Feidhmeanna a Ghrafadh

caibidil 23

Beidh a fhios agat ón gCéad Bhliain cén chaoi le:

- *x*-ais agus *y*-ais a tharraingt agus lipéad a chur ar an mbunphointe,
- pointí a bhreacadh ar phlána comhordanáidithe.

Sa chaibidil seo, foghlaimeoidh tú cén chaoi le:

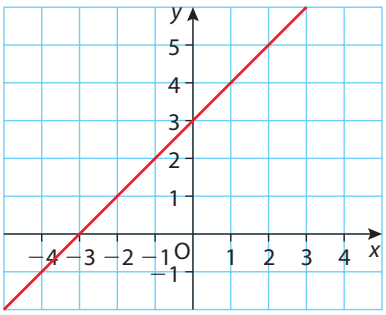
- luachanna éagsúla ó fhearann áirithe a chur isteach i bhfeidhm,
- na cúplaí atá mar thoradh air seo a bhreacadh ar phlána comhordanáidithe,
- graf dronlíneach a chruthú as feidhm líneach,
- graf $\cup$-chruthach nó $\cap$-chruthach a chruthú as feidhm chearnach,
- graf cearnach a úsáid chun cothromóid chearnach a réiteach,
- an t-uasphointe nó an t-íosphointe a shainaithint ar ghraf cearnach,
- graf atá ag méadú nó ag laghdú go tapa a chruthú as feidhm easpónantúil,
- graif a úsáid chun pointe trasnaithe dhá fheidhm a aimsiú,
- ceangail a dhéanamh idir cruth graif agus fadhb i bhfoirm focal a bhaineann leis,
- tuiscint a bheith agat ar conas feidhm a mhapáil sa phlána comhordanáidithe.

Mír 23.1 Feidhmeanna líneacha a ghrafadh

Cuir i gcás an fheidhm $f(x) = x + 3$.
Féadfar an fheidhm a scríobh ina tacar cúplaí ach luachanna difriúla ar x a chur in áit x.

$f(1) = 1 + 3 = 4 \Rightarrow$ is cúpla de chuid f é $(1, 4)$.
$f(2) = 2 + 3 = 5 \Rightarrow$ is cúpla de chuid f é $(2, 5)$.

Is cúplaí eile iad $(0, 3)$, $(-3, 0)$, …
Má ghraftar agus má cheanglaítear na cúplaí seo, déanfaidh siad líne, mar a léirítear.



Tharla gur líne é graf $f(x) = x + 3$,
deirimid gur **feidhm líneach** é $f(x)$.

Is í an líne an fheidhm is éasca a ghrafadh, ós féidir í a bhreacadh gan ach dhá phointe a bheith againn.

Is gnách go dtugtar fearann na feidhme dúinn.
Is mar seo a scríobhtar an fearann $x = -2$ go dtí $x = 3$, an dá luach sin san áireamh: $\mathbf{-2 \leqslant x \leqslant 3}$.

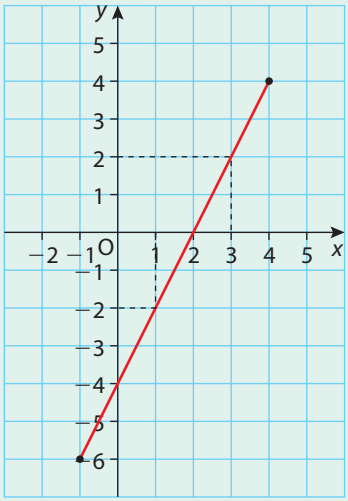
Nuair a bhreacaimid líne, is leor dhá phointe a úsáid chun í a bhreacadh ach go hiondúil, úsáidimid trí phointe ar fhaitíos go ndéanfar botún.

Sampla 1

Graf an fheidhm $f(x) = 2x - 4$ san fhearann $-1 \leqslant x \leqslant 4$.
Déan iad seo amach ón ngraf:
(i) $f(3)$ (ii) an luach ar x a fhágann $f(x) = -2$.

Chun trí phointe a fháil, roghnóimid an luach is lú agus an luach is mó ar x san fhearann tugtha agus luach amháin ar x atá idir eatarthu.

x	$2x - 4$	y
-1	$-2 - 4$	-6
0	$0 - 4$	-4
4	$8 - 4$	4



Is iad seo na trí phointe: $(-1, -6)$, $(0, -4)$ agus $(4, 4)$.
Ceangail na pointí seo le chéile chun líne a chruthú.

(i) Seasann $f(3)$ don $y-$luach nuair atá $x = 3$.
Ón ngraf seo, is é seo 2 i.e. $f(3) = 2$.

(ii) $f(x) = -2 \Rightarrow y = -2$
Is é $x = 1$ luach x sa ghraf nuair atá $y = -2$.

Líne a bhreacadh ar mhodh na hidirlíne

Más san fhoirm $3x - 4y = 12$, cuir i gcás, a bhíonn cothromóid líne, is áisiúla an dá phointe a dhéanamh amach san áit a dtrasnaíonn an líne an x-ais agus an y-ais.

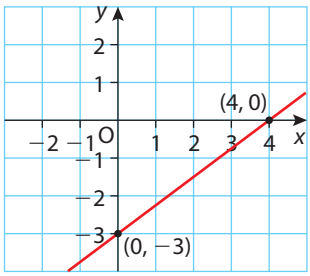
$3x - 4y = 12$

$x = 0 \Rightarrow 0 - 4y = 12 \Rightarrow y = -3$

$\therefore$ is pointe amháin ar an líne é $(0, -3)$.

$y = 0 \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow x = 4$

$\therefore$ is pointe eile ar an líne é $(4, 0)$.

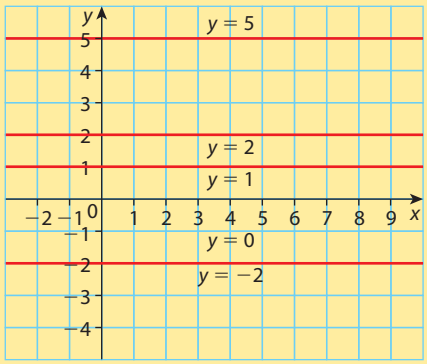


Ceanglaítear na pointí seo agus sin agat an líne atá ag teastáil.

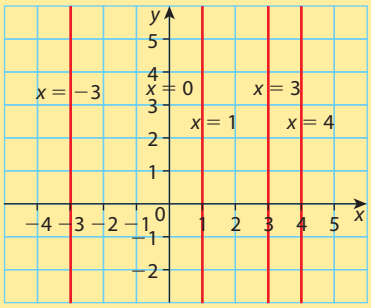
Modh na hidirlíne a thugtar ar an modh seo, go hiondúil.

Cuimhnigh air seo:

1. Scríobhtar **línte cothrománacha**, i.e. línte atá comhthreomhar leis an x-ais, mar $y = ?$



2. Scríobhtar **línte ceartingearacha**, i.e. línte atá comhthreomhar leis an y-ais, mar $x = ?$



Cleachtadh 23.1

1. Cóipeáil agus comhlánaigh an tábla ar dheis agus úsáid an tábla chun graf na líne $y = 2x - 3$ san fhearann $-1 \leqslant x \leqslant 4$ a bhreacadh.

x	$2x - 3$	y
−1		
0		
1		
2		
3		
4		

2. Tarraing graf $f(x) = 2x - 5$ san fhearann $0 \leqslant x \leqslant 5$.

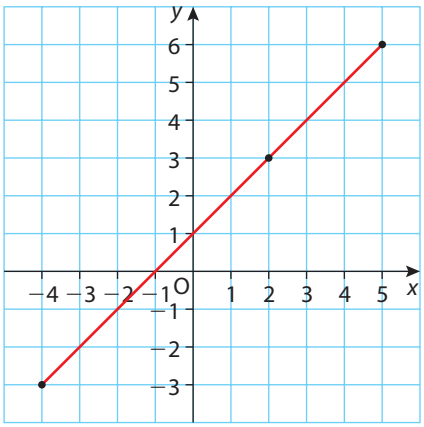
3. Cóipeáil agus comhlánaigh an tábla ar dheis agus uaidh sin, tarraing graf na feidhme $f(x) = 3x - 4$ san fhearann $-1 \leqslant x \leqslant 3$.

x	$3x - 4$	y
−1		
0		
3		

4. Tarraing graf na feidhme $f(x) = 6 - x$ san fhearann $0 \leqslant x \leqslant 6$ gan ach trí phointe ar an líne a aimsiú.

5. Tarraing graf na feidhme $f(x) = 2x - 2$ san fhearann $-2 \leqslant x \leqslant 3$.

6. Ar dheis, feictear graf na feidhme $y = f(x)$.



Úsáid an graf chun iad seo a scríobh síos:

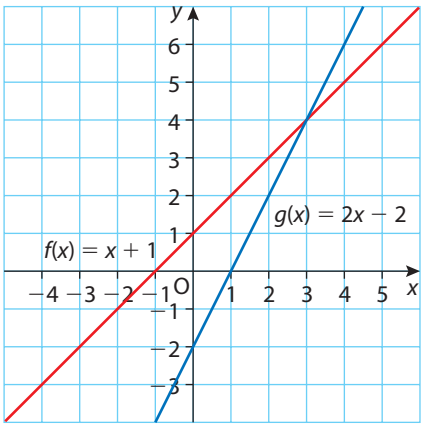
(i) $f(3)$ (ii) $f(0)$ (iii) $f(-4)$

(iv) luach x nuair atá $f(x) = -2$

(v) luach x nuair atá $f(x) = 6$.

7. Sa léaráid ar dheis, feictear graif dhá líne,

$f(x) = x + 1$ agus $g(x) = 2x - 2$.



(i) Scríobh síos pointe trasnaithe an dá líne.

(ii) Cad é brí na cothromóide $f(x) = g(x)$ sa chás seo?

(iii) Réitigh an chothromóid $x + 1 = 2x - 2$. An bhfuil baint ar bith idir an luach a fuair tú ar x agus pointe trasnaithe an dá líne?

(iv) Seachas a ngraif a bhreacadh, cén bealach eile inar féidir pointe trasnaithe dhá líne a fháil?

(v) Má tá an luach céanna ag $f(k)$ agus $g(k)$, scríobh síos luach k.

8. Ar an léaráid chéanna, tarraing na línte $y = 5 - x$ agus $y = 2x - 4$, san fhearann $0 \leqslant x \leqslant 4$.
Úsáid do ghraf chun pointe trasnaithe an dá líne a aimsiú agus a scríobh síos.

9. Faigh na cúplaí (*, 0) agus (0, *) agus, uaidh sin, tarraing graf den líne $y = 4 - 2x$.

10. Úsáid modh na hidirlíne chun graf na líne $3x + 2y = 6$ a tharraingt.

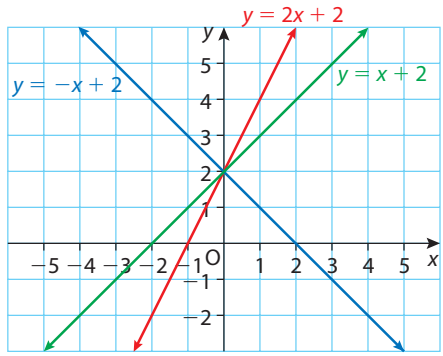
11. Úsáid modh na hidirlíne chun an dá líne seo a bhreacadh ar an ngraf céanna:

$2x + y = 4$ agus $x - y = 2$.

Cá dtrasnaíonn an dá líne a chéile?

12. Grafadh na línte $y = x + 2, y = -x + 2$ agus $y = 2x + 2$ ar na haiseanna céanna ar dheis.

(i) Cén chaoi a bhfuil na línte cosúil le chéile?
(ii) Cén chaoi a bhfuil na cothromóidí líneacha cosúil le chéile?
(iii) Cén chaoi a bhfuil na línte difriúil le chéile?
(iv) Cén chaoi a bhfuil na cothromóidí líneacha difriúil le chéile?



13. Scríobh síos an chéad trí phointe eile sa phatrún thíos:

(1, 8), (0, 6), (−1, 4) …

Anois, breac na pointí seo le taispeáint go bhfuil siad ar líne dhíreach.

14. Maireann piongainí in aeráidí an-fhuar. Tugann an riail $T = -0.5t - 1$ an teocht T°C ag coilíneacht piongainí, t uair an chloig tar éis meán oíche.

t	0	1	2	3	4	5	6
T							

(i) Comhlánaigh an tábla, a thugann an teocht suas go dtí 6 a.m..
(ii) Ar thacar aiseanna de do chuid féin, breac na pointí, ag úsáid na gcomhordanáidí a thugann na luachanna sa tábla duit.
(iii) Ceangail na pointí breactha le líne dhíreach. Ná lean leis an líne.
(iv) Ón ngraf, léigh an teocht ag 5.30 a.m..
(v) Úsáid an riail a cheanglaíonn T le t chun an teocht bheacht ag 5.30 a.m. a fháil.

15. Socraíonn Seán agus Eilís go siúlfaidh siad go dtí an linn snámha áitiúil atá leathchiliméadar ar shiúl. Tosaíonn Eilís ag siúl ar luas 40 m sa nóiméad.
Tosaíonn Seán dhá nóiméad níos déanaí agus siúlann sé ar luas 50 m sa nóiméad.

(i) Cóipeáil agus comhlánaigh an tábla a leanas a thaispeánann líon na méadar atá siúlta ag Eilís tar éis méideanna áirithe nóiméad:

***t* (nóim.)**	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
***d* (méadair)**	0	40	80								

(ii) Ar thacar aiseanna de do chuid féin, breac na pointí a thugtar sa tábla seo duit. Cuir t-luachanna ar an ais chothrománach agus d-luachanna ar an ais cheartingearach. Ceangail na pointí ina líne dhíreach.
Cuir lipéid shoiléire agus scálaí soiléire ar na haiseanna.

(iii) Cóipeáil agus comhlánaigh an tábla a leanas a thaispeánann líon na méadar atá siúlta ag Seán tar éis méideanna áirithe nóiméad:

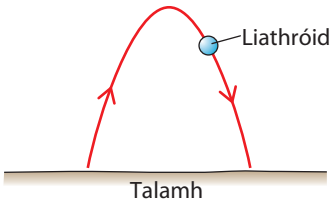
***t* (nóim.)**	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
***d* (méadair)**	0	0	0	50							

(iv) Ar an tacar aiseanna céanna, breac na pointí seo le dath difriúil.
Ceangail na pointí breactha ina líne dhíreach.

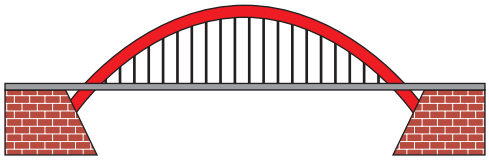
(v) Ón dá ghraf, déan amach cathain a bhuaileann Seán le hEilís. Cén t-achar (Cén fad slí) atá siúlta ag Seán agus ag Eilís nuair a bhuaileann siad le chéile?

Mír 23.2 Graif d'fheidhmeanna cearnacha

Parabóil a thugtar ar an gcuar ar dheis.
Tagann an t-ainm parabóil ón bhfocal Gréigise ar 'caitheamh' mar nuair a chaitear liathróid, mar shampla, go hard san aer, déanann a conair cruth parabóileach.

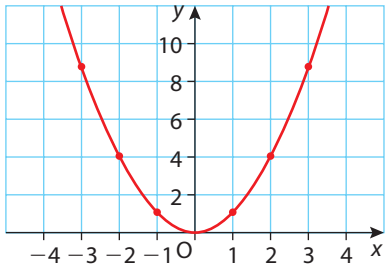


Déanann droichid chrochta, mar shampla Droichead an Golden Gate in San Francisco, cuair pharabóileacha.



Is é $y = x^2$ an fheidhm chearnach is simplí.
Is féidir a graf a bhreacadh ó thábla luachanna ó $x = -3$ go dtí $x = 3$.

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	9	4	1	0	1	4	9



Is iad seo na pointí a léirítear ar an gcuar seo:
(−3, 9), (−2, 4), (−1, 1), (0, 0), (1, 1), (2, 4), (3, 9)

Nuair a cheanglaítear na pointí seo le chéile, cruthaítear cuar mín ar a dtugtar parabóil.
Tabhair faoi deara go bhfuil an graf siméadrach thart ar an *y*-ais.
Mar gheall air sin, **ais na siméadrachta** a thugtar ar an *y*-ais.
Is féidir an fheidhm a léirítear thuas a scríobh ar bhealaí éagsúla:

(i) $y = x^2$ (ii) $f(x) = x^2$ (iii) $f : x \to x^2$

Feidhm chearnach a thugtar ar fheidhm san fhoirm $f(x) = ax^2 + bx + c$, áit ar tairisigh iad a, b agus c agus $a \neq 0$.

Tugtar feidhm chearnach uirthi mar go bhfuil téarma in x^2 inti.

Chun **graf feidhm chearnach** a tharraingt, tógaimid líon tugtha de *x*-luachanna agus faighimid na *f*(*x*)-luachanna (nó *y*-luachanna) comhfhreagracha agus breacaimid na pointí a thagann astu sin.

Nuair a iarrtar orainn graf feidhme a tharraingt, tugtar dúinn na h*x*-luachanna atá le húsáid go hiondúil.
Is mar seo a scríobhtar luachanna *x* ó -2 go dtí 3, agus iad sin san áireamh: $\mathbf{-2 \leqslant x \leqslant 3}$.

Sa sampla thíos, tugtar na céimeanna a úsáidtear chun graf cearnach a tharraingt.

Sampla 1

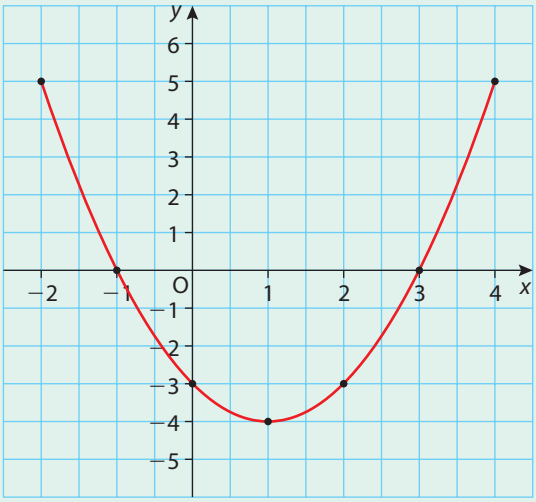
Tarraing graf na feidhme $f(x) = x^2 - 2x - 3$ san fhearann $-2 \leqslant x \leqslant 4$.

Leagaimid amach tábla ordphéirí mar seo:

x	$x^2 - 2x - 3$	y
-2	$4 + 4 - 3$	5
-1	$1 + 2 - 3$	0
0	$0 + 0 - 3$	-3
1	$1 - 2 - 3$	-4
2	$4 - 4 - 3$	-3
3	$9 - 6 - 3$	0
4	$16 - 8 - 3$	5

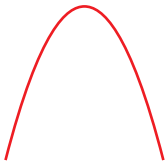
Is iad seo na hordphéirí:
$(-2, 5)$, $(-1, 0)$, $(0, -3)$, $(1, -4)$, $(2, -3)$, $(3, 0)$, $(4, 5)$.

Nuair a ghrafaimid na hordphéirí seo, faighimid an cuar seo a leanas:



Feidhmeanna a ghrafadh nuair a bhíonn comhéifeacht x^2 diúltach

Má tá comhéifeacht x^2 diúltach i bhfeidhm chearnach, e.g. $f(x) = -3x^2 + 4$, beidh an cruth ar dheis ar ghraf na feidhme.



x^2 diúltach

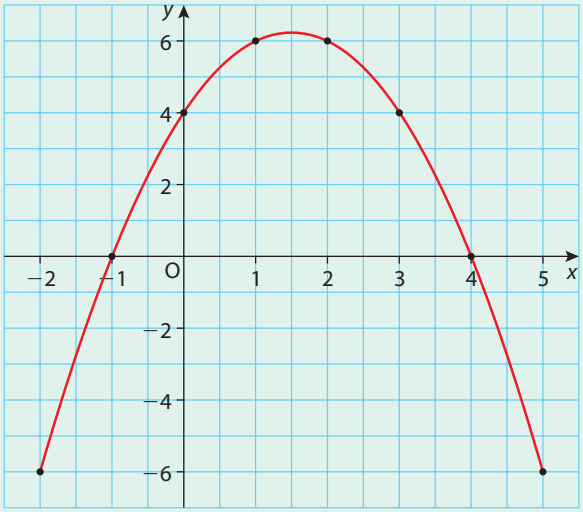
Sampla 2

Tarraing graf na feidhme $f(x) = -x^2 + 3x + 4$ san fhearann $-2 \leqslant x \leqslant 5$.

Taispeántar thíos tabla na luachanna:

x	$-x^2 + 3x + 4$	y
-2	$-4 - 6 + 4$	-6
-1	$-1 - 3 + 4$	0
0	$0 + 0 + 4$	4
1	$-1 + 3 + 4$	6
2	$-4 + 6 + 4$	6
3	$-9 + 9 + 4$	4
4	$-16 + 12 + 4$	0
5	$-25 + 15 + 4$	-6

Is iad seo na pointí atá ag teastáil:
$(-2, -6), (-1, 0), (0, 4), (1, 6), (2, 6),$
$(3, 4), (4, 0), (5, -6).$
Léirítear graf na feidhme thíos:



Áireamhán a úsáid chun tábla de luachanna a dhéanamh

Is féidir áireamhán eolaíochta a úsáid chun tábla de luachanna a dhéanamh d'fheidhm áirithe.

e.g. $f(x) = x^2 + x - 4$, san fhearann $-3 \leqslant x \leqslant 4$

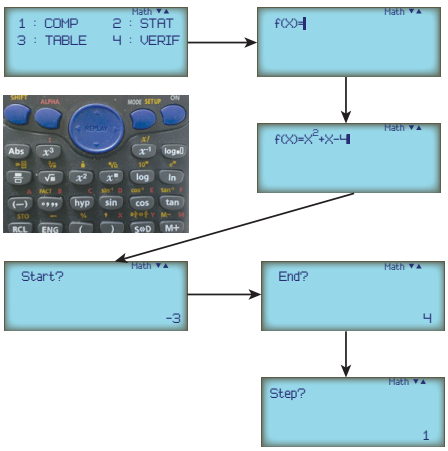
Brúigh Mode ar an áireamhán.
Osclófar fuinneog ina mbeidh 4 rogha.

Brúigh 3 le haghaidh tábla. Beidh $f(x)$ le feiceáil ar an scáileán.

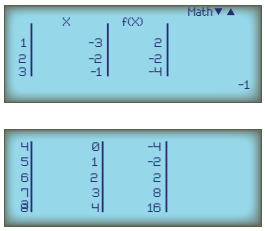
Cuirtear 'x' le líne na feidhme ach an eochair **Alpha** agus ansin an eochair **)** a bhrú

Anois baineann tú úsáid as na gnátheochracha 'x^2', $+$, $-$, etc. chun an fheidhm a chríochnú.

Cuireann tú isteach fearann na feidhme ach an eochair '**=**' a bhrú. Cuir isteach an luach is ísle (-3) nuair a fheiceann tú **Start?** (-3) ar an áireamhán.



Brúigh '=' arís agus ansin cuir isteach an luach is airde (4) nuair a fheiceann tú **End**? ar an áireamhán.



Nuair a bhrúnn tú '=' arís beidh an cheist **Step?** le feiceáil ar an áireamhán agus beidh ort an chéim atá uait idir (-3) agus (4) a chur isteach. Roghnaítear 1 mar réamhshocrú agus ciallaíonn sé sin gurb iad luachanna na feidhme ar x a aimseofar ar an áireamhán ná $x = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$ (i gcéimeanna de 1 aonad)

Brúigh '=' uair amháin eile chun tábla de luachanna a chruthú i bhfoirm colúin.

Is iad na pointí ar an gcuar ná:

$(-3, 2), (-2, -2), (-1, -4), (0, -4), (1, -2), (2, 2), (3, 8), (4, 16)$.

(**Tabhair faoi deara**: tá na treoracha thuas bunaithe ar an Casio fx-85GT.)

Cleachtadh 23.2

1. Comhlánaigh an tábla ar dheis agus, uaidh sin, tarraing graf na feidhme $f(x) = x^2 - 4$ san fhearann $-3 \leqslant x \leqslant 3$.

x	$x^2 - 4$	y
-3		
-2		
-1		
0		
1		
2		
3		

2. Tarraing graf na feidhme $f: x \to x^2 - 4x$ san fhearann $-1 \leqslant x \leqslant 4$.

3. Tarraing graf na feidhme $f(x) = x^2 + x - 2$ san fhearann $-3 \leqslant x \leqslant 3$.

4. Tarraing graf na feidhme $f(x) = 2x^2 - x - 3$ san fhearann $-2 \leqslant x \leqslant 3$.

5. Tarraing graf na feidhme $f(x) = 2x^2 + 3x - 4$ san fhearann $-3 \leqslant x \leqslant 2$.

6. Tarraing graf na feidhme $f(x) = 2x^2 - 5x - 3$ san fhearann $-2 \leqslant x \leqslant 4$.
Úsáid do ghraf chun comhordanáidí na bpointí ina dtrasnaíonn an graf an x-ais a fháil.
Anois, scríobh síos comhordanáidí an phointe ina dtrasnaíonn an graf an y-ais.

7. Tarraing graf na feidhme $y = -x^2$ san fhearann $-2 \leqslant x \leqslant 2$.

8. Tarraing graf na feidhme $f: x \to -x^2 + 2x + 3$ san fhearann $-2 \leqslant x \leqslant 4$.
Úsáid do ghraf chun comhordanáidí na bpointí ina dtrasnaíonn an graf an x-ais a fháil.

9. Tarraing graf na feidhme $f: x \to -2x^2 + x + 3$ san fhearann $-2 \leqslant x \leqslant 3$.
Scríobh síos na luachanna ar x ina dtrasnaíonn an cuar an x-ais.

10. Grafaigh an fheidhm $f(x) = -2x^2 + 7x - 3$ san fhearann $-1 \leqslant x \leqslant 4$.

(i) Úsáid do ghraf chun comhordanáidí na bpointí ina dtrasnaíonn an graf an x-ais a scríobh síos.

(ii) Scríobh síos comhordanáidí an phointe ina dtrasnaíonn an graf an y-ais.

11. Tarraing graf na feidhme $A(x) = x(8 - x)$ san fhearann $0 \leqslant x \leqslant 10$.

Scríobh cothromóid le haghaidh ais siméadrachta an chuair a bheidh ann dá bharr.

12. Tá garáiste x méadar ar leithead. Tá sé 5 mhéadar níos faide (ar fad) ná mar atá sé ar leithead. Is é achar urlár an gharáiste ná 24m^2. Bain úsáid as an eolas seo chun cothromóid chearnach a scríobh le haghaidh achar an urláir.
Tarraing graf den chothromóid san fhearann $-8 \leqslant x \leqslant 3$

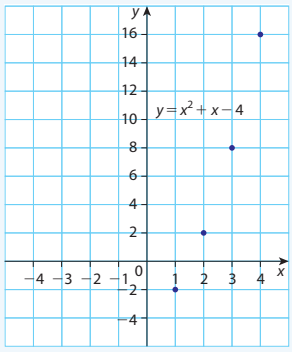
(i) Cad é atá suntasach faoin dá luach $x = -8$ agus $x = 3$, ar an gcuar?

(ii) Cad é an t-aon luach amháin ar x atá bailí? Mínigh do fhreagra.

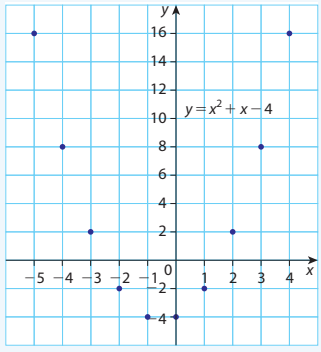
Fiosrú:

Fiosraigh gach graf den fheidhm $f(x) = x^2 + x - 4$, thíos.

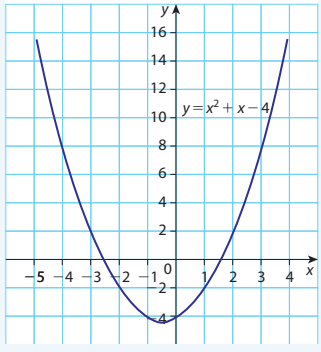
Tarraing sceitse de gach graf agus scríobh isteach an píosa eolais atá ag teastáil chun na difríochtaí idir na graif a mhíniú.



$f(x) = x^2 + x - 4$, _____



$f(x) = x^2 + x - 4$, _____



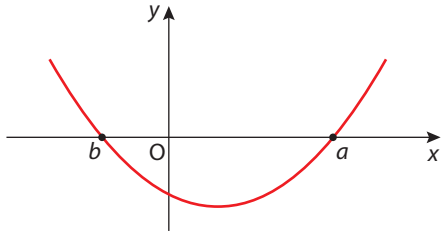
$f(x) = x^2 + x - 4$, _____

Mír 23.3 Graif chearnacha a úsáid

1. An chothromóid $f(x) = 0$ a réiteach

Taispeánann an graf ar dheis an cuar $f(x) = x^2 - 2x - 3$ ag trasnú na hx-aise ag a agus b.

Is iad x-luachanna na bpointí seo fréamhacha na cothromóide cearnaí gaolta $x^2 - 2x - 3 = 0$.

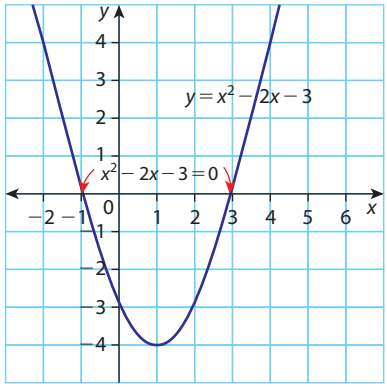


Cén fáth sin?

Is féidir $f(x) = x^2 - 2x - 3$ a scríobh mar $y = x^2 - 2x - 3$ freisin.
Nuair atá $y = 0$, tá $x^2 - 2x - 3 = 0$.
Is ainm eile ar an x-ais é $y = 0$.

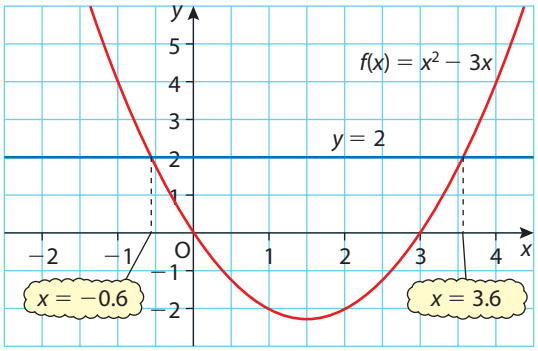
Mar sin, tugann réiteach na cothromóide $x^2 - 2x - 3 = 0$ x-luachanna na bpointí ina dtrasnaíonn an cuar an x-ais.

Is iad na luachanna ná $x = 3$ agus $x = -1$ (nuair atá $y = 0$).



2. An chothromóid $f(x) = k$, áit a bhfuil $k \in R$, a réiteach

Tá graf na feidhme $f(x) = x^2 - 3x$ thíos.



Is féidir an graf seo a úsáid chun an chothromóid $f(x) = 2$ nó $y = 2$ a réiteach ach an líne $y = 2$ a tharraingt agus ansin x-luachanna na bpointí ina dtrasnaíonn an líne $y = 2$ an cuar a léamh ón ngraf.

Is iad $x = -0.6$ nó $x = 3.6$ na luachanna seo.

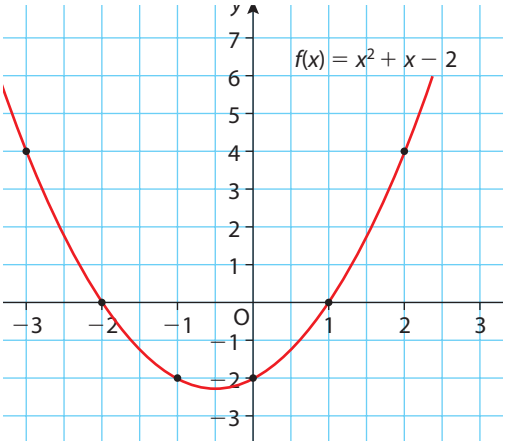
3. Cén uair a bhíonn feidhm diúltach?

Féach ar dheis graf den fheidhm $f(x) = x^2 + x - 2$.

Deirtear go mbíonn an fheidhm **diúltach** nuair a bhíonn an cuar **faoi bhun** na hx-aise. Bíonn sí diúltach mar go mbíonn luachanna $f(x)$ (nó na y-luachanna) diúltach.

Mar sin bíonn an fheidhm diúltach i gcás $-2 < x < 1$.

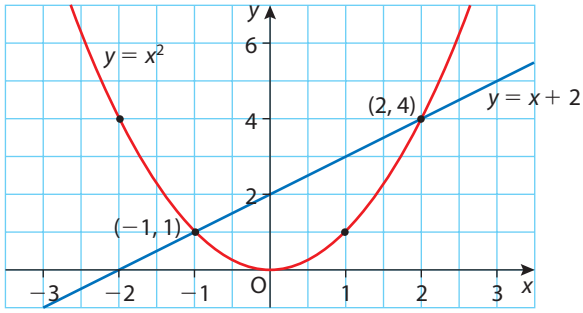
Bíonn an fheidhm **deimhneach** i gcás $x > 1$ nó $x < -2$.



4. Graif a thrasnaíonn a chéile

Féach thíos graif de na feidhmeanna seo,

$f(x) = x^2$ (i.e. $y = x^2$) agus $g(x) = x + 2$ (i.e. $y = x + 2$)



Tabhair faoi deara gur ag na pointí $(-1, 1)$ agus $(2, 4)$ a thrasnaíonn an cuar $f(x)$ agus an líne $g(x)$ a chéile.

Anois réiteoimid an chothromóid $f(x) = g(x)$ chun na pointí trasnaithe a fháil.

$$\text{i.e. } x^2 = x + 2$$
$$\Rightarrow x^2 - x - 2 = 0$$
$$\Rightarrow (x + 1)(x - 2) = 0$$
$$\Rightarrow x + 1 = 0 \text{ nó } x - 2 = 0$$
$$\therefore x = -1 \text{ nó } x = 2.$$

Tabhair faoi deara gurb iad seo x-luachanna na bpointí ag a dtrasnaíonn an dá ghraf a chéile.

Cuimhnigh

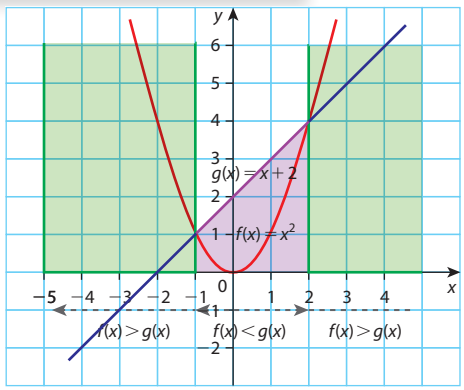
Más dhá fheidhm iad $f(x)$ agus $g(x)$, is féidir an chothromóid $f(x) = g(x)$ a réiteach ach graif na bhfeidhmeanna a bhreacadh ar comhscála agus ar na haiseanna céanna, agus x-luachanna phointí trasnaithe na ngraf a scríobh síos.

Is féidir linn, freisin, an cuar thuas a úsáid chun an éagothromóid $\boldsymbol{f(x) < g(x)}$ a réiteach.

Seasann $f(x) < g(x)$ don chuid sin den ghraf ina bhfuil an cuar $f(x)$ faoi bhun na líne $g(x)$.

Ón ngraf, tá an cuar faoi bhun na líne ó $x = -1$ go dtí $x = 2$.

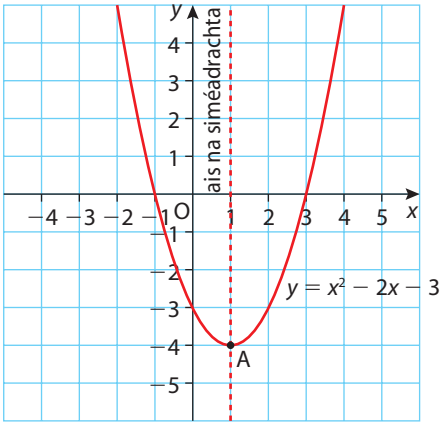
Mar sin, $f(x) < g(x)$ i gcás $-1 < x < 2$.



5. Uasluachanna agus íosluachanna

Ar dheis, feictear graf na feidhme

$$y = x^2 - 2x - 3$$



Íosphointe an chuair nó **íosphointe casaidh** an chuair a thugtar ar an bpointe A.
Seo é an pointe (1, −4).

An t-**íosluach** a thugtar ar *y*-luach an phointe seo.
Sa ghraf seo, is é −4 an t-íosluach.

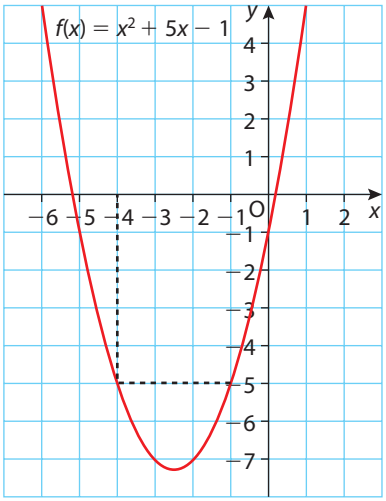
Ais siméadrachta an chuair a thugtar ar an líne dhearg bhriste.

Is é ***x* = 1** cothromóid ais siméadrachta an chuair seo.

Beidh **uasphointe casaidh** ag cuar cearnach den chruth seo a léirítear.

6. *f*(*k*) a aimsiú ón ngraf

Féach thíos graf den fheidhm $f(x) = x^2 + 5x - 1$.



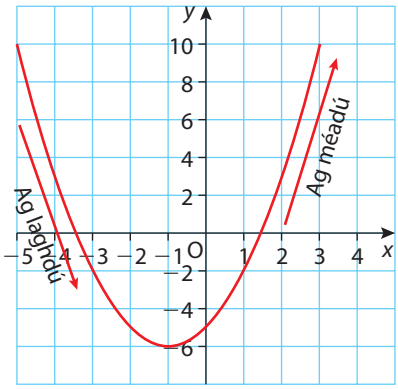
Is é $f(-4)$ luach *y* nuair atá $x = -4$.
Chun $f(-4)$ a aimsiú, tarraingímid an líne $x = -4$ agus ansin léimid *y*-luach an phointe ina dtrasnaíonn an líne seo an cuar.

Is é −5 an *y*-luach seo.
Mar sin, $f(-4) = -5$

7. Cén uair a bhíonn feidhm ag méadú nó ag laghdú?

Taispeánann an graf ar dheis go bhfuil an fheidhm **ag laghdú** (i.e. tá an y-luach ag laghdú) ó $x = -5$ go dtí $x = -1$.

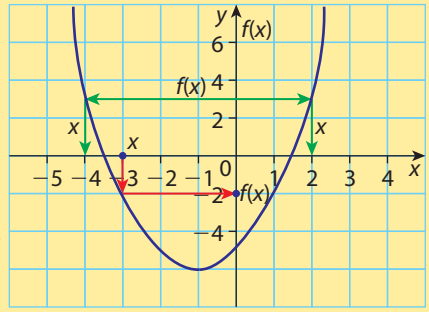
Tá an fheidhm **ag méadú** ó $x = -1$ go dtí $x = 3$.



Cuimhnigh air seo:

1. **Má thugtar x, chun $f(x)$ a fháil,** ↓, Tarraing líne go ceartingearach ón luach ar x a tugadh ar an x-ais go dtí go dtrasnaíonn sí an cuar; ansin tarraing an líne go cothrománach go dtí go dtrasnaíonn sí an $f(x)$ ais.

2. **Má thugtar $f(x)$, chun x a fháil,** →, Tarraing líne atá comhthreomhar leis an x-ais ag an luach ar $f(x)$ a tugadh go dtí go dtrasnaíonn sí an cuar; ansin tarraing an líne go ceartingearach go dtí go dtrasnaíonn sí an x-ais.
(Tabhair faoi deara: bíonn dhá fhreagra mar thoradh air seo de ghnáth)



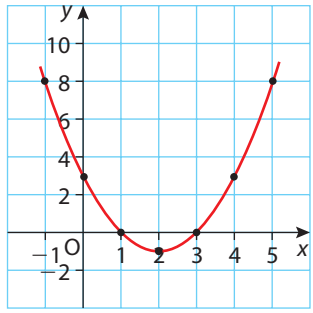
Cleachtadh 23.3

1. Is é an cuar ar dheis graf na feidhme

$$y = x^2 - 4x + 3.$$

Ón ngraf, scríobh síos

(i) comhordanáidí na bpointí ina dtrasnaíonn an cuar an x-ais
(ii) luach y nuair atá $x = 2$
(iii) luachanna x nuair atá $y = 8$
(iv) íosphointe an chuair.

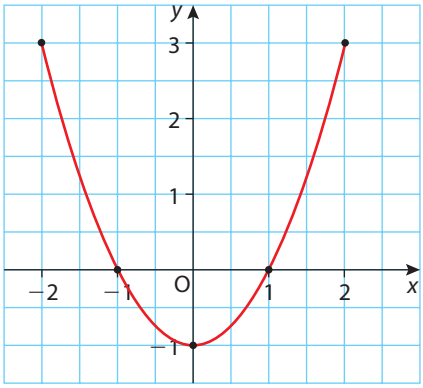


2. Is é an cuar ar dheis graf na feidhme

$$f(x) = x^2 - 1$$

Úsáid an graf chun iad seo a fháil:

(i) luach $f(x)$ nuair atá $x = 2$
(ii) luach $f(x)$ nuair atá $x = -2$
(iii) íosphointe an chuair
(iv) luachanna x nuair atá $f(x) = 0$
(v) luachanna x nuair atá $f(x) = 3$.

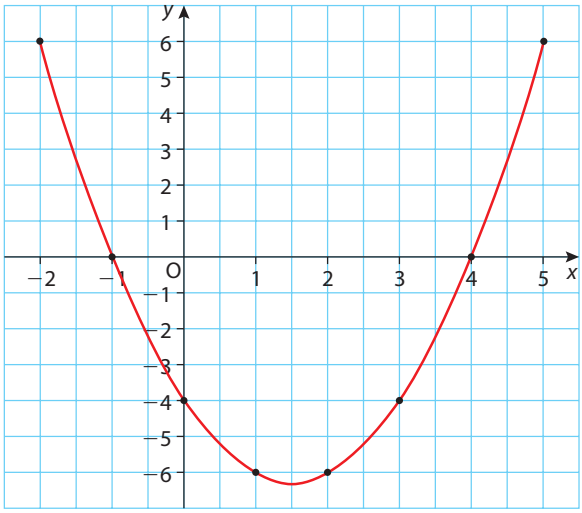


3. Taispeántar thíos graf na feidhme

$$f(x) = x^2 - 3x - 4 \text{ san fhearann } -2 \leqslant x \leqslant 5.$$

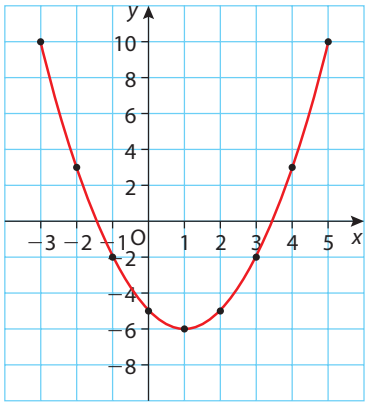
Úsáid an graf chun iad seo a aimsiú:

(i) na luachanna ar x a fhágann $f(x) = 0$
(ii) na luachanna ar x a fhágann $f(x) = 6$
(iii) na luachanna ar x a fhágann $f(x) = -4$
(iv) luach $f(2)$
(v) luach $f\left(\frac{1}{2}\right)$
(vi) comhordanáidí íosphointe an chuair
(vii) íosluach $f(x)$.



4. Tugtar graf $f(x) = x^2 - 2x - 5$ ar dheis.
Úsáid an graf seo chun iad seo a scríobh síos:

(i) $f(-3)$ agus $f(1)$
(ii) na luachanna ar x a fhágann $f(x) = 0$
(iii) na luachanna ar x a fhágann $f(x) = 6$
(iv) íosphointe an chuair
(v) íosluach $f(x)$.
(vi) an raon luachanna ar x a fhágann go bhfuil $f(x)$ diúltach.

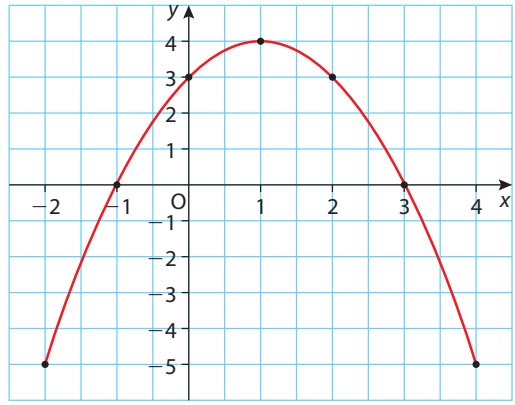


5. Taispeántar thíos graf na feidhme

$f: x \to 3 + 2x - x^2$, i gcás $-2 \leqslant x \leqslant 4, x \in R$.

Úsáid an graf chun iad seo a scríobh síos:

(i) fréamhacha na cothromóide $f(x) = 0$
(ii) na luachanna ar x a fhágann $f(x) = 3$
(iii) luach $f\left(2\frac{1}{2}\right)$
(iv) uasluach $f(x)$
(v) comhordanáidí uasphointe $f(x)$
(vi) an raon luachanna ar x a fhágann go bhfuil $f(x)$ ag méadú
(vii) an raon luachanna ar x a fhágann go bhfuil $f(x)$ deimhneach
(viii) cothromóid ais siméadrachta an chuair.

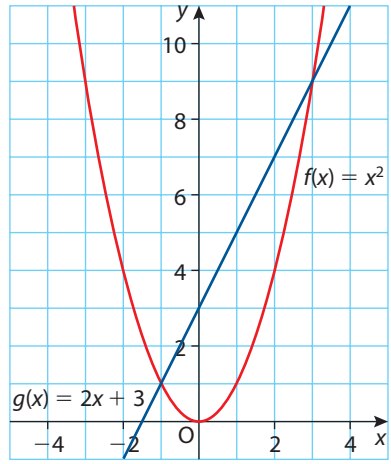


6. Tarraing graf na feidhme $f(x) = 2x^2 - x - 3$ san fhearann $-2 \leqslant x \leqslant 3$.
Úsáid an graf chun iad seo a aimsiú:

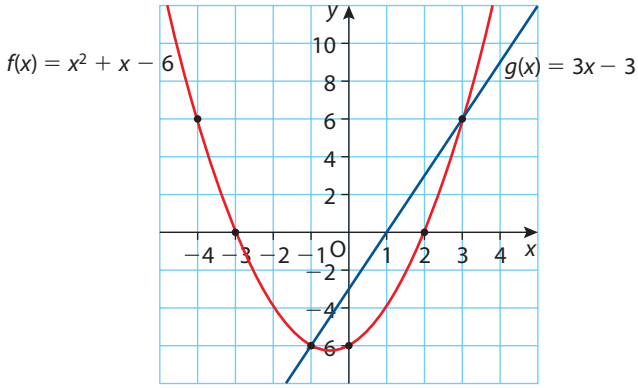
(i) na luachanna ar x a fhágann $f(x) = 0$
(ii) na luachanna ar x a fhágann $f(x) = 6$
(iii) comhordanáidí íosphointe an chuair
(iv) na luachanna ar x a fhágann $f(x) < 0$.

7. Taispeántar thíos graif na bhfeidhmeanna $f(x) = x^2$ agus $g(x) = 2x + 3$.

(i) Scríobh síos comhordanáidí na bpointí ina dtrasnaíonn an cuar agus an líne a chéile.
(ii) Réitigh an chothromóid $x^2 = 2x + 3$.
(iii) Cén ceangal atá idir na freagraí in (i) agus (ii) thuas?
(iv) Mínigh brí na cothromóide $f(x) = g(x)$.



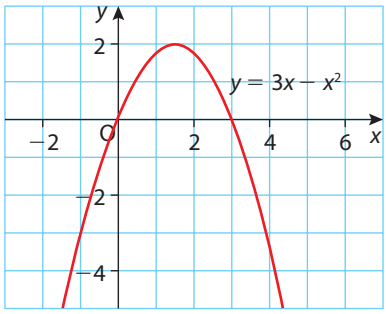
8. Léirítear thíos graif $f(x) = x^2 + x - 6$ agus $g(x) = 3x - 3$.

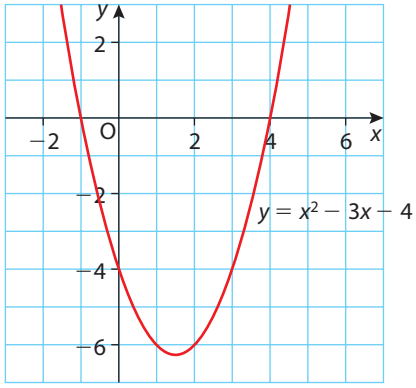


Úsáid na graif chun meastachán a dhéanamh ar:

(i) $f(-2)$ agus $g(3)$
(ii) fréamhacha na cothromóide $f(x) = 0$
(iii) fréamhacha na cothromóide $f(x) = 4$
(iv) fréamhacha na cothromóide $f(x) = g(x)$
(v) raon na luachanna ar x a fhágann $f(x) \leqslant g(x)$
(vi) raon na luachanna ar x a fhágann $f(x) \leqslant 0$.

9. Seo dhá ghraf:

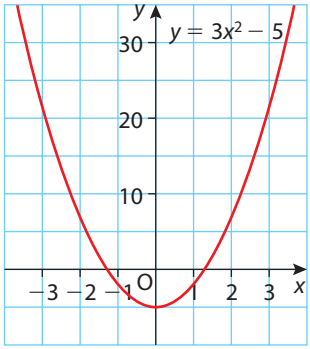




Úsáid na graif chun na cothromóidí seo a réiteach:

(i) $3x - x^2 = 0$
(ii) $x^2 - 3x - 4 = 0$
(iii) $3x - x^2 = -3$
(iv) $x^2 - 3x - 4 = -2$.

10. Seo graf $y = 3x^2 - 5$.



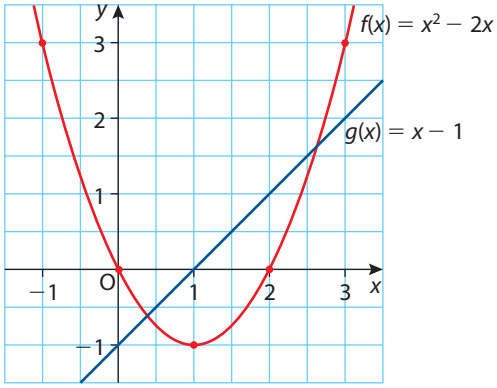
Úsáid an graf chun na cothromóidí seo a réiteach:

(i) $3x^2 - 5 = 0$

(ii) $3x^2 - 5 = 20$.

Cad iad na luachanna ar x a thugann $3x^2 - 5 < 20$?

11. Tarraingíodh thíos na graif $f(x) = x^2 - 2x$ agus $g(x) = x - 1$ san fhearann $-1 \leqslant x \leqslant 3$.



Úsáid an graf chun iad seo a scríobh síos:

(i) fréamhacha na cothromóide $f(x) = 0$

(ii) fréamhacha na cothromóide $f(x) = 3$

(iii) fréamhacha na cothromóide $f(x) = g(x)$

(iv) raon na luachanna ar x a fhágann $f(x) < 0$

(v) raon na luachanna ar x a fhágann $g(x) < f(x)$.

Mínigh conas is féidir an graf a úsáid chun an chothromóid seo a réiteach:

$x^2 - 2x - 2 = 0$.

12. Ar na scálaí céanna agus ar na haiseanna céanna, graf na feidhmeanna

$f: x \to x^2 + 3x - 3$ agus $g: x \to x - 2$ san fhearann $-4 \leqslant x \leqslant 2, x \in R$.

Úsáid an graf chun meastachán a dhéanamh ar:

(i) fréamhacha na cothromóide $x^2 + 3x - 3 = 0$

(ii) fréamhacha na cothromóide $x^2 + 3x - 3 = -2$

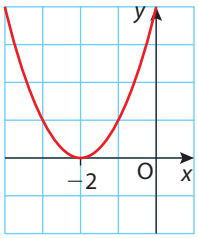
(iii) fréamhacha na cothromóide $f(x) = g(x)$

(iv) íosluach $f(x)$.

Cén chiall atá le $f(x) < g(x)$?

Anois, úsáid do ghraf chun raon na luachanna ar x a fháil a fhágann $f(x) < g(x)$.

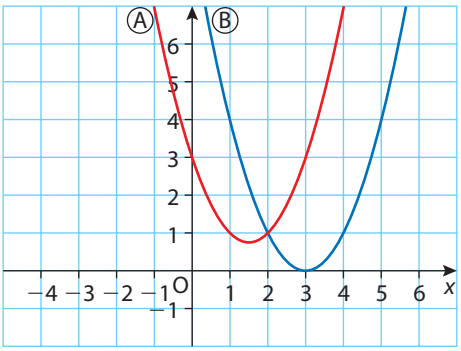
13. Is é $y = (x + 2)^2$ cothromóid an chuair ar dheis.



(i) Réitigh an chothromóid $(x + 2)^2 = 0$.
(ii) An bhfuair tú luach amháin nó dhá luach ar x?
(iii) Mura bhfuair tú ach aon luach amháin, **ilfhréamh** a thugtar ar an luach a fuair tú ar x. Mínigh conas a léiríonn an graf an ilfhréamh seo.

14. Taispeánann an léaráid thíos graif

$f(x) = x^2 - 6x + 9$ agus $g(x) = x^2 - 3x + 3$.



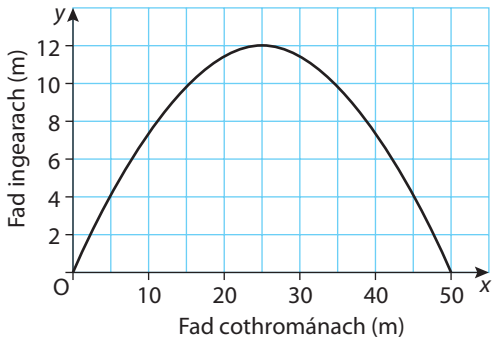
(i) Cuir $x = 0$ (nó aon luach eile ar x) isteach i ngach cothromóid agus, ar an gcaoi sin, meaitseáil na graif leis na cothromóidí.
(ii) Úsáid an graf chun luach amháin ar x a fháil a fhágann $f(x) = g(x)$.
(iii) Cén fáth nach bhfuil ach aon fhréamh amháin leis an gcothromóid $f(x) = 0$?

Mír 23.4 Graif chearnacha agus fadhbanna praiticiúla

A lán fadhbanna ón ngnáthshaol, mar shampla eitilt liathróid ghailf a fháil nó an t-achar a uasmhéadú i gcás dronuilleog a bhfuil imlíne ar leith aici, is féidir leas a bhaint as cothromóidí cearnacha chun iad a shamhaltú.

Taispeánann an graf ar dheis airde liathróide a caitheadh san aer.
Ón ngraf, feictear

(i) go sroicheann an liathróid airde 12 m
(ii) go dtuirlingíonn an liathróid 50 m chun siúil ón ionad ónar caitheadh í.



Sampla 1

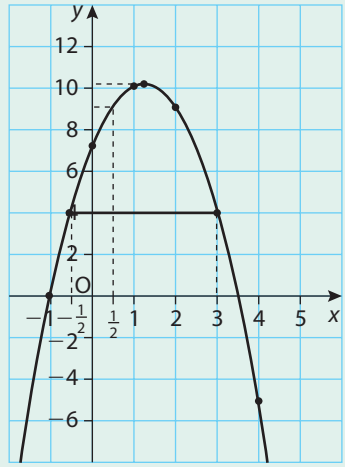
Ar dheis tá graf na feidhme

$$f(x) = 7 + 5x - 2x^2$$

san fhearann $-1 \leqslant x \leqslant 4$.

Úsáid do ghraf

$$7 + 5x - 2x^2 = 0.$$



Is é $f(x)$ an airde, ina méadair, a shroicheann cáithnín a scaoiltear ó thalamh réidh ag an bpointe a bhfuil $x = -1$ nuair a sheasann an x-ais do thalamh réidh. Ón am ar scaoileadh é go dtí gur bhuail sé an talamh arís, bhí an cáithnín ar eitilt ar feadh 4.5 soicind go beacht.

Úsáid do ghraf chun iad seo a mheas:

(i) an uasairde a shroich an cáithnín
(ii) an airde a shroich an cáithnín tar éis 1.5 soicind eitilte
(iii) líon na soicindí a raibh an cáithnín 4 m nó níos mó os cionn na talún.

Ón ngraf, is iad fréamhacha na cothromóide $7 + 5x - 2x^2 = 0$ ná

$$\Rightarrow x = -1 \quad \text{nó} \quad x = 3.5$$

(i) An uasairde a shroich an cáithnín seo ná 10.3 m.

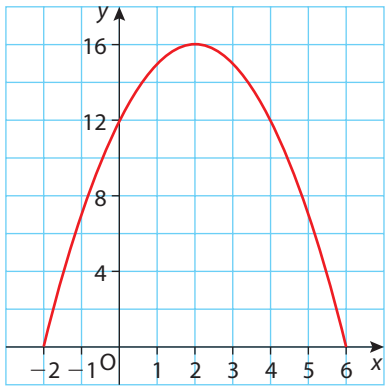
(ii) Chun an airde a sroicheadh tar éis 1.5 soicind a fháil, tarraing líne cheartingearach ó $x = \frac{1}{2}$ go dtí go dtrasnaíonn sí an cuar.
Is é an y-luach comhfhreagrach (i.e. an airde) ná 9 méadar.

(iii) Chun líon na soicindí a raibh an cáithnín 4 m nó níos mó os cionn na talún a fháil, tarraing an líne $y = 4$ agus ansin léigh x-luachanna na bpointí ina dtrasnaíonn sí an cuar.
Is iad na x-luachanna seo ná -0.5 agus 3.
$\therefore$ líon na soicindí ná 3.5.

Cleachtadh 23.4

1. Ar dheis, feictear graf na feidhme
$f(x) = -x^2 + 4x + 12$.
Úsáid an graf chun iad seo a scríobh síos:
(i) $f(1)$
(ii) na luachanna ar x a fhágann $f(x) = 12$
(iii) cothromóid ais na siméadrachta.

Seasann $f(x)$ do líon na dtacsaithe ag stad tacsaithe ó 6 a.m. ($x = -2$) go dtí 10 p.m. ($x = 6$).
Seasann gach aonad ar an x-ais do 2 uair an chloig agus seasann gach aonad ar an y-ais do thacsaí amháin.



Úsáid an graf chun iad seo a mheas:

(iv) líon na dtacsaithe ag an stad ag meán lae
(v) na hamanna a raibh 14 thacsaí ag an stad
(vi) an líon uaireanta an chloig a raibh 10 dtacsaí nó níos mó ag an stad.

2. Caitear liathróid san aer.
Taispeánann an fhoirmle $y = 20x - 4x^2$ airde na liathróide i gceann x soicind agus í y méadar os cionn na talún.

(i) Cóipeáil agus comhlánaigh an tábla luachanna chun airde na liathróide i rith a céad chúig shoicind a léiriú.
(ii) Úsáid an tábla chun graf a bhreacadh a thaispeánann airde na liathróide in aghaidh ama.
(iii) Úsáid do ghraf chun iad seo a fháil:
  (a) an airde is mó a shroich an liathróid agus an t-am ar shroich an liathróid an airde seo
  (b) dhá uair a bhí an liathróid 12 mhéadar os cionn na talún
  (c) an t-eatramh ama nuair a bhí an liathróid níos mó ná 15 mhéadar os cionn na talún.

x	$20x - 4x^2$	y
0	$0 - 0$	0
1	$20 - 4$	16
2		
3		
4		
5		

3. Ag glacadh le $f(x) = 4 - 3x - x^2$, $x \in R$,
cóipeáil agus comhlánaigh an tábla ar dheis.

Tarraing graf $f(x)$ san fhearann $-5 \leqslant x \leqslant 2$.

Má sheasann an graf don teocht, ina °C, a tomhaiseadh gach dhá uair an chloig idir 6 a.m. ($x = -5$) agus 8 p.m. ($x = 2$) i gcathair ar leith, úsáid an graf chun iad seo a mheas:

(i) an teocht ag 11 a.m.
(ii) an t-am a raibh an teocht ab airde ann
(iii) na hamanna a raibh an teocht ag 3°C
(iv) an líon uaireanta an chloig a raibh an teocht ag an reophointe nó os a chionn.

x	$4 - 3x - x^2$	y
-5	$4 + 15 - 25$	-6
-4		
-3		
-2		
-1		
0		
1	$4 - 3 - 1$	0
2		

4. Tá 16 mhéadar de chlaí ag feirmeoir chun buaile dhronuilleogach a dhéanamh do chaoirigh. Má tá taobh amháin den bhuaile x méadar ar fad, taispeáin go dtugann $A(x) = 8x - x^2$ achar A.

Tarraing graf $A(x)$ san fhearann $0 \leqslant x \leqslant 8$.

Úsáid do ghraf chun iad seo a mheas:

(i) achar na buaile nuair atá $x = 2.5$.

(ii) an t-achar is mó is féidir, agus luach x sa chás sin

(iii) an dá luach ar x a fhágann achar 12 m^2.

5. Tarraing graf na feidhme $f: x \to 6x - x^2$ san fhearann $0 \leqslant x \leqslant 6$.

Seasann $f(x)$ don airde, ina méadair, a shroich liathróid ghailf ón am ar buaileadh í $(x = 0)$ go dtí gur bhuail sí an talamh $(x = 6)$.

Má sheasann gach aonad ar an x-ais do shoicind amháin agus gach aonad ar an y-ais do 5 mhéadar, úsáid do ghraf chun iad seo a mheas:

(i) an airde is mó a shroich an liathróid ghailf

(ii) airde na liathróide gailf tar éis $1\frac{1}{2}$ soicind

(iii) an méid soicindí a bhí caite nuair a bhí an liathróid 10 méadar os cionn na talún

(iv) an méid soicindí a thóg sé ar an liathróid a huasairde a shroicheadh.

6. Tugann an fhoirmle $A = 3r^2$ achar ciorcail, go garbh.

(i) Cóipeáil agus comhlánaigh an tábla ar dheis agus tarraing graf den fheidhm i gcás $0 \leqslant r \leqslant 3$.

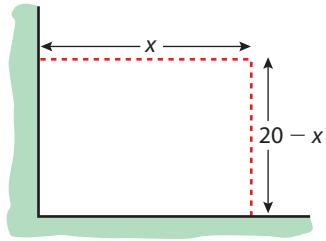
(ii) Úsáid do ghraf chun meastachán a fháil ar achar ciorcail ar ga dó 2.5 m.

(iii) Má tá achar 10 m^2 i gciorcal, úsáid an graf chun fad a gha a mheas.

(iv) Déan cinnte de go bhfuil do chuid freagraí ar (ii) agus (iii) ceart trí leagan cruinn na foirmle d'achar ciorcail a úsáid.

r	$3r^2$	A
0		
1	3(1)	3
2		
3		

7. Tá 20 m de chlaí ag feirmeoir.
Teastaíonn uaidh é a úsáid chun buaile dhronuilleogach a dhéanamh i gcúinne páirce, mar a fheictear sa léaráid.



(i) Scríobh síos slonn don achar, A m^2, a bheidh iata ag an gclaí.

(ii) Breac graf A do na luachanna ar x idir 0 agus 20.

(iii) Cad iad na luachanna ar x a thugann achar 40 m^2?

(iv) Cén raon luachanna ar x a thugann achar iata a bheadh níos mó ná 90 m^2?

(v) Cad é an t-achar is mó is féidir leis an bhfeirmeoir a iamh?
Cad iad na faid chlaí a theastóidh don uasachar seo?

Mír 23.5 Graif d'fheidhmeanna easpónantúla

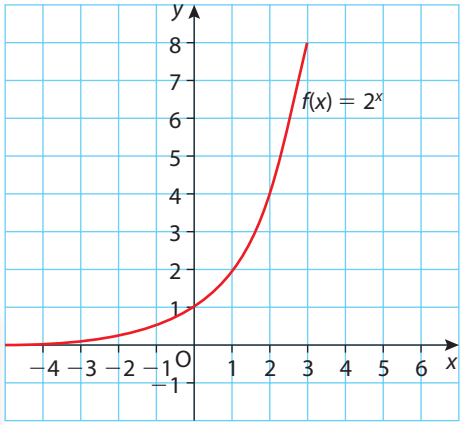
Is feidhm é $f(x) = 2^x$.
Tabhair faoi deara gurb í an athróg x an chumhacht.

Feidhm easpónantúil a thugtar ar fheidhm de chuid x ina sloinntear x mar chumhacht.
Is feidhmeanna easpónantúla eile iad $f(x) = 3^x$ agus $g(x) = 4.3^x$.

Chun graf $f(x) = 2^x$ a tharraingt, leagaimid amach tábla ionchur agus aschur ó $x = -2$ go dtí $x = 3$, mar shampla.

x	2^x	y
-2	$2^{-2} = \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
-1	$2^{-1} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
0	$2^0 = 1$	1
1	$2^1 = 2$	2
2	$2^2 = 4$	4
3	$2^3 = 8$	8

Taispeántar graf $f(x) = 2^x$ thíos.



Is ionann uimhir ar bith i gcumhacht nialais agus 1.

Sampla 1

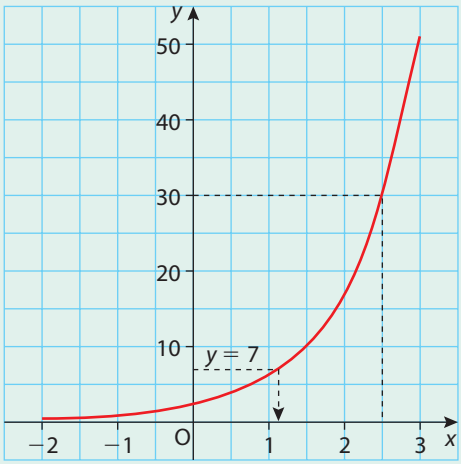
Tarraing graf na feidhme $f(x) = 2.3^x$ san fhearann $-2 \leqslant x \leqslant 3$.

(i) Úsáid do ghraf chun meastachán a fháil ar $f(2.5)$.

(ii) Úsáid do ghraf freisin chun an luach ar x a fháil a fhágann $f(x) = 7$.

Leagaimid amach tábla luachanna do $f(x) = 2.3^x$, $-2 \leqslant x \leqslant 3$.

x	2.3^x	y
-2	2.3^{-2}	$\frac{2}{9}$
-1	2.3^{-1}	$\frac{2}{3}$
0	2.3^0	2
1	2.3^1	6
2	2.3^2	18
3	2.3^3	54



Taispeántar an graf ar dheis.

(i) Chun $f(2.5)$ a fháil, tarraing líne cheartingearach ó $x = 2.5$ go mbuaileann sí an cuar.
Is é 30 y-luach an phointe trasnaithe.
$\therefore\ f(2.5) = 30$

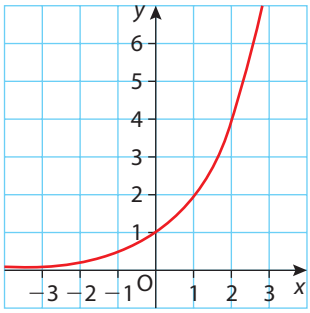
(ii) Chun an luach ar x a fháil a fhágann $f(x) = 7$, tarraing an líne $y = 7$ agus léigh x-luach phointe trasnaithe na líne seo agus an chuair.
Is é $x = 1.1$ an luach seo.

Tabhair faoi deara: Is féidir áireamhán a úsáid chun tábla de luachanna a dhéanamh d'fheidhm easpónantúil ar bith chomh maith.

Nuair a fheiceann tú $f(x)$, bain úsáid as an eochair $x^{\blacksquare}$ chun 2^x, 3^x etc a fháil.

Cleachtadh 23.5

1. Seo graf $f(x) = 2^x$.



Úsáid an graf chun iad seo a scríobh síos:

(i) $f(0)$ (ii) $f(1)$ (iii) $f(1.5)$.

Ní thaispeántar $f(3)$ ar an ngraf.

(iv) Cad é $f(3)$?

(v) Cén luach ar x a fhágann $f(x) = 5$?

2. Cóipeáil agus comhlánaigh an tábla thíos agus ansin tarraing graf na feidhme $f(x) = 3^x$.

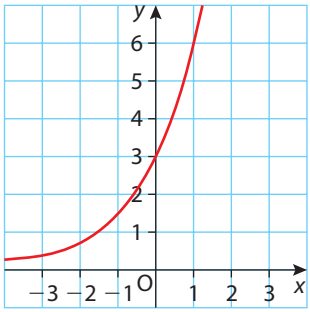
x	−2	−1	0	1	2	3
3^x		$\frac{1}{3}$				

Úsáid an graf chun iad seo a scríobh síos:

(i) $f(1.5)$

(ii) an luach ar x a fhágann $f(x) = 4$.

3. Ar dheis, feictear graf $f(x) = k \,.\, 2^x$, áit a bhfuil $k \in N$.



(i) Scríobh síos luach k.

(ii) Ní thaispeántar $f(2)$ ar an ngraf. Cad é $f(2)$?

(iii) Úsáid an graf chun an luach ar x a fhágann $f(x) = 1$ a fháil.

4. Cóipeáil agus comhlánaigh an tábla thíos.

x	−2	−1	0	1	2
2^x	$\frac{1}{4}$				
4.2^x	1				

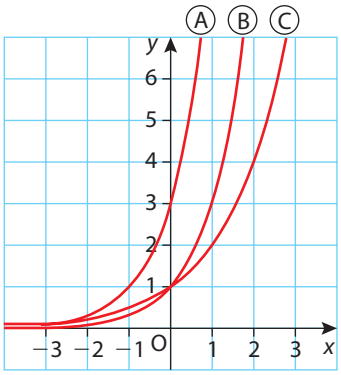
Úsáid an tábla chun sceitse a tharraingt den fheidhm $f(x) = 4.2^x$ san fhearann $-2 \leqslant x \leqslant 2$.

Úsáid do ghraf chun meastachán a fháil ar $f(0.5)$.

5. Ar dheis, léirítear trí ghraf – Ⓐ, Ⓑ agus Ⓒ.

Meaitseáil gach graf le ceann amháin de na feidhmeanna thíos.

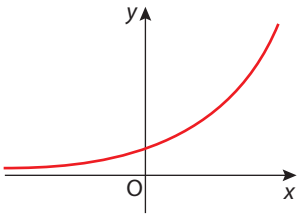
$f(x) = 2^x$ $f(x) = 3^x$ $f(x) = 3.3^x$



6. Taispeánann an léaráid sceitse den chuar $y = 3^x$.

(i) Scríobh síos comhordanáidí an phointe ina dtrasnaíonn an cuar an *y*-ais.

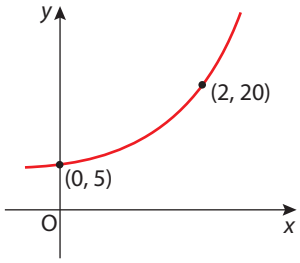
(ii) Cóipeáil an léaráid agus cuir isteach sceitsí de na cuair seo: (a) 2×3^x (b) 5×3^x.



7. Dúradh le Niamh gurb é an graf ar dheis graf na feidhme (a) $f(x) = k \,.\, 2^x$ nó (b) $f(x) = k \,.\, 3^x$.

(i) Faigh luach *k*.

(ii) Cé acu ceann den dá fheidhm a léiríonn an cuar?



8. Tarraing graf na feidhme $f(x) = 2^x$ san fhearann $-2 \leqslant x \leqslant 3$.
Is feidhm eile í $g(x) = x + 3$.

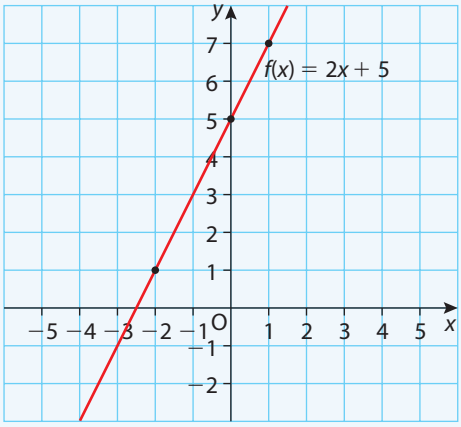
Tarraing sceitse de $g(x)$ ar na haiseanna céanna agus úsáid na scálaí céanna.

Úsáid do ghraf chun réiteach deimhneach na cothromóide $2^x = x + 3$ a mheas.

Cuir triail ort féin 23

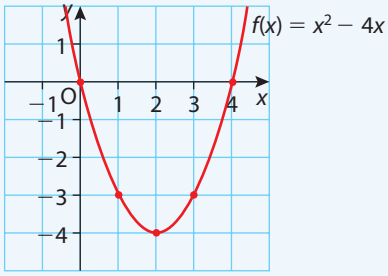
1. Feictear ar dheis graf na feidhme $f(x) = 2x + 5$.
Úsáid an graf chun iad seo a scríobh síos:

(i) $f(0)$ (ii) $f(1)$ (iii) $f(-1)$
(iv) an luach ar x a fhágann $y = 3$
(v) an luach ar y nuair atá $x = -2.5$.



2. Feictear ar dheis graf na feidhme $f(x) = x^2 - 4x$.
Úsáid an cuar chun iad seo a scríobh síos:

(i) $f(3.5)$
(ii) na luachanna ar x a fhágann $f(x) = -3$
(iii) íosluach $f(x)$.
(iv) cothromóid ais siméadrachta an chuair.



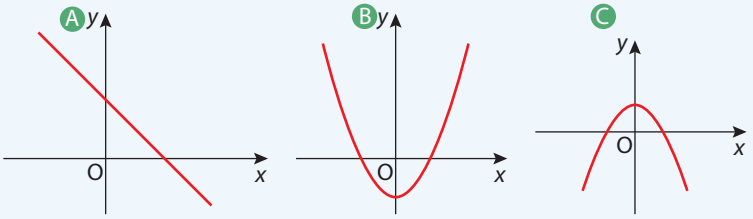
3. Meaitseáil gach ceann de na graif thíos le ceann de na cothromóidí ar dheis. I gcás gach cothromóide, is uimhir dheimhneach é k.
(Ní úsáidfear ceann amháin de na cothromóidí.)

$y = kx$

$y = x^2 - k$

$y = k - x^2$

$y = k - x$

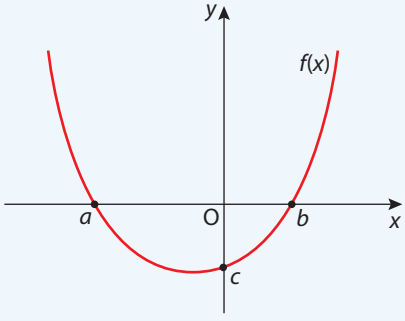


4. Tarraing graf na feidhme $f(x) = 3x - 1$ san fhearann $-2 \leqslant x \leqslant 3$.
Úsáid do ghraf chun iad seo a mheas:

(i) $f(-1.5)$ (ii) luach x nuair atá $y = 3.5$.

5. Is graf den fheidhm $f(x) = x^2 - 2x - 3$ é an cuar ar dheis.

(i) Faigh comhordanáidí a, b agus c.
(ii) Scríobh síos na luachanna ar x a fhágann $f(x) \leqslant 0$.
(iii) Má tá $f(k) = -3$, faigh dhá luach ar k.



6. Cóipeáil agus comhlánaigh an tábla a leanas.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
2^x	0.125			1		4			

(i) Úsáid na luachanna i do thábla chun an graf $y = 2^x$ a tharraingt.
Úsáid scála 1 cm do 1 aonad ar an x-ais agus 1 cm do 5 aonad ar an y-ais.

(ii) Úsáid do ghraf chun an chothromóid $2^x = 6$ a réiteach.

7. Tarraing graf na feidhme

$f: x \to 2x^2 - x - 6$ i gcás $-3 \leqslant x \leqslant 4, x \in R$.

Úsáid an graf chun iad seo a mheas:

(i) na luachanna ar x a fhágann $f(x) = 0$

(ii) íosluach $f(x)$

(iii) luach $f(2.5)$

(iv) an raon luachanna ar x a fhágann $f(x)$ níos lú ná nialas.

8. Trí oiread uimhir amháin móide dhá oiread uimhir eile is ea 9.
Dhá oiread na chéad uimhreach lúide an dara huimhir is ea 13.
Más é x an chéad uimhir agus y an uimhir eile, scríobh dhá chothromóid in x agus y.
Tarraing sceitse den dá chothromóid agus, ar an gcaoi sin, faigh an dá uimhir.

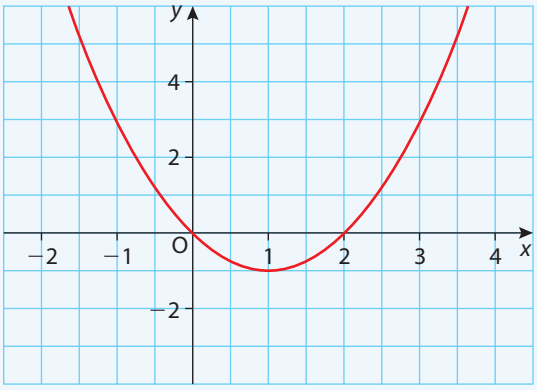
9. Tarraingíodh sa ghreille ar dheis graf na feidhme $y = x^2 - 2x$.

Úsáid an graf chun meastachán a fháil ar réiteach na gcothromóidí seo:

(i) $x^2 - 2x = 0$

(ii) $x^2 - 2x = 3$.

Scríobh síos cothromóid ais siméadrachta an chuair.



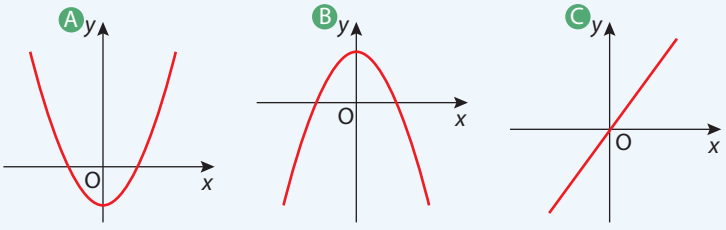
10. Cé acu sceitse a fhreagraíonn do gach cothromóid?
Cuir fáthanna le do chuid freagraí.

$y = 2x$

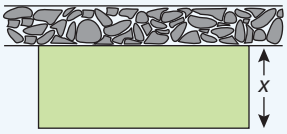
$y = x^2 - 2$

$y = 2 - x^2$

$y = x^2 + 2$



11. Tá 18 m d'adhmad ag garraíodóir chun fál a chur thart ar cheapóg dhronuilleogach glasraí. Úsáidfidh sé balla cloiche díreach mar thaobh amháin den fhál, mar a léirítear. x méadar an leithead.



Taispeáin go dtugann an fheidhm thíos achar an fháil:

$$A(x) = 18x - 2x^2.$$

Tarraing graf na feidhme $y = A(x)$ san fhearann $0 \leqslant x \leqslant 9$.

(i) Faigh achar an fháil nuair atá $x = 3$.
(ii) Faigh an dá luach ar x a fhágann gurb é 30 m^2 an t-achar.
(iii) Faigh fad agus leithead an fháil a bhfuil an t-uasachar ann.
(iv) Cad é an t-uasachar?

12. Sa tábla thíos, feictear an costas a bhaineann le tonnchlár a thógáil ar cíos ar feadh líon áirithe laethanta.

Laethanta *t*	3	4	5	6
Costas €*C*	50	60	70	80

(i) Agus tú ag úsáid aon dá chúpla ar bith, scríobh síos cothromóid na líne a nascann an costas €C leis an líon laethanta t.
(ii) Úsáid an chothromóid chun costas an tonnchlár a thógáil ar cíos ar feadh coicíse a ríomh.

13. Sainítear dhá fheidhm, f agus g, mar seo thíos:

$$f: x \to 2^x, \quad g: x \to 9x - 3x^2 - 1.$$

Comhlánaigh an tábla thíos agus úsáid é chun graif na bhfeidhmeanna f agus g a tharraingt do $0 \leqslant x \leqslant 3$.

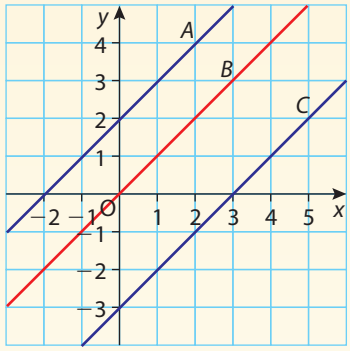
x	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
***f*(*x*)**							
***g*(*x*)**							

(i) Úsáid do ghraf chun na luach(anna) ar x a fhágann $2^x = 9x - 3x^2 - 1$ a mheas.
(ii) Má tá $2^k = 6$, úsáid do ghraf chun luach k a mheas.

Tasc:

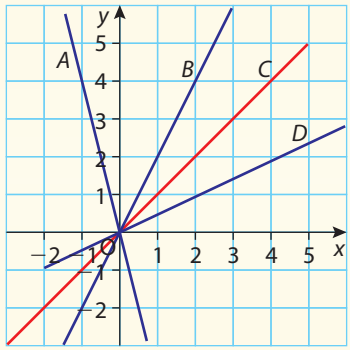
Bain úsáid as pacáiste grafa nó modh éigin eile chun gach ceann de na graif seo a leanas a shainaithint.

(a) $f(x) = x$
(b) $f(x) = x + 2$
(c) $f(x) = x - 3$



Cén tátal is féidir a bhaint as suíomh graif línigh nuair a shuimítear tairiseach leis an mbunfheidhm nó nuair a dhealaítear tairiseach uaithi?
Tátal:

(d) $f(x) = x$
(e) $f(x) = 2x$
(f) $f(x) = -4x$
(g) $f(x) = \frac{x}{2}$

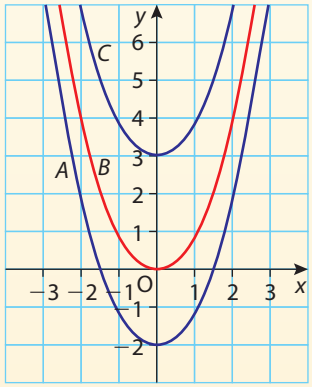


Cén tátal is féidir a bhaint as cruth graif línigh nuair a athraíonn tú comhéifeacht x sa bhunfheidhm?
Tátal:

Bain úsáid as an dá thátal thuas chun na graif seo a leanas a tharraingt ar na haiseanna scálaithe céanna.

(i) $f(x) = x$ (ii) $f(x) = 2x$ (iii) $f(x) = 2x + 3$ (iv) $f(x) = -2x + 3$

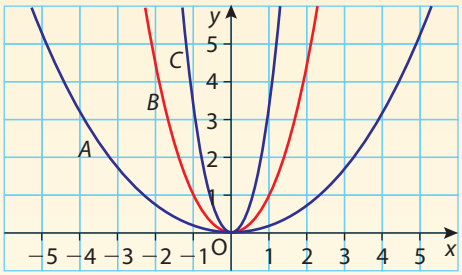
(h) $f(x) = x^2$
(i) $f(x) = x^2 + 3$
(j) $f(x) = x^2 - 2$



Cén tátal is féidir a bhaint as suíomh graif chearnaigh nuair a shuimítear tairiseach leis an mbunfheidhm nó nuair a dhealaítear tairiseach uaithi?

Tátal:

(k) $f(x) = x^2$
(l) $f(x) = 3x^2$
(m) $f(x) = \frac{x^2}{5}$



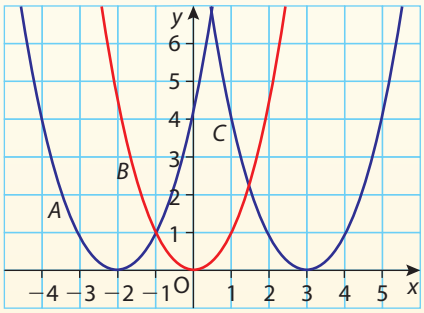
Cén tátal is féidir a bhaint as cruth graif chearnaigh nuair a athraíonn tú comhéifeacht x^2 sa bhunfheidhm?

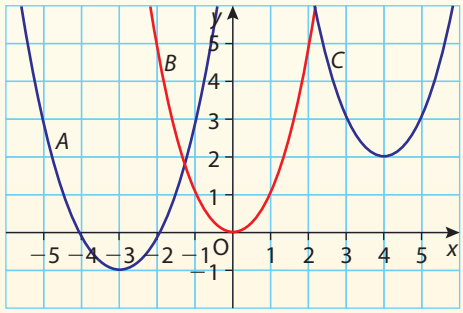
Tátal:

Scrúdaigh agus sainaithin gach ceann de na graif seo a leanas.
Scríobh amach comhordanáidí íosluach gach graif.

(n) $f(x) = x^2$
(o) $f(x) = (x + 2)^2$
(p) $f(x) = (x - 3)^2$

(q) $f(x) = x^2$
(r) $f(x) = (x - 4)^2 + 2$
(s) $f(x) = (x + 3)^2 - 1$





Scríobh tuairisc ar conas a fhaightear íosluach feidhme cearnaí nuair a scríobhtar í san fhoirm $f(x) = (x \pm a)^2 \pm b$.