0) (iv) $-\frac{1}{2}$
- (ii) $k = 3$
- (i) (0, 5); y -ais (ii) $\frac{4}{3}$
(iii) $-\frac{3}{4}$ (iv) $3x + 4y = 0$
- $\frac{1}{2}; y = \frac{1}{2}x + 1$
- (i) -2 (iii) (0, 4)
- (ii) $\frac{1}{2}$ (iii) $2x + y - 10 = 0$
- (i) $k = 2$
(ii) A(3, 0), B(0, 2); 3 aonad chearnacha
- (i) $3x + y - 6 = 0$ (ii) 6 m
(iii) 6.3 m
- (2, 2)
- (i) $2x + y - 12 = 0$
(ii) x -ais: (6, 0); y -ais: (0, 12)
(iii) 36 aonad cearnach
- (i) $2x - y + 1 = 0$
- (i) b agus c (ii) 2
(iii) D, a; E, b; F, c
- (i) $c = -7$ (ii) $3x + 2y - 4 = 0$
- (iii) 10 n-aonad chearnacha
- (i) 95° Fahrenheit (ii) 60° Fahrenheit
(iii) 10° Celsius (iv) 37.5 Celsius
 $5x - 9y - 160 = 0$



Caibidil 4: Sonraí a Bhailiú agus Samplaí

Cleachtadh 4.1

- (i) Scoite (ii) Scoite
(iii) Leanúnach (iv) Scoite
(v) Leanúnach
- Leanúnach; tomhaistear am ar scála
- Scoite
- (i) Scoite (ii) Scoite
(iii) Leanúnach
- Leanúnach; scoite
- (i) Scoite (ii) Leanúnach
(iii) Scoite (iv) Leanúnach
(v) Scoite (vi) Leanúnach
(vii) Scoite

Cleachtadh 4.2

- (i) Uimhriúil (ii) Catagóireach
(iii) Uimhriúil (iv) Catagóireach
- (i) Catagóireach (ii) Uimhriúil
(iii) Uimhriúil; líon na gcnaipe
- (i) Ní hea (ii) Is ea
(iii) Is ea (iv) Ní hea
- (ii) Na huibheacha (iii) An méid plúir
- Uimhriúla ... Catagóireacha
- (i) Catagóireach (ii) Uimhriúil
(iii) Uimhriúil
(iv) Catagóireach; Sonraí scoite atá ag (iii);
Sonraí leanúnacha dé-athráideacha
- (i) Fíor (ii) Fíor
(iii) Bréagach (iv) Bréagach
(v) Fíor (vi) Bréagach
(vii) Fíor (viii) Fíor

Cleachtadh 4.3

- (i) Príomhúil (ii) Tánaisteach
(iii) Príomhúil (iv) Tánaisteach
- (i) Sonraí tánaisteacha
(ii) Cian; tá sé ag baint úsáid as torthaí níos úire
- Sonraí príomhúla
- (i) Ní bheadh (ii) Príomhúil

Cleachtadh 4.4

- (i) (c) (ii) (a) (iii) (b) (iv) (b)
- Ceist (i); thabharfadh ceist (ii) ar dhaoine freagra faoi leith a thabhairt
- (i) Róphearsanta (ii) Róscailte
- (i) Ceist róphearsanta; Freagraí róscailte
- (i) Róphearsanta
(ii) Thabharfadh sí ar dhaoine freagra faoi leith a thabhairt
(iii) (a) Tá an uimhir chéanna in dhá rogha

- B agus D; thabharfaidís ar dhaoine freagra faoi leith a thabhairt
- Níl sí oiriúnach – róscailte
- (i) Róphearsanta – d'fhéadfadh sí náire a chur ar dhaoine
- Ceist A: Róphearsanta; Ceist B: Thabharfadh sí ar dhaoine freagra faoi leith a thabhairt
- (i) Róscailte
- (i) Róscailte – d'fhéadfadh sí náire a chur ar dhaoine
(ii) Ba chóir boscaí freagartha a chur san áireamh
(iii) Róscailte – d'fhéadfaí níos mó ná ciall amháin a bhaint aisti
- (i) (a) Róscailte; ba chóir go mbeadh rogha chuí freagraí curtha ar fáil
(b) Róphearsanta; d'fhéadfadh sí náire a chur ar dhaoine

Cleachtadh 4.5

- B
- B
- Daoine atá ag an bpictiúrlann cheana féin, seans go bhfuil suim acu i scannáin agus gur minice a théann siad ann ná an chuid is mó de dhaoine.
- Ní thugann sé léiriú cruinn ar an daonra mar go bhfuil an t-achar ama róghairid agus rótheoranta.
- Daoine ag siopa spóirt, tá suim acu sa spórt cheana féin agus is mó an seans go n-imríonn siad spórt.
- Laofa ó thaobh inscne de; ní dhearnadh suirbhé ach ar dhaoine in ollmhargaí; am rótheoranta agus, dá bhrí sin, d'fhéadfadh sé nach dtabharfadh sé léiriú ceart ar an daonra.
- Modh 2; Randamach amach is amach
- (i) Ní fhéadfadh sé a bheith laofa
(ii) D'fhéadfadh sé a bheith laofa
(iii) D'fhéadfadh sé a bheith laofa
- 300

Cuir triail ort féin 4

- (i) Uimhriúil (ii) Catagóireach
(iii) Catagóireach (iv) Uimhriúil
(v) Catagóireach (vi) Uimhriúil
(vii) Catagóireach
- (i) Scoite (ii) Scoite
(iii) Leanúnach (iv) Leanúnach
(v) Scoite (vi) Leanúnach
- (i) Príomhúil (ii) Tánaisteach
(iii) Príomhúil (iv) Tánaisteach
(v) Tánaisteach
- (i) Aonathráideach (ii) Dé-athráideach
(iii) Dé-athráideach (iv) Aonathráideach
(v) Dé-athráideach





5. (i) A (ii) A (iii) C
 (iv) B (v) B (vi) A
 (vii) B (viii) A (ix) A nó C
 (x) C
6. (i) B agus C (ii) A agus D
9. (i) 219

Caibidil 5: An Uimhríocht

Cleachtadh 5.1

1. (i) $\frac{3}{5}$ (ii) $\frac{4}{15}$ (iii) $\frac{3}{4}$ (iv) $\frac{5}{8}$
2. (i) $\frac{5}{8}$ (ii) $1\frac{5}{24}$ (iii) $\frac{19}{42}$ (iv) $1\frac{11}{18}$
3. (i) $5\frac{1}{4}$ (ii) $3\frac{11}{12}$ (iii) $4\frac{3}{10}$ (iv) $6\frac{1}{5}$
4. (i) $1\frac{3}{10}$ (ii) $2\frac{1}{6}$ (iii) $2\frac{1}{15}$ (iv) $2\frac{5}{24}$
5. (i) 10 (ii) 21 (iii) 39 (iv) 49
6. (i) $\frac{3}{2}$ (ii) $4\frac{2}{7}$ (iii) $\frac{3}{2}$ (iv) 10
7. (i) $\frac{1}{6}$ (ii) $\frac{5}{36}$ (iii) $\frac{5}{12}$ (iv) $\frac{5}{18}$
8. (i) 0.125 (ii) 0.625 (iii) 0.875
 (iv) 0.0625 (v) 0.4375
9. (i) 0.58, 0.6, $\frac{5}{8}$, $\frac{13}{20}$ (ii) $\frac{3}{10}$, 0.35, 0.4, $\frac{9}{20}$
10. (i) 750 m (ii) 250 m
11. (i) 2.57 (ii) 2.6
12. (i) 1720.6 (ii) 8.1 (iii) 9.1
13. (i) 0.3 (ii) 0.4 (iii) 0.4
14. (i) 3 (ii) 2 (iii) 2 (iv) 3
 (v) 4 (vi) 3 (vii) 1 (viii) 3
 (ix) 4 (x) 3
15. (i) 3200 (ii) 650 (iii) 2900
 (iv) 29 000 (v) 41 000
16. (i) 7520 (ii) 294 (iii) 14.3
 (iv) 0.627 (v) 1.07
17. 1024 €
18. 63
19. 90

Cleachtadh 5.2

1. €56, €24 2. €104 3. €5508
4. 210 5. 81 kg 6. 6:3:1
7. €225 8. 2100 cm² 9. 438
10. (i) 10 kg (ii) 15 kg
11. 250
12. (i) 50 cm (ii) 16 m
13. (i) 3 km (ii) 18 cm
14. 80 m 15. 1.2 m
16. €10.00 17. 9.6 kmℓ
18. (i) 86:5 (ii) 86 (iii) 80
19. (i) 80 km (ii) 100 míle (iii) 30 troigh
 (iv) 360 cm (v) 88 punt (vi) 40 kg
 (vii) 70 pionta (viii) 48 ℓ
20. 500 m 21. 14 kg

Cleachtadh 5.3

1. (i) 25% (ii) 34% (iii) 25%
 (iv) 40% (v) 15%
2. (i) 0.75 (ii) 0.5 (iii) 0.64
 (iv) 0.06 (v) 0.025
3. (i) 11.25 (ii) 56 (iii) 54
 (iv) €31.50 (v) €221 (vi) 174 cm
4. (i) 7.5 (ii) €28.50 (iii) €480
5. (i) 25% (ii) 15% (iii) 25%
6. (i) 85% (ii) 5%
7. 850
8. (i) 45 (ii) 112 (iii) 49
 (iv) 57.6 (v) 32 kg (vi) €60.72
9. (i) 18 (ii) 161 (iii) 60
 (iv) 242.5 (v) 135 (vi) 42.75
10. €1600
11. (i) €245 (ii) €240
12. €650
13. (i) €320 (ii) 17%
14. (i) €4050 (ii) €370 000
15. 41% 16. 20%
17. $21\frac{1}{3}\%$ 18. €1104
19. (i) 12.5% (ii) 4000 kg
20. (i) €800 (ii) €18 000
21. 84
22. Siopa A; beidh sé €24.90 níos ísle
23. €479

Cleachtadh 5.4

1. 8.7% 2. 7.7% 3. 4.7%
4. 7.4% 5. 1.3%
6. (i) 5.8% (ii) 2.3%
7. 2.6%
8. (i) $F = 68^\circ$ (ii) 2.9%
9. (i) 28.5 m (ii) 27.5 m (iii) $441\frac{3}{4}$ m²
10. (i) 88 m (ii) $410\frac{3}{4}$ m²
11. (i) 2.85 kg (ii) 165 kg (iii) $555\frac{3}{4}$ kg
12. (i) 12.5 cm (ii) $515\frac{5}{8}$ cm³
 (iii) 179 cm³ (iv) 14.6%

Cleachtadh 5.5

1. (i) €1363.64 (ii) \$3696
2. €2150.74
3. (i) €1764.71 (ii) £1700
4. (i) \$1680 (ii) Y268 800
 (iii) €3409.09 (iv) €964.29
 (v) \$450 (vi) Y636 363.64
5. 596 Franc
6. €57.89
7. €1625
8. 2%
9. €29 931; brabús €3975





Cleachtadh 5.6

1. (i) €13 160 (ii) €9960
2. (i) €275.20 (ii) €231.20
3. €8080 4. €156.90
5. €7850 6. $r = 22$
7. €1000 8. €4950
9. €35 000 10. €€46 000
11. (i) €3308.80 (ii) €53.40
(iii) €3728.80 (iv) €70.90
12. (i) €11 200 (ii) €5600
(iii) €5600 (iv) €14 000
(v) €42 000
13. €48 200

Cleachtadh 5.7

1. (i) 0.04 (ii) 0.055 (iii) 0.12
(iv) 0.145 (v) 1.12
2. (i) 1.06 (ii) 1.055 (iii) 1.1
(iv) 0.96 (v) 1.125
3. (i) €61.50 (ii) €338.58
(iii) €848.04 (iv) €848.00
4. €423.20 5. €9235.20
6. 4.5% 7. €6400
8. €8904; 4% 9. €800
10. €11 475; 4% 11. €8200
12. 11.5%
13. (i) €5434 (ii) $r = 4\%$
14. €8500
15. (i) 15% (ii) €4500
16. 4.6% 17. 34.5% 18. 19.6%
19. (i) 31 Bealtaine (ii) €212.28
20. (i) €4664 (ii) 6%
21. $B = €8000$
22. A – 78%, B – 93.2%, C – 103.9%, D – 112.9%
23. 5.5%
24. €10 837.50
25. (i) €11 776 (ii) €18 000
26. 16% 27. 39%
28. 458 29. €28 000
30. (i) 1 nóim. 39 soic. (ii) Lá 6
(iii) 5 nóim. 17 soic.

Cleachtadh 5.8

1. 70 km/u 2. $4\frac{1}{2}$ uair
3. (i) 120 km/u (ii) 112 km/u
(iii) 136 km/u (iv) 112 km/u
(v) 128 km/u (vi) 135 km/u
4. (i) 76 km/u (ii) $53\frac{1}{3}$ km/u
(iii) 65 km/u
5. 72 km/u
6. (i) 240 km (ii) 260 km (iii) 198 km
7. (i) 3 uair (ii) $2\frac{1}{2}$ uair (iii) 20 nóim.

8. 5 uair 12 nóim.
9. $53\frac{1}{3}$ km/u
10. 12 m/s 11. 75 km/u
12. (i) $1\frac{1}{3}$ uair (ii) 1 uair 20 nóim.
13. 2 uair 9 nóim. 14. 125 m
15. 8.3 km/u 16. 8.35 a.m.
17. (i) 30 km (ii) 1 uair
(iii) 45 km (iv) 75 km
18. (i) 20 km (ii) $\frac{2}{3}$ km/nóim.
(iii) 40 km/u (iv) 30 km/u
19. (i) 20 km (ii) 30 nóim.
(iii) 30 km (iv) 2 uair
20. (i) 55 nóim. (ii) 10 nóim.
(iii) 30 km/u (iv) 24 km/u
21. (i) $1\frac{1}{2}$ m/s (ii) Tagann laghdú air
(iii) $\frac{3}{4}$ m/s (iv) 3 m/s
(v) $1\frac{1}{2}$ soic. (vi) 4 m/s

Cleachtadh 5.9

1. (i) 600 (ii) 450 (iii) 6800
(iv) 51 000 (v) 67 000 (vi) 516
(vii) 7050 (viii) 18 600
2. (i) 4×10^2 (ii) 5.8×10^2
(iii) 6.2×10^3 (iv) 5.7×10^3
(v) 6×10^4 (vi) 7.6×10^4
(vii) 9.2×10^4 (viii) 7.2×10^5
3. (i) 0.25 (ii) 0.06
(iii) 0.0048 (iv) 0.00092
4. (i) 4×10^{-2} (ii) 6.2×10^{-2}
(iii) 7×10^{-3} (iv) 6.5×10^{-3}
5. (i) 8×10^{-3} (ii) 7.9×10^{-3}
(iii) 6×10^{-4} (iv) 5.3×10^{-4}
6. A, D
7. (i) 2080 (ii) 660.6
(iii) 8230 (iv) 570
8. (i) 5.4×10^5 (ii) 1.702×10^2
(iii) 3.276×10^3 (iv) 1.44×10^2
9. (i) 7×10^3 (ii) 6×10^2
(iii) 5.6×10^3
10. (i) 2.8×10^3 (ii) 8×10^2
11. (i) 1.62×10^8 (ii) 5×10^{-3}
(iii) 8×10^{-4} (iv) 2×10^1
(v) 5×10^{-1} (vi) 1.6×10^{-5}
12. (i) An Domhan (ii) 5900 km
(iii) 1.95×10^4
13. 2.4×10^4
14. 0.0005
15. (i) 340,000,000
(ii) An Chríostaíocht
(iii) An Confúiceachas
(iv) An tIoslam agus an Chríostaíocht
16. (i) 19.625 (ii) 78.4



Cuir triail ort féin 5

- (i) €2080 (ii) (a) €420 (b) $31\frac{1}{4}\%$
(iii) €930
- (i) A & I, B & H, C & G, D & F
(ii) 5.5% (iii) 192 cm
- (i) 210
(ii) (a) 824 (b) €168.92 (c) 21%
(iii) 2%
- (i) 252 cm^2 (ii) €7806
(iii) (a) €5040 (b) 5%
- (i) (a) $\frac{7}{36}$ (b) 8
(ii) Ba cheart di glacadh le B (beagán níos fearr)
(iii) (a) €1080 (b) €56 000
- (i) 124 (ii) (a) €8864.73 (b) 2.8%
(iii) (a) €320 (b) €120 (c) €1100
- (i) 150 km (ii) Níor cheart (iii) €6000
- (i) $\frac{7}{16}$ (ii) (b) 0.64
(iii) (a) €6000 (b) €5250
(c) €15 000 (d) €45 000
- (i) 84 km/u (ii) (a) $108\frac{1}{2}$ km (b) 1.6%
(iii) €8000

Caibidil 6: An Dóchúlacht

Cleachtadh 6.1

- (i) Dodhéanta (ii) Seans Cothrom
(iii) Cinnte (iv) Seans Cothrom
(v) Dodhéanta
- (i) Dodhéanta (ii) An-dóchúil
(iii) An-neamhdhóchúil (iv) An-neamhdhóchúil
(v) Seans Cothrom (vi) Dóchúil
(vii) Neamhdhóchúil
- (i) Níos airde ná 5 (ii) Ciorcal
- (i) B (ii) C (iii) C
(iv) A (v) B (vi) C
- (i) 6 (ii) 4 (iii) 0 (iv) 2
- (i) 6 (ii) 8 (iii) 2

Cleachtadh 6.2

- (i) $\frac{1}{6}$ (ii) $\frac{1}{3}$ (iii) $\frac{1}{2}$ (iv) $\frac{1}{2}$ (v) $\frac{1}{3}$ (vi) $\frac{1}{2}$
- (i) $\frac{1}{4}$ (ii) $\frac{3}{8}$ (iii) $\frac{1}{4}$ (iv) $\frac{1}{8}$ (v) $\frac{3}{8}$
- (i) $\frac{1}{8}$ (ii) $\frac{1}{4}$ (iii) $\frac{3}{8}$
- (i) $\frac{1}{4}$ (ii) $\frac{3}{4}$ (iii) $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}$
- (i) $\frac{1}{2}$ (ii) $\frac{1}{4}$ (iii) $\frac{1}{13}$ (iv) $\frac{1}{26}$
- (i) $\frac{5}{12}$ (ii) $\frac{1}{4}$ (iii) $\frac{3}{4}$ (iv) $\frac{2}{3}$
- (i) $\frac{1}{4}$ (ii) $\frac{3}{8}$ (iii) $\frac{5}{8}$ (iv) $\frac{1}{4}$
- (i) $\frac{1}{5}$ (ii) $\frac{1}{5}$ (iii) $\frac{2}{5}$ (iv) $\frac{1}{2}$
- (i) $\frac{1}{7}$ (ii) $\frac{1}{7}$ (iii) $\frac{2}{7}$
- (i) $\frac{1}{6}$ (ii) $\frac{1}{3}$
- (i) $\frac{1}{5}$ (ii) $\frac{1}{21}$ (iii) 0
- (i) $\frac{2}{15}$ (ii) $\frac{2}{5}$ (iii) $\frac{2}{3}$

- (i) (a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{6}$ (ii) (a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{5}{12}$
- (i) $\frac{2}{5}$ (ii) $\frac{3}{10}$ (iii) $\frac{11}{25}, \frac{1}{6}$
- $\frac{2}{5}$
- (i) $\frac{1}{2}$ (ii) $\frac{8}{25}$ (iii) $\frac{8}{25}$
- (i) $\frac{2}{5}$ (ii) $\frac{3}{5}$ (iii) $\frac{4}{25}$ (iv) $\frac{4}{15}$ (v) $\frac{2}{5}$
- (i) $\frac{1}{7}$ (ii) 5 cheathair
- (i) $\frac{3}{49}$ (ii) $\frac{12}{49}$



Cleachtadh 6.3

- (i) $\frac{1}{12}$ (ii) $\frac{1}{4}$ (iii) $\frac{1}{3}$ (iv) $\frac{1}{6}$
- (i) $\frac{1}{9}$ (ii) $\frac{1}{12}$ (iii) $\frac{1}{12}$ (iv) $\frac{5}{36}$
- (i) $\frac{1}{8}$ (ii) $\frac{1}{8}$ (iii) $\frac{3}{8}$
- (i) $\frac{1}{12}$ (ii) $\frac{1}{6}$ (iii) $\frac{1}{2}$; 9 is minice; $\frac{1}{4}$
- GoGoD, DGoGo; $\frac{2}{3}$
- (i) (1, 5), (1, 6), (1, 7), (2, 5), (2, 6), (2, 7), (3, 5), (3, 6), (3, 7), (4, 5), (4, 6), (4, 7)
(ii) 12
(iii) (a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{6}$ (c) $\frac{1}{4}$
- ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA;
(i) $\frac{1}{6}$ (ii) $\frac{1}{3}$
- (i) $\frac{1}{6}$ (ii) $\frac{2}{3}$ (iii) $\frac{1}{4}$
- (i) $\frac{1}{8}$ (ii) $\frac{3}{8}$ (iii) $\frac{1}{8}$ (iv) $\frac{7}{8}$

Cleachtadh 6.4

- 50
- (i) 10 (ii) 10 (iii) 20
- (i) 50 (ii) 150
- (i) $\frac{13}{20}$ (ii) 100 (iii) Tá sé laofa
- (i) 35 (ii) 70 (iii) 105
- (i) (a) $\frac{1}{5}$ (b) $\frac{2}{15}$
(ii) (a) $\frac{1}{6}$ (b) $\frac{1}{6}$
(iii) Níl sé cóir
- Dá mbeadh sé cóir – 6 uair; Níl sé cóir
- $\frac{7}{10}$
- (i) 0.15 (ii) '1' (iii) 50
- Rónán; Máirtín
- (i) $x = 0.1$ (ii) 0.6 (iii) 200
- (i) Ciara (ii) 0.4, 0.3, 0.2, 0.1 (1, 2, 3, 4)
(iii) Tá
- An díslé dearg atá cóir
- (i) Liam (ii) Tá an rothlóir laofa
(iii) $\frac{63}{290}$
- (ii) 1 (iii) D'fhéadfadh
(iv) Is fíorbheag an seans go mbeidh
(v) Miontas



Cleachtadh 6.5

- (i) $\frac{1}{6}$ (ii) $\frac{1}{2}$ (iii) $\frac{2}{3}$
- (i) $\frac{1}{2}$ (ii) $\frac{1}{4}$ (iii) $\frac{3}{4}$
- (i) $\frac{4}{9}$ (ii) $\frac{2}{9}$ (iii) $\frac{2}{3}$
- (i) $\frac{1}{4}$ (ii) $\frac{3}{26}$ (iii) $\frac{19}{52}$
- (i) $\frac{1}{2}$ (ii) $\frac{1}{3}$ (iii) $\frac{2}{3}$
- (i) $\frac{1}{4}$ (ii) $\frac{1}{13}$ (iii) $\frac{4}{13}$
(iv) $\frac{1}{2}$ (v) $\frac{1}{13}$ (vi) $\frac{7}{13}$
- (i) $\frac{1}{36}$ (ii) $\frac{1}{6}$ (iii) $\frac{1}{6}$
- (i) an cárta buí a bhfuil 3 air curtha san áireamh faoi dhó
(ii) $\frac{3}{5}$
- (ii) Tá (iii) Níl (iv) Níl (v) Tá

Cleachtadh 6.6

- (i) $\frac{11}{20}$ (ii) $\frac{3}{10}$ (iii) $\frac{3}{40}$ (iv) $\frac{3}{8}$
- (i) 35 (ii) $\frac{4}{7}$ (iii) $\frac{8}{35}$ (iv) $\frac{1}{5}$ (v) $\frac{6}{35}$ (vi) $\frac{4}{5}$
- (i) $\frac{13}{41}$ (ii) $\frac{6}{41}$ (iii) $\frac{13}{41}$ (iv) $\frac{26}{41}$ (v) $\frac{15}{41}$
- (i) 12 (ii) $\frac{3}{5}$ (iii) $\frac{1}{10}$ (iv) $\frac{21}{25}$ (v) $\frac{37}{50}$
- (ii) $\frac{1}{5}$ (iii) $\frac{4}{15}$ (iv) $\frac{7}{15}$ (v) $\frac{8}{15}$
- (i) $\frac{19}{30}$ (ii) $\frac{3}{10}$ (iii) $\frac{9}{10}$ (iv) $\frac{1}{15}$ (v) $\frac{1}{10}$ (vi) $\frac{14}{15}$
- (i) 24
(ii) Taitníonn idir sheacláid agus uachtar roite leo
(iii) $\frac{3}{20}$ (iv) $\frac{3}{4}$

Cleachtadh 6.7

- (i) $\frac{1}{4}$ (ii) $\frac{1}{4}$
- (i) $\frac{1}{12}$ (ii) $\frac{1}{4}$ (iii) $\frac{1}{6}$
- (i) $\frac{1}{36}$ (ii) $\frac{1}{4}$ (iii) $\frac{1}{9}$
- (i) $\frac{25}{81}$ (ii) $\frac{20}{81}$ (iii) $\frac{20}{81}$
- (i) $\frac{1}{24}$ (ii) $\frac{1}{4}$ (iii) $\frac{1}{12}$
- (i) $\frac{1}{9}$ (ii) $\frac{1}{81}$ (iii) $\frac{1}{81}$ (iv) $\frac{25}{81}$
- (i) $\frac{1}{4}$ (ii) $\frac{1}{2}$ (iii) $\frac{1}{16}$ (iv) $\frac{1}{8}$
- (i) $\frac{1}{5}$ (ii) (a) $\frac{1}{25}$ (b) $\frac{1}{5}$
- (i) $\frac{2}{5}$ (ii) $\frac{2}{25}$ (iii) $\frac{4}{25}$ (iv) $\frac{8}{25}$
- (i) $\frac{1}{7}$ (ii) $\frac{1}{49}$ (iii) $\frac{1}{49}$
- (i) $\frac{1}{4}$ (ii) $\frac{1}{8}$
- (i) $\frac{1}{6}$ (ii) $\frac{25}{216}$
- (i) $\frac{8}{27}$ (ii) (a) $\frac{2}{9}$ (b) $\frac{2}{27}$
- (i) $\frac{1}{64}$ (ii) $\frac{9}{16}$ (iii) $\frac{9}{64}$
- (i) $\frac{2}{5}$ (ii) $\frac{18}{125}$
- (i) $\frac{4}{25}$ (ii) $\frac{4}{125}$ (iii) $\frac{1}{125}$
- (i) $\frac{7}{10}$ (ii) $\frac{9}{100}$ (iii) $\frac{147}{1000}$

- (i) $\frac{1}{3}$ (ii) $\frac{2}{9}$ (iii) $\frac{2}{27}$
- (i) $\frac{1}{4}$ (ii) $\frac{9}{64}$ (iii) $\frac{27}{64}$
- (i) $\frac{1}{8}$ (ii) $\frac{3}{8}$ (iii) $\frac{3}{8}$
- (i) $\frac{1}{5}$ (ii) $\frac{9}{50}$ (iii) $\frac{2}{25}$ (iv) $\frac{3}{25}$
- (i) $\frac{1}{6}$ (ii) $\frac{1}{6}$ (iii) $\frac{1}{36}$
(iv) 6, 6, 6, nó 5, 6, 5 nó 5, 5, 6 (v) $\frac{1}{72}$

Cleachtadh 6.8

- (i) 4 (ii) $\frac{1}{4}$
- (i) $\frac{8}{15}$ (ii) $\frac{7}{15}$
- (ii) (a) $\frac{4}{35}$ (b) $\frac{16}{35}$ (c) $\frac{19}{35}$
- (ii) $\frac{13}{18}$ (iii) $\frac{5}{36}$
- (ii) $\frac{9}{25}$ (iii) $\frac{12}{25}$
- (i) $\frac{12}{35}$ (ii) $\frac{6}{35}$ (iii) $\frac{18}{35}$
- (i) $\frac{9}{49}$ (ii) $\frac{16}{49}$ (iii) $\frac{12}{49}$
- (ii) (a) $\frac{7}{60}$ (b) $\frac{1}{3}$
- (ii) $\frac{4}{15}$
- (i) $\frac{1}{8}$ (ii) $\frac{3}{8}$
- (ii) $\frac{21}{50}$

Cleachtadh 6.9

- $5\frac{1}{2}$
- €11.50
- 8
- €3.33 a bhuanach
- €1 a chailleadh
- €4.50 a chailleadh
- €0.55
- (i) $\frac{1}{9}$; €1 a bhuanach; Níl sé cóir
- €2.38 a chailleadh; Níl sé cóir

Cleachtadh 6.10

- | | | | |
|-------|---------|---------|-------|
| 1. 12 | 2. 12 | 3. 504 | 4. 20 |
| 5. 12 | 6. 54 | 7. 20 | 8. 27 |
| 9. 90 | 10. 120 | 11. 336 | |

Cleachtadh 6.11

- 120
- 720; (i) 120 (ii) 24
- 24
- 60; (i) 12 (ii) 24
- 720; (i) 240 (ii) 24 (iii) 48
- 120
- (i) 720 (ii) 120
- 720; (i) 120 (ii) 360 (iii) 144
- 96
- 120; 48
- 720; 240





12. 24; (i) 12 (ii) $\frac{1}{2}$
 13. (i) 24 (ii) DABC, CABD, DBAC, CBAD
 (iii) $\frac{1}{6}$
 14. (i) 120 (ii) 24 (iii) 6
 15. (i) 120 (ii) 5040 (iii) 120 (iv) 144
 16. (i) Níl (ii) Níl
 17. (i) $8(7!)$ (ii) $56(6!)$
 18. $k = 11$

Cuir triail ort féin 6

1. (i) $\frac{1}{4}$ (ii) $\frac{3}{4}$ (iii) $\frac{3}{8}$
 (iv) 0 (v) 1
 2. (i) 50 uair (ii) 150 uair
 3. (i) $\frac{1}{7}$ (ii) $\frac{4}{7}$
 4. (i) $\frac{1}{6}$ (ii) $\frac{1}{3}$ (iii) $\frac{1}{2}$ (iv) $\frac{1}{2}$
 5. (i) $\frac{1}{4}$ (ii) Go gcaillfidh tú
 (iii) $\frac{19}{20}$ (iv) 60 uair
 6. (i) $\frac{11}{20}$ (ii) $\frac{1}{4}$ (iii) 18
 7. 90
 8. (i) $\frac{1}{12}$ (ii) $\frac{1}{36}$ (iii) $\frac{5}{18}$ (iv) $\frac{1}{6}$
 9. $\frac{1}{3}$
 10. $\frac{1}{6}$
 11. (i) $\frac{1}{2}$ (ii) $\frac{1}{4}$
 12. (i) $\frac{2}{7}$ (ii) $\frac{1}{2}$ (iii) $\frac{3}{4}$ (iv) $\frac{5}{7}$
 13. (i) (a) 0.52 (b) Tá sé cóir
 14. (i) $\frac{1}{9}$ (ii) $\frac{2}{27}$
 15. (i) $\frac{2}{15}$ (ii) $\frac{2}{5}$ (iii) $\frac{8}{15}$ (iv) $\frac{7}{15}$
 16. 50c a chailleadh; Níl sé cóir
 17. (i) 0.25 (ii) 60
 18. (i) (a) (ii) $\frac{11}{15}$
 19. (i) $\frac{1}{3}$ (ii) $\frac{1}{9}$ (iii) $\frac{4}{27}$
 20. Tugann; tá seans cothrom ag an mbeirt acu an cluiche a bhuachan
 21. 60; (i) 12 (ii) 36

Caibidil 7: Uimhreacha Coimpléascacha

Cleachtadh 7.1

3. (i) F (ii) F (iii) B (iv) F
 (v) B (vi) F (vii) B (viii) F
 4. (i) $\frac{7}{10}$ (ii) $\frac{6}{5}$ (iii) $\frac{13}{5}$
 (iv) $\frac{41}{5}$ (v) $\frac{1}{20}$
 5. (i), (iii), (iv), (v)
 6. Is uimhreacha aiceanta iad (i), (iii) agus (iv)
 7. (i) Aiceanta (ii) Aiceanta
 (iii) Slánuimhir (iv) Cóimheasta
 (v) Éagóimheasta (vi) Éagóimheasta
 8. $x = \frac{4}{9}$

9. (i) $\frac{7}{9}$ (ii) $\frac{16}{9}$ (iii) $\frac{7}{45}$
 10. (i), (ii), (iv), (v)
 11. (i) $\sqrt{17}$ (ii) $\sqrt{37}$ (iii) $\sqrt{0.75}$ (iv) $\sqrt{108}$
 12. (i), (iii)
 13. (i) -3 agus -4 (ii) -3 agus 4
 (iii) 9 agus 16 (iv) 16 agus 9

Cleachtadh 7.2

1. (i) $2i$ (ii) $10i$ (iii) $8i$ (iv) $7i$ (v) i
 2. (i) 2, 5 (ii) 6, -2 (iii) $-1, 9$ (iv) $-3, 1$
 (v) a, b (vi) $\frac{1}{2}, -3$ (vii) $-4, 0$ (viii) 0, -3
 (ix) 0, 1 (x) $x - 2, 6$
 3. (i) $6 + 4i$ (ii) $0 + 11i$
 (iii) $-2 - 10i$ (iv) $2 + 2\sqrt{2}i$

Cleachtadh 7.3

1. (i) $8 + 5i$ (ii) $5 - 10i$ (iii) $3 - 4i$
 (iv) $1 + 4i$ (v) $-2 - 7i$ (vi) $3 - 4i$
 (vii) $8 - 6i$ (viii) $-2 - i$
 (ix) $(a + 3) + (b + 2)i$
 (x) $(a + x) + (b + y)i$
 2. (i) $1 + 3i$ (ii) $-2 - 6i$ (iii) $-5 + 6i$
 (iv) $-1 - 10i$ (v) $1 + 5i$ (vi) $-11 - i$
 (vii) $-3 - 4i$ (viii) $-3 + 3i$
 (ix) $(a - 5) + (b + 2)i$
 (x) $(x - p) + (y + q)i$
 3. (i) $6 + 9i$ (ii) $11 + 8i$ (iii) $17 + 0i$
 (iv) $24 + 2i$ (v) $-7 + 15i$ (vi) $-16 + 10i$
 4. (i) $2 - 5i$ (ii) $5 + 7i$ (iii) $3 + 3i$
 (iv) $-1 + 0i$ (v) $-3 - i$ (vi) $-4 + 2i$
 5. $8 + 13i$
 6. (i) $4 + i$ (ii) $1 - 6i$ (iii) $5 - 5i$
 (iv) $4 + 9i$

Cleachtadh 7.4

1. $-2 + 3i$
 2. $15 + 3i$
 3. $-6 - 8i$
 4. $11 - 10i$
 5. $8 - i$
 6. $-5 + i$
 7. $10 - 10i$
 8. $5 - 3i$
 9. $13 + 0i$
 10. $-2 + 11i$
 11. $5 - 12i$
 12. $12 + 16i$
 13. (i) $3 + 11i$ (ii) $-8 + 14i$ (iii) $14 - 18i$
 (iv) $7 + 17i$

Cleachtadh 7.5

1. (i) $2 - 3i$ (ii) $-3 + 4i$
 (iii) $4 + 6i$ (iv) $(x + 2) - yi$





2. (i) $2 - 3i$ (ii) $6 + 8i$ (iii) $5 + 7i$
 (iv) $18 - i$ (v) $-6 - 17i$
 3. (i) $3 + 2i$ (ii) $\frac{3}{2} - i$
 (iii) $\frac{7}{4} + \frac{3}{4}i$ (iv) $-\frac{2}{3} + 2i$
 4. (i) $\frac{6}{13} + \frac{4}{13}i$ (ii) $\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$ (iii) $\frac{18}{37} + \frac{3}{37}i$
 (iv) $-\frac{4}{5} + \frac{7}{5}i$ (v) $\frac{6}{13} - \frac{17}{13}i$ (vi) $-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$
 (vii) $-\frac{3}{13} + \frac{28}{13}i$ (viii) $-2 - 6i$
 5. (i) $25 + 0i$ (ii) $-2 + i$ (iii) $11 - 23i$
 (iv) $-\frac{2}{25} + \frac{11}{25}i$ (v) $\frac{9}{5} + \frac{8}{5}i$
 6. (i) $4 + 6i$ (ii) $-4 - 2i$ (iii) $\frac{2}{5} + \frac{1}{5}i$
 (iv) $-2 - 3i$ (v) $-\frac{1}{13} + \frac{8}{13}i$
 8. (i) 41 (ii) $\frac{9}{41} + \frac{40}{41}i$
 9. $5 - 5i; a = \frac{1}{2}$
 10. (i) $6 + 3i$

Cleachtadh 7.6

2. (i) $2 + 2i$ (ii) $2 - i$
 (iii) $0 + 3i$ (iv) $-1 - 3i$
 3. (i) $2 - i$ (ii) $3 + 2i$
 (iii) $5 + 5i$ (iv) $-3 + i$
 4. (i) $6 - 4i$ (ii) $3 - 2i$ (iii) $1 + 5i$
 6. Breac (i) $4 + 2i$ (ii) $-1 - 2i$
 (iii) $8 + 0i$ (iv) $5 + 0i$

Cleachtadh 7.7

1. 5 2. 10 3. $\sqrt{13}$ 4. $\sqrt{5}$
 5. $\sqrt{13}$ 6. $\sqrt{26}$ 7. $\sqrt{10}$ 8. $\sqrt{37}$
 9. 4 10. 5 11. 3 12. 5
 13. (i) $2\sqrt{5}$ (ii) 2 (iii) $2\sqrt{10}$
 14. $-3 + 4i, -3 - 4i, 3 - 4i, 0 + 5i$ etc
 15. (i) $\sqrt{13}$ (ii) $\sqrt{10}$ (iii) $\sqrt{17}$ (iv) $\sqrt{130}$
 16. (i) $\sqrt{34}$ (ii) $\sqrt{5}$ (iii) $\sqrt{53}$
 17. (i) $\sqrt{13}$ (ii) $\sqrt{5}$ (iii) $8 + i$ (iv) $\sqrt{65}$
 18. $13 + 0i; 13$
 19. (i) $\sqrt{5}$ (ii) 5 (iii) $\sqrt{26}; \text{Níl}$
 20. (i) $3 + 5i$ (ii) $\sqrt{34}$
 21. $\sqrt{a^2 + 64}; a = \pm 6$
 23. $\sqrt{26}, \sqrt{13}$
 24. $-\frac{5}{13} + \frac{12}{13}i; k = \sqrt{13}$

Cleachtadh 7.8

1. $x = 3, y = 3$ 2. $x = 2, y = 4$
 3. $x = 0, y = -1$ 4. $x = -\frac{1}{3}, y = \frac{1}{9}$
 5. $x = 1, y = 5$ 6. $x = -\frac{5}{2}, y = \frac{15}{2}$
 7. $x = 2, y = \frac{1}{2}$ 8. $x = -1, y = -3$
 9. $x = 2, y = -7$ 10. $x = -2, y = 3$
 11. $a = \frac{6}{5}, b = \frac{3}{5}$ 12. $a = 2, b = -1$
 13. $a = \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2}$ 14. $x = -5, y = -10$
 15. (i) $x = -1, y = 3$ (ii) $x = 3, y = 8$

Cleachtadh 7.9

1. (i) $-2 \pm i$ (ii) $-3 \pm 2i$ (iii) $-1 \pm 3i$
 (iv) $3 \pm 5i$ (v) $5 \pm 2i$ (vi) $1 \pm 4i$
 2. $2 - 5i$ 3. $4 + 3i$
 4. $6 - i$ 5. $k = 10$
 6. $k = 34$ 7. $a = -8, b = 17$

Cleachtadh 7.10

2. $|3z_1| = 3|z_1|$
 3. $z_1 = 4 + 3i, z_2 = -3 + 4i$; (ii) z_5 (iii) $4 + 3i$
 4. (i) $a = 3$ (ii) $b = -1$
 5. (i) $-2 + 6i$ (ii) $-6 - 2i$ (iii) $2 - 6i$
 6. aistriú atá ann
 7. rothlú 360° ar tuathal
 9. $z_3 = 1 + 7i$

Cuir triail ort féin 7

1. (ii) (a) $9 + 2i$ (b) $\frac{3}{25} - \frac{4}{25}i$ (c) $k = -3$
 (iii) $x = 3, y = 2$
 2. (i) $5 + 18i$ (ii) $k = 2$ (iii) $\frac{4}{5} + \frac{7}{5}i; \sqrt{\frac{13}{5}}$
 3. (i) (a) $3 + 4i$ (b) $2 - 3i$ (c) $-2 + 2i$
 (iii) $k = \pm 5$
 4. (i) $2\sqrt{12}$ (ii) (a) $3 + 7i$ (b) $\frac{2}{5} + \frac{4}{5}i$
 (iii) $18 + i$
 5. (i) (a) B (b) F (c) F (d) B
 (ii) $2 \pm 3i$
 (iii) $|z_1| = 2\sqrt{5}, |z_2| = 2\sqrt{5}; -2 - 4i, 2 + 4i$
 6. (i) $5 + 18i$
 (ii) (a) $7 + 2i$ (b) $-3 + 4i; \text{Tá}$
 (iii) $x = -3, y = -\frac{4}{3}$
 7. (i) (a) $z^2 = -4 + 0i$ (b) $iz = -2 + 0i$
 (ii) $3 + 3i; -3 + 3i; -3 - 3i; 3 - 3i$;
 Rothluithe $90^\circ, 180^\circ$ agus 270° ar tuathal
 (iii) $k = 17; z_2 = -4 - i; t = \sqrt{17}$
 8. (i) $3 + 3i; 3\sqrt{2}$
 (ii) $3 - 4i; k = -\frac{1}{2}, t = \frac{5}{2}$
 (iii) $2 + i; p = -4, q = 5$

Caibidil 8: Tomhais ar Shuíomh agus ar Leathadh

Cleachtadh 8.1

1. (i) 10 (ii) 9 (iii) 8 (iv) 6
 2. (a) (i) 8 (ii) 7
 (b) (i) 7 (ii) 7
 3. (i) 41 km/u (ii) 39.5 km/u
 4. (i) 14 (ii) 14 (iii) 17
 5. (i) 6 (ii) 9.5
 6. Sampla: 2, 6, 9, 12, 13, 13, 22
 7. (i) 28 (ii) 2
 8. 14
 9. €7.10





10. Sampla: 4, 4, 5, 8, 9
 11. (i) $x = 2$ (ii) $k = 17$
 12. 17
 13. 90 g
 14. 4 agus 6
 15. 6
 16. (i) $14\frac{1}{4}$ uair (ii) $12\frac{1}{4}$ uair
 (iii) Buachaillí: 14.5; Cailíní: 12 (iv) Caitheann
 17. $x = 19$
 18. (i) 1320 cm (ii) $165\frac{1}{3}$ cm
 19. (i) 195 (ii) 19
 20. $B = 40$
 21. (i) Mód (ii) Meán

Cleachtadh 8.2

1. (i) 8 (ii) 57 (iii) 11
 2. (i) 6 (ii) 8
 3. (i) 33 (ii) 29
 (iii) (a) 18.5 (b) 34 (c) 15.5
 4. (i) 4 (ii) 11 (iii) 17
 5. (i) 13 nóim. (ii) 8
 (iii) 15 (iv) 7
 6. (i) 5 (ii) 14.5
 7. (i) 25 (ii) 50 (iii) 64.5 (iv) 14.5
 8. (i) 105 g (ii) 19 g
 9. (i)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 5 | 6 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|

 (ii)

| | | | |
|---|---|---|---|
| 4 | 6 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|

 10. (i) 41 agus 47 (ii) 8, 9, 13, 15, 25
 11. (i) Peil: 13, 13, 4; Haca: 13.7, 14, 6
 (ii) An fhoireann peile

Cleachtadh 8.3

1. (i) Meán (ii) Mód (iii) Meán
 (iv) Mód (v) Airmheán
 2. (i) 94 kg
 (ii) $87\frac{4}{9}$ kg; An t-airmheán is fearr a dhéanann cur síos ar na sonraí
 3. (i) $25\frac{6}{7}$ (ii) 15; An t-airmheán
 4. (i) $30\frac{4}{7}$ °C
 (ii) Sonraí grúpáilte go dlúth (gan aon asluitigh)
 5. (i) $26\frac{6}{11}$
 (ii) Ní luach tipiciúil é an mód (= 37)
 6. (i) 8.1 (ii) 6; An t-airmheán
 7. (i) 16 (ii) 16
 (iii) 19.1 (iv) An mód nó an t-airmheán
 8. (i) €37 667 (ii) €24 500
 (iii) Níl aon dá thuarastal mar an gcéanna; an t-airmheán
 9. Canaí 330 ml

Cleachtadh 8.4

1. (i) 2 chúl (ii) 3
 2. 3
 3. (i) 25 (ii) 6 mharc (iii) 5.6
 (iv) 14 (v) 6
 4. (i) 4 (ii) 4 (iii) 4.25
 5. (i) 30 (ii) 7 (iii) 13
 (iv) 13 (v) 13
 6. (i) 2 (ii) 2 (iii) 40 (iv) 10
 7. $x = 2$
 8. $y = 5$
 9. (ii) 4 (iii) 4.6

Cleachtadh 8.5

1. (i) (4 - 6) (ii) 6.5 (iii) (4 - 6)
 2. (i) (12 - 14) (ii) 14 bliana (iii) (12 - 14)
 3. 18.6
 4. (i) 18 nóim. (ii) (18 - 20)
 5. (i) 32 bliain (ii) (30 - 40)
 6. (i) (5 - 9) (ii) (0 - 4) (iii) 7

Cleachtadh 8.6

1. (i) 1.9 (ii) 2.4 (iii) 2.8
 (iv) 3.5 (v) 2.7 (vi) 3.9
 3. (i) Cuirtear 10 le gach uimhir
 (ii) Is ionann iad (iad araon = $\sqrt{2}$)
 4. 1.6
 5. 0.84
 6. 2.3
 7. Meán = 4; $\sigma = \sqrt{10}$
 8. Meán = 3; $\sigma = 1.5$
 9. (i) 25 (ii) 5.3
 (iii) 30.3; 19.7 (iv) 3
 10. Meán = 2; $\sigma = 1.14$
 11. 2.3
 12. (i) 6 (ii) 2
 13. (i) Bealach 1 = 14; Bealach 2 = 15
 (ii) Bealach 1 = 2; Bealach 2 = 2.3
 (iii) Bealach 1

Cuir triail ort féin 8

1. (i) $x = 2$ (ii) $y = 9$
 2. (i) 2 (ii) 1, 9 (iii) 8
 3. (i) 60 (ii) 78
 4. 2 nó 45
 5. (i) Meán = €67 840; Mód = €4500;
 Airmheán = €45 000
 (ii) Meán
 6. 5
 7. (i) 8 (ii) 9 (iii) 5
 8. (a) Bréagach (b) Fíor
 (c) Bréagach (d) D'fhéadfadh sí a bheith fíor
 9. (i) 42 (ii) 42 (iii) 42.5



10. (i) $(8 - 12)$ (ii) $(8 - 12)$ (iii) 11.7
 11. (i) 9 (ii) 2.6
 12. Meán = 12.6; $\sigma = 0.9$
 13. (i) Ruairí, 81; Darren, 80
 (ii) Ruairí, 6; Darren, 9.3; is é Ruairí is fearr

Caibidil 9: Achar agus Toirt

Cleachtadh 9.1

1. (i) 48 cm^2 (ii) 28 cm (iii) 10 cm
 2. (i) 56 cm^2 (ii) 42 cm^2 (iii) $25\frac{1}{2} \text{ cm}^2$
 3. 20 m^2 ; 25 m^2
 4. (i) 6 aonad (ii) 12 aonad (iii) 8 n-aonad
 5. (i) (a) 24 cm^2 (b) 84 cm^2 (c) 216 cm^2
 (ii) (a) $4\frac{4}{5} \text{ cm}$ (b) $10\frac{1}{2} \text{ cm}$ (c) $21\frac{3}{5} \text{ cm}$
 6. (i) 112 cm^2 (ii) 108 cm^2 (iii) 132 cm^2
 7. (i) 10 cm (ii) 160 cm^2
 8. (i) 102 cm^2 (ii) $94\frac{1}{2} \text{ cm}^2$ (iii) 68 cm^2
 9. (i) 70 cm^2 (ii) $8\frac{3}{4} \text{ cm}$
 10. (i) 110 cm^2 (ii) 48 cm^2 (iii) 56 m^2
 11. (i) 75 cm^2 (ii) 65 cm^2 (iii) 414 mm^2
 12. (i) $4x - 5$ (ii) $x = 8\frac{1}{2}$
 13. (i) 7 cm (ii) 9 cm (iii) 11 cm
 14. (i) 42 cm (ii) 34 cm (iii) 36 m
 15. Imlíne is mó – 12 cm , Imlíne is lú – 10 cm
 16. 72 cm^2
 17. 4 cm

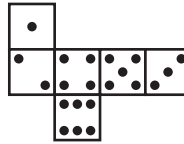
Cleachtadh 9.2

1. (i) 88.0 cm (ii) 100.5 cm (iii) 37.7 cm
 2. (i) 615.8 cm^2 (ii) 804.2 cm^2 (iii) 113.1 cm^2
 3. (i) 19.6 cm^2 (ii) 39.3 cm^2 (iii) 37.7 cm^2
 4. (i) 5.5 cm (ii) 6.3 cm (iii) 67.0 cm
 5. $4(\pi + 3)$
 6. (i) 154 m^2 (ii) 114 m
 7. 74.6 cm^2
 8. 18.3 cm^2
 9. 193 cm^2
 10. (i) 10848 m^2 (ii) $\text{€}542.40$
 11. 14 cm
 12. 180 cm^2
 13. (i) 188 m (ii) 0.24 m/s
 14. 28 cm
 15. 733 cm^2
 16. (i) 58 cm (ii) 235 cm^2

Cleachtadh 9.3

1. (i) 105 cm^3 (ii) 60 cm^3 (iii) 72 cm^3
 2. (i) 576 cm^3 (ii) 432 cm^2
 3. 8.5 cm
 4. (i) 3.5 cm (ii) 6 cm (iii) 4 cm
 5. (i) 2112 cm^3 (ii) 1116 cm^3 (iii) 15120 cm^3
 6. (i) 240 cm^3 (ii) 450 cm^3

7. 7 cm
 8. (i) 156 cm^3 (ii) 145 cm^3
 9. (i) 36 cm^2 (ii) 648 cm^3
 10. 157.5 m^3
 11. 1080 cm^3
 12. A, 5; B, 3; C, 6
 13. (i) F (ii) [BC] (iii) [LK]
 14.



15. (i) 124 cm^2 (ii) 72 cm^3
 16. (i) Sorcóir iata (ii) Cón
 (iii) Pirimid thriantánach
 18. E amháin
 19. (i) Dronuilleog; $4 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$
 (ii) [AL], [FG], [CD] agus [JI] (iii) C
 (iv) $4 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$ (v) 52 cm^2

Cleachtadh 9.4

1. (i) 706.9 cm^3 (ii) 4825.5 cm^3 (iii) 9047.8 cm^3
 2. (i) 440 cm^2 (ii) 1608 cm^2 (iii) 3242 cm^2
 3. (i) 1540 cm^3 (ii) 748 cm^2
 4. (i) $\text{Toirt} = \pi r^2 h$
 (ii) $350\pi = 14\pi r^2$ (iii) 5 cm
 5. $2\pi r h$; 3.5 cm
 6. 15 cm
 7. (i) 523.6 cm^3 (ii) 1436.8 cm^3 (iii) 4188.8 cm^3
 8. (i) 314 cm^2 (ii) 616 cm^2 (iii) 1257 cm^2
 9. (i) $83\frac{1}{3}\pi \text{ cm}^3$ (ii) $75\pi \text{ cm}^2$
 10. (i) 6 cm (ii) $144\pi \text{ cm}^2$
 11. 396 cm^3 12. 8 cm
 13. 3 cm
 14. (i) 2155 cm^3 (iii) $2:3$
 15. $1\frac{1}{2} \text{ cm}$ 16. 10 cm
 17. $4\frac{1}{2} \text{ cm}$ 18. $42\frac{2}{3}\pi \text{ cm}^3$; 14 cm
 19. $10\frac{2}{3} \text{ cm}$ 20. $\frac{2}{3}$

Cleachtadh 9.5

1. 301.6 cm^3
 2. 1407 cm^3
 3. (i) $65\pi \text{ cm}^2$ (ii) $90\pi \text{ cm}^2$
 (iii) 12 cm (iv) $100\pi \text{ cm}^3$
 4. 6 cm
 5. 8 cm
 6. (i) 6 cm (ii) 234.6 cm^3
 7. (i) $54\pi \text{ cm}^3$ (ii) $12\pi \text{ cm}^3$; 207 cm^3
 8. 9 cm
 9. 24 cm
 10. $192\pi \text{ cm}^3$; $h = 36 \text{ cm}$
 11. $144\pi \text{ cm}^3$; $2\frac{1}{4} \text{ cm}$



12. 8 cm
 13. (i) $72\pi \text{ cm}^3$ (ii) 6 cm
 14. (i) 72 (ii) 6912 cm^3
 15. 811.6 cm^3
 16. 1592 cm^3
 17. (i) 15 cm; $180\pi \text{ cm}^3$ (ii) $144\pi \text{ cm}^3$
 (iii) 5:4

Cleachtadh 9.6

1. 1:8
 2. 1:4
 3. $A = 192\pi \text{ cm}^3$, $B = 384\pi \text{ cm}^3$;
 (i) 1:2 (ii) 1:1
 4. (i) 6600 cm^3 (ii) 396 €
 5. $28\pi \text{ cm}^3$; 75 nóim.
 6. $56\frac{1}{4}$ nóim.
 7. 14 cm
 8. (i) $180\pi \text{ cm}^3$ (ii) $18\pi \text{ cm}^3$ (iii) 13.5 cm
 9. (i) 3 cm (iv) 2 cm
 10. (i) $\frac{2}{3}\pi r^3$ (ii) 3 m

Cleachtadh 9.7

1. 810 m^2 2. 1932 m^2
 3. 3560 m^2 4. $830\frac{1}{2} \text{ m}^2$
 5. $x = 18 \text{ m}$ 6. $h = 7 \text{ cm}$
 7. $x = 12 \text{ m}$
 8. (ii) 34 aonad cearnach
 (iii) 2%

Cuir triail ort féin 9

1. (i) 56 cm^2 (ii) 2025 g
 (iii) (a) $720\pi \text{ cm}^3$ (b) 15 cm
 2. (i) 8 cm (ii) 1350 m^2
 (iii) (a) $20000\pi \text{ cm}^3$ (b) $160\pi \text{ cm}^3$ (c) 125
 3. (i) 30 cm^2 (ii) 6 cm (iii) 308 cm^3
 4. (i) 8.5 cm (ii) 580 cm^3
 (iii) (a) $2592\pi \text{ cm}^3$ (b) $144\pi \text{ cm}^3$ (c) 18
 5. (i) 462 cm^2 (ii) 63 (iii) 25 m
 6. (i) 14 cm^2 (ii) 400 cm^3
 (iii) (a) $\frac{16\pi}{3} \text{ cm}^3$ (b) $\frac{2}{3} \text{ cm}$
 7. (i) 8224 cm^2 (ii) $h = 24 \text{ m}$

Caibidil 10: Patrúin agus Seichimh

Cleachtadh 10.1

1. (i) 10, 12, 14 (ii) 9, 11, 13
 (iii) 13, 16, 19 (iv) 16, 32, 64
 (v) 81, 243, 729 (vi) $2, 1, \frac{1}{2}$
 (vii) 14, 12, 10 (viii) 54, 162, 486
 2. (i) 16, 22 (ii) 17, 26
 (iii) 30, 42 (iv) 27, 38
 (v) 31, 46 (vi) 34, 47

3. (i) 21, 34 (ii) 47, 76
 (iii) 125, 216 (iv) $\frac{1}{81}, \frac{1}{243}$
 4. (i) $6666 \times 9 = 59994$
 (ii) $9 \times 12345 = 111105$
 (iii) $66667 \times 66667 = 444448889$

Cleachtadh 10.2

1. (i) 5, 6, 7 (ii) 3, 5, 7
 (iii) 7, 11, 15 (iv) 1, 4, 7
 2. (i) 3, 6, 9, 12 (ii) 5, 7, 9, 11 (iii) 1, 4, 7, 10
 3. -1, 5, 26
 4. (i) 1, 4, 9 (ii) 4, 7, 12 (iii) 3, 9, 19
 5. (i) 1 (ii) 7 (iii) 49 (iv) 199
 7. (i) 13, 15; $2n + 1$ (ii) 16, 19; $3n + 1$
 (iii) 22, 26; $4n - 2$ (iv) 21, 25; $4n + 1$
 8. (i) $T_n = 3n - 1$, $T_{20} = 59$
 (ii) $T_n = 2n + 4$, $T_{20} = 44$
 (iii) $T_n = 5n - 1$, $T_{20} = 99$
 (iv) $T_n = 5n - 3$, $T_{20} = 97$
 9. (i) $5n + 1$ (ii) 101 (iii) 501
 10. T_9

Cleachtadh 10.3

1. (i)  (ii) 3, 5, 7, 9, 11, 13

(iii) $2n + 1$ (iv) 101

2. (i) 

(ii) 6, 11, 16, 21, 26, 31

(iv) 101

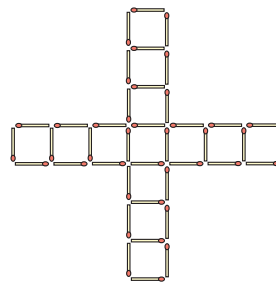
(v) An 10ú patrún

3.

| Líon na gcearnóg | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|------------------|---|---|----|----|----|
| Líon na gcipíní | 4 | 7 | 10 | 13 | 16 |

 (i) 19 (ii) $3n + 1$ (iii) 151

4. (i)



(ii) $4n - 3$ (iii) 117 (iv) 20ú

5. (i)

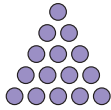
| Cruth | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-----------------|---|---|----|----|----|
| Líon na gcipíní | 5 | 9 | 13 | 17 | 21 |

 (ii) 29 (iii) $4n + 1$ (iv) Cruth 25
 6. (i) 31 (ii) $6n - 4$
 7. (i) 13 (ii) 23 (iii) $2n + 3$
 (iv) 203 (v) Patrún 49



8. (i) 18 (ii) $4n + 2$ (iii) 22
 9. (i) 5 cm, 8 cm, 11 cm, 14 cm
 (ii) 17 cm, 20 cm (iii) $3n + 2$
 (iv) 152 cm (v) 30ú

Cleachtadh 10.4

1. (i) $a = 2, d = 3$ (ii) $a = 7, d = 5$
 (iii) $a = 0, d = 3$ (iv) $a = -2, d = 3$
 (v) $a = 60, d = -5$ (vi) $a = 6, d = -5$
 2. (i) 14, 18, 22 (ii) -4, -8, -12
 (iii) 3, 6, 9
 3. (i) 2 (ii) 4 (iii) $4n - 2; 78$
 4. (i) $4n - 3$ (ii) $2n + 4$ (iii) $5n - 10$
 5. (i) -1 (ii) 2 (iii) 38 (iv) 3
 6. $3n + 9;$ (i) 39 (ii) 129
 7. $T_1 = 4, T_2 = 9, T_3 = 14; a = 4, d = 5$
 8. $a = 4, d = 3; T_n = 3n + 1; T_{20} = 61$
 9. $T_1 = 3, T_2 = 7, T_3 = 11; a = 3, d = 4$
 10. $T_n = 4n - 2; n = 12$
 11. $T_n = 2n - 1; n = 44$
 12. (i)  (ii) 21

(iii) 1, 3, 6, 10, 15, 21; níl aon chomhbheis ann

| | | | | | |
|--------------------------|---|---|---|---|----|
| Líon na dtriantán | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Líon na gcipíní | 3 | 5 | 7 | 9 | 11 |

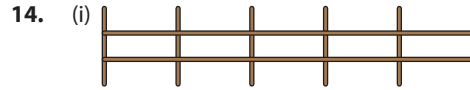
- (i) tá comhbheis ann
 (ii) $2n + 1$ (iii) 61 (iv) 40ú téarma
 14. $T_n = 11 - 3n; n = 15$
 15. 42
 16. T_{37}
 17. T_{24}
 18. 41
 19. (i) 22 (ii) $4n + 2$
 (iii) 82 (iv) 30ú
 20. $T_1 = 5, T_2 = 8, T_3 = 13$; ní seicheamh comhbheise é

Cleachtadh 10.5

1. $d = 7; T_n = 7n - 2; T_{20} = 138$
 2. $a = 2, d = 4; T_{13} = 50$
 3. $a = 5, d = 4; T_n = 4n + 1; T_{60} = 241$
 4. $a = 24, d = -6; T_{100} = -570$
 5. $a = 10, d = -3; T_n = -3n + 13; n = 20$
 6. (i) $d = 3$ (ii) $T_n = 3n$
 7. (i) $a = -4, d = 2$ (ii) $\text{lad araon} = 8$
 8. $a = -3, d = -2; T_n = -2n - 1; T_{40}$
 9. (i) 12 (ii) 4, 6, 8, 10, ...
 (iii) $2n + 2$ (iv) 162 (v) 120 km
 10. $a = 4, d = 2$
 11. $a = 5, d = 3; T_{100} = 302$

12. $x = 1$

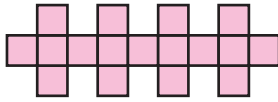
13. (i) $x = 3$ (ii) $x = -2$



| | | | | | | |
|--------------------------------|---|---|----|----|----|----|
| Fad sconsa | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Líon na bpíosáí adhmaid | 4 | 7 | 10 | 13 | 16 | 19 |

- (iii) $3n + 1$ (iv) 121
 (v) Fad sconsa 30

Cleachtadh 10.6

1. (i) $a = 2, d = 3$ (ii) 222
 2. 820
 3. $S_n = \frac{n}{2}(3n - 1); 376$
 4. 140
 5. $a = 16, d = -4; -720$
 6. $a = 3, d = 5; S_{16} = 648$
 7. 5050
 8. (i) $a = -4, d = 2$ (ii) $n = 12$
 9. (i)  (ii) 25

(iii) $T_n = 4n + 1$ (iv) 860

10. (i) $a = -15, d = 6$ (ii) 120
 11. $a = -4, d = 2; S_n = n(n - 5); 9$
 12. $S_n = \frac{n}{2}(3n + 7); n = 7$
 13. (i) (a) $n + 1$ (b) $2n$
 (ii) $T_n = 3n + 1$ (iii) 175
 14. $T_{20}; 1010$
 15. $S_1 = 7, S_2 = 16; T_1 = 7, T_2 = 9$
 16. (i) 39 (ii) $T_n = 4n - 1$
 (iv) 100 (v) 20 100
 17. (i) $a = 48, d = -4$ (ii) T_{13}
 (iii) 312
 18. (i) $a = -4, d = 8$ (ii) 9
 19. (i) $a = 29, d = -2$ (ii) 200
 (iii) $n = 30$

| | | | | | |
|--------------------------------|----|----|----|----|----|
| Patrún | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Líon na dtileanna gorma | 21 | 33 | 45 | 57 | 69 |

- (ii) $T_n = 12n + 9$ (iii) 129
 (iv) $S_n = \frac{n}{2}(30 + 12n)$ (v) 7

Cleachtadh 10.7

1. (i) 18, 24 (ii) 38, 51 (iii) 47, 62
 2. (i), (iii) agus (iv)
 3. (i) 5, 8, 13, 20, 29 (ii) 0, 3, 8, 15, 24
 (iii) 4, 11, 22, 37, 56





4. 116
 5. $\begin{matrix} 4 & 7 & 12 & 19 & 28; a = 1 \\ & 3 & 5 & 7 & 9 \\ & & 2 & 2 & 2 \end{matrix}$
6. (i) $T_n = n^2 + 4$ (ii) $T_n = 2n^2$
 7. $T_n = n^2 + 6$
 9. $T_n = n^2 + 2n$
 10. (i) 30 (ii) 55
 (iv) 385
 11. (iii) $T_n = \frac{n^2 + n}{2}$ (iv) 210

Cuir triail ort féin 10

1. (i) (a) $a = 5, d = 3$ (b) $T_n = 3n + 2$
 (c) 20ú
 (ii) (a) $a = 3, d = 4$ (b) 210
 2. (i) (a) $d = -5$
 (b) $T_n = 10 - 5n; T_{10} = -40$

(ii) (a)

| Cruth | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-----------------|---|----|----|----|----|
| Líon na gcipíní | 8 | 15 | 22 | 29 | 36 |

- (b) $T_n = 7n + 1$
 (c) 85
 (d) 1490
 3. (i) $a = 8, d = -2$ (b) $T_n = 10 - 2n$
 (c) 15ú
 (ii) $S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}; 6, 9, 12; 75$
 4. (i) (a) $a = 8, d = -4$ (b) 19ú
 (ii) (a)
- | Cruth | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-----------------|---|----|----|----|----|
| Líon na gcipíní | 8 | 13 | 18 | 23 | 28 |
- (b) $T_n = 5n + 3$ (c) 103 (d) 426
 5. (i) (c); $T_n = 2n - 7$
 (ii) 1ú: 7, 11, 15, 19, ...;
 2ú: 4; $T_n = 2n^2 + n + 5$
 6. (i) $T_n = 4n + 5; T_{10} = 45$
 (ii) (a) $T_n = a + (n - 1)d$,
 $S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n - 1)d\}$
 (b) $a = -8, d = 3$
 7. (i) (a) $d = 6$ (b) $T_n = 6n - 4$
 (c) $n = 34$ (d) 1180
 (ii) (a) 24 (b) 35
 (c) 2ú difríocht = 2
 (d) $T_n = n^2 + 2n$ (e) 120

Caibidil 11: An Chéimseata 1

Cleachtadh 11.1

1. $a = 32^\circ, b = 148^\circ, c = 46^\circ, d = 134^\circ, e = 60^\circ,$
 $f = 120^\circ, g = 110^\circ, h = 70^\circ, j = 140^\circ, \ell = 80^\circ,$
 $m = 100^\circ$
 2. $a = 50^\circ, b = 86^\circ, c = 111^\circ, d = 74^\circ, e = 48^\circ,$
 $f = 112^\circ$

3. $a = 65^\circ, b = 40^\circ, c = 52.5^\circ, d = 60^\circ, e = 30^\circ$
 4. $x = 65^\circ, y = 50^\circ$
 5. $a = 62^\circ, b = 110^\circ, c = 55^\circ, d = 34^\circ$
 6. 25°
 7. (i) 55° (ii) 45°
 8. (i) 76° (ii) 52°
 9. $a = 95^\circ, b = 115^\circ, c = 39^\circ, d = 85^\circ$
 10. (i) $x = 116^\circ, y = 52^\circ$
 (ii) $x = 20^\circ, y = 140^\circ$
 (iii) $x = 80^\circ, y = 30^\circ$
 11. $x = 10, y = 5, z = 8$
 12. $|AB| = 6$ aonad; Achar = 13.5 d'aonaid chearnacha
 13. (i) 5 (ii) 13
 14. (i) $\sqrt{76}$ (ii) $\sqrt{32}$ (iii) $\sqrt{44}$
 15. $x = 5, y = 12$
 16. DTS
 17. SSS nó SUS
 18. SUS
 19. $x = 10, y = 8$

Cleachtadh 11.2

1. (i) 30 cm^2 (ii) 36 cm^2 (iii) 36 cm^2
 2. (i) 36 cm^2 (ii) 6 cm
 3. (i) 4 (ii) 10 (iii) 6
 4. (i) $4\frac{4}{5} \text{ cm}$ (ii) $10\frac{1}{2} \text{ cm}$ (iii) $21\frac{3}{5} \text{ cm}$
 5. (i) 96 cm^2 (ii) 126 cm^2 (iii) 143 cm^2
 6. $308 \text{ cm}^2; |BC| = 17\frac{1}{9} \text{ cm}$
 7. Is é $|DC| \times h$ achar an dá cheann
 8. $2\frac{2}{3} \text{ cm}$
 9. (i) (1, 3), (2, 4), (2, 5), (4, 5)
 (ii) Uillinneacha inmheánacha nó uillinneacha forlíontacha
 10. (i) 30 cm^2 (ii) 30 cm^2
 (iii) 45 cm^2 (iv) 4 cm
 11. (i) Uillinneacha ailtéarnacha (ii) USU
 12. (i) 5 cm (iii) 8 cm
 13. (i) $\frac{1}{2} |DC| \times h; |DC| \times h$ (ii) 10 cm^2

Cleachtadh 11.3

1. (i) [BC] (ii) [AC]
 2. (a) (i) (b) (i) (c) (ii)
 3. (i) $\angle BAC$ (ii) $\angle ACB$
 4. (i) 8 cm (ii) 7 cm
 5. (i) 5 (ii) 6
 6. (i) 2.5 (ii) 9 (iii) $6\frac{2}{5}$
 7. (i) $6\frac{2}{5}$ (ii) $5\frac{5}{6}$ (iii) $2\frac{4}{7}$
 8. 7
 9. $6\frac{2}{3}$
 10. (i) uillinneacha ar cóimhéid (ii) [DF]
 (iii) $x = 12 \text{ cm}, y = 7 \text{ cm}$
 11. (i) $1\frac{1}{2}$ oiread (ii) $x = 6, y = 4.5$





12. (ii) $x = 9, y = 10\frac{1}{2}$
 13. (i) [XY] (ii) $x = 10, y = 16\frac{2}{3}$
 14. $x = 4.5, y = 4$
 15. (ii) 14
 16. (i) $\angle ABD + \angle BDC$ (iii) [DC]
 (iv) [AD]
 17. 6
 18. (i) $\frac{|AE|}{|AC|} = \frac{|DE|}{|BC|}$ (ii) $x = \frac{48}{5}, y = \frac{12}{5}$

Cleachtadh 11.4

1. $a = 90^\circ, b = 90^\circ, c = 45^\circ$
 2. Mar go bhfuil $|AO| = |OC| = ga$;
 (i) 43° (ii) 90° (iii) 47°
 3. $a = 42^\circ, b = 48^\circ, c = 50^\circ, d = 40^\circ, e = 55^\circ,$
 $f = 35^\circ$
 4. (i) $\triangle ABC$ (ii) [AO] + [OC]
 (iii) 10 n-aonad (iv) 8 n-aonad
 (v) 24 aonad cearnach
 5. (i) 6 cm (ii) $\sqrt{61}$ cm
 6. 48 cm
 7. (i) 90° (ii) 50° (iii) 50° (iv) 80°
 8. (i) 90° (ii) 35° (iii) 90° (iv) 55°
 9. 30°
 10. 12 cm
 11. (i) 60° (ii) 120° (iii) 30° (iv) 30°
 12. (i) 20° (ii) 30°
 14. 20°
 15. (i) 80° (ii) 10° (iii) 80°

Cuir triail ort féin 11

1. (i) Comhchosach (ii) $\angle ABC + \angle ACB$
 (iii) 62°
 2. 80°
 3. (i) 84 cm^2 (ii) 126 cm^2 (iii) 84 cm^2
 (i) 14 cm (ii) 10 cm
 5. (ii) 72 cm^2
 6. (ii) $|OB| = |OA|$ (iii) 132°
 7. (i) 90° (ii) 25 cm (iii) 24 cm
 8. (i) $\angle ADC + \angle ABC$ (ii) 70°
 9. (ii) Uillinn i leathchiorcal
 10. (i) 90° (ii) $2\sqrt{3}$
 11. $3\frac{3}{5}$
 12. 15 cm
 13. $x = 2, a = 9\frac{1}{3}$
 14. (i) $\angle CAB + \angle AOD$ (ii) 60°
 (iii) 30° (iv) 30°
 15. (i) 15 aonad
 (ii) 92 aonad cearnach
 (iii) 36 aonad cearnach
 (iv) 12 aonad chearnacha
 (v) 24 aonad cearnach
 (vi) 60 aonad cearnach

Caibidil 12: An Chéimseata Chomhordanáideach – An Ciorcal

Cleachtadh 12.1

1. (i) $x^2 + y^2 = 4$ (ii) $x^2 + y^2 = 9$
 (iii) $x^2 + y^2 = 1$ (iv) $x^2 + y^2 = 25$
 (v) $x^2 + y^2 = 2$
 2. (i) $x^2 + y^2 = 8$ (ii) $x^2 + y^2 = 8$
 (iii) $x^2 + y^2 = 18$ (iv) $x^2 + y^2 = \frac{4}{9}$
 (v) $x^2 + y^2 = \frac{16}{9}$
 3. $5; x^2 + y^2 = 25$
 4. (i) $x^2 + y^2 = 13$ (ii) $x^2 + y^2 = 5$
 (iii) $x^2 + y^2 = 25$ (iv) $x^2 + y^2 = 16$
 5. (i) $x^2 + y^2 = 25$ (ii) $x^2 + y^2 = 9$
 (iii) (0, 5), (0, -5) (iv) (3, 0), (-3, 0)
 7. 36π
 8. (i) 3 (ii) 7 (iii) 1
 (iv) $2\sqrt{3}$ (v) $3\sqrt{3}$ (vi) $\sqrt{5}$
 9. (i) $x^2 + y^2 = \frac{9}{4}, \frac{3}{2}$ (ii) $x^2 + y^2 = \frac{25}{9}, \frac{5}{3}$
 (iii) $x^2 + y^2 = \frac{49}{4}, \frac{7}{2}$
 10. (i) (0, 0) (ii) 5 (iii) $x^2 + y^2 = 25$
 11. 18
 12. $x^2 + y^2 = 20$
 13. (i) $x^2 + y^2 = 6$ (ii) $x^2 + y^2 = 24$
 (iii) $x^2 + y^2 = 18$ (iv) $x^2 + y^2 = 12$
 (v) $x^2 + y^2 = 45$
 14. $x^2 + y^2 = 36$

Cleachtadh 12.2

2. Taobh amuigh
 3. (5, 0), (-5, 0); (0, 5), (0, -5)
 5. (i) Taobh amuigh (ii) Ar an gciorcail
 (iii) Taobh amuigh (iv) Taobh istigh
 6. (iii)
 7. (i) P(0, 4), Q(0, -4) (ii) 8
 8. $k = 2$

Cleachtadh 12.3

1. (i) $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 4$
 (ii) $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 9$
 (iii) $(x - 1)^2 + (y + 4)^2 = 25$
 (iv) $(x + 3)^2 + (y - 5)^2 = 16$
 (v) $(x + 3)^2 + (y + 2)^2 = 1$
 (vi) $(x - 3)^2 + y^2 = 36$
 (vii) $(x + 3)^2 + (y + 5)^2 = 10$
 (viii) $x^2 + (y + 2)^2 = 8$
 2. (i) $\sqrt{10}$
 (ii) $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 10$
 3. $(x - 5)^2 + (y + 2)^2 = 85$
 4. $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 10$
 5. (i) (1, 3) (ii) $\sqrt{8}$
 (iii) $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 8$





6. (2, 3); 4
 7. (4, -3); 3
 8. (-2, -5); 8
 9. (-5, 1); 9
 10. (0, 4); 5
 11. (3, 0); 3
 12. (1, -5); $\frac{4}{3}$
 13. (0, 2); $2\sqrt{3}$
 14. (3, 3); $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 9$
 15. (i) (4, 0) (ii) $(x - 4)^2 + y^2 = 16$
 (iii) 2 (iv) (4, 2)
 (v) $(x - 4)^2 + (y - 2)^2 = 4$ (vi) (4, 4)
 16. (i) 2 (ii) (4, -4)
 (iii) $(x - 4)^2 + (y + 4)^2 = 4$ (iv) k_4
 17. (2, 3); $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 10$
 18. (i) 3 (ii) $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 9$
 19. (i) (4, 0) (ii) $(x - 4)^2 + y^2 = 4$
 (iii) $(x - 4)^2 + y^2 = 36$ (iv) Tá
 20. (i) $(x - 1)^2 + y^2 = 1$ (ii) (2, 1)
 (iii) $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$
 (iv) $(2 - \frac{\pi}{2})$ d'aonaid chearnacha
7. (i) 6 (iii) (0, 6), (0, -6)
 8. (i) A(-9, 0), C(9, 0)
 (ii) a: $(x + 9)^2 + y^2 = 36$; c: $(x - 9)^2 + y^2 = 36$
 (iii) $y = 6, y = -6$
 9. (i) A(2, 6), B(6, -2)
 10. (i) (1, -2); $r = \sqrt{5}$
 (ii) $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 5$
 11. (i) C(2, 0); $r = 3$ (ii) $(x - 2)^2 + y^2 = 9$
 (iii) $t_1: y = 3; t_2: y = -3$
 12. (i) A = (3, 1), B = (-3, -1)
 13. (3, 4); $r = 2\sqrt{5}$; A = (1, 0), B = (5, 0); $|AB| = 4$
 14. (i) (4, -1); $r = 4$
 (ii) $(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 16$
 (iii) $\frac{5}{4}$; AE \perp EB (uillinn i leathchiorcal)
 15. (i) (-2, 3); $r = 5$ (iii) P = (-7, 3), Q = (3, 3)
 (iv) $x = -7, x = 3$ (v) $(x + 2)^2 + y^2 = 25$
 17. $k_1: x^2 + (y - 2)^2 = 4; k_2: x^2 + (y + 2)^2 = 4;$
 $k_3: x^2 + y^2 = 16; y = 4$
 18. (i) (-4, 3); $r = 6$ (ii) (-10, 3)
 19. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 25$

Caibidil 13: Sonraí a Chur i Láthair

Cleachtadh 12.4

1. (i) (-2, -3), (3, 2) (ii) (3, 1), (1, 3)
 (iii) (5, 0), (-3, -4) (iv) (4, 2), (-2, 4)
 2. (2, -1)
 3. (i) (1, 1) (ii) (1, -3) (iii) (2, -1)
 4. (3, 0), (0, -3); Ní hea; Dhá phointe trasnaithe
 5. (4, 2), (-4, -2)
 6. $x^2 + y^2 = 10$; (-1, -3), (-3, -1)
 7. $x + y - 3 = 0$; (2, 1), (1, 2)
 8. Pointe tadhaill = (-2, 4)
 9. (i) (3, 3) (ii) $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 9$
 (iii) $y = 6$ (iv) $x = 6$ (v) (6, 6)

Cleachtadh 12.5

1. (i) (2, 0), (-2, 0) (ii) (5, 0), (-5, 0)
 (iii) (9, 0), (-9, 0)
 2. (0, 7), (0, -7)
 3. (i) (2, 0), (8, 0) (ii) (6, 0), (-2, 0)
 4. (0, 1), (0, -7)
 6. (-4, 1); 3
 7. Taobh amuigh
 8. $(x + 3)^2 + y^2 = 10$; 2
 9. (i) 4 (ii) $(x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 16$

Cuir triail ort féin 12

1. (i) (0, 0); $r = 7$
 2. $x^2 + y^2 = 25$; (5, 0), (-5, 0)
 3. (i) 6 (ii) $x^2 + y^2 = 144$
 4. $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 16$
 5. (i) (3, 4); $ga = 5$
 6. Pointe trasnaithe = (1, -3)

Cleachtadh 13.1

1. (i) 7 (ii) Donn (iii) 22
 2. (i) 25 (ii) 10 (iii) 3
 (iv) 5 (v) 9
 4. (i) 6 (ii) 16 (iii) Ní fios
 5. (i) 180 (ii) Márta agus Lúnasa
 (iii) 36
 6. Meán = 12.5; líne ró-iseal
 7. (i) 15 (ii) 1 (iii) 5 (iv) 20%
 8. (i) Conchúr (ii) Barra (iii) Dara (iv) Antain
 9. (i) Dé Luain (ii) Dé Sathairn
 (iii) Dé Sathairn (iv) Dé hAoine (v) 25
 11. 88
 12. (i) 40 (ii) 15; 15%
 13. 90

Cleachtadh 13.2

1. (ii) 12 (iii) (20 - 40) km
 (iv) 40%
 2. (i) 10 (ii) (40 - 50) bl.
 (iii) 12 (iv) 60
 (v) (50 - 60) bl. (vi) (40 - 50) bl.
 3. (ii) 38 (iii) (12 - 16) nóim.
 (iv) (12 - 16) nóim. (v) 30
 4. (i) 19 (ii) 54
 (iii) (10 - 15) soic. (iv) (10 - 15) soic.
 (v) 20 (vi) 20
 5. (ii) (25 - 35) nóim. (iii) (25 - 35) nóim.
 (iv) (15 - 25) nóim. (v) 48
 (vi) 29 nóim.





Cleachtadh 13.3

- Dáileadh siméadrach;
(i) Dáileadh normalach
(ii) Airde daoine
- Sceabha diúltach
- Sceabha deimhneach
- (i) (c) (ii) (a) (iii) (b)
(iv) (b) (v) (c)
- An t-airmheán
- (i) (B) (ii) (A)
(iii) Dáileadh normalach
- (i) Sceabha diúltach
(ii) Is gnách go mbíonn an mód níos airde nuair is sceabha diúltach atá faoin dáileadh
- Sceabha diúltach; (i) An meán (ii) An mód
- (i) Sceabha deimhneach
(ii) Mód < Airmheán < Meán

Cleachtadh 13.4

- (i) 20 (ii) 5 (iii) 94 (iv) 51 (v) 8
- (i) 4 (ii) 27
(iii) 8 (iv) 36 bliain d'aois
- (ii) 8 (iii) 16
- (i) 6 (ii) 4.3 soic.
(iii) 3.5 soic. (iv) 3.5 soic.
- (i) 62 (ii) 47 (iii) 67 (iv) 20
- (ii) 16.5 (iii) 40 (iv) 23.5
- (i) 19 (ii) (a) 66 (b) 49
(iii) 55 (iv) 26
- (i) 37 (ii) 44 (iii) 54
(iv) 16 (v) 26; Brian
- (i) Airmheán = 76; Raon = 27
(ii) Airmheán = 68; Raon = 38
(iii) An grúpa nach gcaitheann tobac
- (i) 52 nóim.
(ii) (a) 52 nóim. (b) 69 nóim.
(iii) (a) 31 nóim. (b) 55 nóim.
- (i) 41 (ii) 41 (iii) 53
- (ii) 55 (iii) 66.5 (iv) Béarla

Cleachtadh 13.5

- (i) B (ii) C (iii) D
- (i) C agus F (ii) A agus E (iii) B agus D
(iv) A; Comhghaolú deimhneach foirfe
- (i) 6 (ii) 8.2 bliain
(iii) Deimhneach lag
- (i) Deimhneach láidir
(ii) Gaol láidir nó dlúthghaol
- (i) 100 kg (ii) 170 cm
(iii) 175 cm, 85 kg (iv) Deimhneach lag
- (ii) Comhghaolú diúltach láidir; Cuireann,
mar bheifeá ag súil le comhghaolú
deimhneach

- (ii) Má tá rothar níos sine beidh sé níos saoire
(iii) Diúltach láidir
- (ii) Comhghaolú deimhneach láidir
- (i) B (ii) C (iii) A (iv) D
- (i) Diúltach láidir (ii) Deimhneach láidir
(iii) Níl comhghaolú ann (iv) Diúltach láidir
(v) Deimhneach láidir

Cleachtadh 13.6

- Deimhneach láidir; 0.7
- A: 0.1; B: -1; C: -0.4; D: 0.8
- 0.9
- 0.8
- 1
- 0.1
- (i) 0.9 (ii) -0.8 (iii) 0
(iv) -1 (v) -0.1 (vi) 0.2

Cleachtadh 13.7

- (i), (ii), (v) agus (vi)
- (i) 39 000 km
(ii) Comhghaolú deimhneach láidir
(iii) Tá (Níos sine - níos mó ciliméadar déanta)
(iv) (a) 2 bhliain, 40 000 km
- (i) Comhghaolú diúltach láidir
(ii) Tá; Níos sine - luach níos ísle
- (ii) Comhghaolú deimhneach láidir
(iii) Tá; Bíonn an teocht níos airde de
dheasca na gréine
- (ii) Comhghaolú diúltach láidir
(iii) Níl

Cuir triail ort féin 13

- (i) 47 (ii) 38 (iii) 29 (iv) 47 (v) 18
- (i) 49 (iii) 30 (iv) 54 (v) 24
- (i) 32 (ii) €48 (iii) €25 (iv) €29
(v) Na fir a chaith an méid ba mhó
- (i) €850 (ii) €300 (iii) €500 (iv) €150
- (ii) Comhghaolú diúltach láidir
- (i) D (ii) C (iii) A
(iv) (a) B (b) D (c) C (d) A
- (i) Deimhneach
(ii) Deimhneach
(iii) Níl comhghaolú ann
(iv) Deimhneach
(v) Diúltach
- (i) Barrachairt nó píchairt
(ii) Scaipghraf
(iii) Léaráid ghais is duillí chúl le cúl
(iv) Barrachairt nó píchairt
(v) Píchairt nó barrachairt
(vi) Scaipghraf
- (i) Dáileadh siméadrach (nó normalach)





10. (i) Tá an chuid is mó de na sonraí ag na luachanna níos ísle (nó i dtosach an dáilte)
 (ii) Sceabha deimhneach
 (iii) An aois ag a bhfoghlaíonn daoine conas léamh
11. (i) Sceabha diúltach
 (ii) An aois ag a mbíonn garpháistí ag daoine den chéad uair

Caibidil 14: An Triantánacht

Cleachtadh 14.1

- 12 cm²
- 31 cm²
- Tá
- $a = 3.6$ cm, $b = 9.2$ cm, $c = 9.5$ cm,
 $d = 4.5$ cm, $e = 15$ cm, $f = 12$ cm,
 $g = 9.4$ cm, $h = 6.4$ cm, $i = 8.9$ cm
- 12.8 cm
- 8.1 aonad
- 2.6 m
- 6.4 cm
- (i) 3 cm (ii) 5.8 cm
- $c = 10$ cm, $d = 24$ cm
- 25 cm
- 25.7 m

Cleachtadh 14.2

- (i) $\tan A$ (ii) $\cos A$ (iii) $\sin A$
- $\frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{3}{4}, \frac{5}{13}, \frac{12}{13}, \frac{5}{12}, \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, \sqrt{3}$
- 5; (i) $\frac{5}{13}$ (ii) $\frac{12}{13}$ (iii) $\frac{5}{12}$
- 2; $\frac{3}{\sqrt{13}}$ (ii) $\frac{2}{\sqrt{13}}$ (iii) $\frac{3}{2}$
- (i) $\tan \theta$ (ii) $\sin \theta$ (iii) $\cos \theta$
- $\sin B = \frac{12}{13}$, $\tan B = \frac{12}{5}$
- (i) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (ii) $\frac{\sqrt{21}}{2}$
- $\sin C = \frac{1}{2}$, $\cos C = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- 1
- (i) 1 (ii) 1

Cleachtadh 14.3

- (i) 0.7431 (ii) 0.2756 (iii) 0.2679
 (iv) 0.9511 (v) 0.8788
- (i) 0.5344 (ii) 0.7266 (iii) 0.5914
 (iv) 0.2773
- (i) 48° (ii) 69° (iii) 55°
 (iv) 78° (v) 42° (vi) 12°
- (i) 36.9° (ii) 41.1° (iii) 75.4°
 (iv) 74.2°
- (i) 42° (ii) 53° (iii) 41°
 (iv) 24° (v) 29° (vi) 12°
 (vii) 35° (viii) 58°

6. $A = 56.7^\circ$; $\sin A = 0.84$
 7. $A = 37^\circ$; $B = 68^\circ$; $C = 39^\circ$

Cleachtadh 14.4

- (i) comhshíneas
 (ii) tangant (iii) comhshíneas
- $x = 3.8$, $y = 10.0$, $z = 10.2$
- (i) 3.3 (ii) 16.7 (iii) 13.5
- (i) 37° (ii) 46° (iii) 23°
- $p = 67^\circ$, $q = 24^\circ$, $r = 37^\circ$
- $x = 9.4$
- (i) 12.0 (ii) 15.9 (iii) 18.8
- $x = 15$, $y = 20$
- (i) 13.9 (ii) 44°
- 12.5 cm
- (i) 13 cm (ii) 11°
- (i) 4.2 cm (ii) 25°
- 20 m
- 21 m
- 40 m
- (i) 4.0 m (ii) 12.7 m
- (i) 25° (ii) 107 m
 (iii) 118 m (iv) 355 m
- Is féidir
- (i) 37° (ii) $|BC| = 6$ m, $|DC| = 4$ m
- 3 cm

Cleachtadh 14.5

- (i) 24.1 cm² (ii) 7.4 cm² (iii) 11.4 cm²
- (i) 12 cm² (ii) 49 cm² (iii) 85 cm²
- 87 aonad cearnach
- 338 cm²
- 139 cm²
- $A = 75^\circ$; $B = 22^\circ$
- 8.3
- 10 cm
- $\sin A = \frac{3}{5}$; 168 aonad cearnach
- (ii) 90°
 (iii) Ní dhúblófaí; is faoi cheathair a mhéadófaí é
- 153 m
- (i) $\frac{\sqrt{24}}{5}$ (ii) $6\sqrt{6}$; $k = 6$

Cleachtadh 14.6

- (i) 15.3 (ii) 11.3 (iii) 11.0
- (i) $A = 34^\circ$ (ii) $B = 51^\circ$ (iii) $C = 75^\circ$
- (i) 40° (ii) 22 cm
- (i) 29 aonad (ii) 302 aonad cearnach
- (i) 19.2 m (ii) 15.3 m
- (i) 94 m (ii) 81 m
- (i) 47° (ii) 98 km
- (i) 8 cm (ii) 33 cm²
- (i) 37 m (ii) 23 m
- (i) 60° (ii) 74 m (iii) 1899 m²



Cleachtadh 14.7

- (i) $a = 4.4$ (ii) $b = 11.1$ (iii) $a = 14.7$
- (i) $a = 6$ (ii) $b = 21$ (iii) $c = 9$
- (i) $A = 49^\circ$ (ii) $B = 43^\circ$ (iii) $C = 29^\circ$
- 29°
- 45°
- 66 m
- (i) 13 m (ii) 72°
- 101 cm
- 21 km
- (i) 9 cm (ii) 16 cm
- (i) 23 cm (ii) 39°
- (i) 7.39 (ii) 10.61
- 9 m
- (i) 30 m (ii) 177 m
- (i) 13.7 m (ii) 69°
- (i) 386 m (ii) 363 m
- (i) 37 m
- (i) 58° (ii) 79°

Cleachtadh 14.8

- $\frac{1}{2}$
- 1
- $\frac{1}{2}$
- $\frac{1}{\sqrt{2}}$
- $\frac{1}{4}$
- $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- $\frac{1}{2}$
- $\frac{3}{4}$
- $\frac{1}{3}$
- $x = 3, y = 3\sqrt{3}$
- $x = 3, y = 4$
- $x = 4\sqrt{3}, y = 4, z = \frac{8}{\sqrt{3}}$ (nó $\frac{8\sqrt{3}}{3}$)
- $400\sqrt{3}$

Cleachtadh 14.9

- (i) 34 cm^2 (ii) 127 cm^2 (iii) 44 cm^2
- (i) 8.4 cm (ii) 23.0 cm (iii) 17.5 cm
- (i) 410.5 cm^2 (ii) 58.6 cm
- (i) 24 cm (ii) 212 cm^2
- 14 cm
- 15 cm
- 115 m
- 5.9 km^2
- (i) 170 cm^2 (ii) 54 cm
- (i) 25 cm (ii) 23 cm (iii) 226 cm^2
(iv) 160 cm^2 (v) 66 cm^2
- (i) 106° (ii) 18.5 m

Cleachtadh 14.10

- (i) 0.7660 (ii) -0.7660
(iii) 0.6428 (iv) -0.6428
- (i) 0.6691 (ii) -0.8480
(iii) -0.9004 (iv) -0.9336
(v) 0.2309 (vi) -0.8290
(vii) 0.7314 (viii) 3.4874
- (i) $\sin 50^\circ$ (ii) $-\cos 65^\circ$
(iii) $-\tan 20^\circ$ (iv) $-\cos 40^\circ$
(v) $-\sin 70^\circ$ (vi) $-\tan 60^\circ$
- (i) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (ii) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ (iii) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
(iv) $-\frac{1}{2}$ (v) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (vi) $\frac{1}{1}$
(vii) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (viii) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (ix) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$
- 13° agus 167°
- (i) 147° agus 213° (ii) 129° agus 309°
- 30° agus 150°
- 1 agus -1
- $\frac{\sqrt{3}}{2}$ agus $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
- $\frac{1}{2}$ agus $-\frac{1}{2}$
- 233°
- $-\frac{3}{4}$
- $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
- $-\frac{1}{\sqrt{5}}$

Cuir triail ort féin 14

- (i) $\frac{3}{5}$ (ii) $\frac{3}{4}; A = 37^\circ$
- $x = 12;$ (i) $\frac{5}{12}$ (ii) $\frac{12}{13}$
- 17.8 cm
- (i) 8 cm (ii) 22°
- (i) 16 cm^2 (ii) 6 cm (iii) 41°
- (i) 4.2 cm (ii) 25°
- (i) 32.0° (ii) 43°
- (i) 41 cm^2 (ii) 11.6 cm
- (i) 15.0 m (ii) 9.6 m
- (i) 22.3 cm^2 (ii) 6.0 cm^2
- (i) 22 cm (ii) 27 cm
- (i) 240° agus 300° (ii) $\frac{3}{2}$
- (i) 15 cm (ii) 148 cm^2
- 12.7 m
- (i) 13.1 cm (ii) 39°
- (i) 20 cm^2 (ii) 18 cm
- 9.1 cm; 50°
- (i) Radar A (ii) Radar A



Caibidil 15: An Chéimseata 2 – Méaduithe agus Tógálacha

Cleachtadh 15.1

- (i) 2 (ii) $x = 6 \text{ cm}, y = 18 \text{ cm}$
- (i) 8 (ii) 12 (iii) 5
- An pointe A
- (i) 6 cm (ii) 9 cm
- (i) 2 (iii) $(-2, 3)$
- (i) 2 (ii) $(8, 9)$
(iii) A = 2 aonad chearnacha,
B = 8 n-aonad chearnacha
- (i) 2.5 (ii) 3.2 aonad
(iii) 2 : 5; 25 aonad cearnach
- (i) A'B'C'
(ii) (a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{4}{3}$
(iii) (a) 4 cm (b) 16 cm
- Tá; Níl
- (i) $(0, 2)$ (ii) 2
(iii) $\frac{1}{2}$ (iv) 60 aonad cearnach
- (i) 2.5 (ii) 10 n-aonad
(iii) 2 : 5 (iv) 100 aonad cearnach
- (i) 104 mm (ii) 42 mm
- (i) 3
(ii) Toirt na hómhá = k^3 oiread thoirt
na bunfhíorach
- 10.8 cm
- (i) 3 (ii) 14 cm faoi $9\frac{1}{3}$ cm
- (i) 1 : 500 (ii) 60 m
(iii) 1 : 2000 (iv) 50 cm

Cleachtadh 15.2

- 10.7 cm
- 105°
- Fuair, an toradh céanna
- Tá an pointe ar comhfhad ón dá shlios lena ndéantar an uillinn
- $|AG| : |GM| = 2 : 1; |BG| : |GN| = 2 : 1; 2 : 1$
- Faigh an pointe ag a dtasnaíonn déroinnteoír ingearacha [AB] agus [BC] a chéile

Cuir triail ort féin 15

- (i) 2
(ii) 10 cm
(iii) 10.5 cm
(iv) Trasnaíonn N'N agus L'L a chéile ag O
(v) 32 cm
- (i) $(0, 2)$ (ii) 2 (iii) $\frac{1}{2}$ (iv) 96 cm^2
- (i) A (ii) $\frac{3}{2}$ (iii) 7.5 m (iv) 14.1 m
(v) $\frac{2}{3}$
- (i) 12 aonad (ii) 6 aonad
(iii) 6 aonad; 45 aonad cearnach

- 7.8 cm
- Beidh an pháirc imeartha ag an imlár
- (i) $\triangle ABE$ (ii) 11.25 cm (iii) $\frac{2}{5}$
(iv) 28° (v) 26.25 cm^2
- (i) $\frac{3}{4}$ (ii) 4.5 cm (iii) 32 cm^2
- (ii) 2.2 km
- (i) 1.5 (ii) 6 aonad
(iii) 12 aonad chearnacha
- (i) (a) $\frac{8}{5}$ (b) $\frac{4}{5}$ (ii) (a) 7.5 (b) 7.2

Caibidil 16: Feidhmeanna

Cleachtadh 16.1

- (i) 2, 10, 12 (ii) 12, 10, 8
- (i) $y = 2x + 4$ (ii) $y = 8x - 7$
(iii) $y = \frac{x}{4} - 3$ (iv) $y = 4(x + 3)$
- (i) $x \rightarrow 3x + 2$ (ii) $x \rightarrow 5x - 2$
(iii) $x \rightarrow \frac{x}{3} + 2$ (iv) $x \rightarrow 7(x + 2)$
- (i) $(-1, 5), (0, 4), (1, 5), (2, 8)$
(ii) $(-3, 9), (-2, 7), (-1, 5), (0, 3), (1, 1), (2, -1)$
- (i) 'bain 1 uaidh' (ii) 'cuir 1 leis'
- (i) 5, 8, 20 (ii) 4, 8, 10
- (i) $\{1, 2, 4, 5, 7\}$
(ii) $\{3, 6, 4, 7, 9\}$
(iii) $\{(1, 3), (2, 4), (4, 6), (5, 7), (7, 9)\}$
(iv) $x \rightarrow x + 2$
- (i) Is feidhm é (ii) Ní feidhm é
(iii) Ní feidhm é (iv) Is feidhm é
- Mar nach bhfuil an t-ionchur céanna ag aon dá chúpla ar leith
- Mar go bhfuil dhá aschur éagsúla ag an ionchur 2 (5 agus 10)
- (i) Is feidhm é (ii) Ní feidhm é
(iii) Is feidhm é
- (a) (i) $\{0, 1, 3, 5\}$
(ii) $\{3, 4, 5, 8\}$
(iii) $\{3, 4, 5, 6, 8\}$
(b) (i) $\{-2, 2, 3, 7\}$
(ii) $\{-4, 6, 9\}$
(iii) $\{-4, 2, 6, -3, 4, 9\}$
- $a = 10, b = -26, c = 3, d = -2$
- (i) $y = 2x - 4$ (ii) $y = 3x + 2$
(iii) $y = 3x + 1$

Cleachtadh 16.2

- (i) -1 (ii) -3 (iii) 1 (iv) -5 (v) -9
- (i) -3 (ii) -2 (iii) 1 (iv) 1 (v) 13
- (i) $x = 2$ (ii) $x = 1$ (iii) $k = -2$
- (i) $x = 2$ (ii) $x = 3$ (iii) $x = -2$
- (i) -16 (ii) 0 (iii) $5k - 1$
(iv) $10k - 1$ (v) $10k - 6$
- 4



7. $\frac{8}{9}$
 8. $\frac{1}{3}$
 9. (i) $x = \pm\sqrt{2}$ (ii) $x = 15$
 (iii) $x = -1$ nó $x = \frac{3}{2}$
 10. (i) $\frac{1}{2}, 11$ (ii) 2 (iii) $\frac{5}{2}$
 11. (i) $-4k - 3$ (ii) $k = -4$
 12. (i) 1 (ii) 3 (iii) 11
 (iv) $-2; 2x + 7$
 13. $\{(2, 13), (5, 31), (7, 43)\}$
 14. (i) 7 (ii) 25 (iii) -21
 (iv) $8x + 1; 3$
 15. (i) 9 (ii) 9 (iii) 9 (iv) 81
 16. (i) 9 (ii) -19 (iii) $6x - 1$ (iv) $6x + 3$
 17. (i) 11 (ii) 2 (iii) $2x^2 + 3$
 (iv) $4x^2 - 4x + 3; x = 0$ nó $x = 2$
 18. (i) $\{4, 5, 6, 7\}$ (ii) $2x + 6$
 (iii) $\{8, 10, 12, 14\}$
 19. (i) -23 (ii) ± 2
 20. $2\sqrt{3}, 6\sqrt{2}; k = 12$
 21. 36
 22. (ii) (a) $18x^2 - 12x + 2, 6x^2 - 1$ (b) $\frac{1}{2}$

Cleachtadh 16.3

1. 2 2. 1 3. -2
 4. 3 5. -4 6. 3
 7. $a = -2, b = 4$
 8. $a = 7, b = 5, c = -7$
 9. $a = 2, b = -3$
 10. $a = -1, b = 0$
 11. $p = -2, q = 1; x = 1$
 12. (i) $b = -2, c = -2$
 (ii) $y = -2$
 13. $a = 7, b = 1$
 14. (ii) $b = 2, c = -3$
 (iii) $(1, 0)$
 15. $k = -2, p = -8; (-2, 0)$

Cuir triail ort féin 16

1. (a) (i) 7 (ii) 5
 (b) $a = 19, b = 49, c = 3, d = 3.5$
 (c) (i) 35 (ii) -33
 (iii) $15x - 3$ (iv) $15x + 5; x = 1\frac{7}{15}$
 2. (a) (i) 'Bain 3 uaidh' (ii) $\{-13, -10, -7, -4\}$
 (b) (i) 5
 (ii) $\frac{1}{2}; 10; h = -5$ nó $h = 2$
 (c) (i) $2m + c = 7$ (ii) $4m + c = 17$
 (iii) $m = 5, c = -3$
 (iv) 5
 3. (a) (i) -5 (ii) 11
 (b) (i) 49 (ii) $21; x = 0$ nó $x = -6$
 (c) (i) $f(0) = 0; \ell = 0$
 (ii) $k = 4$

4. (a) $a = -7, b = -1$
 (b) (i) 18 (ii) 2 (iii) 0; 9
 (c) $A(-5, 0), B(2, 0), C(0, 10)$
 5. (a) (i) Léiríonn (ii) Ní léiríonn
 (b) (i) 0 (ii) $23; x = \frac{1}{2}, 1$
 (c) $A(-4, 0), B(2, 0), C(0, 8)$
 6. (a)

| | | | | |
|---|----|----|---|---|
| x | -1 | 0 | 1 | 2 |
| y | -5 | -2 | 1 | 4 |

 (b) (ii) Níl siad cothrom
 (iii) 1
 (iv) Is tadhlaí leis an ngraf í an x-ais
 (c) (i) $-b + c = -1, 3b + c = -13$
 (ii) $b = -3, c = -4$
 (iii) $f(x) = x^2 - 3x - 4$
 (iv) $D(4, 0), E(0, -4)$

Caibidil 17: Feidhmeanna a Ghrafadh

Cleachtadh 17.1

1. $(-1, -5), (0, -3), (1, -1), (2, 1), (3, 3), (4, 5)$
 2. $(0, -5), (1, -3), (2, -1), (3, 1), (4, 3), (5, 5)$
 3. $(-1, -7), (0, -4), (3, 5)$
 4. $(0, 6), (3, 3), (6, 0)$
 5. $(-2, -6), (0, -2), (3, 4)$
 6. (i) 4 (ii) 1 (iii) -3 (iv) -3
 (v) 5; fána = 1; méadaitheach; de réir mar a mhéadaíonn y, méadaíonn x
 7. Fána = 2; $y = 2x + 1$
 8. (i) $(3, 4)$
 (ii) x-luach phointe trasnaithe na línte
 (iii) $x = 3$; tá siad mar an gcéanna
 (iv) Cothromóidí comhuaineacha
 (v) 3
 9. $(3, 2)$
 10. $(2, 0), (0, 4)$
 11. $(0, 3), (2, 0)$
 12. $(0, 0), (10, 1), (20, 2), (30, 3), (40, 4), (50, 5)$;
 (ii) Tá; trí $(0, 0)$ agus líneach
 (iii) $x = 10y$ (iv) 7.5ℓ
 13. (i) Tá $(0, 2)$ ar gach líne
 (ii) Is é 2 an tairiseach
 (iii) fánaí éagsúla
 (iv) x-chomhéifeachtaí éagsúla
 (v) $y = -x + 2$
 (vi) $y = 2x + 2$
 14. $(-2, -11), (-1, -7), (0, -3), (1, 1), (2, 5), (3, 9), (4, 13)$; tá; an chéad difríocht chéanna
 15. (i) $(0, -1), (1, -1.5), (2, -2), (3, -2\frac{1}{2}), (4, -3), (5, -3\frac{1}{2}), (6, -4)$
 (iv) -3.75°
 (v) -3.75°



16. (i) $H_1 : (1, 16), (2, 20), (3, 24), (4, 28), (5, 32), (6, 36), (7, 40)$
 $H_2 : (1, 24), (2, 27.5), (3, 31), (4, 34.5), (5, 38), (6, 41.5), (7, 45)$
(ii) $H_1 = 4d + 12; H_2 = 3.5d + 20.5$
(iv) (a) (17, 80)
(b) an airde mar an gcéanna
(v) níos cruinne
(vi) teorainn leis an bhfás

Cleachtadh 17.2

- $(-3, 5), (-2, 0), (-1, -3), (0, -4), (2, 0), (3, 5)$
- $(-1, 5), (0, 0), (1, -3), (2, -4), (3, -3), (4, 0)$
- $(-3, 4), (-2, 0), (-1, -2), (0, -2), (1, 0), (2, 4), (3, 10)$
- $(-2, 7), (-1, 0), (0, -3), (1, -2), (2, 3), (3, 12)$
- $(-3, 5), (-2, -2), (-1, -5), (0, -4), (1, 1), (2, 10)$
- $(-2, 15), (-1, 4), (0, -3), (1, -6), (2, -5), (3, 0), (4, 9)$
1ú difríocht: $-11, -7, -3, 1, 5, 9$
2ú difríocht: $4, 4, 4, 4$
Is ionann an 2ú difríocht agus dhá oiread chomhéifeacht x^2
- 8
- $(-2, -4), (-1, -1), (0, 0), (1, -1), (2, -4)$
- $(-2, -5), (-1, 0), (0, 3), (1, 4), (2, 3), (3, 0), (4, -5), (-1, 0), (3, 0)$

Cleachtadh 17.3

- (i) 3 (ii) 3 (iii) $(0, -1)$
(iv) $-1, 1$ (v) $-2, 2$
- (i) $x = -1, 4$ (ii) $x = -2, 5$ (iii) $x = 0, 3$
(iv) -6 (v) -5.25 (vi) $(1.5, -6.25)$
(vii) -6.25
- (i) $-1, 3$ (ii) $0, 2$ (iii) 1.75
(iv) 4 (v) $(1, 4)$
(vi) $-2 < x < 1$
(vii) $-1 < x < 3$
(viii) $x = 1$
- $(-2, 7), (-1, 0), (0, -3), (1, -2), (2, 3), (3, 12)$
(i) $-1, 1\frac{1}{2}$ (ii) $2.4, -1.9$
(iii) $(\frac{1}{4}, -3\frac{1}{3})$ (iv) $-1 < x < 1\frac{1}{2}$
- (i) $(-1, 1), (3, 9)$ (ii) $-1, 3$
(iii) na x -luachanna céanna
(iv) x -luachanna phointí trasnaithe $f(x)$ agus $g(x)$
(v) $-1 < x < 3$
- (i) $0, 3$ (ii) $-1, 4$
(iii) $-0.8, 3.8$ (iv) $3.6, -0.6$
- (i) $-3.8, 0.8$ (ii) $-3.3, 0.3$
(iii) $-2.4, 0.4$
(iv) -5.25 ; tá an cuar faoi bhun na líne;
 $-2.4 < x < 0.4$

- (i) $x = -2$ (ii) luach amháin
(iii) is tadhlaí leis an gcuar í an x -ais ag $x = -2$
- (i) $A: y = x^2 + x - 2; B: y = x^2 - 3x + 3;$
 $C: y = x^2 - 6x + 9$
(ii) $y = x^2 - 6x + 9$
(iii) $x = 1.6$

Cleachtadh 17.4

- (i) 15 (ii) $0, 4$
(iii) $x = 2$ (iv) 15 thacsáí
(v) 11 a.m., 5 p.m. (vi) 10 uair
- $x = -1, 3.5;$
(i) 10.1 m (ii) 9 m (iii) 3.5 soic.
- (i) 525
(ii) 12.00 meán lae, 9 p.m.
(iii) 4.30 p.m.; 625
(iv) 9 a.m., 12 meánoiche
- (i) 13.75 (ii) $16 \text{ m}^2; x = 4$
(iii) 2, 6
- (i) 45 m (ii) 34 m
(iii) 0.4, 5.7 soic. (iv) 3 soic.
- (i) $(0, 0), (1, 3), (2, 12), (3, 27)$
(ii) 19 m^2
(iii) 1.8 m
(iv) $19.6 \text{ m}^2; 1.78 \text{ m}$
- (i) $(20x - x^2) \text{ m}^2$
(iii) 17.75, 2.25
(iv) $6.8 < x < 13.2$
(v) $100 \text{ m}^2; 10 \text{ m}$ faoi 10 m

Cleachtadh 17.5

- $(-4, -15), (-3, 0), (-2, 3), (-1, 0), (0, -3), (1, 0), (2, 15)$
- (i) $-3, 0, 3$ (ii) $-3 < x < 0; x > 3$
(iii) $-1.5 < x < 0$ (iv) $(-1.5, 8)$
(v) $(1.5, -8)$
- (i) $-3, 0, 2$ (ii) $(1.1, -4)$
(iii) $-3 < x < 0; x > 2$ (iv) $0 < x < 1.1$
- $(-4, -7), (-3, 9), (-2, 11), (-1, 5), (0, -3), (1, -7), (2, -1), (3, 21);$
(i) $-3.7, -0.4, 2.1$
(ii) $-2.3 < x < 1$
(iii) $(1, -7)$
- $(-3, 18), (0, 0), (1, 6), (4, -24)$
(ii) laghdaíonn sé ar dtús
(iii) $x = -2, 0, 3$
(iv) $(-1.1, -6.7)$
(v) $-2 < x < -1.1; x > 3$
- (i) B (ii) C (iii) A (iv) B
- (i) $-1.5, 1, 2$
(ii) $(1.5, 1.5)$
(iii) $-2 < x < -1.5; 1 < x < 2$
(iv) $-1.5 < x < -0.5$
- $A: y = 1 - x^2; B: y = x - x^2; C: y = x^3 - x^2;$
 $D: y = 9x - x^3; E: y = x^2 + 3x;$
 $F: y = -\frac{3}{4}x + 3$



Cleachtadh 17.6

- (i) $-2, 1, 3$ (ii) $-2 < x < 1$
(iii) $(-0.8, 8.2)$ (iv) $1.4, 2.8$
(v) $-1.5, 0$
- (i) $-1.35, -0.6, 2.45$
(ii) $-1.7, -0.1, 2.3$
(iii) 2.55
- (i) $-3, 2$
(ii) $-2.8, 0.85, 2.9$
(iii) $-3 < x < 2; 2 < x < 4$
(iv) $-1\frac{1}{3} < x < 2$ (v) $x = 2$
- (i) $-3, -2, 1$ (ii) 1.2
(iii) $-2 < x < 1$ (iv) $-2.5 < x < 0$
(v) $-3.45, -2, 1.45$
- (i) -27 (ii) $(-1, 5)$
(iii) $-2.8, 1.8, 4$
(iv) $-1 < x < 3$; trasnaíonn an cuar agus an líne $y = 10$ a chéile ag aon phointe amháin; trasnaíonn an cuar agus an líne $y = -10$ a chéile ag trí phointe
- (i) $-1.7, 0, 1.7$ (ii) $-1.5, -0.35, 1.9$
(iii) $-1.6, 0.6, 1$
- (i) $-1 < x < 9$ (ii) $1 < x < 5$
- (i) $(2, -9)$ (ii) $-1, 0.5, 3$
(iii) $-0.65, 0, 3.15$;
 $2x^3 - 5x^2 - 4x + 3 = 2x - 3$;
 $-1.35, 0.7, 3.15$
- (iii) (a) 1.2 m (b) 7.35 m^3

Cleachtadh 17.7

- (i) 1 (ii) 2 (iii) 2.8
(iv) 8 (v) 2.3
- $(-2, \frac{1}{9}), (-1, \frac{1}{3}), (0, 1), (1, 3), (2, 9), (3, 27)$;
(i) 5.2 (ii) 1.3
- | | | | | | |
|------------------------|---------------|---------------|---|---|----|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| 2^x | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | 1 | 2 | 4 |
| 4.2^x | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 |

; 5.7
- (i) $k = 3$ (ii) 12 (iii) -1.6
- $A: f(x) = 3.3^x$; $B: f(x) = 3^x$; $C: f(x) = 2^x$
- $(-2, 9), (-1, 3), (0, 1), (1, \frac{1}{3}), (2, \frac{1}{9}), (3, \frac{1}{27})$;
(i) 5.2
(ii) -1.3
- $a = 3, b = 2$
- $A: y = (\frac{1}{2})^x$; $B: y = 3^{-x}$; $C: y = 5^x$; $D: y = 2^x$
- (i) $k = 5$ (ii) $f(x) = k.2^x$
- $a = 1.5$
- $a = 2, b = 5$
- (i) Tábla A: $h: x \rightarrow 3(2^x)$;
Tábla B: $f: x \rightarrow 2x + 3$;
Tábla C: $g: x \rightarrow x^2 + 3$
(ii) $h: x \rightarrow 3.(2^x)$
- A agus (ii); B agus (iii), C agus (i)

- A = (iii); laghdaíonn an airde, ansin méadaíonn sí arís
B = (i); laghdaíonn sé den mhéid céanna gach bliain
C = (ii); laghdaíonn siad de mhéideanna difriúla gach bliain
- (i) Easpóntantúil
(ii) Cearnach
(iii) $g: x \rightarrow 4x^2 + 1$
(iv) $f: x \rightarrow 3^x$

16.

| | | | | | | | |
|--------------------------------|----|------|---|------|---|------|----|
| x | 0 | 0.5 | 1 | 1.5 | 2 | 2.5 | 3 |
| 2^x | 1 | 1.4 | 2 | 2.8 | 4 | 5.7 | 8 |
| 9x - 3x² - 1 | -1 | 2.75 | 5 | 5.75 | 5 | 2.75 | -1 |

- 0.275, 2.15
- 2.6

Cuir triail ort féin 17

- (a) (i) -5.5 (ii) 1.5
(b) (i) 30 soic. (ii) 225 m
(c) $(-1, 6), (0, 4), (1, -4), (2, -6)$;
(i) $-1.85, 0.7, 3.2$ (ii) $0.7 < x < 3.2$
(iii) $(2, -6)$ (iv) $0.7 < x < 2$
(v) $-1.4, 0, 3.4$ (vi) 3.6
- (a) (i) -1.75 (ii) $x = 1, 3$
(iii) -4 (iv) $x = 2$
(b) $A: y = k - x$; $B: y = x^2 - k$; $C: y = k - x^2$
(c) (i) $(0, 1)$
- (b) (i) $Q(2, 0); R(8, 0)$ (ii) $h = 25$
(c) (i) $(0, 1)$ (ii) $a = 4$
- (a) $5f = 8d + 20$; €36
(b) $A: y = x^3 - 1$; $B: y = 3 - 2x$;
 $C: x^2 - x - 6$; $D: x = 4$
(c) $(-3, 0.125), (-2, 0.25), (-1, 0.5), (0.1), (1, 2), (2, 4), (3, 8), (4, 16), (5, 32)$
(ii) 2.3
- (a) (i) $-1.6, 2.6$ (ii) $-0.6, 1.6$
(iii) $-1, 3$
(b) €19600
(c) (i) $A = (-1, 0), B = (3, 0), C = (0, -3)$
(ii) $-1 \leq x \leq 3$
(iii) $k = 0, 2$
- (a) (i) €C = $10t + 20$
(ii) €160
(b) $A: y = x^2 - 2$; $B: y = 2 - x^2$; $C: y = 2x$
(c) (i) $-2.3, 0.2, 2.1$ (ii) $-2.3 < x < 0$
(iii) -2.1 (iv) $-2.25, 0, 2.25$
(v) $x^3 - 5x + 1 = 1 \Rightarrow x^3 - 5x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 5) = 0 \Rightarrow x = 0$ nó $x = \pm\sqrt{5}$

Caibidil 18: An Calcalas

Cleachtadh 18.1

- $\frac{2}{3}$; an fhána; $\frac{2}{3}$
- (i) $\frac{1}{2}$ (ii) $-\frac{2}{3}$ (iii) 2
- (i) 3 (ii) 2 (iii) 4 (iv) 5
(v) -2 (vi) -3 (vii) 7 (viii) 0
- (i) 2 (ii) 0 (iii) -1
(iv) -3 ; mar go bhfuil an líne ag dul síos
(ó chlé go deas)
- 3; 3; tá siad mar an gcéanna
- (i) €10/bliain (ii) 80 km/u
(iii) 3 cm/seachtain
- (i) 20 km/u (ii) 20 km/u
(iii) 0 (iv) 0 km/u
(v) 80 km/u (vi) 120 km/u

Cleachtadh 18.2

- $\frac{dy}{dx} = 2$
- $\frac{dy}{dx} = 3$
- $\frac{dy}{dx} = 7$
- $2x$
- $4x + 6$
- $10x - 3$
- $2x - 8$
- $x - 3$
- $6x$
- $3x^2$
- $3x^2 + 2$
- $6x^2 - 10x$
- $9x^2 - 4x - 1$
- $3x^2 - 2x + 2$
- $x^2 - 2x + 4$
- $3x^2 - 8x$
- $-2 + 2x$
- $2 - 6x$
- $-3x^2 + 2$
- $-2x + 6x^2$
- $3 - 8x + x^2$
- 1
- -6
- 5
- 3
- 5
26. 3
- 16
28. 1
- 13
30. -12
- (i) 8 (ii) -8
(iii) 0; tá an tadhlaí comhthreomhar
leis an x-ais

Cleachtadh 18.3

- (i) 4 (ii) 2 (iii) 2
(iv) 2 (v) -6 (vi) -1
- (i) $3x - y - 7 = 0$ (ii) $4x - y + 4 = 0$
(iii) $3x + y - 2 = 0$ (iv) $3x + y - 10 = 0$
(v) $11x + y + 19 = 0$ (vi) $x - y + 2 = 0$
- -2
- (1, 0)
- (1, -3)
- (2, -3)
- (1, -16)
- (1, 0)
- 5
- (-3 , 4)
- $6x - y - 5 = 0$
- (3, -3)
- (3, 7)
- $k = 1$

Cleachtadh 18.4

- (i) 0; Ag B, tá an tadhlaí leis an gcuair
comhthreomhar leis an x-ais agus, dá bhrí
sin, is ionann fána an chuair agus náid
(ii) íospointe casaidh
(iii) (0, -1)
(v) "deimhneach"
- (i) (-1 , -2); íospointe
(ii) (1, 1); íospointe
(iii) (2, 5); íospointe
(iv) (2, 12); uaspointe
(v) (3, 14); uaspointe
(vi) ($\frac{1}{2}$, $\frac{15}{4}$); íospointe
- Uaspointe $(0, 0)$, íospointe $(2, -4)$
- Uaspointe $(1, -6)$, íospointe $(3, -10)$
- Uaspointe $(-1, 11)$, íospointe $(3, -21)$
- Uaspointe $(-1, 14)$, íospointe $(2, -13)$
- Uaspointe $(1, 5)$, íospointe $(2, 4)$
- Uaspointe $(1, 4)$, íospointe $(3, 0)$
- (i) íospointe casaidh
(ii) (2, 0) (iii) 3
- (-1 , 17), (3, -15)
- (i) $3x^2 - 6x + 4$ (ii) $6x - 6$
- (i) 6 (ii) $6x - 8$ (iii) $2x - 16$
- (i) (1, 4) (ii) -2
(iii) $\frac{d^2y}{dx^2} < 0 \Rightarrow$ uaspointe casaidh atá ann
- (2, 1); íospointe
- (i) (-3 , 27) (ii) $6x + 6$
(iii) íospointe $(1, -5)$, uaspointe $(-3, 27)$
- (i) $3x^2 - 6x$
(ii) íospointe $(2, -2)$, uaspointe $(0, 2)$
- (4, 32)
- (i) 12
(ii) uaspointe $(-2, 23)$, íospointe $(2, -9)$
- (2, 16)
- (i) -9
(ii) uaspointe $(-1, 6)$, íospointe $(3, -26)$
- $x > 3$
- $x > -4$

Cleachtadh 18.5

- (i) $x = 1$ (ii) $x > 1$ (iii) $x < 1$
- (i) Tá fána an chuair deimhneach
(ii) $x < -2$ agus $x > 3$
(iii) $-2 < x < 3$ (iv) $x = -2, 3$
- (i) Tá feidhm na fána deimhneach i gcás
 $x < -1$ agus tá fána an chuair
deimhneach i gcás $x < -1$
(ii) Is é 0 feidhm na fána ag $x = -1$ agus is
é 0 fána an chuair ag $x = -1$
(iii) Tá feidhm na fána diúltach i gcás
 $x > -1$ agus tá fána an chuair diúltach i
gcás $x > -1$



4. Ⓐ mar gurb é $y = -2$ feidhm na fána
 5. Ⓑ; tá an fhána deimhneach i gcás $x > -1$ agus diúltach i gcás $x < -1$
 6. Ⓒ; tá an fhána deimhneach i gcás $x < 1\frac{1}{2}$ agus diúltach i gcás $x > 1\frac{1}{2}$
 7. Ⓓ; tá an fhána diúltach idir A agus B agus tá feidhm na fána diúltach idir A agus B

Cleachtadh 18.6

1. (i) 20 m (ii) 52 m
 (iii) ráta athraithe an fhaid de réir mar a bhaineann sé le ham, i.e. an luas
 (iv) 6 m/s (v) tá an réad ina stad
 (vi) 1 soic.
 2. (i) 4 m (ii) 36 m
 (iii) 8 m/s (iv) 10 m/s
 3. (i) 84 m (ii) 21 m/s
 (iii) $6\frac{2}{3}$ soic. (iv) 100 m
 4. (i) 92 m (ii) 38 m/s
 (iii) Go bhfuil an cáithnín ina stad ar feadh meandair, i.e. níl sé ag dul suas a thuilleadh
 (iv) 12.5 soic.
 5. (i) 9 (ii) 12
 6. (i) 20 m/s (ii) 5 soic. (iii) 125 m
 7. (i) 6 m (ii) 18 m/s
 (iii) $6t - 4$
 (iv) ráta athraithe an luais de réir mar a bhaineann sé le ham, i.e. an luasghéarú
 (v) 20 m/s^2
 8. (i) 5 m/s (ii) 54 m/s^2 (iii) $\frac{2}{3}$ soic.
 9. (i) 126 m (ii) 36 m/s (iii) -4 m/s^2
 (iv) 12 soic. (v) 288 m
 10. (i) 30 m/s (ii) 60 soic. (iii) 900 m
 11. (i) 4π (ii) 12π
 12. (i) 3 soic.
 (ii) (a) 30 m/s (b) 108 km/u
 13. (i) 1, 3 (ii) luasghéarú
 (iii) i ndiaidh 2 soic. (iv) 12 m/s
 (v) $6 \text{ m/s}^2, -6 \text{ m/s}^2$

Cleachtadh 18.7

1. (i) 5 soic. (ii) 25 méadar
 (iii) $2\frac{1}{2}$ soic. (iv) 25 m
 2. (ii) 10 m (iii) 100 m^2
 3. (i) 4 p.m. (ii) 16
 4. (i) 6 (ii) 36 m
 5. (ii) 3 (iii) 9 cm^2
 6. (i) $1\frac{1}{2}$ soic. (ii) $11\frac{1}{4}$ m
 7. (i) 9200 kg
 (ii) 160 kg in aghaidh an heicteáir
 (iii) 9560 kg (iv) €304.60

8. (i) $(12 - x) \text{ cm}$ (ii) $A = \frac{x^2}{2} - 6x$
 (iii) 6 (iv) 18 cm^2
 9. 12°C
 10. (i) €5 an ceann (ii) €125,000

Cuir triail ort féin 18

1. (a) (i) $\frac{dy}{dx} = 3$ (ii) $\frac{dy}{dx} = 4x - 4$
 (iii) $\frac{dy}{dx} = 3x^2$
 (b) (i) 2 (ii) $2x - y - 7 = 0$
 (c) (i) 7 m (ii) 9 m/s
 (iii) I ndiaidh 1 soicind amháin agus i ndiaidh 3 shoicind
 (iv) 12 m/s^2
 2. (a) -11 (b) $x + y + 4 = 0$
 (c) (i) 180 m (ii) 90 m/s
 (iii) 4 soic. (iv) 240 m
 3. (a) (i) 3
 (ii) $x - 3$
 (iii) $6x^2 - 2x - 9$
 (b) (i) 4 (ii) $(-1, 1)$
 (iii) $(0, 0)$
 (c) (i) $(50 - x) \text{ m}$ (ii) $(50x - x^2) \text{ m}^2$
 (iii) 25 (iv) 625 m^2
 4. (a) A - Deimhneach
 B - Cothrom le nialas
 C - Diúltach
 (b) $(\frac{3}{2}, \frac{15}{4})$
 (c) (i) 24 cm (ii) 4 cm/s
 (iii) 7 soic. (iv) 49 cm
 5. (a) (i) -5 (ii) -22
 (c) (i) 10 000 duine sa km cearnach
 (ii) $40 - 40r$; ráta athraithe an dlúis daonra de réir mar a bhaineann sé leis an fad ó lár na cathrach
 (iii) -160,000
 (iv) 1 km ón lár
 6. (a) $y = x + 2$
 (b) $4x - 6$; $(2, -1)$
 (c) (i) 7 m (ii) 392 m
 (iii) 98 m/s (iv) 18 m/s
 (v) $t = 1$ soic.

Caibidil 19: Staitisticí Infeireacha

Cleachtadh 19.1

1. (i) 68% ... diall
 (ii) dhá ... meán
 2. (i) [51, 57] (ii) [48, 60]
 (iii) 68% nó 0.68
 3. (i) 68% (ii) 95%



4. (i) $\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma$
(ii) 95% nó 0.95
(iii) 70 agus 98
5. (i) [105, 135] (ii) [90, 150]
6. (i) 60
(ii) 68%
(iii) $A = 52; B = 72$
7. (i) 46 km/u (ii) 73 km/u
(iii) 82 km/u
8. (i) [55, 65] (ii) [50, 70]
9. $a = 150$ cm; $b = 170$ cm; $c = 180$ cm;
 $d = 190$ cm; $e = 200$ cm
10. (i) [162 cm, 178 cm]
(ii) [146 cm, 194 cm]
11. (i) 50%
(ii) 68%
(iii) [23 nóiméad, 47 nóiméad]
12. $\sigma = 4$
13. $\sigma = 6$
14. (i) 95% (ii) $[\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma]$
(iii) $\sigma = 6$ (iv) 95% nó 0.95

Cleachtadh 19.2

1. (i) 0.03 (ii) 0.03
(iii) 0.02 (iv) 0.04
2. (i) 500 (ii) 0.04
(iii) 0.16
3. (i) 200 (ii) 0.07
(iii) 0.24
(iv) Laghdódh sé an lamháil earráide.
4. (i) 300 (ii) 0.06
(iii) 0.15 (iv) [0.09, 0.21]
5. (i) 150 (ii) 0.08
(iii) 0.3 (iv) [0.22, 0.38]
6. (i) 400 (ii) 0.05
(iii) 0.42 (iv) [0.37, 0.47]
7. eatramh ... 95 ... 100
8. (i) 0.11 (ii) 0.45
(iii) [0.34, 0.56]
9. (i) 200 (ii) 0.07
(iii) 0.42 (iv) [0.35, 0.49]
10. (i) 0.1 (ii) 0.05
(iii) 0.03 (iv) 0.025
(v) 0.065
11. 278
12. (i) 400 (ii) 625
(iii) 70 (iv) 817
(v) 1600
13. (i) 1000 (ii) 0.03
(iii) 0.36 (iv) [0.33, 0.39]

Cleachtadh 19.3

1. (i) H_0 : Bíonn 95% de na daltaí in am don chéad rang ag 9.00 a.m.
(ii) H_1 : Ní hé 95% céatadán na ndaltaí a bhíonn in am don chéad rang ag 9.00 a.m.
(iii) Roghnóinn sampla randamach de 30 go 50 dalta le fáil amach cé mhéad acu a bhí déanach don chéad rang. Thabharfadh sé sin comhréir an tsampla. D'fhéadfaimis earráid an tsampla a fháil ansin.
2. (i) H_0 : Roghnaíonn 80% d'úinéirí madra *Madra Sona*.
(ii) H_1 : Ní hé 80% céatadán na n-úinéirí madra a roghnaíonn *Madra Sona*.
(iii) 200 (iv) 0.07
(v) 0.775 (vi) [0.705, 0.845]
(vii) Tá, ó tharla go bhfuil an maíomh de 80% (i.e. 0.8) laistigh den teorainn mhuiníne [0.705, 0.845]
3. (i) H_0 : Ceannaíonn 20% acu siúd a thugann cuairt ar an suíomh gréasáin táirge amháin ar a laghad.
(ii) 400 (iii) 0.05
(iv) 0.16 (v) [0.11, 0.21]
(vi) Tá, ó tharla go bhfuil 20% (0.2) laistigh den teorainn mhuiníne [0.11, 0.21].
4. (i) H_0 : Vótálfaidh 40% de vótálaithe ar son an Pháirtí Chorcra.
(ii) 1000 (iii) 0.03
(iv) 0.35 (v) [0.32, 0.38]
(vi) Níl, ó tharla nach bhfuil 40% (0.4) laistigh den teorainn mhuiníne [0.32, 0.38].
5. (i) 50%
(ii) H_0 : Is fir (nó mná) iad 50% de na mic léinn a nglactar leo
(iii) 500 (iv) 0.04
(v) 0.54 (vi) [0.5, 0.58]
(vii) Tá, ó tharla go bhfuil 50% (0.5) laistigh den teorainn mhuiníne [0.5, 0.58].
6. (i) H_0 : Beidh bláthanna dearga ar 20% de na plandaí.
(ii) 0.1 (iii) 0.16
(iv) [0.06, 0.26] (v) Tá
(vi) Ní dhiúltaímid, mar go bhfuil 20% (0.2) laistigh den teorainn mhuiníne [0.06, 0.26]
7. (i) H_0 : Maolófar an phian i gcás 90% díobh siúd a mbíonn mígréin orthu.
(ii) H_1 : Ní hé 90% an céatadán díobh siúd a mbíonn mígréin orthu a maolófar a bpian.
(iii) 150 (iv) 0.8
(v) 0.08 (vi) [0.72, 0.88]



- (vii) Ní féidir, ó tharla nach bhfuil 0.9 (90%) laistigh den eatramh muiníne [0.72, 0.88].
8. (i) H_0 : Bíonn 12% de na leabhair a thugtar ar ais thar téarma.
(ii) 0.07 (iii) 0.075
(iv) [0.005, 0.145]
(v) Tá, ó tharla go bhfuil 12% (0.12) laistigh den teorainn muiníne [0.005, 0.145].
9. (i) H_0 : Níl an díisle laofa.
(ii) H_1 : Tá an díisle laofa.
(iii) 240 (iv) 0.06
(v) 0.22 (vi) 17%
(vii) [0.16, 0.28]
(viii) Níl, glacaimid leis an hipitéis nialasach mar go bhfuil 17% (0.17) laistigh den teorainn muiníne [0.16, 0.28].
- Cuir triail ort féin 19**
1. (i) 95%
(ii) $A = 60$; $B = 52$; $C = 68$
(iii) [56, 64] (iv) 95%
(v) 950 (vi) 500
2. (a) (i) [24, 36]
(ii) [21, 39]
(iii) 68%
(b) $A = 26$; $B = 38$; $C = 44$; $D = 56$; $E = 62$
3. (i) H_0 : Tá tacaíocht 23% de na toghthóirí ag an bpáirtí.
(ii) H_1 : Níl tacaíocht 23% de na toghthóirí ag an bpáirtí.
(iii) 1000 (iv) 0.03
(v) 0.25 (vi) [0.22, 0.28]
(vii) Is féidir, ó tharla go bhfuil 23% laistigh den teorainn muiníne [0.22, 0.28].
4. (a) (i) 95% (ii) 47.5%
(b) (i) 68% (ii) 95%
(iii) 2040 (iv) 50% (nó 0.5)
5. (i) H_0 : D'ionsaigh éin 10% de na húlla ar na crainn san úllord.
(ii) H_1 : Ní hé 10% céatadán na n-úll ar ionsaigh éin iad.
(iii) 2500 (iv) 0.02
(v) 0.11 (vi) [0.09, 0.13]
(vii) Ba chóir, ó tharla go bhfuil 10% (0.1) laistigh den teorainn muiníne [0.09, 0.13].