An Ardteistiméireacht
Ardleibhéal Páipéar 1
Uimhir

2017 C4	2015 C6	SEC sampla 2014 C8	2012 C4
2017 C8	2014 C3	2013 C3	2012 C9
2016 C4	2014 C6	2013 C4	2011 C1
2016 C9	2014 C9	2013 C9	2011 C4
2015 C1	SEC sampla 2014 C2	2012 C2	2011 C6

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

Páipéar 1 Ceist 4
2017

25 marc

$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

www.mathsplus.ie

(a) Tá an méid de shubstaint atá fágtha i dtuaslagán ag laghdú go heaspónantúil in imeacht an ama. Tomhaiseann turgnamh an céatadán den tsubstaint atá fágtha sa tuaslagán. Tomhaistear an céatadán ag an am céanna gach lá. Tugtar na sonraí a bhailítear le linn na chéad 4 lá sa tábla thíos. Bunaithe ar na sonraí sa tábla, déan a mheas cad é an chead lá ar a mbeidh céatadán na substainte sa tuaslagán níos lú ná 0·01%.

Lá	**1**	**2**	**3**	**4**
An céatadán den tsubstaint (%)	95	42·75	19·2375	8·6569

$$y = Ae^{kt}$$

$y = 95$ at $t = 1$

$$95 = Ae^{k(1)}$$

$$95 = Ae^{k}$$

$y = 42{\cdot}75$ at $t = 2$

$$42{\cdot}75 = Ae^{k(2)}$$

$$\frac{42{\cdot}75}{95} = \frac{\cancel{A}e^{2k}}{\cancel{A}e^{k}}$$

$$\frac{42{\cdot}75}{95} = e^{k}$$

$$0{\cdot}45 = e^{k}$$

$$k = \ln 0{\cdot}45$$

$$A = \frac{95}{e^{\ln 0{\cdot}45}} = 211{\cdot}11$$

(a) Tá an méid de shubstaint atá fágtha i dtuaslagán ag laghdú go heaspónantúil in imeacht an ama. Tomhaiseann turgnamh an céatadán den tsubstaint atá fágtha sa tuaslagán. Tomhaistear an céatadán ag an am céanna gach lá. Tugtar na sonraí a bhailítear le linn na chéad 4 lá sa tábla thíos. Bunaithe ar na sonraí sa tábla, déan a mheas cad é an chead lá ar a mbeidh céatadán na substainte sa tuaslagán níos lú ná 0·01%.

Lá	1	2	3	4
An céatadán den tsubstaint (%)	95	42·75	19·2375	8·6569

$$211{\cdot}11e^{\ln 0{\cdot}45t} < 0{\cdot}01$$

$$e^{\ln 0{\cdot}45t} < \frac{0{\cdot}01}{211{\cdot}11}$$

$$\ln 0{\cdot}45t < \ln\frac{0{\cdot}01}{211{\cdot}11}$$

$$t > \frac{\ln\frac{0{\cdot}01}{211{\cdot}11}}{\ln 0{\cdot}45}$$

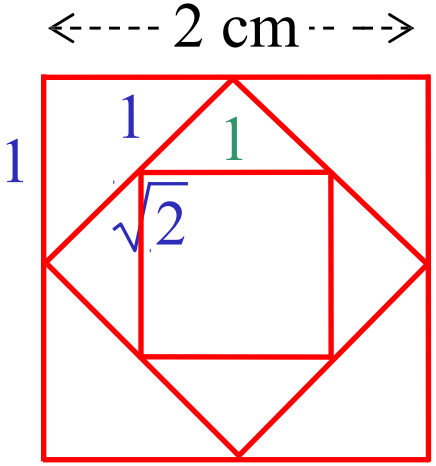
$$t > 12{\cdot}47$$

12ú lá

$\ln 0{\cdot}45t$ diúltach

15

(b) Tá sleasa cearnóige 2 cm ar fad. Ceanglaítear lárphointí de shleasa na cearnóige sin le chéile chun cearnóg eile a dhéanamh. Leantar leis an bpróiseas seo. Léirítear na chéad trí chearnóg sa phróiseas thíos. Faigh suim imlínte na gcearnóg má leantar leis an bpróiseas seo gan chríoch. Bíodh do fhreagra san fhoirm $a + b\sqrt{c}$ cm, áit a bhfuil $a, b,$ agus $c \in \mathbb{N}$.



$P_1 = 4(2) = 8$ cm

$P_2 = 4\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ cm

$P_3 = 4(1) = 4$ cm

Seicheamh iolraíoch

$a = 8$ agus $r = \dfrac{4\sqrt{2}}{8} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$$S_\infty = \frac{a}{1-r}$$

$$= \frac{8}{1-\frac{\sqrt{2}}{2}} = 16 + 8\sqrt{2} \text{ cm}$$

10

Páipéar 1 Ceist 8
2017

55 marc

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

www.mathsplus.ie

(a) Nuair a aisíoctar iasacht €P ina haisíocaíochtaí cothroma de mhéid €A, ag deireadh gach ceann de t tréimhse chothrom, áit arb é i ráta tréimhsiúil an úis iolraithe (tugtha i bhfoirm deachúla), is féidir an fhoirmle thíos a úsáid chun méid gach aisíocaíochta a fháil.

$$A = P\,\frac{i(1+i)^t}{((1+i)^t - 1)}$$

Léirigh conas a dhíorthaítear an fhoirmle seo. Is féidir leat an fhoirmle le haghaidh suim sraithe iolraíche críochta a úsáid.

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} \Rightarrow P = \frac{\frac{A}{(1+i)}\left(1 - \frac{1}{(1+i)^t}\right)}{1 - \frac{1}{(1+i)}}$$

$$P = \frac{A}{(1+i)^1} + \frac{A}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{A}{(1+i)^t}$$

$$P = \frac{\frac{A}{\cancel{(1+i)}}\left(\frac{(1+i)^t - 1}{(1+i)^t}\right)}{\frac{i(1+\cancel{i})}{\cancel{(1+i)}}}$$

Suim na sraithe iolraíche $\Rightarrow A = P\,\frac{i(1+i)^t}{((1+i)^t - 1)}$ $\quad a = \frac{A}{(1+i)}$ agus $r = \frac{1}{(1+i)}$

(b) Tá fiacha €5000 ar chárta creidmheasa ag Alex. Slí amháin chun na fiacha seo a ghlanadh ná aisíocaíocht sheasta a dhéanamh ag deireadh gach míosa. Is ionann an aisíocaíocht seo agus 2·5% de na bunfhiacha.

(i) Cén aisíocaíocht mhíosúil sheasta, €A, is gá chun na fiacha €5000 a íoc?

$$A = 5000(0{\cdot}025) = €125$$

10

(ii) Is é an ráta céatadánach bliantúil (APR) a ghearrann an comhlacht cárta creidmheasa ar fhiacha ná 21·75% seasta ar feadh théarma na bhfiach. Faigh, mar chéatadán, ceart go dtí 3 fhigiúr bhunúsacha, an ráta míosúil úis atá coibhéiseach le APR 21·75%.

$$(1+i)^{12} = 1{\cdot}2175$$

$$1 + i = \sqrt[12]{1{\cdot}2175}$$

$$i = \sqrt[12]{1{\cdot}2175} - 1 =$$

$$i = 1{\cdot}65\%\ 0{\cdot}01653518226$$

10

(iii) Glac leis go n-íocann Alex an aisíocaíocht mhíosúil sheasta, €A, gach mí agus nach mbíonn aon idirbheart breise aige ar an gcárta sin. Líon isteach an tábla thíos chun a thaispeáint conas atá iarmhéid na bhfiach €5000 ag laghdú gach mí sna chéad trí mhí, agus tú ag glacadh le APR 21·75%, a ghearrtar agus a i

Uimhir na hÍocaíochta	Íocaíocht mhíosúil sheasta,€A	€A		Iarmhéid nua na bhfiach(€)
		Ús	An iarmhéid roimhe seo laghdaithe de(€)	
0				5000
1	125	$82 \cdot 5$	42·50	4957·50
2	125	$81 \cdot 8$	$43 \cdot 2$	$4914 \cdot 30$
3	125	$81 \cdot 0$	$43 \cdot 9$	$4870 \cdot 39$

10

$5000(0 \cdot 0165) = 82 \cdot 50$

$4957{\cdot}50(0 \cdot 0165) = 81 \cdot 79875$

$4914 \cdot 30(0 \cdot 0165) = 81 \cdot 08595$

(iv) Agus tú ag baint úsáide as an bhfoirmle a dhíorthaigh tú ar an leathanach roimhe seo, nó ar shlí eile, faigh amach cé mhéad ama a thógfadh sé fiacha €5000 ar chárta creidmheasa a íoc go hiomlán ar an modh aisíocaíochta a imlínítear ag tús **pháirt (b)** thuas. Bíodh do fhreagra ina mhíonna, ceart go dtí an mhí is gaire.

$$A = P\,\frac{i(1+i)^t}{(1+i)^t - 1}$$

$$125 = 5{,}000\frac{0\cdot0165(1\cdot0165)^t}{(1\cdot0165)^t - 1}$$

$$125((1\cdot0165)^t - 1) = 5{,}000(0\cdot0165)(1\cdot0165)^t$$

$$125(1\cdot0165)^t - 125 = 82\cdot5(1\cdot0165)^t$$

$$125(1\cdot0165)^t - 82\cdot5(1\cdot0165)^t = 125$$

$$42\cdot5(1\cdot0165)^t = 125$$

$$(1\cdot0165)^t = \frac{125}{42\cdot5}$$

$$t\ln 1\cdot0165 = \ln\frac{125}{42\cdot5}$$

$$t = \frac{\ln\frac{125}{42\cdot5}}{\ln 1\cdot0165}$$

$$= 65\cdot9203373$$

$$\approx 66 \text{ mí}$$

5

(v) Beartaíonn Alex ar iasacht €5000 a fháil ón gComhar Creidmheasa áitiúil chun na fiacha €5000 ar an gcárta creidmheasa seo a ghlanadh. Is é an táille APR ar an iasacht ón gComhar Creidmheasa ná 8·5% seasta ar feadh théarma na hiasachta. Tá an iasacht le haisíoc de réir aisíocaíochtaí seachtainiúla cothroma, ag deireadh gach seachtaine, ar feadh 156 seachtain.
Faigh méid gach íocaíochta seachtainiúla.

$$(1+i)^{52} = 1\cdot085$$

$$1+i = \sqrt[52]{1\cdot085}$$

$$i = \sqrt[52]{1\cdot085} - 1$$

$$i = \qquad 0077$$

$$0\cdot00157$$

$$A = P\,\frac{i(1+i)^t}{(1+i)^t - 1}$$

$$A = 5{,}000\,\frac{0\cdot00157(1\cdot00157)^{156}}{(1\cdot00157)^{156} - 1} = \text{€}36\cdot16$$

13

10

(vi) Cé mhéad a shábhálfaidh Alex má bhaineann sé úsáid as an iasacht ón gComhar Creidmheasa chun na fiacha ar an gcárta creidmheasa a ghlanadh seachas an aisíocaíocht sheasta as **páirt (b)(i)** a dhéanamh gach mí leis an gcomhlacht cárta creidmheasa?

Cárta creidmheasa $= 125 \times 66 =$ €8250·00

Comhar Creidmheasa $= 36{\cdot}16 \times 156 =$ €5640·96

€2609·04

5

Páipéar 1 Ceist 4
2016

25 marc

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

www.mathsplus.ie

(a) Agus ionduchtú á úsáid agat, cruthaigh go bhfuil $8^n - 1$ inroinnte ar 7 i gcás gach $n \in \mathbb{N}$.

Cruthaigh go bhfuil an ráiteas fíor do $n = 1$.

➡ $8^1 - 1 = 7$ inroinnte ar 7 $\therefore$ atá fíor $n = 1$

Glac leis go bhfuil sé fíor do $n = k$.

➡ $8^k - 1 = 7A, \ A \in \mathbb{N}$

Bunaithe ar an mbonn tuisceana sin, caithfimid a thaispeáint anois go bhfuil an ráiteas fíor do $n = k + 1$.

➡ $8^{k+1} - 1 = 8^k.8^1 - 1$

$= 8^k(7 + 1) - 1$

$= 7.8^k + 8^k - 1$

$= 7.8^k + 7A$ inroinnte ar 7

$\therefore$ Tá sé fíor do $n = k + 1$

$\therefore$ Dá bhrí sin tá sé fíor do gach luach ar $n \in \mathbb{N}$

(b) Glac leis go bhfuil $\log_a 2 = p$ agus $\log_a 3 = q$, áit a bhfuil $a > 0$, agus scríobh gach ceann díobh seo a leanas i dtéarmaí p agus q:

(i) $\log_a \frac{8}{3}$

$$= \log_a 8 - \log_a 3$$
$$= \log_a 2^3 - \log_a 3$$
$$= 3\log_a 2 - \log_a 3$$
$$= 3p - q$$

5

(ii) $\log_a \frac{9a^2}{16}$

$$= \log_a 9a^2 - \log_a 16$$
$$= \log_a (3a)^2 - \log_a 2^4$$
$$= 2\log_a 3a - 4\log_a 2$$
$$= 2\log_a 3 + 2\log_a a - 4\log_a 2$$
$$= 2q + 2(1) - 4p$$
$$= 2q - 4p + 2$$

5

Páipéar 1 Ceist 9
2016

55 marc

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$$

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

www.mathsplus.ie

(a) Sa chéad chéim de phatrún, gluaiseann pointe 4 aonad ón mbunphointe sa treo deimhneach feadh na x-aise. Sa dara céim, casann sé ar clé agus gluaiseann sé 2 aonad comhthreomhar leis an y-ais. Sa tríú céim, casann sé ar clé agus gluaiseann sé 1 aonad amháin comhthreomhar leis an x-ais.

I ngach céim, tar éis na chéad chéime, casann an pointe ar clé agus gluaiseann sé leath an fhaid a ghluais sé sa chéim roimhe sin, mar a thaispeántar.

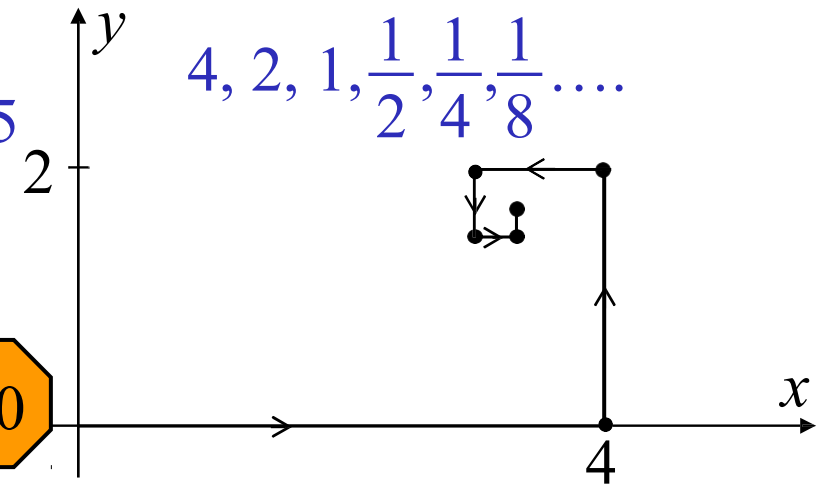
Seichimh iolraíocha

$a = 4$, $r = 0 \cdot 5$ and $S_n = 7 \cdot 9375$

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$$

$$1 - 7 \cdot 9375 = \frac{4(1 - 0 \cdot 5^n)}{1 - 0 \cdot 5} \Rightarrow n = 7$$

$4, 2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8} \ldots$



10

(i) Cé mhéad céim atá déanta ag an bpointe nuair is é an fad iomlán a thaistil sé ar a chonair ná 7·9375 aonad?

(a) Sa chéad chéim de phatrún, gluaiseann pointe 4 aonad ón mbunphointe sa treo deimhneach feadh na x-aise. Sa dara céim, casann sé ar clé agus gluaiseann sé 2 aonad comhthreomhar leis an y-ais. Sa tríú céim, casann sé ar clé agus gluaiseann sé 1 aonad amháin comhthreomhar leis an x-ais.
I ngach céim, tar éis na chéad chéime, casann an pointe ar clé agus gluaiseann sé leath an fhaid a ghluais sé sa chéim roimhe sin, mar a thaispeántar.

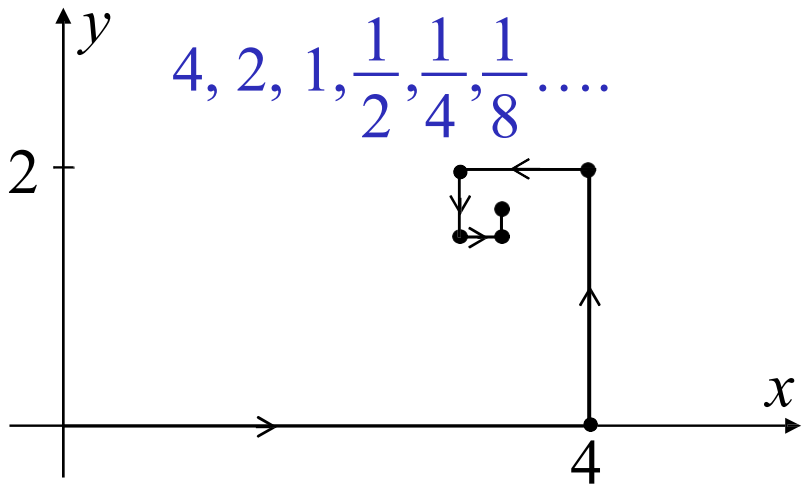
Seichimh iolraíocha

$a = 4,\ r = 0 \cdot 5$

$$S_\infty = \frac{a}{1-r}$$

$$= \frac{4}{1-0 \cdot 5} = 8$$

10

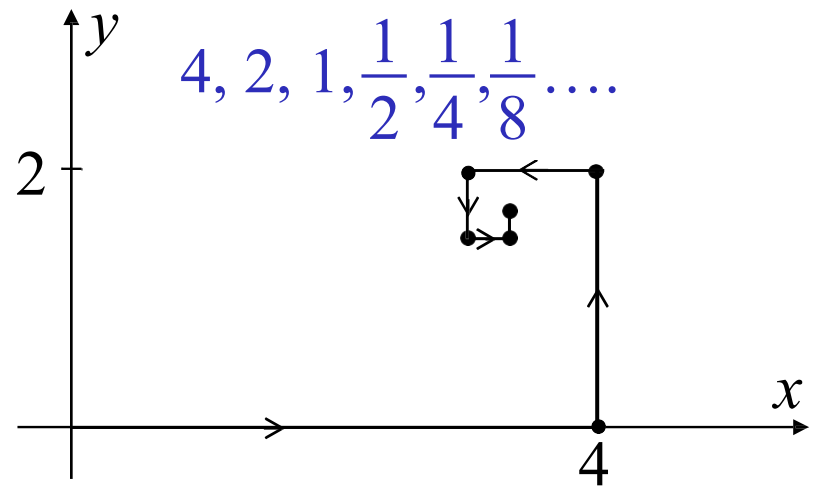


(ii) Faigh an t-uasfhad is féidir leis an bpointe gluaiseacht ar a chonair, má leanann sé an patrún seo gan chríoch.

(iii) Comhlánaigh an dara líne sa tábla thíos chun na hathruithe ar an x-chomhordanáid a thaispeáint na chéad naoi n-uaire a ghluaiseann an pointe chuig suíomh nua. Uaidh sin, nó ar shlí eile, faigh x-chomhordanáid agus y-chomhordanáid an tsuímh dheiridh a bhfuil an pointe ag tarraingt air, má leanann sé an patrún seo gan chríoch.

$$S_\infty = \frac{a}{1-r}$$

$$4,\ 2,\ 1,\ \frac{1}{2},\ \frac{1}{4},\ \frac{1}{8}\ldots$$



Athrú ar $x = \dfrac{4}{1-(-0\cdot25)} = 3\cdot2$

Athrú ar $y = \dfrac{2}{1-(-0\cdot25)} = 1\cdot6$

15 $(3\cdot2,\ 1\cdot6)$

Céim	1ú	2ú	3ú	4ú	5ú	6ú	7ú	8ú	9ú
Athrú ar x	$+4$	0	-1	0	$\frac{1}{4}$	0	$-\frac{1}{16}$	0	$\frac{1}{64}$
Athrú ar y	0	2	0	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{8}$	0	$-\frac{1}{32}$	0

(b) Tagann beach fhireann as ubh neamhthoirchithe, i.e. tá tuismitheoir baineann aige ach níl tuismitheoir fireann aige. Tagann beach bhaineann as ubh thoirchithe, i.e. tá tuismitheoir baineann agus tuismitheoir fireann aici.

(i) Sa léaráid seo a leanas, taispeántar na sinsir atá ag beach fhireann áirithe.

G_1 a thugaimid ar a ghlúin sin agus téann an léaráid siar go dtí G_4. Lean ar aghaidh leis an léaráid go dtí G_5.

G_1	G_2	G_3	G_4	G_5
				Baineann
			Baineann	
		Baineann		Fireann
Fireann	Baineann		Fireann	Baineann
		Fireann	Baineann	Baineann
				Fireann

5

(b) Tagann beach fhireann as ubh neamhthoirchithe, i.e. tá tuismitheoir baineann aige ach níl tuismitheoir fireann aige. Tagann beach bhaineann as ubh thoirchithe, i.e. tá tuismitheoir baineann agus tuismitheoir fireann aici.

(ii) Is féidir líon na sinsear atá ag an mbeach seo i ngach glúin a ríomh leis an bhfoirmle

$$G_{n+2} = G_{n+1} + G_n,$$

$G_6 = G_5 + G_4 = 5 + 3 = 8$

$G_7 = G_6 + G_5 = 8 + 5 = 13$

áit a bhfuil $G_1 = 1$ agus $G_2 = 1$, mar atá sa léaráid.

10

Bain úsáid as an bhfoirmle seo chun líon na sinsear in G_6 agus in G_7 a ríomh.

G_1	G_2	G_3	G_4	G_5
				Baineann
			Baineann	
		Baineann		Fireann
Fireann	Baineann		Fireann	Baineann
		Fireann	Baineann	Baineann
				Fireann

(b) Tagann beach fhireann as ubh neamhthoirchithe, i.e. tá tuismitheoir baineann aige ach níl tuismitheoir fireann aige. Tagann beach bhaineann as ubh thoirchithe, i.e. tá tuismitheoir baineann agus tuismitheoir fireann aici.

(iii) Is féidir líon na sinsear i ngach glúin a ríomh leis an bhfoirmle seo freisin:

$$G_n = \frac{(1+\sqrt{5})^n - (1-\sqrt{5})^n}{2^n\sqrt{5}}$$

Bain úsáid as an bhfoirmle seo chun líon na sinsear in G_3 a dheimhniú.

$$G_3 = \frac{(1+\sqrt{5})^3 - (1-\sqrt{5})^3}{2^3\sqrt{5}}$$

$$\frac{16+8\sqrt{5} - (16-8\sqrt{5})}{2}$$

$$8\sqrt{5}$$

G_1	G_2	G_3	G_4	G_5
				Baineann
			Baineann	
		Baineann		Fireann
Fireann	Baineann		Fireann	Baineann
		Fireann	Baineann	Baineann
				Fireann

5

Páipéar 1 Ceist 1
2015

25 marc

$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

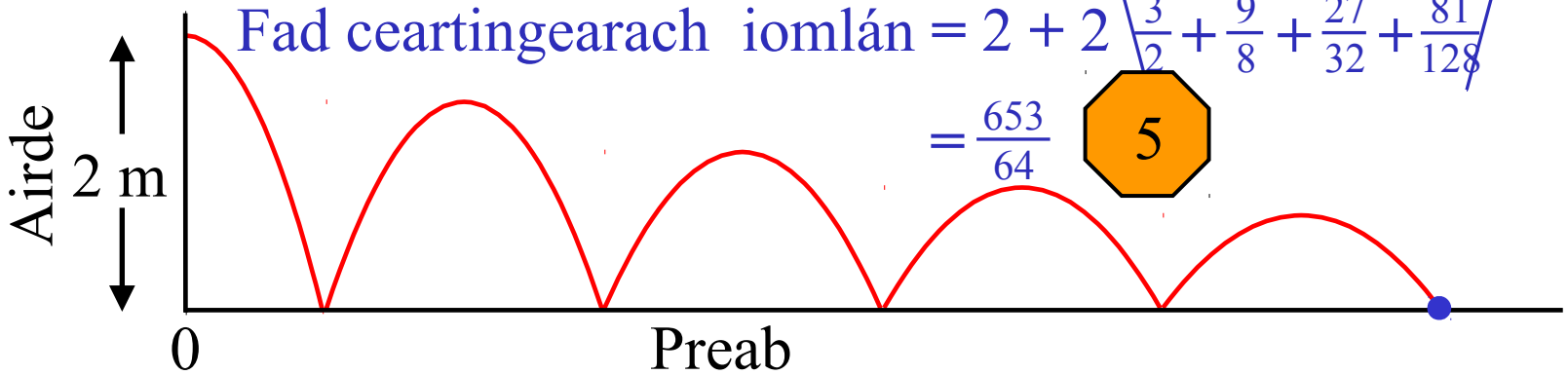
www.mathsplus.ie

(a) Chaith Máire liathróid ar thalamh réidh ó airde 2 m. Gach uair a bhuail an liathróid an talamh phreab sí ar ais go dtí $\frac{3}{4}$ den airde a phreab sí roimhe sin, mar a thaispeántar.

Fad ceartingearach iomlán $= 2 + 2\left(\frac{3}{2} + \frac{9}{8} + \frac{27}{32} + \frac{81}{128}\right)$

$= \frac{653}{64}$

5



(a) Comhlánaigh an tábla thíos chun a thaispeáint, **i bhfoirm codáin,** an airde a shroich an liathróid i ngach ceann de na chéad cheithre phreab.

Preab	0	1	2	3	4
Airde (m)	$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{4} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{1}$	$\frac{3}{4} \times \frac{9}{8} \times \frac{3}{2}$	$\frac{3}{4} \times \frac{27}{32} \times \frac{9}{8}$	$\frac{3}{4} \times \frac{81}{128} \times \frac{27}{32}$

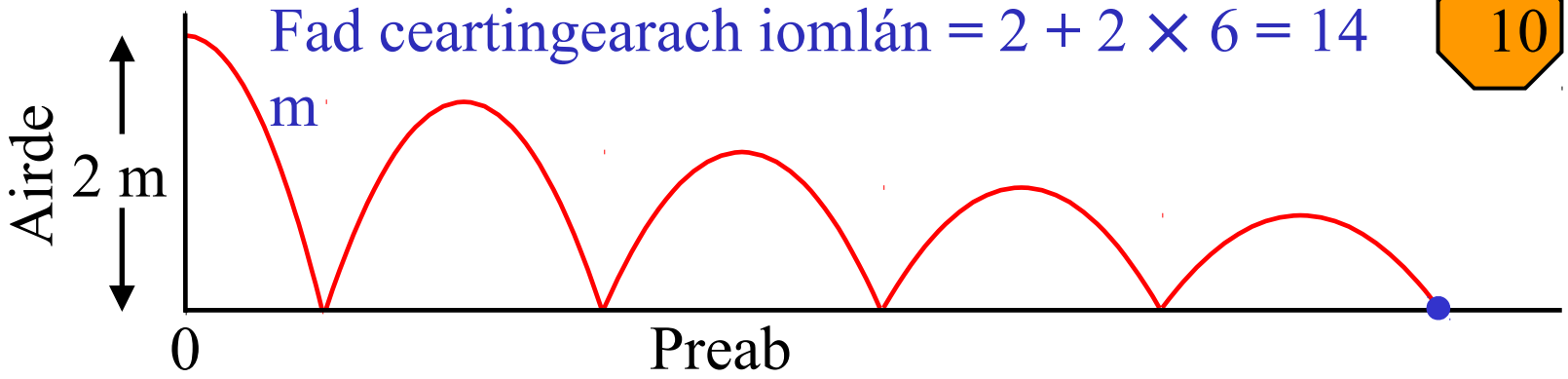
10

(b) Faigh, ina mhéadair, an fad ceartingearach iomlán (suas agus síos) a bhí gluaiste ag an liathróid nuair a bhuail sí an talamh den 5ú huair. Bíodh do freagra i bhfoirm codáin.

(a) Chaith Máire liathróid ar thalamh réidh ó airde 2 m. Gach uair a bhuail an liathróid an talamh phreab sí ar ais go dtí $\frac{3}{4}$ den airde a phreab sí roimhe sin, mar a thaispeántar.

10

Fad ceartingearach iomlán = $2 + 2 \times 6 = 14$ m



(c) Dá leanfadh an liathróid uirthi ag preabadh gan stad, faigh, ina mhéadair, an fad ceartingearach iomlán a ghluaisfeadh sí.

$a = \frac{3}{2}, r = \frac{3}{4}$

Preab	0	1	2	3	4
Airde (m)	$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{27}{32}$	$\frac{81}{128}$

$$S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{\frac{3}{2}}{1-\frac{3}{4}} = 6$$

Páipéar 1 Ceist 6
2015

25 marc

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$$

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

www.mathsplus.ie

(a) Tá iasacht á socrú ag Donncha agus tá dhá théarma aisíocaíochta dhifriúla á scrúdú aige.

(i) Gearrfaidh Banc A ráta 0·35% úis in aghaidh na míosa air. Faigh, ceart go dtí trí fhigiúr bhunúsacha, an ráta céatadánach bliantúil (APR) atá coibhéiseach le ráta 0·35% úis in aghaidh na míosa.

$(1 + 0{\cdot}0035)^{12} = 1 \cdot 042818007$

APR =

$0 \cdot 042818007 \times 100\%$

APR = 4·28%

(a) Tá iasacht á socrú ag Donncha agus tá dhá théarma aisíocaíochta dhifriúla á scrúdú aige.

(ii) Gearrfaidh Banc B ráta air atá coibhéiseach le APR 4·5%. Faigh, ceart go dtí trí fhigiúr bhunúsacha, an ráta úis míosúil atá coibhéiseach le APR 4·5%.

$$(1+i)^{12} = 1\cdot045$$

$$1+i = 1\cdot045^{\frac{1}{12}}$$

$$i = 1\cdot045^{\frac{1}{12}} - 1$$

$$i = 0\cdot003674809$$

$$i = 0\cdot367\%$$

10

(b) Fuair Donncha iasacht €80 000 ó Bhanc A ar ráta 0·35% úis in aghaidh na míosa. Fanfaidh an ráta seasta ar feadh théarma na hiasachta. Tá an iasacht le íoc ar ais ina haisíocaíochtaí cothroma míosúla go ceann deich mbliana. Tá an chéad aisíocaíocht dlite mí amháin tar éis eisiúint na hiasachta. Ríomh, ceart go dtí an euro is gaire, méid gach aisíocaíochta míosúla.

$P = 80{,}000,\ i = 0 \cdot 0035,\ t = 10 \times 12 = 120$ aisíocaíocht

$$80{,}000 = \frac{A}{(1 \cdot 0035)^1} + \frac{A}{(1 \cdot 0035)^2} + \ldots + \frac{A}{(1 \cdot 0035)^{120}}$$

$$a = \frac{A}{1 \cdot 0035},\ r = \frac{1}{1 \cdot 0035},\ n = 120$$

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} \Rightarrow 80{,}000 = \frac{\frac{A}{1 \cdot 0035}\left(1 - \frac{1}{(1 \cdot 0035)^{120}}\right)}{\left(1 - \frac{1}{1 \cdot 0035}\right)}$$

(b) Fuair Donncha iasacht €80 000 ó Bhanc A ar ráta 0·35% úis in aghaidh na míosa. Fanfaidh an ráta seasta ar feadh théarma na hiasachta. Tá an iasacht le íoc ar ais ina haisíocaíochtaí cothroma míosúla go ceann deich mbliana. Tá an chéad aisíocaíocht dlite mí amháin tar éis eisiúint na hiasachta. Ríomh, ceart go dtí an euro is gaire, méid gach aisíocaíochta míosúla.

$P = 80{,}000,\ i = 0 \cdot 0035,\ t = 10 \times 12 = 120$ aisíocaíocht

$$A = \frac{80{,}000\left(1 - \frac{1}{1 \cdot 0035}\right)}{\frac{1}{1 \cdot 0035}\left(1 - \frac{1}{(1 \cdot 0035)^{120}}\right)} = €818 \cdot 5\ 15\ 02$$

(b) Fuair Donncha iasacht €80 000 ó Banc A ar ráta 0·35% úis in aghaidh na míosa. Fanfaidh an ráta seasta ar feadh théarma na hiasachta. Tá an iasacht le íoc ar ais ina haisíocaíochtaí cothroma míosúla go ceann deich mbliana. Tá an chéad aisíocaíocht dlite mí amháin tar éis eisiúint na hiasachta. Ríomh, ceart go dtí an euro is gaire, méid gach aisíocaíochta míosúla.

$P = 80{,}000$, $i = 0 \cdot 0035$, $t = 10 \times 12 = 120$ aisíocaíocht

Nó amúchadh bliantúil:

$$A = P\frac{i(1+i)^t}{(1+i)^t - 1}$$

$$A = 80{,}000\frac{0 \cdot 0035(1 \cdot 0035)^{120}}{(1 \cdot 0035)^{120} - 1}$$

$$= €818 \cdot 5\ 15\ 02$$

Páipéar 1 Ceist 3
2014

25 marc

$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

www.mathsplus.ie

(a) Agus ionduchtú á úsáid agat, cruthaigh gurb é $\dfrac{n(n+1)}{2}$ suim na chéad n uimhir aiceanta $1 + 2 + 3 + \ldots + n$.

$n = 1$: $\dfrac{1(1+1)}{2} = \dfrac{2}{2} = 1$ Fíor

Glac leis go bhfuil sé fíor do $n = k$: $1 + 2 + 3 + \ldots . k = \dfrac{k(k+1)}{2}$

Cruthaigh go bhfuil sé fíor do $n = k + 1$:

$$1 + 2 + 3 + \ldots . k + k + 1 = \frac{k(k+1)}{2} + k + 1$$

$$= \frac{k(k+1) + 2(k+1)}{2}$$

$$= \frac{k^2 + k + 2k + 2}{2} = \frac{k^2 + 3k + 2}{2}$$

$$= \frac{(k+1)(k+2)}{2}$$ Fíor

10

Tá $n = 1$ fíor, mar sin tá $n = 2$ fíor etc. Uaidh sin, tá sé fíor do gach n.

(b) Uaidh sin, nó ar shlí eile, cruthaigh gurb é $n^2 + n$ suim na chéad n re-uimhir aiceanta $2 + 4 + 6 + \ldots + 2n$.

$$2 + 4 + 6 + \ldots + 2n = 2(1 + 2 + 3 + \ldots + n)$$
$$= 2\frac{n(n+1)}{2}$$
$$= n^2 + n$$

10

(c) Agus na torthaí as **(a)** agus **(b)** thuas á n-úsáid agat, faigh slonn do shuim na chéad n corruimhir aiceanta san fhoirm is simplí.

$$1 + 2 + 3 + \ldots + 2n = \frac{2n(2n+1)}{2} = 2n^2 + n$$
$$2 + 4 + 6 + \ldots + 2n = \qquad n^2 + n$$
$$1 + 3 + 5 + \ldots + 2n - 1 = \qquad n^2$$

5

Páipéar 1 Ceist 6
2014

25 marc

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$$

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

www.mathsplus.ie

Is é $T_n = \ln a^n$, an nú téarma de sheiceamh ina bhfuil $a > 0$ agus a tairiseach.

(a) **(i)** Taispeáin go bhfuil T_1 , T_2 , agus T_3 i seicheamh comhbhreise.

$T_1 = \ln a^1 = 1\ln a$

$T_2 = \ln a^2 = 2\ln a$

$T_3 = \ln a^3 = 3\ln a$

$T_2 - T_1 = 2\ln a - \ln a = \ln a$

$T_3 - T_2 = 3\ln a - 2\ln a = \ln a$

Uaidh sin, tá na téarmaí i seicheamh comhbhreise

10

(ii) Cruthaigh gur seicheamh comhbhreise é agus faigh an chomhbhreis. $= \ln a$

$T_n = \ln a^n = n\ln a \qquad T_{n-1} = \ln a^{n-1} = (n-1)\ln a$

5

$T_n - T_{n-1} = n\ln a - (n-1)\ln a = \ln a$ tairiseach

Uaidh sin, tá an seicheamh comhbhreise

Is é $T_n = \ln a^n$, an nú téarma de sheiceamh ina bhfuil $a > 0$ agus a tairiseach.

(b) Faigh an luach ar a a fhágann go bhfuil

$T_1 + T_2 + T_3 + \ldots + T_{98} + T_{99} + T_{100} = 10100.$

$$S_n = \frac{n}{2}\left(2a + (n-1)d\right)$$

$$a = \ln a,\ d = \ln a,\ n = 100$$

$$S_{100} = \frac{100}{2}\left(2\ln a + (100-1)(\ln a)\right) = 10100$$

$$\frac{100(101)}{2}\ln a = 10100$$

$$5050\ln a = 10100 \qquad \text{Roinn ag 5050}$$

$$\ln a = 2$$

$$a = e^2$$

5

Is é $T_n = \ln a^n$, an nú téarma de seicheamh ina bhfuil $a > 0$ agus a tairiseach.

(c) Fíoraigh, do gach luach ar a, go bhfuil,

$(T_1 + T_2 + T_3 + \ldots + T_{10}) + 100d = (T_{11} + T_{12} + T_{13} + \ldots + T_{20})$,

áit arb é d comhbhreis an tseichimh..

$$S_n = \frac{n}{2}\left(2a + (n-1)d\right)$$

$$a = \ln a,\ d = \ln a,\ n = 10$$

$$S_{10} = \frac{10}{2}\left(2\ln a + (10-1)(\ln a)\right) = 55\ln a$$

$$(T_1 + T_2 + T_3 + \ldots + T_{10}) + 100d = 55\ln a + 100\ln a$$

$$(T_{11} + T_{12} + T_{13} + \ldots + T_{20}) = \frac{10}{2}\left(2\ln a + (10-1)(\ln a)\right)$$

$$= 155\ln a$$

$$= (T_1 + T_2 + T_3 + \ldots + T_{10}) + 100d$$

Páipéar 1 Ceist 9
2014

60 marc

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

www.mathsplus.ie

Tá bia á ullmhú ag Ciarán dá pháiste agus caithfidh sé uisce fiuchta fuaraithe a úsáid. Déanann an chothromóid $y = Ae^{kt}$ cur síos ar conas a fhuaraíonn an t-uisce fiuchta. Sa chothromóid seo:

- is é t an t-am, ina nóiméid, ón uair a fiuchadh an t-uisce,
- is é y an *difríocht* idir teocht an uisce agus teocht an tseomra ag am t, ina céimeanna Celsius,
- is tairisigh iad A agus k.

Is é teocht an uisce nuair a fhiuchann sé ná 100°C agus is é teocht an tseomra ná 23°C an t-am go léir.

(a) Scríobh síos an luach ar an difríocht sa teocht, y, nuair a fhiuchann an t-uisce agus faigh an luach ar A.

$y = 100 - 23 = 77$ at $t = 0$

$$y = Ae^{kt}$$

$$77 = Ae^{k(0)}$$

$$A = 77$$

10

Tá bia á ullmhú ag Ciarán dá pháiste agus caithfidh sé uisce fiuchta fuaraithe a úsáid. Déanann an chothromóid $y = Ae^{kt}$ cur síos ar conas a fhuaraíonn an t-uisce fiuchta. Sa chothromóid seo:

- is é t an t-am, ina nóiméid, ón uair a fiuchadh an t-uisce,
- is é y an *difríocht* idir teocht an uisce agus teocht an tseomra ag am t, ina céimeanna Celsius,
- is tairisigh iad A agus k.

Is é teocht an uisce nuair a fhiuchann sé ná 100°C agus is é teocht an tseomra ná 23°C an t-am go léir.

(b) Is é teocht an uisce tar éis cúig nóiméad ná 88°C.
Faigh an luach ar k, ceart go dtí trí fhigiúr bhunúsacha.

$y = 88 - 23 = 65$ ag $t = 5$

$$y = 77e^{kt}$$
$$65 = 77e^{k(5)}$$
$$\frac{65}{77} = e^{5k}$$
$$5k = \ln\frac{65}{77} = -0 \cdot 169418$$
$$k = -0 \cdot 03388$$

Tá bia á ullmhú ag Ciarán dá pháiste agus caithfidh sé uisce fiuchta fuaraithe a úsáid. Déanann an chothromóid $y = Ae^{kt}$ cur síos ar conas a fhuaraíonn an t-uisce fiuchta. Sa chothromóid seo:

- is é t an t-am, ina nóiméid, ón uair a fiuchadh an t-uisce,
- is é y an *difríocht* idir teocht an uisce agus teocht an tseomra ag am t, ina céimeanna Celsius,
- is tairisigh iad A agus k.

Is é teocht an uisce nuair a fhiuchann sé ná 100°C agus is é teocht an tseomra ná 23°C an t-am go léir.

(c) Ullmhaíonn Ciarán an bia dá pháiste nuair a bhíonn an t-uisce fuaraithe go dtí 50°C. Cá fhad a thógann sé ar an uisce fuarú go dtí an teocht seo, ceart go dtí an nóiméad is gaire?

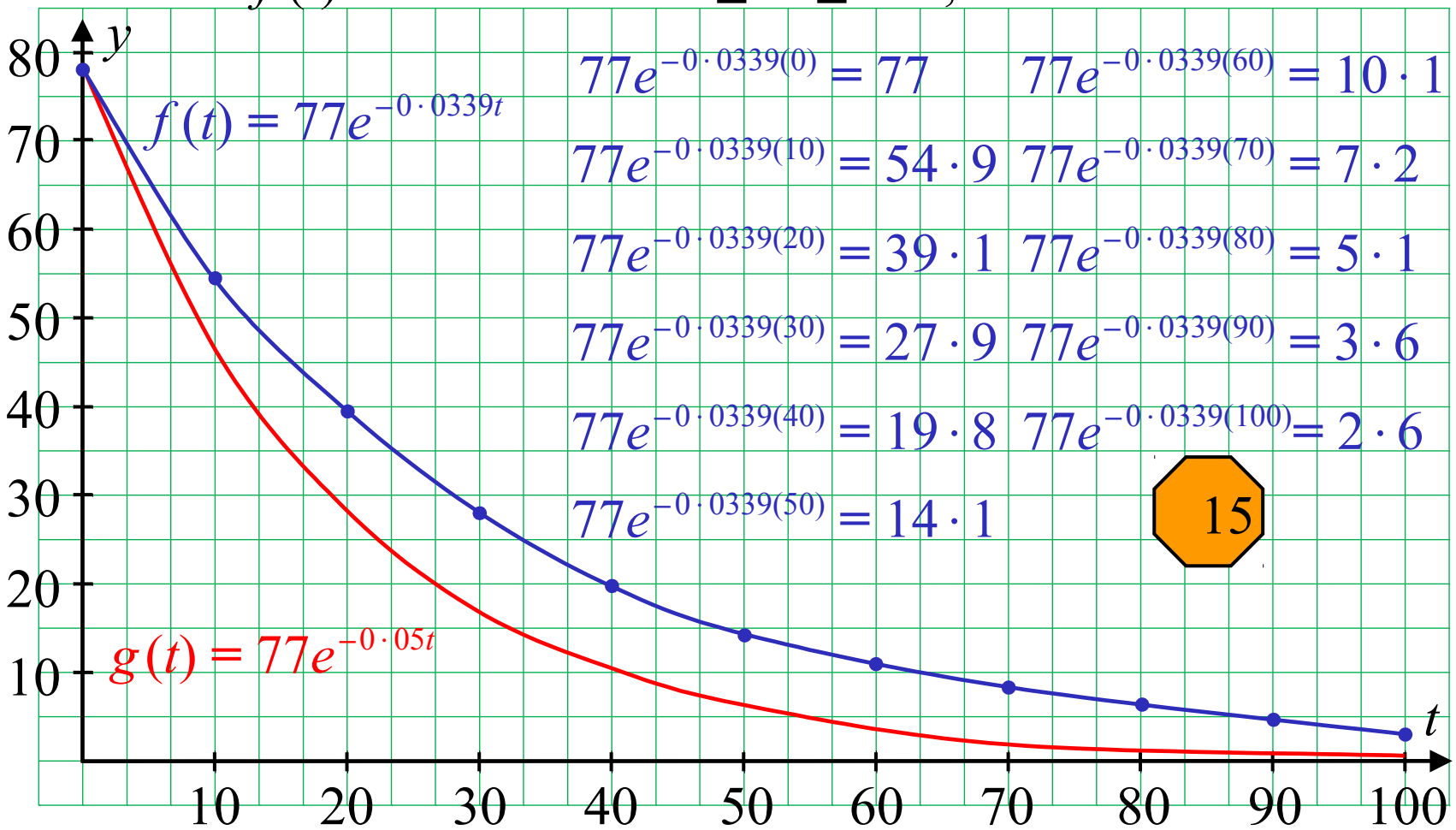
$y = 50 - 23 = 27$

$$y = 77e^{-0\cdot0339t}$$
$$27 = 77e^{-0\cdot0339t}$$
$$\frac{27}{77} = e^{-0\cdot0339t}$$
$$-0\cdot0339t = \ln\frac{27}{77} = -1\cdot047968$$
$$t = 30\cdot913$$

30 nóiméad

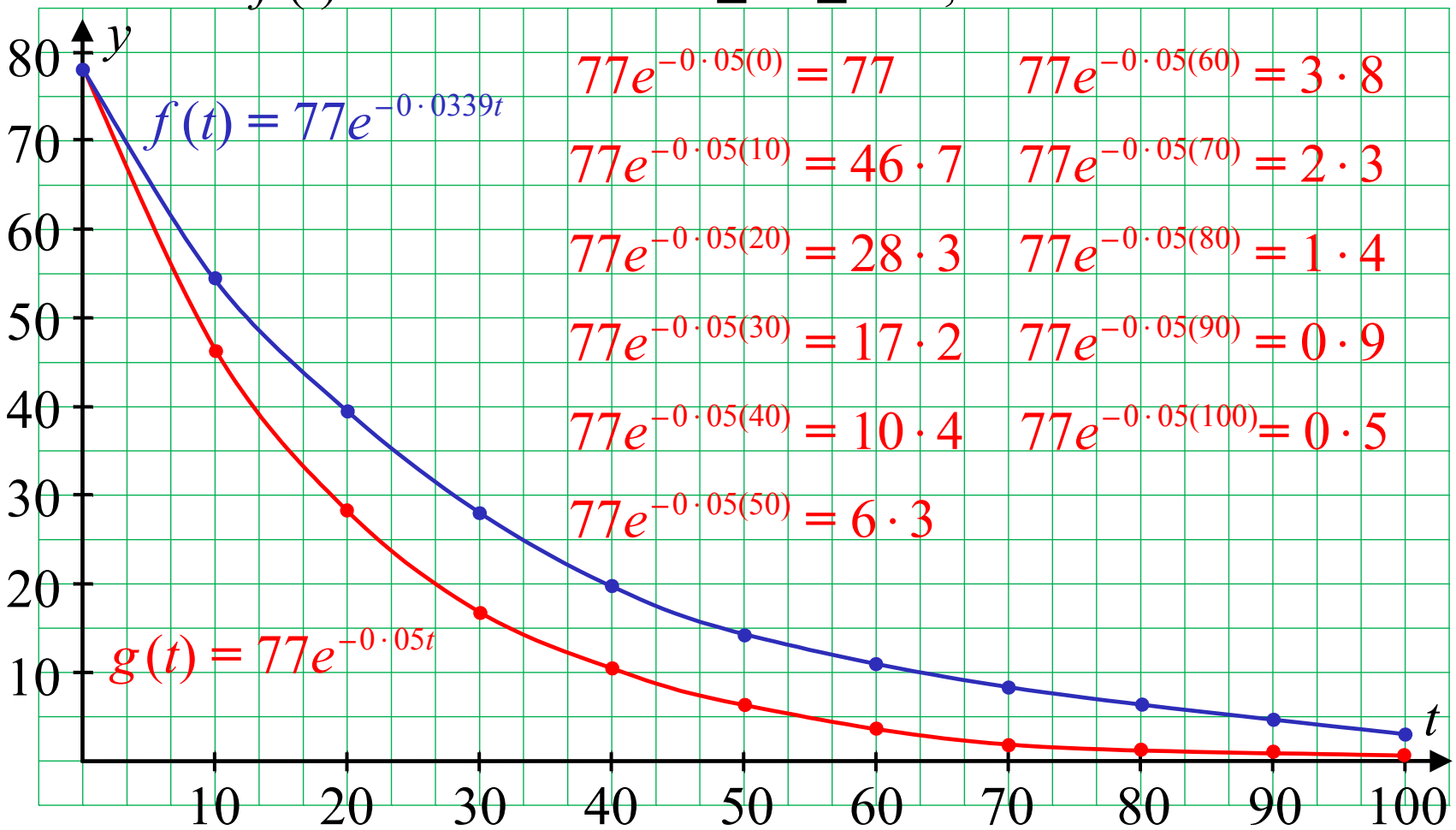
10

(d) Agus do luachanna ar A agus k á n-úsáid agat, déan sceitse den chuar $f(t) = Ae^{kt}$ sa raon $0 \leq t \leq 100$, $t \in \mathbb{R}$.



(e) **(i)** Ar an léaráid chéanna, déan sceitse de chuar $g(t) = Ae^{mt}$ a thaispeánfaidh an t-uisce ag fuarú ar ráta *níos tapa*, áit arb é A an luach as cuid **(a)** agus áit a bhfuil m ina

(d) Agus do luachanna ar A agus k á n-úsáid agat, déan sceitse den chuar $f(t) = Ae^{kt}$ sa raon $0 \leq t \leq 100$, $t \in \mathbb{R}$.



(e) **(ii)** Mol luach amháin a d'fhéadfadh a bheith ar m san sceitse a tharraing tú agus tabhair cúis le do rogha.

Aon luach ar $m < k$ do lobhadh níos tapúla.

5

(f) **(i)** Faigh rátaí athraithe na feidhme $f(t)$ tar éis 1 nóiméid amháin agus tar éis 10 nóiméad.

Bíodh do fhreagra ceart go dtí dhá ionad dheachúlacha.

$y = 77e^{-0\cdot0339t}$

$\frac{dy}{dt} = -0\cdot0339(77)e^{-0\cdot0339t}$

nuair atá $t = 1$

$\frac{dy}{dt} = -0\cdot0339(77)e^{-0\cdot0339(1)}$

$= -2\cdot52329$

5

nuair atá $t = 10$

$\frac{dy}{dt} = -0\cdot0339(77)e^{-0\cdot0339(10)}$

$= -1\cdot86979$

(ii) Taispeáin go méadóidh ráta athraithe $f(t)$ i gcónaí le himeacht ama.

$\frac{d^2y}{dt^2} = -0\cdot0339(-0\cdot0339)(77)e^{-0\cdot0339t}$

$> 0 \Rightarrow \frac{dy}{dt}$ ag méadú

5

Páipéar 1 Ceist 2
2014 Sampla SEC

25 marc

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

www.mathsplus.ie

(a)

(i) Agus ionduchtú á úsáid agat, cruthaigh gurb é $\dfrac{n(n+1)}{2}$ suim na chéad n uimhir aiceanta i gcás n ar bith.

$n = 1$: $\dfrac{1(1+1)}{2} = \dfrac{2}{2} = 1$ Fíor

Glac leis go bhfuil sé fíor do $n = k$: $1 + 2 + 3 + \ldots. k = \dfrac{k(k+1)}{2}$

Cruthaigh go bhfuil sé fíor do $n = k + 1$:

$$1 + 2 + 3 + \ldots. k + k + 1 = \frac{k(k+1)}{2} + k + 1$$

$$= \frac{k(k+1) + 2(k+1)}{2}$$

$$= \frac{k^2 + k + 2k + 2}{2} = \frac{k^2 + 3k + 2}{2}$$

$$= \frac{(k+1)(k+2)}{2} \text{ Fíor}$$

Tá $n = 1$ fíor, mar sin tá $n = 2$ fíor etc. Uaidh sin, tá sé fíor do gach n.

(a)

(i) Agus ionduchtú á úsáid agat, cruthaigh gurb é $\frac{n(n+1)}{2}$ suim na chéad n uimhir aiceanta i gcás n ar bith.

(ii) Faigh suim na n-uimhreacha aiceanta go léir ó 51 go 100, an dá uimhir sin san áireamh.

Suim an chéad 100 $\mathbb{N} = \frac{100(100+1)}{2} = \frac{100(101)}{2} = 5050$

Suim an chéad 50 $\mathbb{N} = \frac{50(50+1)}{2} = \frac{50(51)}{2} = 1275$

3775

Suim na n-uimhreacha aiceanta go léir ó 51 go 100 = 3775

(b) Má thugtar go bhfuil $p = \log_c x$, sloinn $\log_c \sqrt{x} + \log_c (cx)$ i dtéarmaí p.

$$\log_c \sqrt{x} + \log_c (cx) = \log_c x^{\frac{1}{2}} + \log_c c + \log_c x$$

$$= \frac{1}{2} \log_c x + 1 + \log_c x$$

$$= \frac{3}{2} \log_c x + 1$$

$$= \frac{3}{2} p + 1$$

$$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$$

$$\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a (x^q) = q \log_a x$$

$$\log_a a = 1$$

Páipéar 1 Ceist 8
2014 Sampla SEC

50 marc

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

www.mathsplus.ie

Tá Pádraig 25 bliain d'aois agus tá sé ag pleanáil dá phinsean. Tá sé ar intinn aige dul ar scor faoi cheann daichead bliain nuair a bheidh sé 65. Ar dtús, ríomhann sé cé mhéad a theastaíonn uaidh a bheith ina chiste pinsin nuair a théann sé ar scor. Ansin, ríomhann sé cé mhéad a chaithfidh sé a infheistiú chun é sin a bhaint amach. Glacann sé leis gur féidir, i ndeireadh na dála, airgead a infheistiú ar ráta bliantúil 3% atá coigeartaithe chun an boilsciú a chur san áireamh. Dá bhrí sin, ba chóir do chuid freagraí ar fad sa cheist seo a bhunú ar ráta bliantúil fáis de 3%.

(a) Scríobh síos an luach atá faoi láthair ar shuim €20,000 a d'íocfaí faoi cheann bliana amháin.

$$F = 20{,}000,\ i = 0 \cdot 03 \text{ agus } t = 1$$

$$F = P(1 + i)^t$$

$$\frac{20{,}000}{(1 \cdot 03)^1} = P$$

$$P = €19{,}417 \cdot 48573$$

Tá Pádraig 25 bliain d'aois agus tá sé ag pleanáil dá phinsean. Tá sé ar intinn aige dul ar scor faoi cheann daichead bliain nuair a bheidh sé 65. Ar dtús, ríomhann sé cé mhéad a theastaíonn uaidh a bheith ina chiste pinsin nuair a théann sé ar scor. Ansin, ríomhann sé cé mhéad a chaithfidh sé a infheistiú chun é sin a bhaint amach. Glacann sé leis gur féidir, i ndeireadh na dála, airgead a infheistiú ar ráta bliantúil 3% atá coigeartaithe chun an boilsciú a chur san áireamh. Dá bhrí sin, ba chóir do chuid freagraí ar fad sa cheist seo a bhunú ar ráta bliantúil fáis de 3%.

(b) Scríobh síos, i dtéarmaí t, an luach atá faoi láthair ar shuim €20,000 a d'íocfaí faoi cheann t bliana.

$F = 20{,}000,\ i = 0 \cdot 03$

$F = P(1 + i)^t$

$$\frac{20{,}000}{(1 \cdot 03)^t} = P$$

Tá Pádraig 25 bliain d'aois agus tá sé ag pleanáil dá phinsean. Tá sé ar intinn aige dul ar scor faoi cheann daichead bliain nuair a bheidh sé 65. Ar dtús, ríomhann sé cé mhéad a theastaíonn uaidh a bheith ina chiste pinsin nuair a théann sé ar scor. Ansin, ríomhann sé cé mhéad a chaithfidh sé a infheistiú chun é sin a bhaint amach. Glacann sé leis gur féidir, i ndeireadh na dála, airgead a infheistiú ar ráta bliantúil 3% atá coigeartaithe chun an boilsciú a chur san áireamh. Dá bhrí sin, ba chóir do chuid freagraí ar fad sa cheist seo a bhunú ar ráta bliantúil fáis de 3%.

(c) Teastaíonn ó Phádraig ciste a bheith aige a d'fhéadfadh suim €20,000 a íoc leis ag tús gach bliana go ceann 25 bliain ón dáta scoir aige. Taispeáin conas suim sraith iolraíoch a úsáid chun luach an chiste a theastaíonn ar an dáta scoir a ríomh.

$$\text{Ciste pinsin} = 20{,}000 + \frac{20000}{(1\cdot 03)^1} + \frac{20000}{(1\cdot 03)^2} + \ldots + \frac{20000}{(1\cdot 03)^{24}}$$

(c) Teastaíonn ó Phádraig ciste a bheith aige a d'fhéadfadh suim €20,000 a íoc leis ag tús gach bliana go ceann 25 bliana ón dáta scoir aige. Taispeáin conas suim sraith iolraíoch a úsáid chun luach an chiste a theastaíonn ar an dáta scoir a ríomh.

$$\text{Chiste pinsin} = 20{,}000 + \frac{20000}{(1\cdot 03)^1} + \frac{20000}{(1\cdot 03)^2} + \ldots + \frac{20000}{(1\cdot 03)^{24}}$$

$$a = 20{,}000,\ r = \frac{1}{1\cdot 03},\ n = 25$$

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} \Rightarrow S_{25} = \frac{20{,}000\left(1-\left(\frac{1}{1\cdot 03}\right)^{25}\right)}{1-\frac{1}{1\cdot 03}}$$

$$= €358{,}710\cdot 8424$$

(d) Tá sé i gceist ag Pádraig suim sheasta airgid a infheistiú gach mí chun an ciste a ríomhadh i gcuid **(c)** a ghiniúint. Rachaidh sé ar scor faoi cheann $40 \times 12 = 480$ mí.

(i) Faigh, ceart go dtí ceithre fhigiúr bhunúsacha, an ráta úis sa mhí, dá n-íocfaí é agus dá n-iolrófaí é gach mí, a bheadh coibhéiseach le ráta éifeachtach bliantúil de 3%.

$$(1 + i)^{12} = 1 \cdot 03$$

$$1 + i = \sqrt[12]{1 \cdot 03}$$

$$i = \sqrt[12]{1 \cdot 03} - 1$$

$$i = 0 \cdot 00246627$$

$$i = 0 \cdot 2466\%$$

(d) Tá sé i gceist ag Pádraig suim sheasta airgid a infheistiú gach mí chun an ciste a ríomhadh i gcuid **(c)** a ghiniúint. Rachaidh sé ar scor faoi cheann $40 \times 12 = 480$ mí.

(ii) Scríobh síos i dtéarmaí n agus P, an luach ar an dáta scoir a bheadh ar íocaíocht €P a dhéanfaí n mí roimh an dáta scoir.

$F =$

$P(1 \cdot 002466)^n$

(d) Tá sé i gceist ag Pádraig suim sheasta airgid a infheistiú gach mí chun an ciste a ríomhadh i gcuid **(c)** a ghiniúint. Rachaidh sé ar scor faoi cheann $40 \times 12 = 480$ mí.

(iii) Má dhéanann Pádraig 480 íocaíocht chothrom de €P in aghaidh na míosa as seo go dtéann sé ar scor, cén luach ar P a thabharfaidh an ciste a theastaíonn uaidh?

$$P(1 \cdot 002466)^{480} + P(1 \cdot 002466)^{479} + \ldots + P(1 \cdot 002466)^{1} = €358{,}710 \cdot 84$$

$a = P(1 \cdot 002466)$, $r = 1 \cdot 002466$, $n = 480$ agus $S_{480} = 358{,}710 \cdot 84$

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} \Rightarrow 358{,}710 \cdot 84 = \frac{P(1 \cdot 002466)(1 - 1 \cdot 002466^{480})}{1 - 1 \cdot 002466}$$

$$P = \frac{358{,}710 \cdot 84(1 - 1 \cdot 002466)}{1 \cdot 002466(1 - 1 \cdot 002466^{480})}$$

$$= €390 \cdot 655585$$

(e) Má fhanann Pádraig deich mbliana sula dtosaíonn sé an infheistíocht don phinsean, cé mhéad a bheidh air a íoc gach mí ansin chun an ciste pinsin céanna a ghiniúint?

$$n = 30 \times 12 = 360$$

$$P(1 \cdot 002466)^{360} + P(1 \cdot 002466)^{359} + \ldots + P(1 \cdot 002466)^{1} = €358{,}710 \cdot 84$$

$a = P(1 \cdot 002466)$, $r = 1 \cdot 002466$, $n = 360$ agus $S_{360} = 358{,}710 \cdot 84$

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} \Rightarrow 358{,}710 \cdot 84 = \frac{P(1 \cdot 002466)(1 - 1 \cdot 002466^{360})}{1 - 1 \cdot 002466}$$

$$P = \frac{358{,}710 \cdot 84(1 - 1 \cdot 002466)}{1 \cdot 002466(1 - 1 \cdot 002466^{360})}$$

$$= €618 \cdot 351801 3$$

Páipéar 1 Ceist 3
2013

25 marc

$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

www.mathsplus.ie

Is féidir le saineolaithe aois rudaí ársa áirithe a mheas ach an chomhréir idir carbón–14 agus an méid iomlán carbóin sa rud a thomhas. Úsáidtear an fhoirmle $Q = e^{-\frac{0\cdot693t}{5730}}$, áit arb é Q an codán de charbón–14 atá fágtha agus arb é t aois an ruda ina blianta.

(a) Tá rud 2000 bliain d'aois. Bain úsáid as an bhfoirmle chun an codán de charbón–14 sa rud a fháil.

nuair atá $t = 2000$ ➡ $Q = e^{-\frac{0\cdot693(2000)}{5730}}$

$= 0\cdot7851$

15

(b) Ba é 0·3402 an codán de charbón–14 a bhí i rud a fuarthas i Loch na Buaraí, Contae Uíbh Fhailí. Déan aois an ruda sin a mheas, ceart go dtí dhá fhigiúr bhunúsacha.

$$0\cdot3402 = e^{-\frac{0\cdot693t}{5730}}$$

$$\ln 0\cdot3402 = \ln\left(e^{-\frac{0\cdot693t}{5730}}\right)$$

$$-\frac{0\cdot693t}{5730} = \ln 0\cdot3402$$

$$= 8910\cdot1165$$

$$\approx 10\cdot1165 \text{ bliain.}$$

10

Páipéar 1 Ceist 4
2013

25 marcanna

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

www.mathsplus.ie

(a) Choigil Niamh a cuid airgid chun carr a cheannach. Choigil sí an tsuim chéanna i dtosach gach míosa i gcuntas a thuill Ráta Coibhéiseach Bliantúil (AER) de 4%.

(i) Taispeáin gurb é an ráta úis, iolraithe gach mí, atá coibhéiseach le AER ag 4%, ná 0·327%, ceart go dtí 3 ionad dheachúlacha.

$$(1 + i)^{12} = 1 \cdot 04$$

$$1 + i = 1 \cdot 04^{\frac{1}{12}}$$

$$i = 1 \cdot 04^{\frac{1}{12}} - 1$$

$$i = 0 \cdot 0032737$$

$$i = 0 \cdot 327\%$$

5

(a) Choigil Niamh a cuid airgid chun carr a cheannach. Choigil sí an tsuim chéanna i dtosach gach míosa i gcuntas a thuill Ráta Coibhéiseach Bliantúil (AER) de 4%.

(ii) Tá €15 000 ag Niamh sa chuntas ag deireadh 36 mí. Cé mhéad a choigil sí gach mí, ceart go dtí an euro is gaire?

$A(1\cdot 00327)^{36} + A(1\cdot 00327)^{35} + \ \ldots + A(1\cdot 00327)^{1} =$ €15000

$a = A(1\cdot 00327)$, $r = 1\cdot 00327$, $n = 36$ agus $S_{36} = 15000$

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} \Rightarrow 15000 = \frac{1\cdot 00327A(1-1\cdot 00327^{36})}{1-1\cdot 00327}$$

$$A = \frac{15000(1-1\cdot 00327)}{1\cdot 00327(1-1\cdot 00327^{36})}$$

$$A = €392\cdot 02$$

10

(b) Fuair Conall iasacht chun carr a cheannach. Fuair sé €15 000 ar ráta míosúil úis de 0·866%. Rinne sé 36 íocaíocht mhíosúil chothrom chun an iasacht iomlán a aisíoc. Cé mhéad, go dtí an euro is gaire, a bhí i ngach ceann dá íocaíochtaí míosúla?

$P = 15{,}000,\ i = 0 \cdot 00866,\ n = 36$ aisíocaíocht

$$15{,}000 = \frac{A}{(1 \cdot 00866)^1} + \frac{A}{(1 \cdot 00866)^2} + \ldots + \frac{A}{(1 \cdot 00866)^{36}}$$

$$a = \frac{A}{1 \cdot 0086},\ r = \frac{1}{1 \cdot 0086},\ n = 36$$

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} \Rightarrow 15{,}000 = \frac{\frac{A}{1 \cdot 0086}\left(1 - \frac{1}{(1 \cdot 00866)^{36}}\right)}{\left(1 - \frac{1}{1 \cdot 00866}\right)}$$

$$A = \frac{15{,}000\left(1 - \frac{1}{1 \cdot 00866}\right)}{\frac{1}{1 \cdot 0086}\left(1 - \frac{1}{(1 \cdot 00866)^{36}}\right)} = €486 \cdot 77$$

(b) Fuair Conall iasacht chun carr a cheannach. Fuair sé €15 000 ar ráta míosúil úis de 0·866%. Rinne sé 36 íocaíocht mhíosúil chothrom chun an iasacht iomlán a aisíoc. Cé mhéad, go dtí an euro is gaire, a bhí i ngach ceann dá íocaíochtaí míosúla?

Nó amúchadh bliantúil :

$$A = P\frac{i(1+i)^t}{(1+i)^t - 1}$$

$$A = 15{,}000\frac{0\cdot 00866(1\cdot 00866)^{36}}{(1\cdot 00866)^{36} - 1}$$

$$= €487\cdot 7731293$$

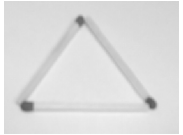
Páipéar 1 Ceist 9
2013

50 marc

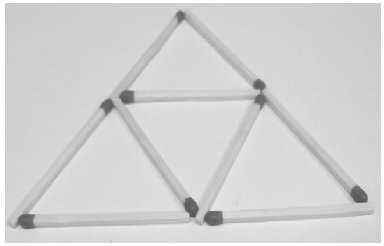
An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

www.mathsplus.ie

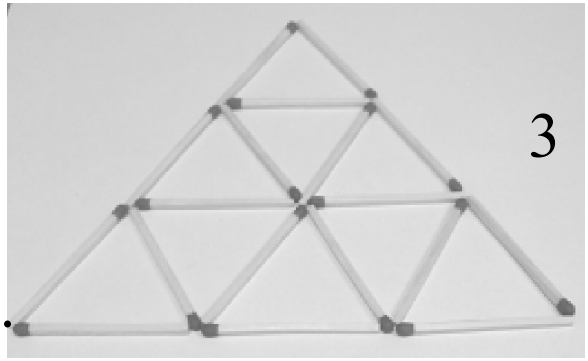
Is féidir cruthanna i bhfoirm triantán comhshleasach iomchuí beag a dhéanamh le lasáin atá ar comhfhad. Is féidir na cruthanna seo a chur le chéile chun patrúin a chruthú. Taispeántar thíos an tús atá ar sheicheamh de na patrúin seo.



1



2



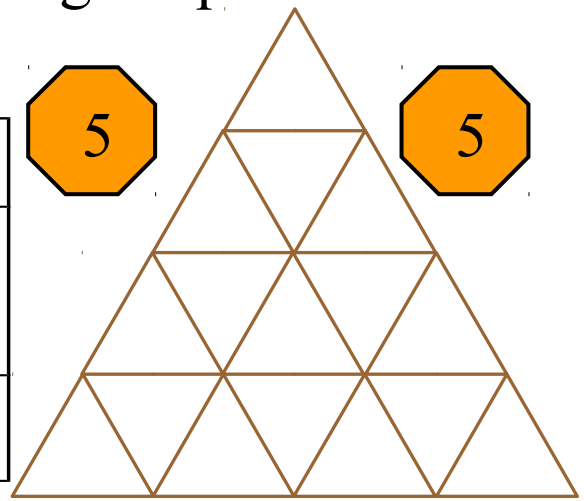
3

(a)

(i) Tarraing an ceathrú patrún sa seicheamh.

(ii) Sa tábla thíos taispeántar líon na dtriantán beag i ngach patrún agus líon na lasán atá ag teastáil chun gach patrún díobh a chruthú. Comhlánaigh an tábla.

Patrún	1	2	3	4
Líon na dtriantán beag	1	4	9	16
Líon na lasán	3	9	18	30



(b) Scríobh slonn in n le haghaidh líon na dtriantán san nú patrún sa seicheamh.

1 4 9 16 25 ➡ $T_n = n^2$

nó

3 5 7 9 1ú Difríocht

2 2 2 2ú Difríocht: $2a = 2$ ➡ $a = 1$

Tairiseach ➡ patrún cearnach

$T_n = an^2 + bn + c$

$T_1 = (1)^2 + b(1) + c = 1$

$b + c = 0$

$T_2 = (2)^2 + b(2) + c = 4$

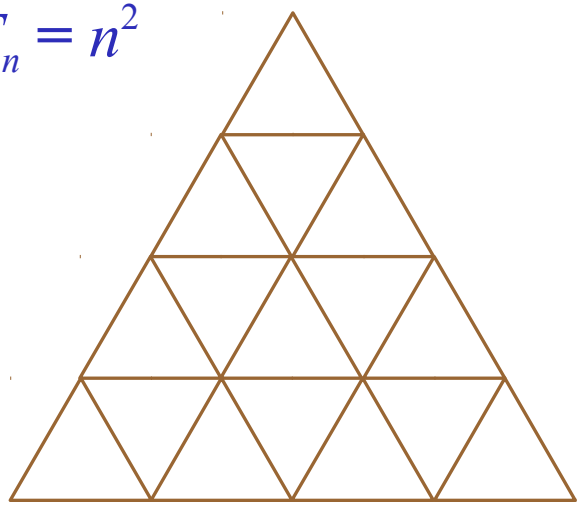
$2b + \cancel{c} = 0$

$-$

$\cancel{-}$

➡ $b = 0$ ➡ $c = 0$

10 $T_n = n^2$



(c) Faigh slonn, in n, le haghaidh líon na lasán atá ag teastáil chun an nú patrún a dhéanamh den $(n-1)$ú patrún.

3 9 18 30 45

6 9 12 15

3 3 3

1ú Difríocht: ➡ $d = 3n$

nó

2ú Difríocht: $2a = 3$ ➡ $a = 1 \cdot 5$

Tairiseach ➡ patrún cearnach

$T_1 = 1 \cdot 5(1)^2 + b(1) + c = 3$

$b + c = 1 \cdot 5$

$T_2 = 1 \cdot 5(2)^2 + b(2) + c = 9$

$2b + \cancel{c} = 3$

➡ $b = 1 \cdot 5$ ➡ $c = 0$

$T_n = an^2 + bn + c$

$T_n = 1 \cdot 5n^2 + 1 \cdot 5n$

$T_{n-1} = 1 \cdot 5(n-1)^2 + 1 \cdot 5(n-1)$

$T_n - T_{n-1} = 3n$

$T_n - T_{n-1} = \cancel{1 \cdot 5n^2} + \cancel{1 \cdot 5n} - \cancel{1 \cdot 5n^2} + 3n - \cancel{1 \cdot 5} - \cancel{1 \cdot 5} - \cancel{1 \cdot 5n} +$

(d) Is féidir líon na lasán san *n*ú patrún sa seicheamh a léiriú leis an bhfeidhm $u_n = an^2 + bn$ áit a bhfuil $b \in \mathbb{Q}$ agus $n \in \mathbb{N}$.

Faigh an luach ar *a* agus an luach ar *b*.

3 9 18 30 45

6 9 12 15

3 3 3

1ú Difríocht:

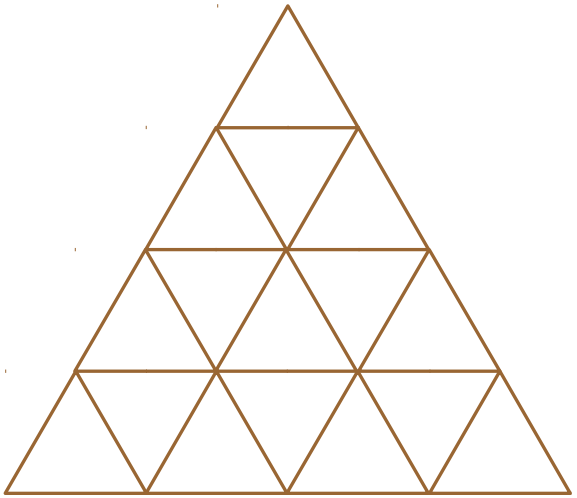
2ú Difríocht: $2a = 3$ ➡ $a = 1 \cdot 5$

Tairiseach ➡ patrún cearnach

$u_1 = 1 \cdot 5(1)^2 + b(1) = 3$

➡ $b = 1 \cdot 5$

$u_n = an^2 + bn$



(e) Tá 4134 lasán i gceann amháin de na patrúin sa seicheamh. Cé mhéad triantán beag atá sa phatrún sin?

$u_n = 1 \cdot 5n^2 + \qquad = 4134$

$1 \cdot 5n$ Roinn ag $1 \cdot 5$

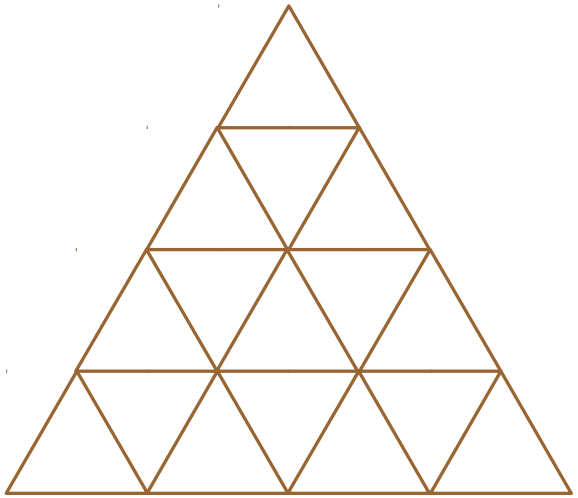
$n^2 + n = 2756 \quad 0$

$(n + 53)(n - 52) = 0$

$n = -53 \quad n = 52$

$n^2 = 52^2 = 2704$ triantán beag

10



Páipéar 1 Ceist 2
2012

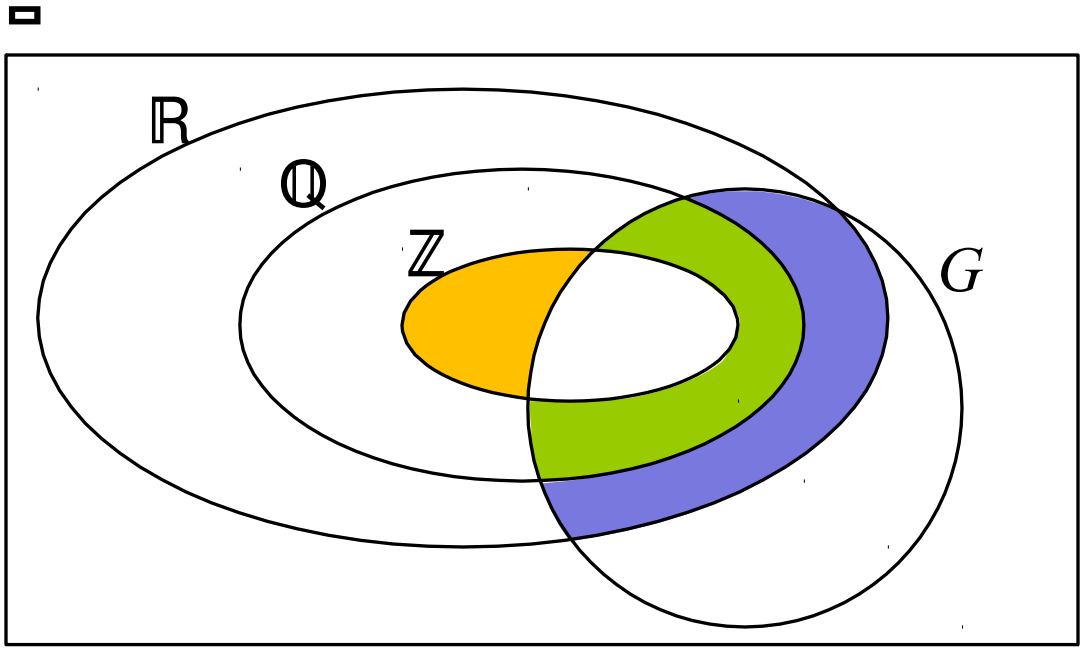
25 marc

$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

www.mathsplus.ie

Bíodh G mar an tacar $\{x + yi \mid x, y \in \mathbb{Z}, i^2 = -1\}$.
Féach ar an léaráid Venn thíos.



5

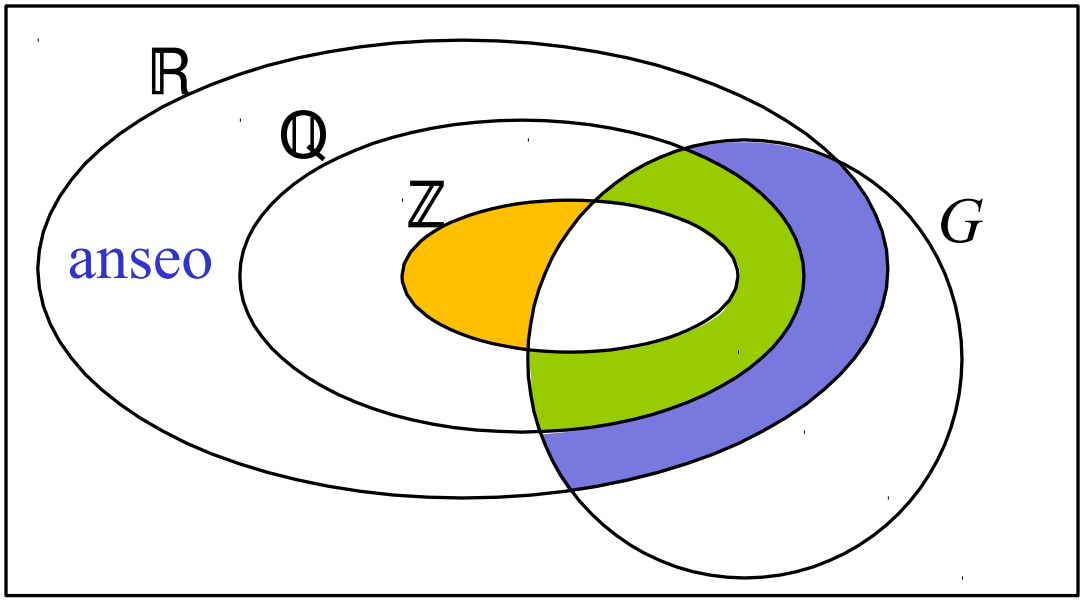
(a) Tá trí réigiún sa léaráid a sheasann do thacair fholmha. Tá ceann amháin díobh seo scáthaithe. Scáthaigh an dá cheann eile.

(b) Cuir gach ceann de na huimhreacha seo a leanas ina réigiún ceart ar an léaráid.

15

$\sqrt{2}$	7	$\sqrt{3} - i$
$4 + 3i$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} + 2i$

Bíodh G mar an tacar $\{x + yi \mid x, y \in \mathbb{Z}, i^2 = -1\}$.
Féach ar an léaráid Venn thíos.



(c) Féach ar an toradh ab, áit a bhfuil $a \in G$ agus $b \in \mathbb{Q}$.
Tá réigiún sa léaráid, réigiún nach bhfuil folamh, nach féidir le ab a bheith ann. Scríobh an focal 'anseo' sa réigiún seo.

Caithfidh codanna readacha agus codanna samhailteacha de ab a bheith cóimheasta araon (cóimheasta × slánuimhir).
Dá bhrí sin, ní féidir le ab a bheith i $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

5

Páipéar 1 Ceist 4
2012

25 marc

$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

www.mathsplus.ie

(a) Cruthaigh, trí ionduchtú, an fhoirmle do shuim na chéad n téarma i sraith iolraíoch. Is é sin, cruthaigh, i gcás $r \neq 1$:

$$a + ar + ar^2 + \ldots + ar^{n-1} = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

Seiceáil $n = 1$: $\dfrac{a(1-r^1)}{1-r} = a$ atá fíor

Glac leis gur $n = k$: $a + ar + ar^2 + \ldots + ar^{k-1} = \dfrac{a(1-r^k)}{1-r}$

Ansin: $a + ar + ar^2 + \ldots + ar^{k-1} + ar^k = \dfrac{a(1-r^k)}{1-r} + ar^k$

$$= \frac{a(1-r^k) + ar^k(1-r)}{1-r}$$

$$= \frac{a - \cancel{ar^k} + \cancel{ar^k} - ar^{k+1}}{1-r}$$

$$= \frac{a(1-r^{k+1})}{1-r}$$

10

➡ a bhunaíonn $n = k + 1$ ➡ fágann sé go sealbhaíonn n

(b) Agus an chuid athfhillteach á scríobh agat mar shraith iolraíoch éigríochta, sloinn an uimhir seo a leanas mar chodán de shlánuimhreacha:

$$5{\cdot}\dot{2}\dot{1} = 5{\cdot}2121212121\ldots$$

$$5{\cdot}\dot{2}\dot{1} = 5 + \frac{21}{100} + \frac{21}{10000} + \frac{21}{1000000}\ldots$$

Sraith iolraíoch le

$$a = \frac{21}{100} = 0{\cdot}21 \qquad r = \frac{\frac{21}{10000}}{\frac{21}{100}} = \frac{1}{100} = 0{\cdot}01$$

$$S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{0{\cdot}21}{1-0{\cdot}01} = \frac{21}{99} = \frac{7}{33}$$

$$\Rightarrow 5{\cdot}\dot{2}\dot{1} = 5\frac{7}{33}$$

15

Páipéar 1 Ceist 9
2012

50 marc

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

www.mathsplus.ie

Is é atá i m*brú an atmaisféir* ná an brú a chuireann an t-aer atá in atmaisféar an domhain ar rudaí. Is féidir é a thomhas ina chileapascail (kPa). Athraíonn meánbhrú an atmaisféir de réir na hairde: dá airde a théann tú suas, is ea is ísle an brú. Tá fiosrú ar siúl ag roinnt mac léinn ar an athrú brú seo, agus roinnt sonraí a fuair siad ar an idirlíon á n-úsáid acu. Tá eolas acu faoin meánbhrú ag airdí éagsúla. Tá sé cinn de na hiontrálacha sa tacar sonraí mar a thaispeántar sa tábla thíos iad:

airde (km)	0	1	2	3	4	5
brú (kPa)	101·3	89·9	79·5	70·1	61·6	54·0

Agus iad ag féachaint ar an bpatrún, tá na mic léinn ag iarraidh samhail oiriúnach a fháil chun na sonraí a mheaitseáil.

(a) Measann Hannah gur seicheamh iolraíoch é seo a bheag nó a mhór. Deir sí gur féidir léi na sonraí a mheaitseáil cuibheasach maith ach an chéad téarma a thógáil mar 101·3 agus an comhiolraitheoir mar 0·883.

(i) Comhlánaigh an tábla thíos chun na luachanna a thugann samhail Hannah a thaispeáint, ceart go dtí ionad deachúlach amháin.

airde (km)	0	1	2	3	4	5
brú (kPa)	101·3	89·9	79·5	70·1	61·6	54·0
brú (kPa)	101·3	89·4	79·0	69·7	61·6	54·4
		−0·6%	−0·6%	−0·6%	0%	0·7%

10

(ii) Féach ar na hearráidí céatadánacha sna luachanna thuas agus cuir isteach uimhir chuí chun an ráiteas thíos a chomhlánú.

"Tá samhail Hannah cruinn laistigh de __1__ %."

5

(b) Molann Tomás na sonraí a shamhaltú leis an bhfeidhm easpónantúil seo a leanas:

$$101{\cdot}3 \times e^{-0{\cdot}1244h}$$

áit arb é p an brú ina chileapascail agus arb é h an airde ina ciliméadair.

(i) Agus luach **amháin** ar bith, seachas 0, á thógáil agat don airde, fíoraigh go bhfuil difríocht níos lú ná 0·01 kPa idir an brú a thugann samhail Thomáis agus an brú a thugann samhail Hannah.

Airde 1: $101{\cdot}3 \times e^{-0{\cdot}1244} - 101{\cdot}3(0{\cdot}883) = 0{\cdot}00269$

$< 0{\cdot}01$ 5

(ii) Mínigh conas a d'fhéadfadh Tomás teacht ar luach an tairisigh 0·1244 ina shamhail.

5

B'fhéidir gur ghlac sé leis go raibh sé den fhoirm $101{\cdot}3e^{-kt}$ agus gur bhain sé úsáid ansin as ceann de na breathnuithe chun k a fháil.

B'fhéidir go bhfuair sé logartam nádúrtha an chóimheasa de théarmaí leantacha.

(c) Tá samhail Hannah *scoite* agus tá ceann Thomáis *leanúnach*.

(i) Mínigh cad is brí leis seo.

Tugann samhail Hannah luachanna ar an mbrú ag luachanna leithleacha (slánuimhir) ar an airde.

5

(ii) Luaigh buntáiste amháin atá ag samhail leanúnach thar shamhail scoite.

Níl srian ort maidir le luachanna scoite ar leith na hathróige neamhspleáiche; is féidir leat plé freisin le luachanna idir dhá luach ar bith a thugtar – luach ar bith is maith leat.

(d) Bain úsáid as samhail Thomáis chun brú an atmaisféir a mheas ag airde bharr Shliabh Everest: 8848 méadar.

8848 méadar = 8·848 km

$$101{\cdot}3 \times e^{-0\cdot1244(8\cdot848)} = 33{\cdot}7 \text{ kPa}$$

10

(e) Agus samhail Thomáis á húsáid agat, faigh meastachán ar an airde ag a bhfuil brú an atmaisféir leath chomh mór lena luach ag leibhéal na farraige (airde 0 km).

Leibhéal na farraige: $p = 101{\cdot}3 \times \bar{e}^{\,0\cdot1244(0)} = 101{\cdot}3$

$$101{\cdot}3 \times e^{-0\cdot1244h} = \frac{1}{2}101{\cdot}3$$ Roinn ag $101\cdot3$

$$e^{-0\cdot1244h} = 2^{-1}$$

$$-0\cdot1244h = -\ln 2$$ Roinn ag $-0\cdot1244$

$$h = \frac{\ln 2}{0\cdot1244} = 5\cdot5792\ldots \text{ km}$$

5

(f) Uaireanta tugann daoine mothúchán faoi deara ina gcluasa nuair a athraíonn an brú. Féadann sé seo tarlú agus tú ag taisteal in ardaitheoir tapa i bhfoirgneamh ard. Taispeánann turgnaimh go mothaíonn a lán daoine mothúchán mar sin má athraíonn an brú go tapa de 1 chileapascal amháin nó níos mó. Cuir i gcás go dtéann duine mar seo isteach in ardaitheoir atá gar do leibhéal na farraige. Agus neastachán oiriúnach ar an bhfad idir dhá urlár á thógáil agat, déan meastachán ar líon na n-urlár a chaithfeadh an duine taisteal chun an mothúchán seo a thabhairt faoi deara.

5

$$p = 100{\cdot}3$$

$$101{\cdot}3 \times e^{-0\cdot1244h} = 100{\cdot}3$$

$$e^{-0\cdot1244h} = \frac{100\cdot3}{101\cdot3}$$

$$-0\cdot1244h = ln\frac{100\cdot3}{101\cdot3}$$

$$h = \frac{ln\,100\cdot3 - ln\,101\cdot3}{-0\cdot1244} \approx 800797 \text{ m}$$

$$\approx 800.797 \text{ km}$$

Má cheadaítear 3 m in aghaidh gach urláir, tá sé thart faoi 27 urlár

Páipéar 1 Ceist 1
2011

25 marc

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

www.mathsplus.ie

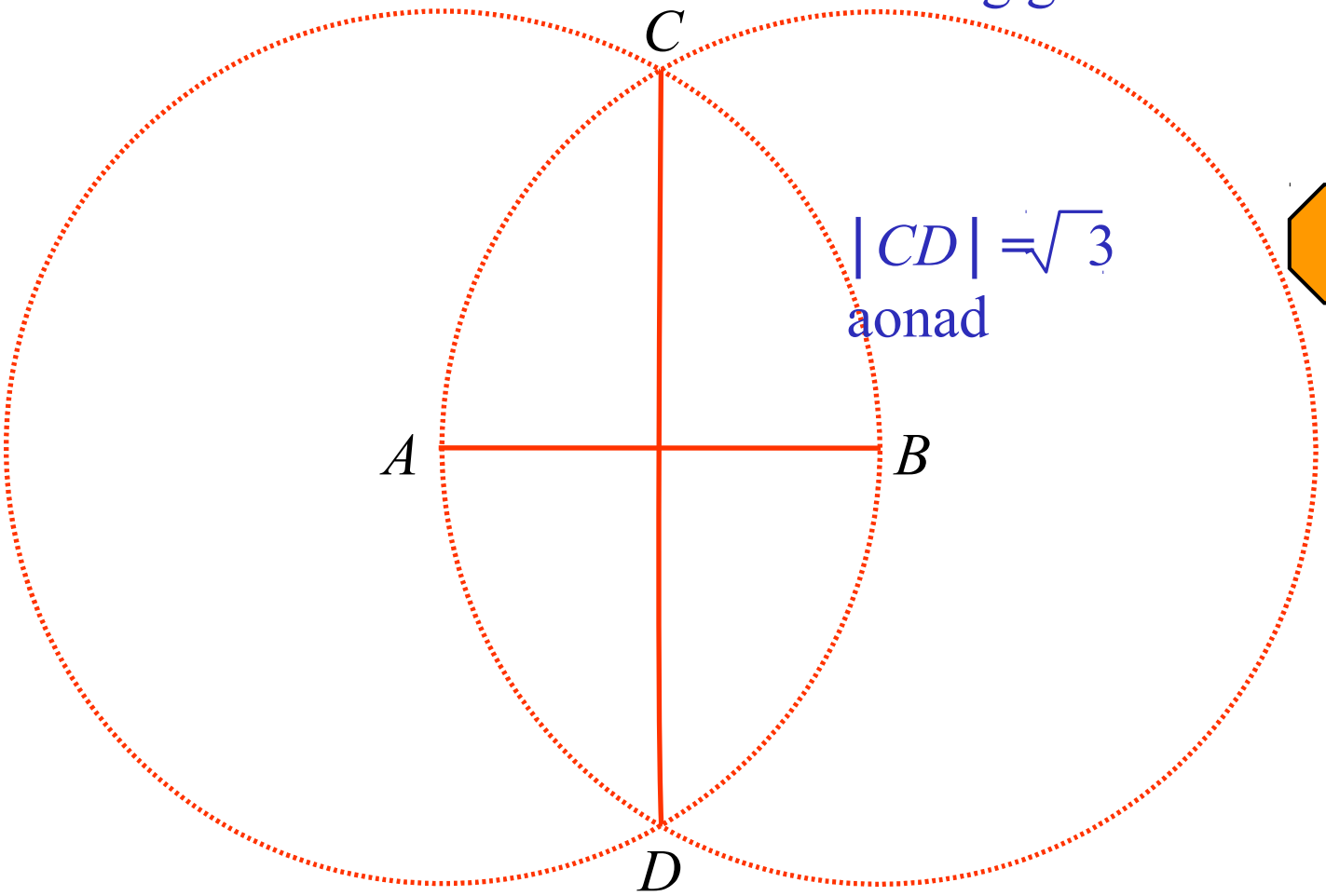
(a) Mínigh cad is brí leis an ráiteas nach uimhir chóimheasta í $\sqrt{3}$.

- Ní féidir í a scríobh mar chodán slánuimhreacha
- Ní féidir í a scríobh san fhoirm $\frac{a}{b}$ $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$
- Tá an fhorbairt dheachúil de $\sqrt{3}$ éigríochta gan phatrún athfhillteach

5

(b) Má thugtar duit mírlíne atá aonad amháin ar fad, taispeáin go soiléir conas mírlíne d'fhad $\sqrt{3}$ aonad a thógáil gan ach compás agus corr dhíreach a úsáid.

Ag glacadh le AB 1 aonad



$|CD| = \sqrt{3}$ aonad

10

(c) Réitigh an chothromóid $x^2 - 2\sqrt{3}x - 9$ agus tabhair do fhreagra san fhoirm $a\sqrt{3}$ áit a bhfuil $a \in \mathbb{Q}$.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$a = 1$, $b = -2\sqrt{3}$ agus $c = -9$

$$x = \frac{-(-2\sqrt{3}) \pm \sqrt{(-2\sqrt{3})^2 - 4(1)(-9)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{2\sqrt{3} \pm 4\sqrt{3}}{2}$$

$x = -1\sqrt{3}$ or $x = 3\sqrt{3}$

10

Páipéar 1 Ceist 4
2011

25 marc

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$$

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

www.mathsplus.ie

I dturgnamh eolaíochta, breathnaíodh cainníocht $Q(t)$ ag pointí difriúla in am t. Tomhaistear am ina shoicindí ón gcéad uair a bhreathnaítear an chainníocht. Tá na torthaí sa tábla thíos.

t	0	1	2	3	4
$Q(t)$	2·920	2·642	2·391	2·163	1·957

Leanann Q riail san fhoirm $Q(t) = Ae^{-bt}$ áit ar tairisigh iad A agus b.

(a) Bain úsáid as dhá cheann ar bith de na breathnuithe ón tábla chun luach A agus luach b a fháil, ceart go dtí trí ionad dheachúlacha.

$$Q(0) = Ae^{-b(0)} = 2\cdot 92 \Rightarrow A = 2\cdot 92$$

$$Q(1) = 2\cdot 92e^{-b(1)} = 2\cdot 642 \Rightarrow e^{-b} = \frac{2\cdot 642}{2\cdot 92}$$

$$-b\,lne = ln\frac{2\cdot 642}{2\cdot 92}$$

$$\Rightarrow b = 0\cdot 10004$$

I dturgnamh eolaíochta, breathnaíodh cainníocht $Q(t)$ ag pointí difriúla in am t. Tomhaistear am ina shoicindí ón gcéad uair a bhreathnaítear an chainníocht. Tá na torthaí sa tábla thíos.

t	0	1	2	3	4
$Q(t)$	2·920	2·642	2·391	2·163	1·957

Leanann Q riail san fhoirm $Q(t) = Ae^{-bt}$ áit ar tairisigh iad A agus b.

(b) Bain úsáid as breathnú difriúil ón tábla chun do luachanna ar A agus b a fhíorú.

$$Q(t) = 2{\cdot}92e^{-0\cdot 1t}$$

$$Q(2) = 2{\cdot}92e^{-0\cdot 1(2)}$$

$$= 2\cdot 391$$

5

I dturgnamh eolaíochta, breathnaíodh cainníocht $Q(t)$ ag pointí difriúla in am t. Tomhaistear am ina shoicindí ón gcéad uair a bhreathnaítear an chainníocht. Tá na torthaí sa tábla thíos.

t	0	1	2	3	4
$Q(t)$	2·920	2·642	2·391	2·163	1·957

Leanann Q riail san fhoirm $Q(t) = Ae^{-bt}$ áit ar tairisigh iad A agus b.

(c) Taispeáin gur iolraí tairiseach é $Q(t)$ de $Q(t-1)$, le haghaidh $t \geq 1$.

$$Q(t) = 2{\cdot}92e^{-0\cdot 1t}$$

$$Q(t-1) = 2{\cdot}92e^{-0\cdot 1(t-1)}$$

$$\frac{Q(t-1)}{Q(t)} = \frac{\cancel{2{\cdot}92}e^{-0\cdot 1(t-1)}}{\cancel{2{\cdot}92}e^{-0\cdot 1t}} = e^{-0\cdot 1t+0\cdot 1+0\cdot 1t}$$

Tairiseach

I dturgnamh eolaíochta, breathnaíodh cainníocht $Q(t)$ ag pointí difriúla in am t. Tomhaistear am ina shoicindí ón gcéad uair a bhreathnaítear an chainníocht. Tá na torthaí sa tábla thíos.

t	0	1	2	3	4
$Q(t)$	2·920	2·642	2·391	2·163	1·957

Leanann Q riail san fhoirm $Q(t) = Ae^{-bt}$ áit ar tairisigh iad A agus b.

(d) Faigh luach an tairisigh k a fhágann go bhfuil $Q(t+k) = \frac{1}{2}Q(t)$ le haghaidh gach $t \geq 0$.

Tabhair do fhreagra ceart go dtí dhá ionad dheachúlacha.

$$Q(t) = 2{\cdot}92e^{-0\cdot 1t}$$

$$Q(t+k) = 2{\cdot}92e^{-0\cdot 1(t+k)}$$

$$\cancel{2{\cdot}92}e^{-0\cdot 1(t+k)} = \frac{1}{2}\cancel{2{\cdot}92}e^{-0\cdot 1t}$$

$$2e^{-0\cdot 1t-0\cdot 1k} = e^{-0\cdot 1t}$$

$$e^{0\cdot 1k} = 2$$

$$\ln e^{0\cdot 1k} = \ln 2$$

$$0{\cdot}1k = \ln 2$$

$$k = 10\ln 2$$

$$k = 6{\cdot}93147$$

cuid **(c)** agus **(d)**

5

Páipéar 1 Ceist 6
2011

50 marc

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

www.mathsplus.ie

Sa chuid is mó de na cluichí crannchuir sna Stáit Aontaithe, ceadaítear do bhuaiteoirí an phota óir roghnú idir dhá chineál duaise: *íocaíochtaí bliantúla* nó *airgead síos*. I gcás *Lotto Nua-Eabhrac,* tá 26 íocaíocht bhliantúil i rogha na n-*íocaíochtaí bliantúla,* an chéad íocaíocht ar an spota agus an íocaíocht deiridh i gceann 25 bliana. Méadaítear na híocaíochtaí de 4% gach bliain. Is é an méid a fhógraítear mar dhuais an phota óir ná suim iomlán na 26 íocaíocht seo. Íocann an rogha *airgead síos* suim níos lú ná é sin.

(a) Más é méid na chéad íocaíochta bliantúla ná A, scríobh síos, i dtéarmaí A, méid an dara híocaíocht, an tríú híocaíocht, an cheathrú híocaíocht agus an 26ú híocaíocht.

1ú íocaíocht (anois): A

2ú híocaíocht: $A(1 \cdot 04)$

3ú híocaíocht: $A(1 \cdot 04)^2$

4ú híocaíocht: $A(1 \cdot 04)^3$

26ú híocaíocht: $A(1 \cdot 04)^{25}$

Sa chuid is mó de na cluichí crannchuir sna Stáit Aontaithe, ceadaítear do bhuaiteoirí an phota óir roghnú idir dhá chineál duaise: *íocaíochtaí bliantúla* nó *airgead síos*. I gcás *Lotto Nua-Eabhrac,* tá 26 íocaíocht bhliantúil i rogha na n-*íocaíochtaí bliantúla,* an chéad íocaíocht ar an spota agus an íocaíocht deiridh i gceann 25 bliana. Méadaítear na híocaíochtaí de 4% gach bliain. Is é an méid a fhógraítear mar dhuais an phota óir ná suim iomlán na 26 íocaíocht seo. Íocann an rogha *airgead síos* suim níos lú ná é sin.

(b) Déanann na 26 íocaíocht sraith iolraíoch. Bain úsáid as an bhfíoras seo chun duais fhógartha an phota óir a shloinneadh i dtéarmaí A.

$$A + A(1\cdot 04)^1 + A(1\cdot 04)^2 + \ \ldots + A(1\cdot 04)^{25}$$

$$a = A,\ r = 1\cdot 04,\ n = 26$$

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} \Rightarrow S_{26} = \frac{A(1-1\cdot 04^{26})}{1-1\cdot 04}$$

$$= \frac{A(1-1\cdot 04^{26})}{-0\cdot 04}$$

Sa chuid is mó de na cluichí crannchuir sna Stáit Aontaithe, ceadaítear do bhuaiteoirí an phota óir roghnú idir dhá chineál duaise: *íocaíochtaí bliantúla* nó *airgead síos*. I gcás *Lotto Nua-Eabhrac,* tá 26 íocaíocht bhliantúil i rogha na n-*íocaíochtaí bliantúla,* an chéad íocaíocht ar an spota agus an íocaíocht deiridh i gceann 25 bliana. Méadaítear na híocaíochtaí de 4% gach bliain. Is é an méid a fhógraítear mar dhuais an phota óir ná suim iomlán na 26 íocaíocht seo. Íocann an rogha *airgead síos* suim níos lú ná é sin.

(c) Faigh, ceart go dtí an dollar is gaire, an luach ar A a fhreagraíonn do dhuais fhógartha \$21·5 milliún sa phota óir.

$$\frac{A(1-1\cdot 04^{26})}{-0\cdot 04} = 21{,}500{,}000$$

$$A = \frac{21{,}500{,}000(-0\cdot 04)}{(1-1\cdot 04^{26})}$$

$$A = \$485{,}198\cdot 68$$

10

(d) Má roghnaíonn buaiteoir *airgead síos*, faigheann sé ar an spota suim na luachanna láithreacha ar na 26 íocaíocht bhliantúil. Is é 4·78% an ráta úis a úsáidtear chun na luachanna láithreacha a ríomh. Teastaíonn uainn luach airgid na duaise a luaitear i gcuid **(c)** a fháil.

(i) Comhlánaigh an tábla thíos chun méid iarbhír agus luach láithreach gach ceann de na chéad trí íocaíocht bhlian

uimhir íocaíochta	Am go dtí íocaíocht (blianta)	méid iarbhír	luach láithreach
1	0	\$485,199	\$485,199
2	1	\$504,606 · 96	\$481,587 · 10
3	2	\$524,791 · 24	\$478,002 · 08

$$\$485{,}199(1\cdot 04) = \$504{,}606\cdot 96 \quad \div\ 1\cdot 0478$$

$$\$485{,}199(1\cdot 04)^2 = \$524{,}791\cdot 24 \quad \div\ 1\cdot 0478^2$$

(d) Má roghnaíonn buaiteoir *airgead síos*, faigheann sé ar an spota suim na luachanna láithreacha ar na 26 íocaíocht bhliantúil.
Is é 4·78% an ráta úis a úsáidtear chun na luachanna láithreacha a ríomh. Teastaíonn uainn luach airgid na duaise a luaitear i gcuid **(c)** a fháil.

(ii) Scríobh síos, i dtéarmaí n, slonn do luach láithreach an

n ú híocaíocht bhliantúil.

uimhir íocaíochta	Am go dtí íocaíocht (blianta)	méid iarbhír	luach láithreach
1	0	\$485,199	\$485,199
2	1	\$504,606 · 96	\$481,587 · 10
3	2	\$524,791 · 24	\$478,002 · 08

5

cuid **(d)** **(i)** agus **(ii)**

$$\frac{485{,}199(1\cdot 04)^{n-1}}{(1\cdot 0478)^{n-1}}$$

(d) Má roghnaíonn buaiteoir *airgead síos*, faigheann sé ar an spota suim na luachanna láithreacha ar na 26 íocaíocht bhliantúil. Is é 4·78% an ráta úis a úsáidtear chun na luachanna láithreacha a ríomh. Teastaíonn uainn luach airgid na duaise a luaitear i gcuid **(c)** a fháil.

(iii) Faigh méid na duaise airgid atá iníoctha faoin rogha *airgead síos*. Is é sin, faigh suim na luachanna láithreacha ar na 26 íocaíocht bhliantúil. Tabhair do fhreagra ina mhilliúin, ceart go dtí ionad deachúlach amháin.

$$a = 485{,}199,\ r = \frac{1\cdot 04}{1\cdot 0478},\ n = 26$$

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} \Rightarrow S_{26} = 485{,}199\left(\frac{1-\left(\frac{1\cdot 04}{1\cdot 0478}\right)^{26}}{1-\left(\frac{1\cdot 04}{1\cdot 0478}\right)}\right)$$

$$= \$11\cdot 5083\text{milliún}$$

(e) Níos luaithe i mbliana, bhuaigh bean Éireannach an pota óir a bhfuil cur síos air i gcuid **(c)** agus **(d)** thuas. Roghnaigh sí *airgead síos*. Tar éis cáin a íoc, fuair sí \$7·9 milliún.
Cén céatadán cánach a gearradh ar an airgead a bhuaigh sí?

Cáin: \$11·5 milliún – \$7·9 milliún = \$3·6 milliún

Céatadán cánach: $= \frac{3 \cdot 6}{11 \cdot 5} \times 100 = 31 \cdot 3\%$

cuid **(d)(iii)** and **(e)** 5