An Ardteistiméireacht Ardleibhéal Páipéar 1 Feidhmeanna

2017 C3	2016 C7	2014 C4	2013 C5
2017 C5	2016 C8	2014 C5	2013 C6
2017 C6	2015 C3	2014 C7	2013 C7
2017 C7	2015 C5	2014 C8	2013 C8
2016 C3	2015 C7	SEC sampla 2014 C5	2012 C5
2016 C5	2015 C8	SEC sampla 2014 C6	2012 C6
2016 C6	2015 C9	SEC sampla 2014 C7	2012 C7
	2014 C1	SEC sampla 2014 C9	2012 C8

www.mathsplus.ie

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

Páipéar 1 Ceist 3
2017

25 marc

$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

(a) Difreáil $\frac{1}{3}x^2 - x + 3$ leith x ó bhunphrionsabail.

$$f(x) = \frac{1}{3}x^2 - x + 3$$

$$f(x+h) = \frac{1}{3}(x+h)^2 - (x+h) + 3$$

$$f(x+h) = \frac{1}{3}(x^2 + 2xh + h^2) - x - h + 3$$

$$f(x+h) - f(x) = \cancel{\frac{1}{3}x^2} + \frac{2}{3}xh + \frac{1}{3}h^2 - \cancel{x} - h + \cancel{3} - \cancel{\frac{1}{3}x^2} + \cancel{x} - \cancel{3}$$

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{\frac{2}{3}x\cancel{h} + \frac{1}{3}h^{\cancel{2}} - \cancel{h}1}{\cancel{h}}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}h - 1$$

$$= \frac{2}{3}x - 1$$

20

(b) $f(x) = \ln(3x^2 + 2)$ agus $g(x) = x + 5$, áit a bhfuil $x \in \mathbb{R}$.

Faigh luach dhíorthach $f(g(x))$ ag $x = \dfrac{1}{4}$.

Bíodh do fhreagra ceart go dtí 3 ionad dheachúlacha.

$$f(g(x)) = \ln(3(x+5)^2 + 2)$$

$$f'(g(x)) = \frac{6(x+5)}{3(x+5)^2 + 2}$$

$$\text{Ag } x = \frac{1}{4}$$

$$f'(g(0{\cdot}25)) = \frac{6(0{\cdot}25 + 5)}{3(0{\cdot}25 + 5)^2 + 2}$$

$$= 0{\cdot}3719557196$$

5

Páipéar 1 Ceist 5
2017

25 marc

$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

www.mathsplus.ie

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

Is feidhm é f sa chaoi go bhfuil $f(x) = 2x^3 + 5x^2 - 4x - 3$, áit a bhfuil $x \in \mathbb{R}$.

(a) Léirigh go bhfuil $x = -3$, ina fhréamh de $f(x)$ **agus** faigh an dá fhréamh eile.

$$f(-3) = 2(-3)^3 + 5(-3)^2 - 4(-3) - 3 = 0$$

$(x+3)$ is fachtóir é seo

$$\begin{array}{r|l} & 2x^2 - x - 1 \\ \hline x+3 & \cancel{2x^3} + 5x^2 - 4x - 3 \\ & -\cancel{2x^3} - 6x^2 \\ \hline & -\cancel{x^2} - 4x \\ & -\cancel{x^2} + 3x \\ \hline & -\cancel{1x} - \cancel{3} \\ & -\cancel{1x} + \cancel{3} \\ \hline & 0 \end{array}$$

$$-$$

$$(2x+1)(x-1) = 0$$

$$x = 1, -\frac{1}{2}$$

Is iad fréamhacha $-3, 1, -\dfrac{1}{2}$

15

	$2x^2$	$-x$	-1
x	$2x^3$	$-x^2$	$-x$
$+3$	$6x^2$	$-3x$	-3

Is feidhm é f sa chaoi go bhfuil $f(x) = 2x^3 + 5x^2 - 4x - 3$, áit a bhfuil $x \in \mathbb{R}$.

(b) Faigh comhordanáidí uasphointe logánta **agus** íosphointe logánta na feidhme f.

Tarlaíonn pointí ag casadh nuair $f'(x) = 0$

$$f'(x) = 6x^2 + 10x - 4$$

$$6x^2 + 10x - 4 = 0$$

$$3x^2 + 5x - 2 = 0$$

$$(3x - 1)(x + 2) = 0$$

$$x = \frac{1}{3}, -2$$

$$f''(x) = 12x + 10$$

$$f''\left(\frac{1}{3}\right) = 12\left(\frac{1}{3}\right) + 10 = 14$$

> 0 → Íosphointe

$$f''(-2) = 12(-2) + 10 = -14$$

< 0 → Uasphointe

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = 2\left(\frac{1}{3}\right)^3 + 5\left(\frac{1}{3}\right)^2 - 4\left(\frac{1}{3}\right) - 3 = -\frac{100}{27}$$

$$\text{Íosmhéid} = \left(\frac{1}{3}, -\frac{100}{27}\right)$$

5

$$f(-2) = 2(-2)^3 + 5(-2)^2 - 4(-2) - 3 = 9$$

$$\text{Uasmhéid} = (-2, 9)$$

(c) Níl ach fréamh réadach amháin ag $f(x) + a$, áit a bhfuil a ina thairiseach. Faigh raon na luachanna féideartha ar a.

$$f(x) + a = 2x^3 + 5x^2 - 4x - 3 + a$$

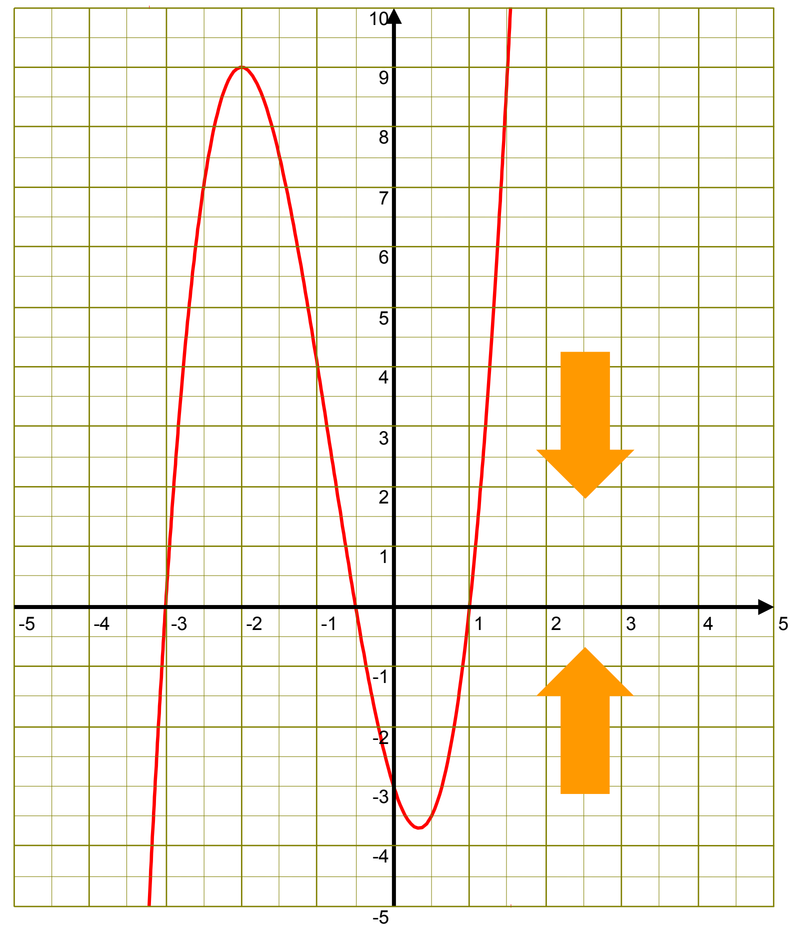
$$f'((x) + \mathrm{a}) = 6x^2 + 10x - 4$$

$$\text{Íosmhéid} = \left(\frac{1}{3}, -\frac{100}{27}\right)$$

$$\text{Uasmhéid} = (-2, 9)$$

$$a > \frac{100}{27} \quad \text{nó} \quad a < -9$$

5



Páipéar 1 Ceist 6
2017

25 marc

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

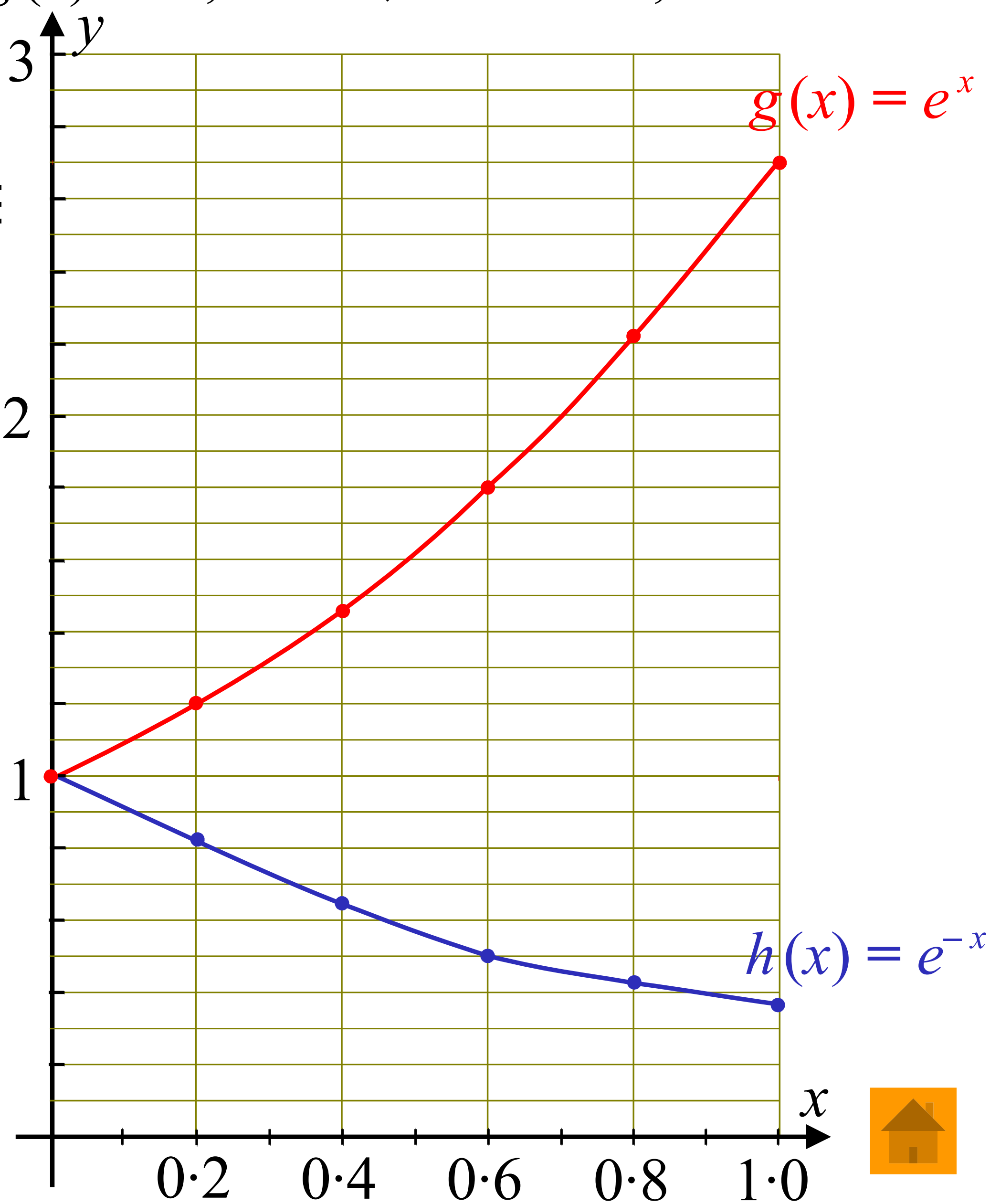
Taispeántar graf na feidhme $g(x) = e^x$, $x \in \mathbb{R}$, $0 \leq x \leq 1$, ar an léaráid thíos.

(a) Ar an léaráid chéanna, tarraing graf $h(x) = e^{-x}$, $x \in \mathbb{R}$, san fhearann

$0 \leq x \leq 1$.

x	$h(x)$
0	1
0·2	0·82
0·4	0·67
0·6	0·55
0·8	0·45
1·0	0·37

15



Taispeántar graf na feidhme $g(x) = e^x, x \in \mathbb{R}, 0 \leq x \leq 1$, ar an léaráid thíos.

(b) Faigh an t-achar atá iata ag $g(x) = e^x$, $h(x) = e^{-x}$, agus an líne $x = 0{\cdot}75$. Bíodh do fhreagra ceart go dtí 4 ionad dheachúlacha.

$$\text{Achar} = \int_0^{0\cdot75} e^x.dx - \int_0^{0\cdot75} e^{-x}.dx$$

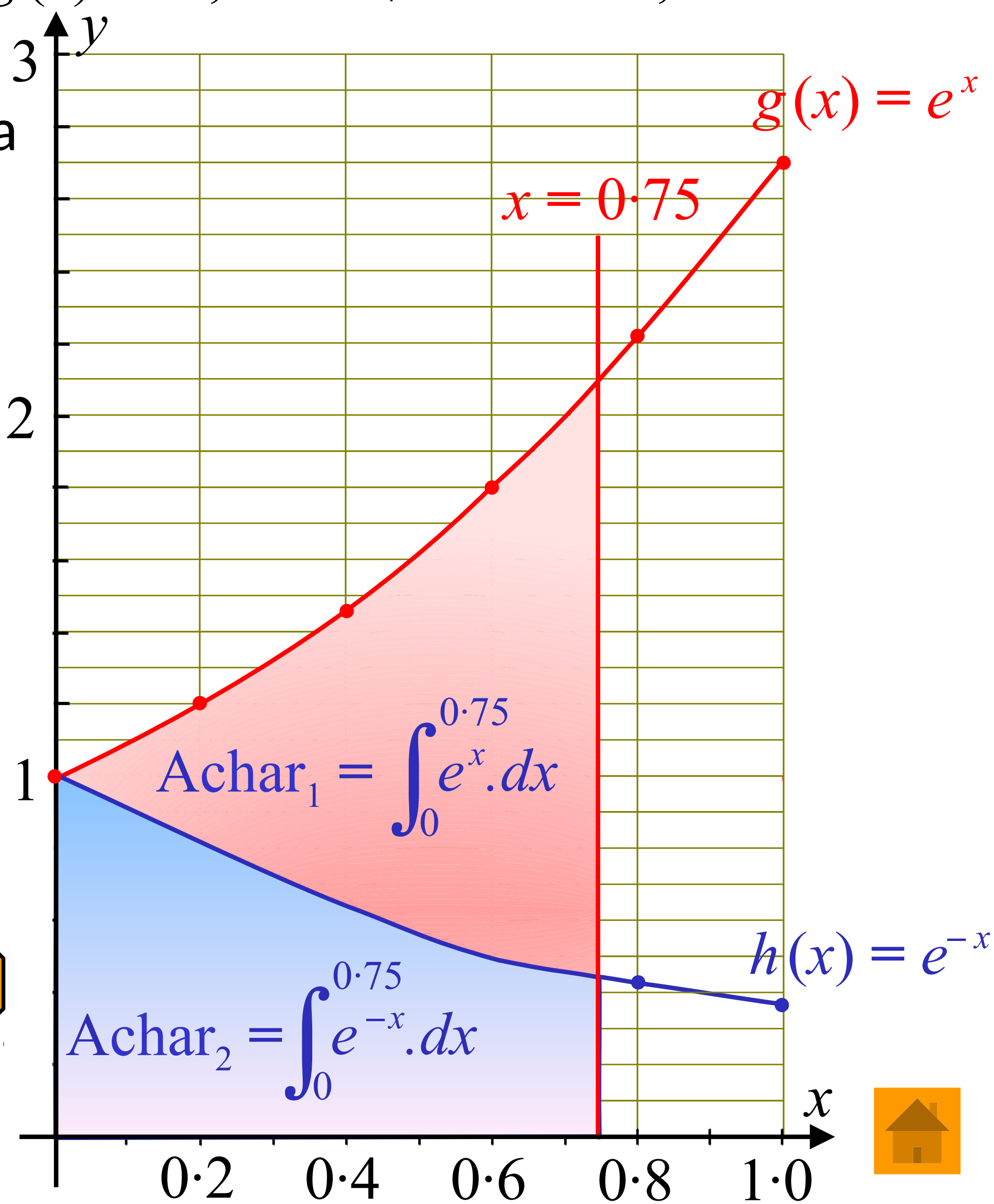
$$= \Big\backslash e^x + e^{-x} \Big/_0^{0\cdot75}$$

$$= e^{0\cdot75} + e^{-0\cdot75} - e^0 - e^{-0}$$

$$= 0{\cdot}5893665694$$

$$= 0{\cdot}5894 \text{ aonad}^2$$

10



Páipéar 1 Ceist 7
2017

55 marc

$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

Uaireanta is féidir daonra cathrach sa todhchaí a thuar ach úsáid a bhaint as feidhm. Is féidir daonra Chathair Shaifír, le himeacht ama, a thuar ach úsáid a bhaint as an bhfeidhm seo a leanas:

$$p(t) = Se^{0\cdot 1t} \times 10^6$$

Is féidir daonra Avalon, le himeacht ama, a thuar ach úsáid a bhaint as an bhfeidhm seo a leanas:

$$q(t) = 3\cdot 9e^{kt} \times 10^6$$

Sa dá fheidhm thuas, seasann t don am, ina bhlianta; is ionann $t = 0$ agus tús na bliana 2010; agus is tairisigh iad k agus S araon.

(a) Is é 1 100 000 duine an daonra i gCathair Shaifír ag tús na bliana 2010. Faigh luach S.

$$p(0) = Se^{0\cdot 1(0)} \times 10^6 = 1\cdot 1 \times 10^6$$

$$S \times 10^6 = 1\cdot 1 \times 10^6$$

$$S = 1\cdot 1$$

10

Uaireanta is féidir daonra cathrach sa todhchaí a thuar ach úsáid a bhaint as feidhm. Is féidir daonra Chathair Shaifír, le himeacht ama, a thuar ach úsáid a bhaint as an bhfeidhm seo a leanas:

$$p(t) = Se^{0\cdot 1t} \times 10^6$$

Is féidir daonra Avalon, le himeacht ama, a thuar ach úsáid a bhaint as an bhfeidhm seo a leanas:

$$q(t) = 3\cdot 9e^{kt} \times 10^6$$

Sa dá fheidhm thuas, seasann t don am, ina bhlianta; is ionann $t = 0$ agus tús na bliana 2010; agus is tairisigh iad k agus S araon.

(b) Faigh an daonra tuartha i gCathair Shaifír ag tús na bliana 2015.

$$p(5) = 1\cdot 1e^{0\cdot 1(5)} \times 10^6 = 1\cdot 813593398 \times 10^6$$

$$= 1\cdot 813593 \times 10^6$$

10

Uaireanta is féidir daonra cathrach sa todhchaí a thuar ach úsáid a bhaint as feidhm. Is féidir daonra Chathair Shaifír, le himeacht ama, a thuar ach úsáid a bhaint as an bhfeidhm seo a leanas:

$$p(t) = Se^{0\cdot 1t} \times 10^6$$

Is féidir daonra Avalon, le himeacht ama, a thuar ach úsáid a bhaint as an bhfeidhm seo a leanas:

$$q(t) = 3\cdot 9e^{kt} \times 10^6$$

Sa dá fheidhm thuas, seasann t don am, ina bhlianta; is ionann $t = 0$ agus tús na bliana 2010; agus is tairisigh iad k agus S araon.

(c) Faigh an t-athrú tuartha ar dhaonra Chathair Shaifír le linn 2015.

$$p(6) = 1\cdot 1e^{0\cdot 1(6)} \times 10^6 = 2\cdot 00433068 \times 10^6$$

$$-$$

$$p(5) = 1\cdot 1e^{0\cdot 1(5)} \times 10^6 = 1\cdot 813593398 \times 10^6$$

$$190737\cdot 282$$

5

Uaireanta is féidir daonra cathrach sa todhchaí a thuar ach úsáid a bhaint as feidhm. Is féidir daonra Chathair Shaifír, le himeacht ama, a thuar ach úsáid a bhaint as an bhfeidhm seo a leanas:

$$p(t) = Se^{0\cdot 1t} \times 10^6$$

Is féidir daonra Avalon, le himeacht ama, a thuar ach úsáid a bhaint as an bhfeidhm seo a leanas:

$$q(t) = 3\cdot 9e^{kt} \times 10^6$$

Sa dá fheidhm thuas, seasann t don am, ina bhlianta; is ionann $t = 0$ agus tús na bliana 2010; agus is tairisigh iad k agus S araon.

(d) Is é 3 709 795 duine an daonra tuartha in Avalon ag tús na bliana 2011. Scríobh síos agus réitigh cothromóid in k chun a léiriú go bhfuil $k = -0\cdot 05$, ceart go dtí 2 ionad dheachúlacha.

$$q(1) = 3\cdot 9e^{k(1)} \times \cancel{10^6} = 3\cdot 709795 \times \cancel{10^6} \Rightarrow 3\cdot 9e^{k} = 3\cdot 709795$$

$$e^{k} = \frac{3\cdot 709795}{3\cdot 9} \Rightarrow k = \ln\frac{3\cdot 709795}{3\cdot 9}$$

$$k = -0\cdot 0499 \ldots 411$$

15

Uaireanta is féidir daonra cathrach sa todhchaí a thuar ach úsáid a bhaint as feidhm. Is féidir daonra Chathair Shaifír, le himeacht ama, a thuar ach úsáid a bhaint as an bhfeidhm seo a leanas:

$$p(t) = Se^{0\cdot 1t} \times 10^6$$

Is féidir daonra Avalon, le himeacht ama, a thuar ach úsáid a bhaint as an bhfeidhm seo a leanas:

$$q(t) = 3\cdot 9e^{kt} \times 10^6$$

Sa dá fheidhm thuas, seasann t don am, ina bhlianta; is ionann $t = 0$ agus tús na bliana 2010; agus is tairisigh iad k agus S araon.

(e) Faigh an bhliain ina mbeidh an daonra sa dá chathair mar an gcéanna.

$$1\cdot 1e^{0\cdot 1t} \times \cancel{10^6} = 3\cdot 9e^{-0\cdot 05t} \times \cancel{10^6}$$

$$\frac{e^{0\cdot 1t}}{e^{-0\cdot 05t}} = \frac{3\cdot 9}{1\cdot 1} \Rightarrow e^{0\cdot 15t} = \frac{39}{11}$$

In 2018 bhí an dá dhaonra cothrom

5

$$0\cdot 15t = \ln\frac{39}{11} \Rightarrow t = \frac{\ln\frac{39}{11}}{0\cdot 15} \Rightarrow t = 8\cdot 4377\ldots$$

Uaireanta is féidir daonra cathrach sa todhchaí a thuar ach úsáid a bhaint as feidhm. Is féidir daonra Chathair Shaifír, le himeacht ama, a thuar ach úsáid a bhaint as an bhfeidhm seo a leanas:

$$p(t) = Se^{0\cdot 1t} \times 10^6$$

Is féidir daonra Avalon, le himeacht ama, a thuar ach úsáid a bhaint as an bhfeidhm seo a leanas:

$$q(t) = 3\cdot 9e^{kt} \times 10^6$$

Sa dá fheidhm thuas, seasann t don am, ina bhlianta; is ionann $t = 0$ agus tús na bliana 2010; agus is tairisigh iad k agus S araon.

(f) Faigh an meándaonra tuartha i gCathair Avalon ó thús na bliana 2010 go dtí tús na bliana 2025.

$$\text{Meánluach} = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x).dx = \frac{1}{15-0}\int_0^{15} 3\cdot 9e^{-0\cdot 05t} \times 10^6.dt$$

$$= \frac{3\cdot 9 \times 10^6}{-15(0\cdot 05)}\left[e^{-0\cdot 05t}\right]_0^{15}$$

$$= 2\,743\,694$$

5

Uaireanta is féidir daonra cathrach sa todhchaí a thuar ach úsáid a bhaint as feidhm. Is féidir daonra Chathair Shaifír, le himeacht ama, a thuar ach úsáid a bhaint as an bhfeidhm seo a leanas:

$$p(t) = Se^{0\cdot 1t} \times 10^6$$

Is féidir daonra Avalon, le himeacht ama, a thuar ach úsáid a bhaint as an bhfeidhm seo a leanas:

$$q(t) = 3\cdot 9e^{kt} \times 10^6$$

Sa dá fheidhm thuas, seasann t don am, ina bhlianta; is ionann $t = 0$ agus tús na bliana 2010; agus is tairisigh iad k agus S araon.

(g) Bain úsáid as an bhfeidhm $q(t) = 3\cdot 9e^{kt} \times 10^6$ chun ráta tuartha an athraithe ar dhaonra Avalon ag tús na bliana 2018 a fhail.

$$q'(t) = -0\cdot 05(3\cdot 9)e^{-0\cdot 05t} \times 10^6$$

$$= -130\ 712\cdot 40$$

5

Páipéar 1 Ceist 3
2016

25 marc

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

(a) **(i)** $f(x) = \dfrac{2}{e^x}$ agus $g(x) = e^x - 1$, áit a bhfuil $x \in \mathbb{R}$.

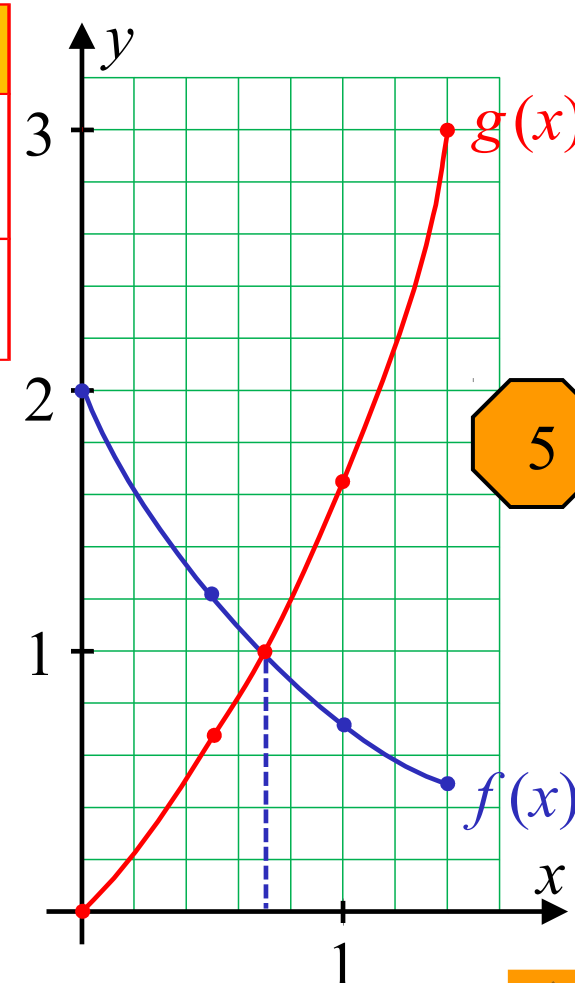
Comhlánaigh an tábla thíos. Bíodh na luachanna ceart go dtí dhá ionad deachúlacha nuair is gá.

x	**0**	**0·5**	**1**	**ln (4)**
$f(x) = \dfrac{2}{e^x}$	2	1·21	0·74	0·5
$g(x) = e^x - 1$	0	0·65	1·72	3

5

(a) **(ii)** Bain úsáid as an tábla chun graf $f(x)$ agus $g(x)$ san fhearann $0 \leq x \leq \ln(4)$ a tharraingt ar an ngreille ar dheis. Lipéadaigh an dá ghraf go soiléir.

x	**0**	**0·5**	**1**	**ln (4)**
$f(x) = \dfrac{2}{e^x}$	2	1·21	0·74	0·5
$g(x) = e^x - 1$	0	0·65	1·72	3



5

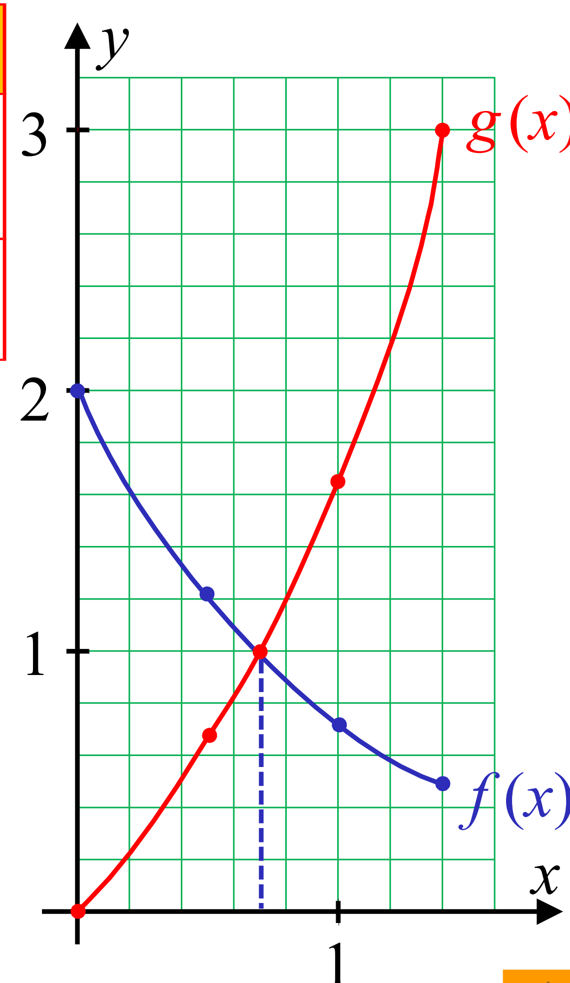
(iii) Bain úsáid as do ghraif chun meastachán a dhéanamh ar an luach ar x a fhágann go bhfuil

$$f(x) = g(x).$$

$x \approx 0{\cdot}7$ 5

(a) **(ii)** Bain úsáid as an tábla chun graf $f(x)$ agus $g(x)$ san fhearann $0 \leq x \leq \ln(4)$ a tharraingt ar an ngreille ar dheis. Lipéadaigh an dá ghraf go soiléir.

x	0	0·5	1	ln (4)
$f(x) = \dfrac{2}{e^x}$	2	1·21	0·74	0·5
$g(x) = e^x - 1$	0	0·65	1·72	3



(b) Bain úsáid as an ailgéabar chun $f(x) = g(x)$ a réiteach.

$\dfrac{2}{e^x} = e^x - 1$ an dá thaobh a iolrú faoi e^x

$2 = e^{2x} - e^x \Rightarrow e^{2x} - e^x - 2 = 0$

$(e^x - 2)(e^x + 1) = 0$

$e^x = 2 \quad \cancel{e^x = -1}$

$x = \ln 2 \approx 0{\cdot}693$

10

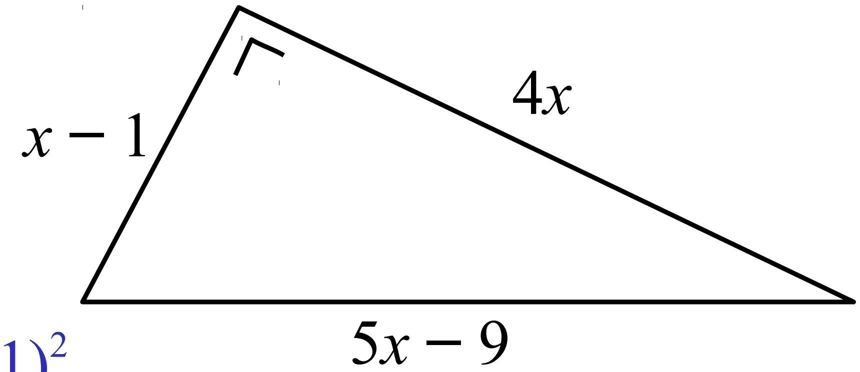
Páipéar 1 Ceist 5
2016

25 marc

$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

(a) **(i)** Tugtar fad na sleasa ar thriantán dronuilleach leis na sloinn $x - 1$, $4x$, agus $5x - 9$, mar a thaispeántar sa léaráid. Faigh luach x.



Teoirim Phíotagaráis

$$(5x - 9)^2 = (4x)^2 + (x - 1)^2$$

$$25x^2 - 45x - 45x + 81 = 16x^2 + x^2 - 2x + 1$$

$$25x^2 - 17x^2 - 90x + 2x + 81 - 1 = 0$$

$$8x^2 - 88x + 80 = 0$$ an dá thaobh a roinnt ar 8

$$x^2 - 11x + 10 = 0$$

$$(x - 10)(x - 1) = 0$$ t a fhachtóiriú

$x = 10$ $\quad$ $x = 1$

10

(a) (ii) Fíoraigh, leis an luach seo ar x, gur triarach píotagarásach iad fad na sleasa ar an triantán thuas.

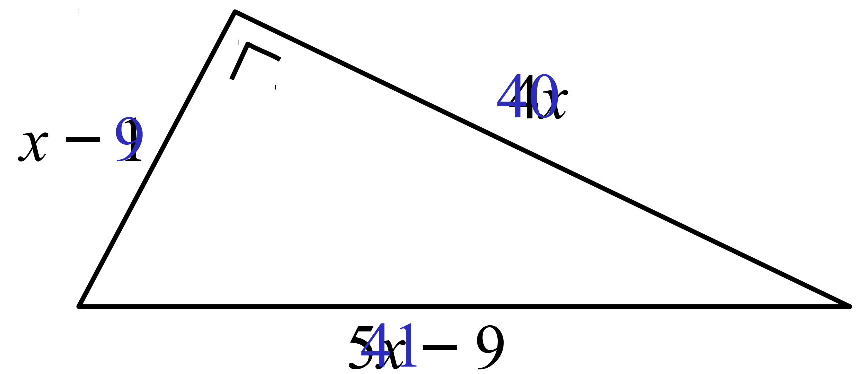
$x = 10$

$41^2 = 40^2 + 9^2$

$1681 = 1600 + 81$

$1681 = 1681$

5



(b) (i) Léirigh gur feidhm inteilgeach í $f(x) = 3x - 2$, áit a bhfuil $x \in \mathbb{R}$.

Feidhm dhétheilgeach atá i gceist má tá inbhéarta ann

$$f(x) = 3x - 2$$

$$y + 2 = 3x$$

$$x = \frac{y + 2}{3}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x + 2}{3}$$

➡ Feidhm inteilgeach atá i gceist 5

(ii) Glac leis go bhfuil $f(x) = 3x - 2$, áit a bhfuil $x \in \mathbb{R}$, agus faigh foirmle le haghaidh f^{-1}, feidhm inbhéarta f. Taispeáin do chuid oibre.

$$f^{-1}(x) = \frac{x + 2}{3}$$ 5

Páipéar 1 Ceist 6
2016

25 marc

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

www.mathsplus.ie

(a) Difreáil an fheidhm $(2x + 4)^2$ ó bhunphrionsabail, i leith x.

$$f(x) = (2x+4)^2$$

$$= 4x^2 + 16x + 16$$

$$f(x+h) = 4(x+h)^2 + 16(x+h) + 16$$

$$= 4(x^2 + 2xh + h^2) + 16x + 16h + 16$$

$$f(x+h) - f(x) = \cancel{4x^2} + 8xh + 4h^2 + \cancel{16x} + 16h + \cancel{16} - \cancel{4x^2} - \cancel{16x} - \cancel{16}$$

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{8x\cancel{h} + 4h^{\cancel{2}} + 16\cancel{h}}{\cancel{h}}$$

$$= \lim_{h \to 0} 8x + 4h + 16$$

$$= 8x + 16$$

10

(b) (i) Má tá $\underset{u}{y} = \underset{v}{x} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$, faigh $\frac{dy}{dx}$.

$u = x \qquad v = \sin\left(\frac{1}{x}\right)$

$\frac{du}{dx} = 1 \qquad \frac{dv}{dx} = \cos\left(\frac{1}{x}\right)\left(-\frac{1}{x^2}\right)$

Riail an toraidh: $\frac{dy}{dx} = u\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx}$

15

$= \cancel{x}\cos\left(\frac{1}{x}\right)\left(-\frac{1}{x^{\cancel{2}}}\right) + 1\sin\left(\frac{1}{x}\right)$

$= \sin\left(\frac{1}{x}\right) - \frac{1}{x}\cos\left(\frac{1}{x}\right)$

(ii) Faigh fána an tadhlaí leis an gcuar $y = x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$, nuair atá $x = \frac{4}{\pi}$. Bíodh do fhreagra ceart go dtí dhá ionad dheachúlacha.

$x = \frac{4}{\pi} \qquad \frac{dy}{dx} = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) - \frac{\pi}{4}\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0{\cdot}151746413$

Páipéar 1 Ceist 7
2016

40 marc

$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

(a) **(i)** Déantar liathróid sféarúil aclaíochta a theannadh le haer ar ráta 250 cm^3 sa soicind. Faigh an ráta ar a bhfuil an ga ag méadú nuair is é ga na liathróide ná 20 cm. Bíodh do fhreagra i dtéarmaí π.

Toirt sféir

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\frac{dV}{dr} = 4\pi r^2 \qquad \frac{dV}{dt} = 250 \text{ cm}^3/\text{s}$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{dV}{dt} \times \frac{dr}{dV} = 250 \times \frac{1}{4\pi r^2}$$

Nuair atá $r = 20$ cm

$$\frac{dr}{dt} = \frac{250}{4\pi(20)^2} = \frac{5}{32\pi} \text{ cm/s}$$

10

(a) (ii) Faigh an ráta ar a bhfuil achar dromchla na liathróide ag méadú nuair is é ga na liathróide ná 20 cm.

Achar dromchla an sféir

$$A = 4\pi r^2$$

Nuair atá $r = 20$ cm

$$\frac{dA}{dr} = 8\pi r$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{5}{32\pi} \text{ cm/s}$$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{dA}{dr} \times \frac{dr}{dt}$$

$$= 8\pi r \times \frac{5}{32\pi}$$

$$= \frac{8(20)5}{32}$$

$$= 25 \text{ cm}^2\text{/s}$$

10

(b) Déantar an liathróid theannta a chiceáil suas san aer ó phointe O ar an talamh. Má thógtar O mar an bunphointe, cuireann, $(x, f(x))$ síos go neasach ar an gconair a leanann an liathróid san aer, áit a bhfuil $f(x) = -x^2 + 10x$ agus nuair a thomhaistear x agus $f(x)$ araon ina méadair.

(i) Faigh luachanna x nuair atá an liathróid ar an talamh.

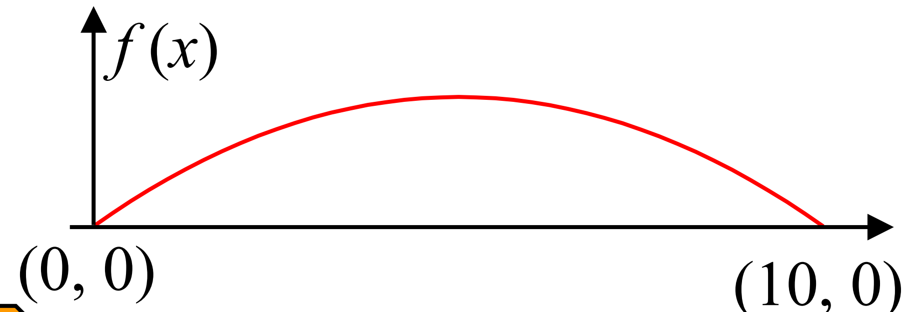
$$f(x) = 0$$

$$-x^2 + 10x = 0$$

$$-x(x - 10) = 0$$

$$x = 0 \text{ m} \quad x = 10 \text{ m}$$

10



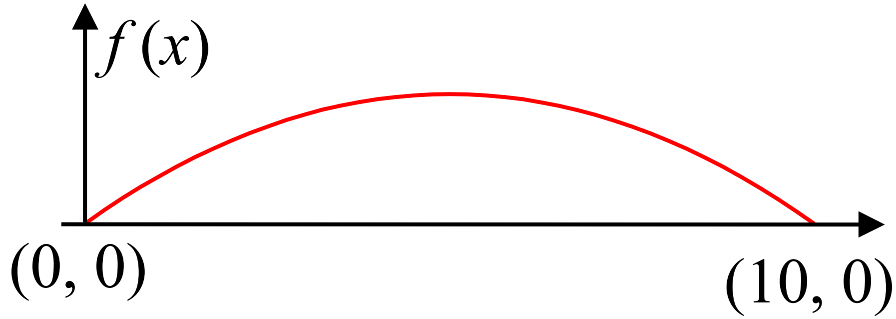
(b) Déantar an liathróid theannta a chiceáil suas san aer ó phointe O ar an talamh. Má thógtar O mar an bunphointe, cuireann, $(x, f(x))$ síos go neasach ar an gconair a leanann an liathróid san aer, áit a bhfuil $f(x) = -x^2 + 10x$

agus nuair a thomhaistear x agus $f(x)$ araon ina méadair.

(ii) Faigh meánairde na liathróide os cionn na talún, i rith an eatraimh ón uair a dhéantar í a chiceáil go dtí go mbuaileann sí an talamh arís.

$$\text{Meánluach} = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x).dx$$

$$= \frac{1}{10-0}\int_0^{10}(-x^2 + 10x)dx$$



$$= \frac{1}{10}\left[-\frac{x^3}{3} + 5x^2\right]_0^{10} = \frac{1}{10}\left[-\frac{(10)^3}{3} + 5(10)^2\right]_0^{10} = \frac{50}{3}\text{ m}$$

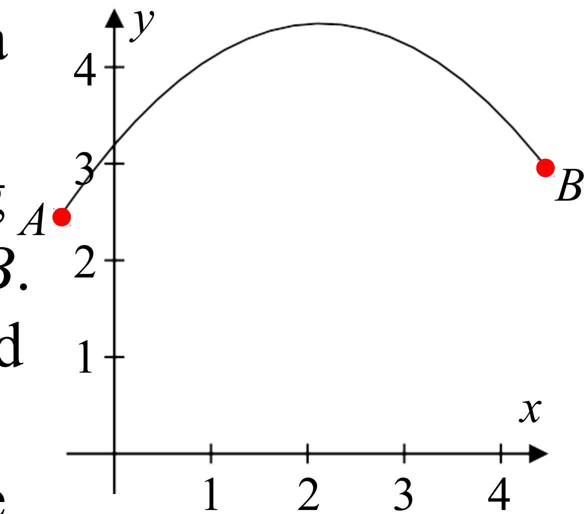
10

Páipéar 1 Ceist 8
2016

55 marc

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

(a) Sa léaráid taispeántar an chéad iarracht a rinne Sorcha ar an gciseán i gcluiche cispheile. D'fhág an liathróid a lámha ag A agus chuaigh sí isteach sa chiseán ag B. Agus an plána comhordanáideach á úsáid le $A(-0{\cdot}5,\ 2{\cdot}565)$ agus $B(4{\cdot}5,\ 3{\cdot}05)$, is é cothromóid na conaire a rinne lárphointe na liathróide ná $f(x) = -0{\cdot}274x^2 + 1{\cdot}193x + 3{\cdot}23$, nuair a thomhaistear x agus $f(x)$ araon ina méadair.



(i) Faigh an uasairde a shroicheann lárphointe na liathróide, ceart go dtí trí ionad dheachúlacha.

Tarlaíonn pointí ag casadh nuair $f'(t) = 0$

$$-0{\cdot}274(2)x + 1{\cdot}193 = 0$$

10

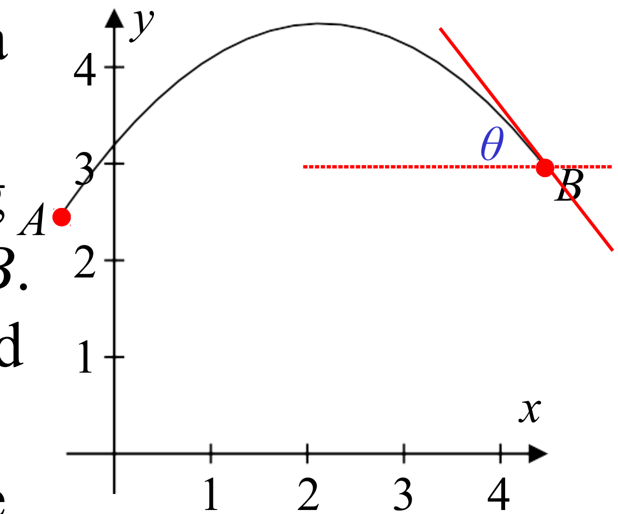
An dá thaobh a roinnt ar $0{\cdot}548$ $\quad 0{\cdot}548x = 1{\cdot}193$

$$x = 2{\cdot}177$$

$$f(2{\cdot}177) = -0{\cdot}274\,(2{\cdot}177)^2 + 1{\cdot}193\,(2{\cdot}177) + 3{\cdot}23$$

$$= 4{\cdot}528584854$$

(a) Sa léaráid taispeántar an chéad iarracht a rinne Sorcha ar an gciseán i gcluiche cispheile. D'fhág an liathróid a lámha ag A agus chuaigh sí isteach sa chiseán ag B. Agus an plána comhordanáideach á úsáid le $A(-0{\cdot}5,\ 2{\cdot}565)$ agus $B(4{\cdot}5,\ 3{\cdot}05)$, is é cothromóid na conaire a rinne lárphointe na liathróide ná $f(x) = -0{\cdot}274x^2 + 1{\cdot}193x + 3{\cdot}23$, nuair a thomhaistear x agus $f(x)$ araon ina méadair.



(ii) Faigh an ghéaruillinn leis an gcothromán san áit a ndeachaigh an liathróid isteach sa chiseán. Bíodh do fhreagra ceart go dtí an chéim is gaire.

$$f'(4{\cdot}5) = -\,0{\cdot}548(4{\cdot}5) + 1{\cdot}193 = -\,1{\cdot}273 = \tan\theta$$

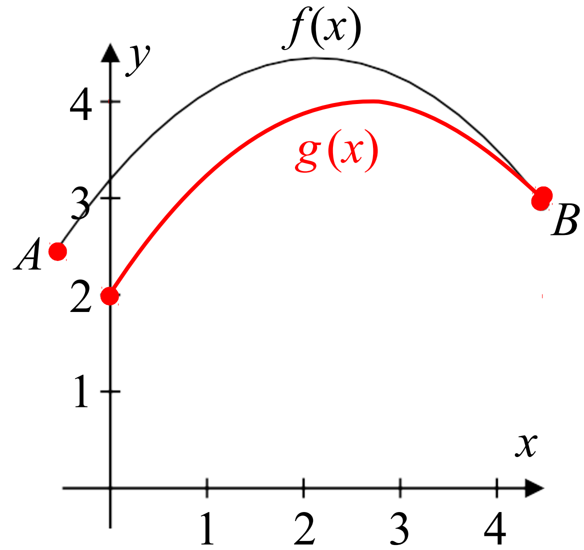
$$\theta = \tan^{-1}(-\,1{\cdot}273)$$

$$\theta = 51{\cdot}84\ldots717$$

$$\theta = 52^\circ$$

5

(iii) Chaith Sorcha an liathróid an dara huair. Lean an caitheamh seo conair na parabóile $g(x)$ mar a thaispeántar. D'fhág an liathróid lámha Shorcha ag an bpointe $C(0, 2)$. Tá an graf $y = g(x)$ ina íomhá den ghraf $y = f(x)$ faoi aistriú a mapálann A ar C.



Bain úsáid as an toradh ó pháirt **a(i)** chun a thaispeáint gur shroich lárphointe na liathróide seo a uasairde ag an bpointe $(2{\cdot}677, 3{\cdot}964)$, ceart go dtí trí ionad dheachúlacha.

Mhapálann $A \rightarrow C$

$(-0{\cdot}5, 2{\cdot}565) \rightarrow (0, 2)$

$x: +\,0{\cdot}5,\ y: -\,0{\cdot}565$

Páirt **a(i)** shroich lárphointe $(2{\cdot}177, 4{\cdot}529)$

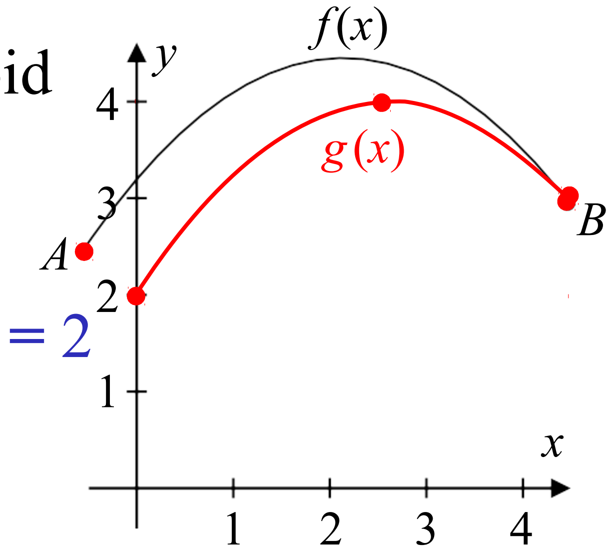
$2{\cdot}177 + 0{\cdot}5 = 2{\cdot}677$

$4{\cdot}529 - 0{\cdot}565 = 3{\cdot}964$

$(2{\cdot}177, 4{\cdot}529) \rightarrow (2{\cdot}677, 3{\cdot}964)$

5

(iv) Uaidh sin, no ar slí eile, faigh cothromóid na parabóile $g(x)$.



Lig do $g(x) = ax^2 + bx + c$

$(0, 2) \in g(x) : a(0)^2 + b(0) + c = 2 \rightarrow c = 2$

Páirt **a(iii)** phointe $(2{\cdot}677, 3{\cdot}964)$:

$a(2{\cdot}677)^2 + b(2{\cdot}677) + 2 = 3{\cdot}964$

$7{\cdot}166a + 2{\cdot}677b = 3{\cdot}964 - 2$

$g'(x) = 2ax + b$

$2a(2{\cdot}677) + b = 0$

$5{\cdot}354a + b = 0 \times 2{\cdot}677$

$7{\cdot}166a + 2{\cdot}677b = 1{\cdot}964$ $-$

$14{\cdot}333a + 2{\cdot}677b = 0$

$-7{\cdot}167a = 1{\cdot}964$

$a = -0{\cdot}274$

$5{\cdot}354(-0{\cdot}274) + b = 0$

$b = 1{\cdot}467$

$g(x) = -0{\cdot}274x^2 + 1{\cdot}467x + 2$

10

(b) Is comórtas Oilimpeach é an heaptatlan. Tá seacht mír ann, an rás 200 m agus caitheamh na sleá ina measc. Baintear úsáid as foirmlí sa chóras scórála chun scór a ríomh [illegible]ach mír. Sa tábla thíos, taispeántar na foirmlí le haghaidh dhá cheann de na míreanna agus luachanna na dtairiseach a úsáidtear sna foirmlí seo. Is é x an t-am a thógann an t-iomaitheoir (ina shoicindí) nó an fad a bhaineann sé/sí amach (ina mhéadair), agus is é y líon na bpointí a scóráiltear sa mhír.

Rás 200 m:

$y = 4{\cdot}99087(42{\cdot}5 - 23{\cdot}8)^{1{\cdot}81} = 1000{\cdot}483659$

Caitheamh na Sleá:

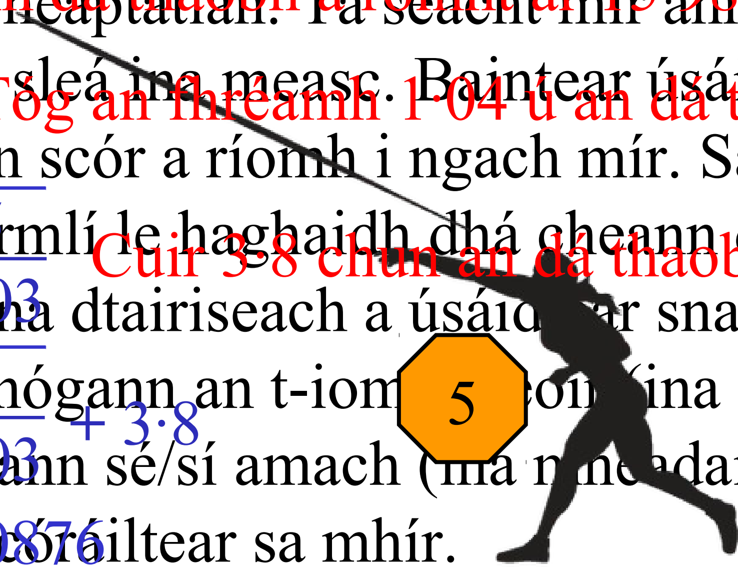
$y = 15{\cdot}9803(58{\cdot}2 - 3{\cdot}8)^{1{\cdot}04} = 1020{\cdot}017878$

10

Mir	x	Foirmle	a	b	c
Rás 200 m	Am (s)	$y = a(b - x)^c$	4·99087	42·5	1·81
Caitheamh na Sleá	Fad (m)	$y = a(x - b)^c$	15·9803	3·8	1·04

(i) Sa heaptatlan, rith Jessica 200 m in 23·8 s agus chaith sí an tsleá 58·2 m. Bain úsáid as na foirmlí sa tábla chun líon iomlán na bpointí a scóráil sí i ngach ceann de na míreanna sin a fháil, ceart go dtí an pointe is gaire.

(b) Is comórtas Oilimpeach é an heaptatlan. Tá seacht mír ann, an rás 200 m agus caitheamh na sleá ina measc. Baintear úsáid as foirmlí sa chóras scórála chun scór a ríomh i ngach mír. Sa tábla thíos, taispeántar na foirmlí le haghaidh dhá cheann de na míreanna agus luachanna na dtairiseach a úsáidtear sna foirmlí seo. Is é x an t-am a thógann an t-iomaitheoir (ina shoicindí) nó an fad a bhaineann sé/sí amach (ina mheadair), agus is é y líon na bpointí a scóráiltear sa mhír.



$$15{\cdot}9803(x-3{\cdot}8)^{1{\cdot}04}=1295$$

An dá thaobh a roinnt ar 15·9803

$$(x-3{\cdot}8)^{1{\cdot}04}=\frac{1295}{15{\cdot}9803}$$

Tóg an fhréamh 1·04 ú an dá thaobh

$$x-3{\cdot}8=\sqrt[1{\cdot}04]{\frac{1295}{15{\cdot}9803}}$$

Cuir 3·8 chun an dá thaobh

$$x=\sqrt[1{\cdot}04]{\frac{1295}{15{\cdot}9803}}+3{\cdot}8$$

$$x=72{\cdot}23430876$$

5

Mir	***x***	**Foirmle**	***a***	***b***	***c***
Rás 200 m	Am (s)	$y=a(b-x)^c$	4·99087	42·5	1·81
Caitheamh na Sleá	Fad (m)	$y=a(x-b)^c$	15·9803	3·8	1·04

(ii) 1295 pointe an scór a thuillfeadh iomaitheoir as curiarracht dhomhanda i gcaitheamh na sleá sa heaptatlan. Faigh fad na curiarrachta domhanda i gcaitheamh na sleá sa heaptatlan, ceart go dtí dhá ionad dheachúlacha.

(iii) Úsáidtear an fhoirmle chéanna chun na pointí a ríomh sa rás 800 m agus sa rás 200 m sa heaptatlan, ach bíonn tairisigh dhifriúla in úsáid. Rith Jessica an rás 800 m in 2 nóiméad agus 1·84 soicind, rud a thuill 1087 pointe.

Má tá $a = 0{\cdot}11193$ agus $b = 254$ don rás 800 m, faigh luach c sa mhír seo, ceart go dtí dhá ionad dheachúlacha.

$$y = a(b - x)^c \qquad 2 \text{ m } 1{\cdot}84 \text{ s} = 121{\cdot}84 \text{ s}$$

$$0{\cdot}11193(254 - 121{\cdot}84)^c = 1087 \quad \div\, 0{\cdot}11193$$

$$132{\cdot}16^c = \frac{1087}{0{\cdot}11193}$$

ag tógáil log nádúrtha an dá thaobh

$$c \log 132{\cdot}16 = \log \frac{1087}{0{\cdot}11193} \quad \div \log 132{\cdot}16$$

$$c = \frac{\log \dfrac{1087}{0{\cdot}11193}}{\log 132{\cdot}16}$$

$$c = 1{\cdot}8879 \ldots 83$$

10

Páipéar 1 Ceist 3
2015

25 marc

$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

www.mathsplus.ie

Bíodh $f(x) = -x^2 + 12x - 27,\ x \in \mathbb{R}$.

(a) **(i)** Comhlánaigh Tábla 1 thíos.

Tábla 1							
x	3	4	5	6	7	8	9
$f(x)$	0	5	8	9	8	5	0

(ii) Bain úsáid as Tábla 1 agus as an riail thraipéasóideach agus faigh neas-achar an réigiúin atá cuimsithe idir graf f agus an x-ais.

$$\text{Achar} \approx \frac{h}{2}\left[y_1 + y_n + 2(y_2 + y_3 + \ldots + y_{n-1})\right]$$

$$\text{Achar} \approx \frac{1}{2}\left[0 + 0 + 2(5 + 8 + 9 + 8 + 5)\right]$$

Achar ≈ 35 aonad cearnach

15

Bíodh $f(x) = -x^2 + 12x - 27,\ x \in \mathbb{R}$.

(b) **(i)** Faigh $\int_3^9 f(x)\,dx$.

$$\int_3^9 f(x)\,dx = \int_3^9 (-x^2 + 12x - 27)\,dx$$

$$= \left[-\frac{x^3}{3} + 6x^2 - 27x\right]_3^9$$

$$= \left[-\frac{729}{3} + 486 - 243 + \frac{27}{3} - 54 + 81\right] = 36$$

(ii) Bain úsáid as do fhreagraí thuas chun an earráid chéatadánach i do neastachán den achar a fháil, ceart go dtí ionad deachúlach amháin.

$$\%\ \text{earráid} = \frac{36 - 35}{36} \times 100$$

$$= 2\cdot\dot{7}\ \%$$

5

Páipéar 1 Ceist 5
2015

25 marc

$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

(a) Réitigh an chothromóid $x = \sqrt{x+6}$, $x \in \mathbb{R}$.

$x^2 = \sqrt{x+6}$ Cearnaigh an dá thaobh

$x^2 - x - 6 = 0$ T a fhachtóiriú

$(x-3)(x+2) = 0$

$x - 3 = 0 \quad x + 2 = 0$

$x = 3 \qquad x = -2$

Freagraí a fhíorú

$3 = \sqrt{3+6}$ $\qquad -2 = \sqrt{-2+6}$

$\therefore x = 3$ 10

(b) Difreáil $x - \sqrt{x+6}$, i leith x.

Bíodh $y = x - \sqrt{(x+6)}^{\frac{1}{2}}$

$$\frac{dy}{dx} = 1 - \frac{1}{2}(x+6)^{-\frac{1}{2}}$$

$$= 1 - \frac{1}{2\sqrt{x+6}}$$

5

(c) Faigh comhordanáidí phointe casaidh na feidhme

$$y = x - \sqrt{x+6},\ x \geq -6.$$

Tarlaíonn pointí ag casadh nuair $\dfrac{dy}{dx} = 0$ $\Rightarrow \left(-\dfrac{23}{4}, -\dfrac{25}{4}\right)$ 10

$$\frac{dy}{dx} = 1 - \frac{1}{2\sqrt{x+6}}$$

$$0 = 1 - \frac{1}{2\sqrt{x+6}}$$

$$2\sqrt{x+6} = 1$$

$$4(x+6) = 1$$

$$4x + 24 = 1$$

$$4x = -23$$

$$x = -\frac{23}{4}$$

$$y = x - \sqrt{x+6},\ x \geq -6.$$

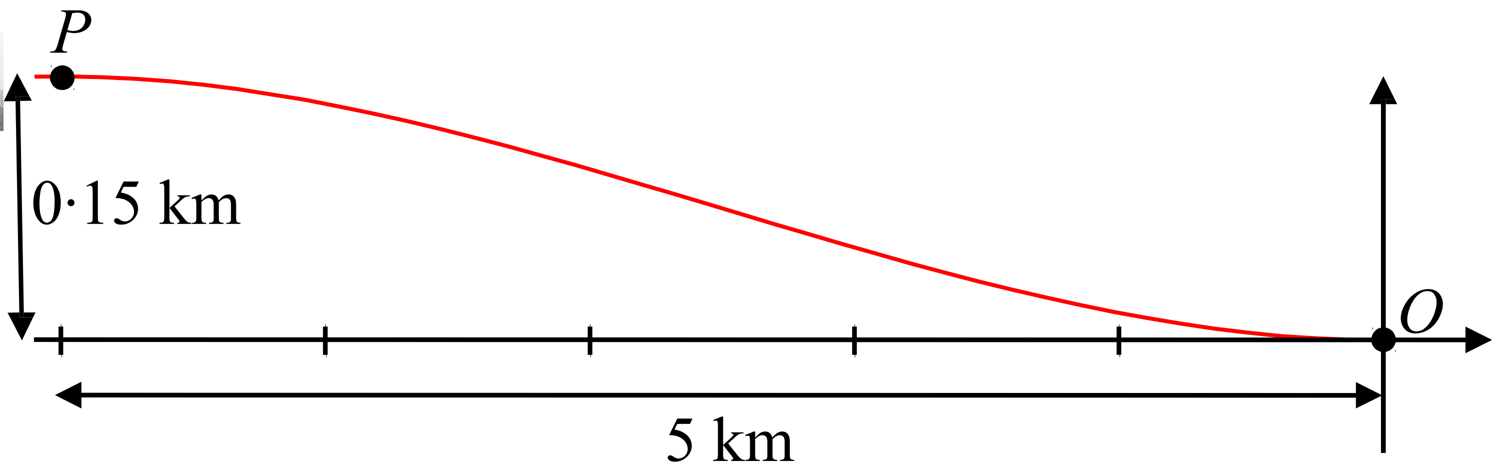
$$y = -\frac{23}{4} - \sqrt{-\frac{23}{4} + 6} = -\frac{25}{4}$$

Páipéar 1 Ceist 7
2015

50 marc

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

Tá eitleán ag eitilt go cothrománach ag P, 150 m lastuas de thalamh réidh, nuair a thosaíonn sé ag tuirlingt. Tá P 5 km, go cothrománach, ón bpointe tuirlingthe O. Tuirlingíonn an t-eitleán go cothrománach ag O.



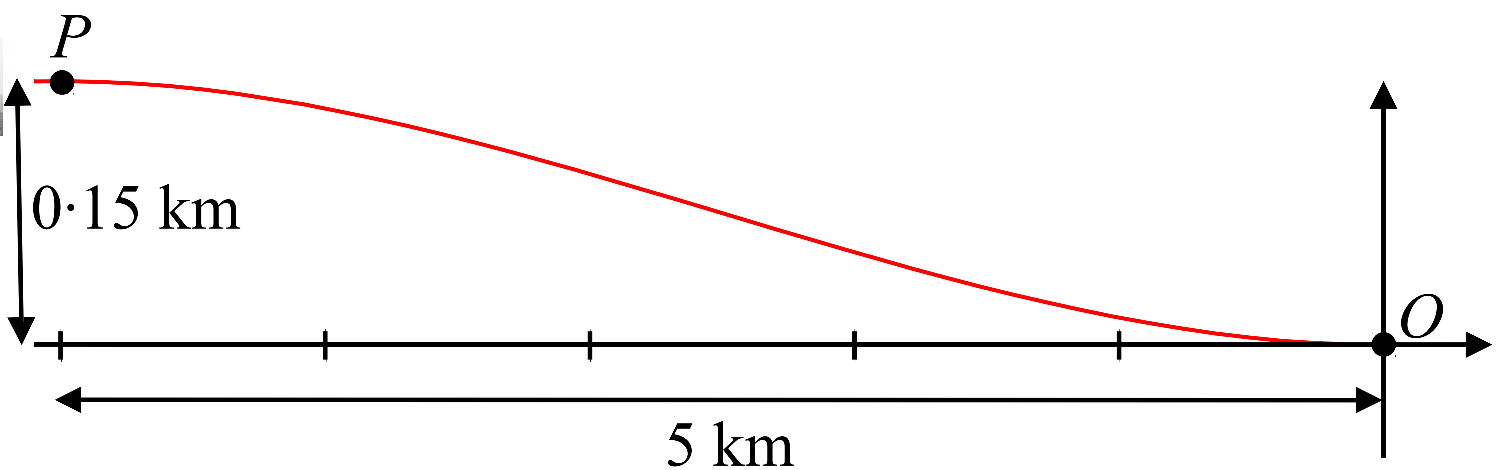
Má ghlactar O mar an bunphointe, cuireann, $(x, f(x))$ conair thuirlingthe an eitleáin in iúl go neasach, áit a bhfuil $f(x) = 0{\cdot}0024x^3 + 0{\cdot}018x^2 + cx + d$ $-5 \leq x \leq 0$, agus x agus $f(x)$ araon ina km.

(a) **(i)** Taispeáin go bhfuil $d = 0$.

$$f(0) = 0{\cdot}0024(0)^3 + 0{\cdot}018(0)^2 + c(0) + d = 0$$

$0 + d = 0 \Rightarrow d = 0$ 5

Tá eitleán ag eitilt go cothrománach ag P, 150 m lastuas de thalamh réidh, nuair a thosaíonn sé ag tuirlingt. Tá P 5 km, go cothrománach, ón bpointe tuirlingthe O. Tuirlingíonn an t-eitleán go cothrománach ag O.



Má ghlactar O mar an bunphointe, cuireann, $(x, f(x))$ conair thuirlingthe an eitleáin in iúl go neasach, áit a bhfuil $f(x) = 0{\cdot}0024x^3 + 0{\cdot}018x^2 + cx + d$ $-5 \leq x \leq 0$, agus x agus $f(x)$ araon ina km.

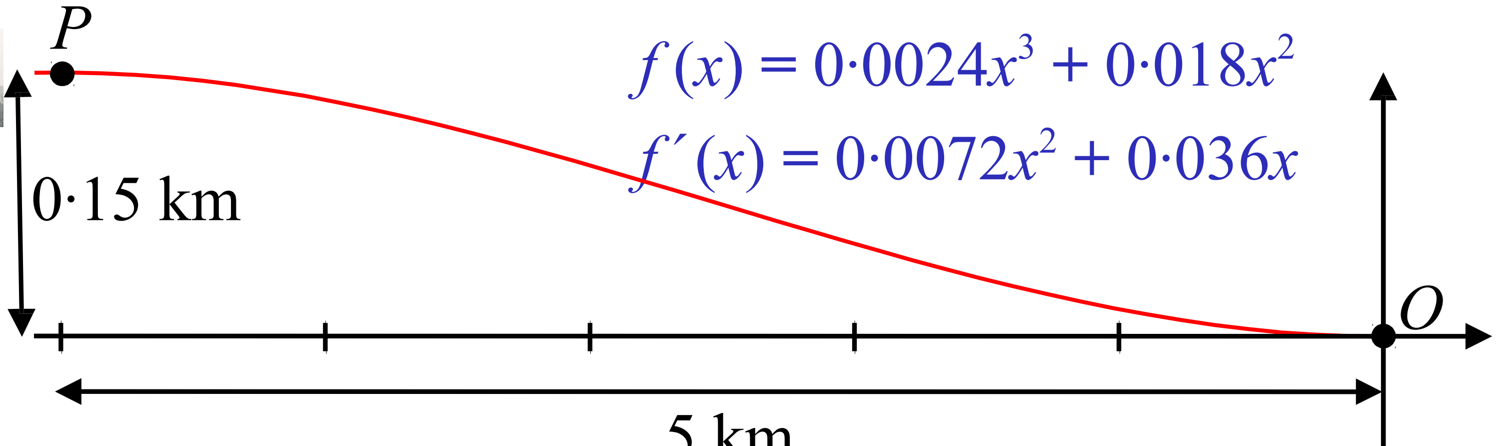
(a) **(ii)** Is é P an pointe $(-5,\ 0{\cdot}15)$. Bain úsáid as an eolas sin le taispeáint go bhfuil $c = 0$, nó déan ar slí eile é.

$$f(-5) = 0{\cdot}0024(-5)^3 + 0{\cdot}018(-5)^2 + c(-5) = 0{\cdot}15$$

$$-0{\cdot}3 + 0{\cdot}45 - 0{\cdot}15 = 5c \Rightarrow 5c = 0 \Rightarrow c = 0$$

5

Tá eitleán ag eitilt go cothrománach ag P, 150 m lastuas de thalamh réidh, nuair a thosaíonn sé ag tuirlingt. Tá P 5 km, go cothrománach, ón bpointe tuirlingthe O. Tuirlingíonn an t-eitleán go cothrománach ag O.



Má ghlactar O mar an bunphointe, cuireann, $(x, f(x))$ conair thuirlingthe an eitleáin in iúl go neasach, áit a bhfuil $f(x) = 0{\cdot}0024x^3 + 0{\cdot}018x^2 + cx + d$ $-5 \leq x \leq 0$, agus x agus $f(x)$ araon ina km.

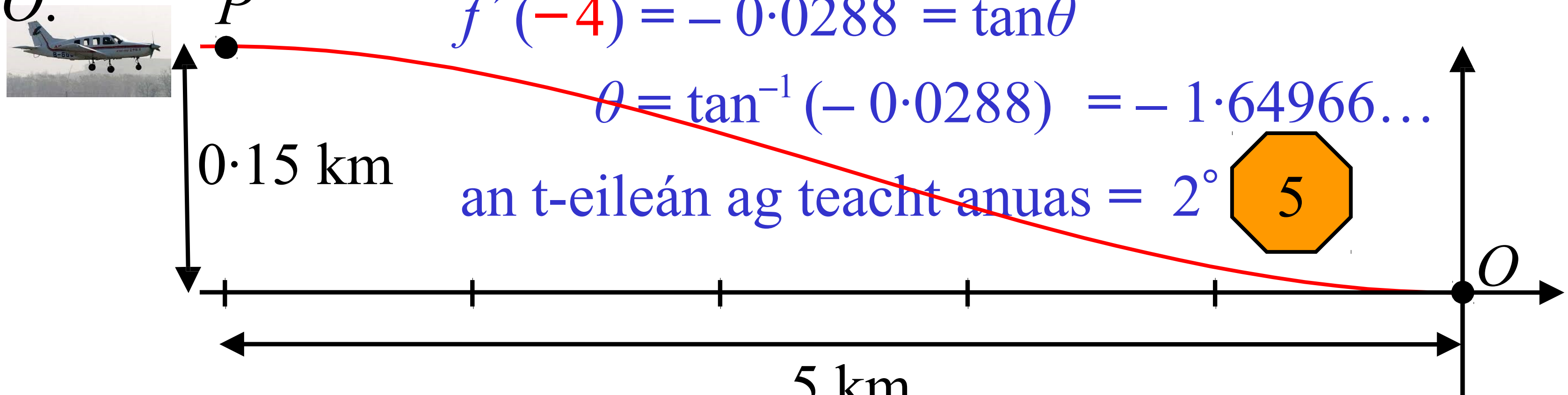
(b) **(i)** Faigh luach $f'(x)$, díorthach $f(x)$, nuair atá $x = -4$.

$$f'(-4) = 0{\cdot}0072(-4)^2 + 0{\cdot}036(-4)$$

$$= -0{\cdot}0288$$

10

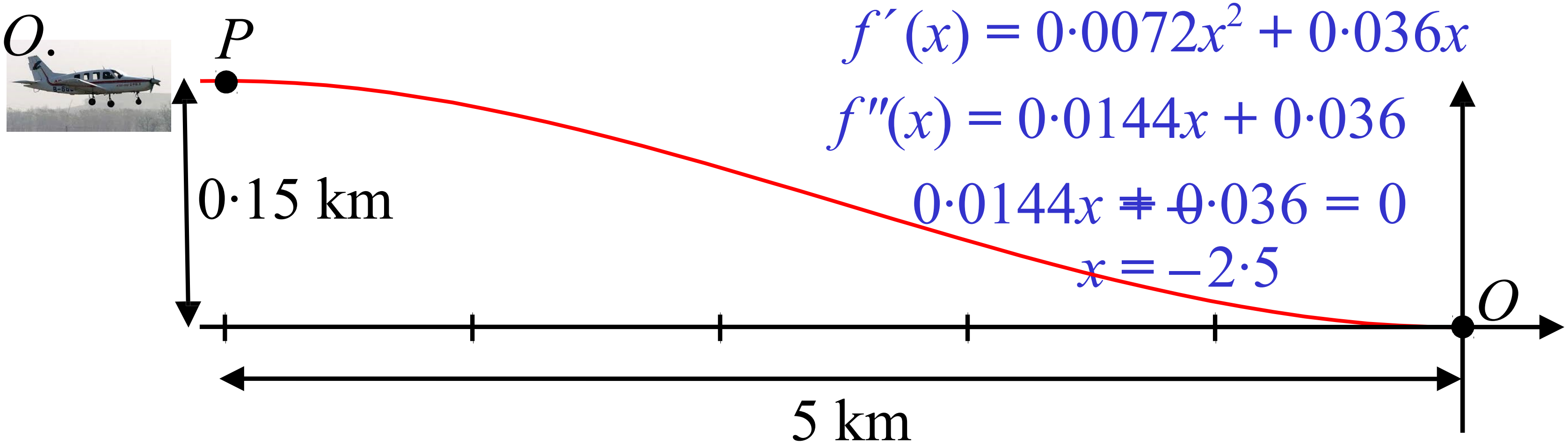
Tá eitleán ag eitilt go cothrománach ag P, 150 m lastuas de thalamh réidh, nuair a thosaíonn sé ag tuirlingt. Tá P 5 km, go cothrománach, ón bpointe tuirlingthe O. Tuirlingíonn an t-eitleán go cothrománach ag O.



Má ghlactar O mar an bunphointe, cuireann, $(x, f(x))$ conair thuirlingthe an eitleáin in iúl go neasach, áit a bhfuil $f(x) = 0{\cdot}0024x^3 + 0{\cdot}018x^2 + cx + d$ $-5 \leq x \leq 0$, agus x agus $f(x)$ araon ina km.

(b) **(ii)** Bain úsáid as do fhreagra ar **(b) (i)** thuas chun an uillinn ar a bhfuil an t-eitleán ag teacht anuas a fháil nuair atá sé 4 km on bpointe tuirlingthe.
Bíodh do fhreagra ceart go dtí an chéim is gaire.

Tá eitleán ag eitilt go cothrománach ag P, 150 m lastuas de thalamh réidh, nuair a thosaíonn sé ag tuirlingt. Tá P 5 km, go cothrománach, ón bpointe tuirlingthe O. Tuirlingíonn an t-eitleán go cothrománach ag O.



$$f'(x) = 0{\cdot}0072x^2 + 0{\cdot}036x$$

$$f''(x) = 0{\cdot}0144x + 0{\cdot}036$$

$$0{\cdot}0144x + 0{\cdot}036 = 0$$

$$x = -2{\cdot}5$$

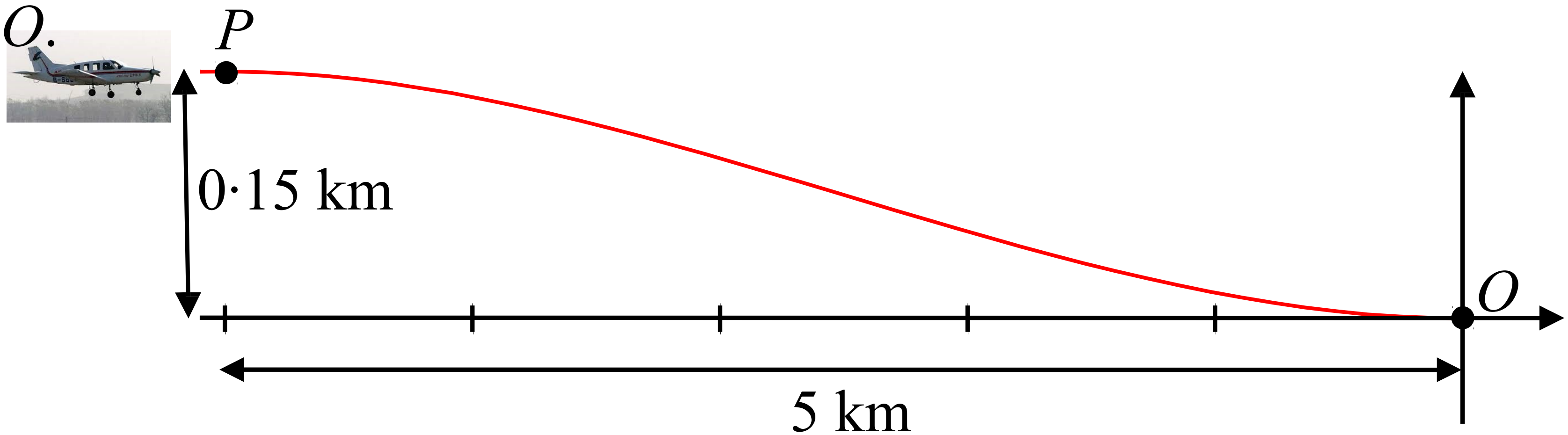
Má ghlactar O mar an bunphointe, cuireann, $(x, f(x))$ conair thuirlingthe an eitleáin in iúl go neasach, áit a bhfuil $f(x) = 0{\cdot}0024x^3 + 0{\cdot}018x^2 + cx + d$ $-5 \leq x \leq 0$, agus x agus $f(x)$ araon ina km.

(c) Taispeáin gurb é $(-2 \cdot 5, 0 \cdot 075)$ pointe athchasaidh an chuair $y = f(x)$.

pointe athchasaidh $f''(x) = 0$ $\Rightarrow$ $(-2 \cdot 5, 0 \cdot 075)$ 10

$$f(-2{\cdot}5) = 0{\cdot}0024(-2{\cdot}5)^3 + 0{\cdot}018(-2{\cdot}5)^2 = 0{\cdot}075$$

Tá eitleán ag eitilt go cothrománach ag P, 150 m lastuas de thalamh réidh, nuair a thosaíonn sé ag tuirlingt. Tá P 5 km, go cothrománach, ón bpointe tuirlingthe O. Tuirlingíonn an t-eitleán go cothrománach ag O.



Má ghlactar O mar an bunphointe, cuireann, $(x, f(x))$ conair thuirlingthe an eitleáin in iúl go neasach, áit a bhfuil $f(x) = 0{\cdot}0024x^3 + 0{\cdot}018x^2 + cx + d$ $-5 \leq x \leq 0$, agus x agus $f(x)$ araon ina km.

(d) **(i)** Má tá (x, y) ina phointe ar an gcuar $y = f(x)$, fíoraigh go bhfuil $(-x - 5, -y + 0{\cdot}15)$ ina phointe ar $y = f(x)$ freisin.

$$y = 0{\cdot}0024x^3 + 0{\cdot}018x^2$$

$$0{\cdot}0024(-x-5)^3 + 0{\cdot}018(-x-5)^2$$

$$= (-x-5)^2\left(0{\cdot}0024(-x-5) + 0{\cdot}018\right)$$

$$= (x^2 + 10x + 25)(-0{\cdot}0024x - 0{\cdot}012 + 0{\cdot}018)$$

$$= (x^2 + 10x + 25)(-0{\cdot}0024x + 0{\cdot}006)$$

$$= -0{\cdot}0024x^3 - 0{\cdot}024x^2 - \cancel{0{\cdot}06x} + 0{\cdot}006x^2 + \cancel{0{\cdot}06x} + 0{\cdot}15$$

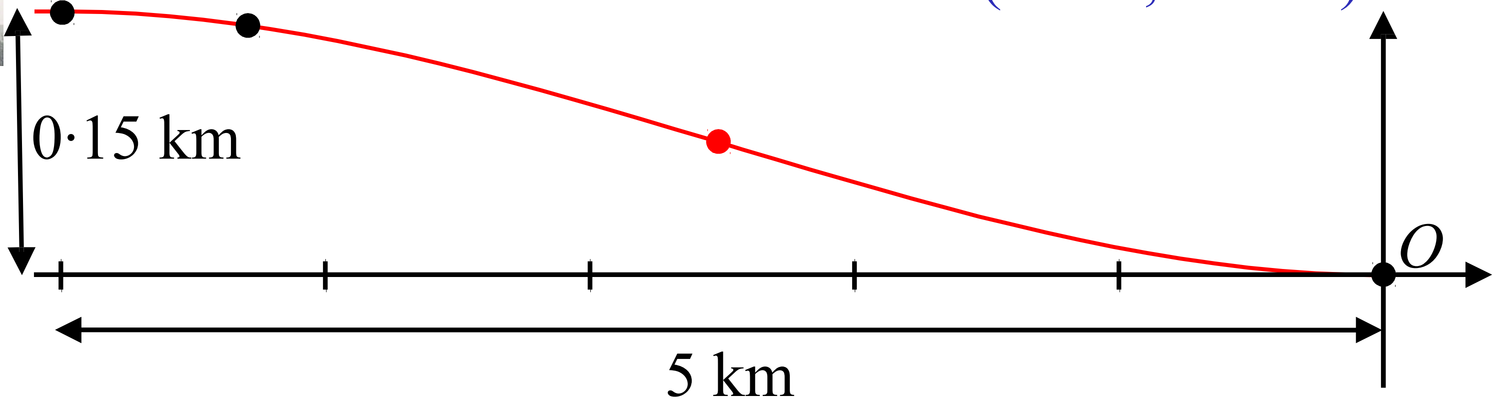
$$= -0{\cdot}0024x^3 - 0{\cdot}018x^2 + 0{\cdot}15$$

$$= -y + 0{\cdot}15$$

➡ $(-x-5, -y+0{\cdot}15)$ ina phointe ar $y = f(x)$

5

Tá eitleán ag eitilt go cothrománach ag P, 150 m lastuas de thalamh réidh, nuair a thosaíonn sé ag tuirlingt. Tá P 5 km, go cothrománach, ón bpointe tuirlingthe O. Tuirlingíonn an t-eitleán go cothrománach ag O.



Má ghlactar O mar an bunphointe, cuireann, $(x, f(x))$ conair thuirlingthe an eitleáin in iúl go neasach, áit a bhfuil $f(x) = 0{\cdot}0024x^3 + 0{\cdot}018x^2 + cx + d$ $-5 \leq x \leq 0$, agus x agus $f(x)$ araon ina km.

(d) **(ii)** Faigh íomhá $(-x-5, -y+0{\cdot}15)$ faoi shiméadracht i bpointe an athchasaidh.

$$(-x-5, -y+0{\cdot}15) \rightarrow (-2\cdot 5, 0\cdot 075) = (x, y)$$

10

$$\rightarrow (-2\cdot 5 + (-2\cdot 5 + x + 5), 0\cdot 075 + (0\cdot 075 + y - 0{\cdot}15))$$

Páipéar 1 Ceist 8
2015

50 marc

$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

Doirtear ola i gceantar amach ón gcósta ina bhfuil uisce ciúin gan feacht (sruth) ar bith ann. Doirtear an ola ar ráta 4×10^6 cm^3 sa nóiméad. Fanann an ola ar snámh i mbarr an uisce.

(a) **(i)** Comhlánaigh an tábla thíos chun toirt iomlán na hola ar an uisce tar éis gach ceann de na chéad 6 nóiméad den doirteadh ola a thaispeáint.

Am (nóiméid)	1	2	3	4	5	6
Toirt (10^6 cm^3)	4	8	12	16	20	24

5

Doirtear ola i gceantar amach ón gcósta ina bhfuil uisce ciúin gan feacht (sruth) ar bith ann. Doirtear an ola ar ráta 4×10^6 cm^3 sa nóiméad. Fanann an ola ar snámh i mbarr an uisce.

(a) **(ii)** Tarraing graf chun toirt na hola ar an uisce sna chéad 6 nóiméad a thaispeáint.

Am (nóiméid)	1	2	3	4	5	6
Toirt (10^6 cm^3)	4	8	12	16	20	24

5

Doirtear ola i gceantar amach ón gcósta ina bhfuil uisce ciúin gan feacht (sruth) ar bith ann. Doirtear an ola ar ráta 4×10^6 cm^3 sa nóiméad. Fanann an ola ar snámh i mbarr an uisce.

(a) **(iii)** Scríobh cothromóid le haghaidh $V(t)$, toirt na hola ar an uisce, ina ,cm3 tar eis t nóiméad.

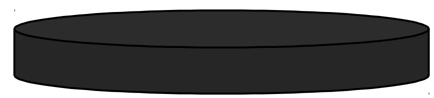
$$V(t) = (4 \times 10^6)t \text{ cm}^3$$

5

Doirtear ola i gceantar amach ón gcósta ina bhfuil uisce ciúin gan feacht (sruth) ar bith ann. Doirtear an ola ar ráta 4×10^6 cm^3 sa nóiméad. Fanann an ola ar snámh i mbarr an uisce.

(b) Déanann an ola dhoirte leo ola (*oil slick*) ciorclach a bhfuil tiús **1 mhilliméadar amháin** ann.

(i) Scríobh cothromóid le haghaidh thoirt na hola sa leo, ina cm^3, nuair is é r cm an ga.



0·1 cm

$$\begin{aligned} V &= \pi r^2 h \\ &= \pi r^2 (0 \cdot 1) \\ &= 0 \cdot 1 \pi r^2 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

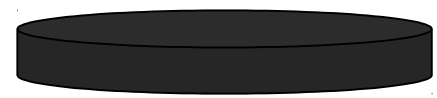
5

Doirtear ola i gceantar amach ón gcósta ina bhfuil uisce ciúin gan feacht (sruth) ar bith ann. Doirtear an ola ar ráta 4×10^6 cm^3 sa nóiméad. Fanann an ola ar snámh i mbarr an uisce.

(b) Déanann an ola dhoirte leo ola (*oil slick*) ciorclach a bhfuil tiús **1 mhilliméadar amháin** ann.

(ii) Faigh an ráta, ina cm sa nóiméad, ar a bhfuil ga an leo ola ag méadú nuair is é 50 m an ga.

$V = 0{\cdot}1\pi r^2 \text{ cm}^3$ cuid **(b) (i)**



0·1 cm

$$\frac{dV}{dr} = 0{\cdot}2\pi r \Rightarrow \frac{dr}{dV} = \frac{1}{0{\cdot}2\pi r}$$

$$V(t) = (4 \times 10^6)t \Rightarrow \frac{dV}{dt} = 4 \times 10^6$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{dr}{dV} \times \frac{dV}{dt}$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{1}{0{\cdot}2\pi r} \times 4 \times 10^6$$

$r = 50 \text{ m} = 5000 \text{ cm}$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{4 \times 10^6}{0{\cdot}2\pi(5000)}$$

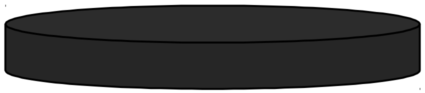
$$= \frac{4000}{\pi} \text{ cm sa nóiméad}$$

10

Doirtear ola i gceantar amach ón gcósta ina bhfuil uisce ciúin gan feacht (sruth) ar bith ann. Doirtear an ola ar ráta 4×10^6 cm^3 sa nóiméad. Fanann an ola ar snámh i mbarr an uisce.

(c) Taispeáin go bhfuil achar an uisce atá clúdaithe ag an leo ola, ag méadú ar ráta tairiseach 4×10^7 cm^2 sa nóiméad. .

Achar uisce $= \pi r^2$



$$\frac{dA}{dr} = 2\pi r$$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{dA}{dr} \times \frac{dr}{dt}$$ cuid **(b) (ii)** $$\frac{dr}{dt} = \frac{4 \times 10^6}{0{\cdot}2\pi r}$$

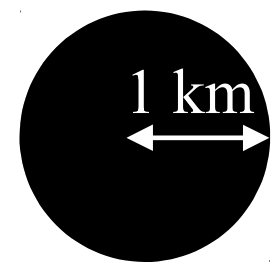
$$\frac{dA}{dt} = 2\cancel{\pi r} \times \frac{4 \times 10^6}{0{\cdot}2\cancel{\pi r}}$$

$$= 4 \times 10^7 \text{ cm}^2 \text{ sa nóiméad}$$

10

Doirtear ola i gceantar amach ón gcósta ina bhfuil uisce ciúin gan feacht (sruth) ar bith ann. Doirtear an ola ar ráta 4×10^6 cm^3 sa nóiméad. Fanann an ola ar snámh i mbarr an uisce.

(d) Tá an talamh is cóngaraí 1 km ón bpointe inar thosaigh an doirteadh ola. Faigh amach cá fhad a thógfaidh sé go dtí go sroichfidh an leo ola an talamh. Bíodh do fhreagra ceart go dtí an uair an chloig is gaire.



Achar uisce = πr^2

r = 1 km = 1000 m = 100 000 cm

Achar = $\pi(10^5)^2 = \pi \times 10^{10}$ cm^2

$\dfrac{dA}{dt} = 4 \times 10^7$ cm^2 sa nóiméad

cuid **(c)**

Am = $\dfrac{\pi \times 10^{10}}{4 \times 10^7} = 250\pi$ nóiméad

Roinn ag 60

= 13·08996935 uair an chloig

10

Páipéar 1 Ceist 9
2015

50 marc

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$$

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

Is féidir an fheidhm a leanas a úsáid chun neastachán a dhéanamh ar fhad an lae i nGaillimh, ina uaireanta ó éirí go luí na gréine:

$$f(t) = 12{\cdot}25 + 4{\cdot}75\sin\left(\frac{2\pi}{365}t\right),$$

áit arb é t líon na laethanta tar éis 21 Márta agus áit a bhfuil $\left(\frac{2\pi}{365}t\right)$ ina raidiain.

(a) Faigh fad an lae i nGaillimh ar 5 Meitheamh (76 lá tar éis 21 Márta). Bíodh do fhreagra ina uaireanta agus ina nóiméid, ceart go dtí an nóiméad is gaire.

$$f(76) = 12{\cdot}25 + 4{\cdot}75\sin\left(\frac{2\pi(76)}{365}\right)$$

$$= 16{\cdot}8372647 \text{ uair an cloig}$$

$$= 16 \text{ uair an cloig agus } 50 \text{ nóiméid}$$

10

Is féidir an fheidhm a leanas a úsáid chun neastachán a dhéanamh ar fhad an lae i nGaillimh, ina uaireanta ó éirí go luí na gréine:

$$f(t) = 12{\cdot}25 + 4{\cdot}75\sin\left(\frac{2\pi}{365}t\right),$$

áit arb é t líon na laethanta tar éis 21 Márta agus áit a bhfuil $\left(\frac{2\pi}{365}t\right)$ ina raidiain.

(b) Faigh dáta amháin ar a mbíonn an lá tuairim is 15 uair an chloig ar fad i nGaillimh.

$$12{\cdot}25 + 4{\cdot}75\sin\left(\frac{2\pi}{365}t\right) = \cancel{15}\ 2{\cdot}75$$

$$\frac{2\pi}{365}t = \sin^{-1}\left(\frac{2{\cdot}75}{4{\cdot}75}\right)$$

$$0{\cdot}017214t = 0{\cdot}617437$$

$$t = \frac{0{\cdot}617437}{0{\cdot}017214} = 35{\cdot}868$$

36 lá tar eis Marta 21 = Aibreán 26

10

Is féidir an fheidhm a leanas a úsáid chun neastachán a dhéanamh ar fhad an lae i nGaillimh, ina uaireanta ó éirí go luí na gréine:

$$f(t) = 12{\cdot}25 + 4{\cdot}75\sin\left(\frac{2\pi}{365}t\right),$$

áit arb é t líon na laethanta tar éis 21 Márta agus áit a bhfuil $\left(\frac{2\pi}{365}t\right)$ ina raidiain.

(c) Faigh $f'(t)$, díorthach $f(t)$.

$$f(t) = 12{\cdot}25 + 4{\cdot}75\sin\left(\frac{2\pi}{365}t\right)$$

$$f'(t) = 4{\cdot}75\cos\left(\frac{2\pi}{365}t\right)\left(\frac{2\pi}{365}\right)$$

$$f'(t) = \left(\frac{9{\cdot}5\pi}{365}\right)\cos\left(\frac{2\pi}{365}t\right)$$

10

Is féidir an fheidhm a leanas a úsáid chun neastachán a dhéanamh ar fhad an lae i nGaillimh, ina uaireanta ó éirí go luí na gréine:

$$f(t) = 12{\cdot}25 + 4{\cdot}75\sin\left(\frac{2\pi}{365}t\right),$$

áit arb é t líon na laethanta tar éis 21 Márta agus áit a bhfuil $\left(\frac{2\pi}{365}t\right)$ ina raidiain.

(d) Uaidh sin, nó ar shlí eile, faigh fad an lae is faide i nGaillimh.

Tarlaíonn pointí ag casadh nuair a $f'(t) = 0$

$$f'(t) = \left(\frac{9{\cdot}5\pi}{365}\right)\cos\left(\frac{2\pi}{365}t\right) = 0$$

$$\frac{2\pi}{365}t = \cos^{-1} 0$$

$$\frac{2\cancel{\pi}}{365}t = \frac{\cancel{\pi}}{2} \Rightarrow t = \frac{365}{4} = 91{\cdot}25$$

Roinn ag $\left(\frac{9{\cdot}5\pi}{365}\right)$

$$f(91{\cdot}25) = 12{\cdot}25 + 4{\cdot}75\sin\left(\frac{2\pi(91{\cdot}25)}{365}\right)$$

$= 17$ uair an cloig

10

Is féidir an fheidhm a leanas a úsáid chun neastachán a dhéanamh ar fhad an lae i nGaillimh, ina uaireanta ó éirí go luí na gréine:

$$f(t) = 12{\cdot}25 + 4{\cdot}75\sin\left(\frac{2\pi}{365}t\right),$$

áit arb é t líon na laethanta tar éis 21 Márta agus áit a bhfuil $\left(\frac{2\pi}{365}t\right)$ ina raidiain.

(e) Bain úsáid as an tsuimeáil chun meánfhad an lae i nGaillimh le linn na sé mhí ó 21 Márta go dtí 21 Mean Fómhair (184 lá) a fháil. Bíodh do fhreagra ina uaireanta agus ina nóiméid, ceart go dtí an nóiméad is gaire.

$$\text{Meánluach} = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x).dx = \frac{1}{184-0}\int_0^{184} 12{\cdot}25 + 4{\cdot}75\sin\left(\frac{2\pi}{365}t\right).dt$$

$$= \frac{1}{184}\left|12{\cdot}25t + \frac{4{\cdot}75\left(-\cos\left(\frac{2\pi}{365}t\right)\right)}{\left(\frac{2\pi}{365}\right)}\right|_0^{184}$$

$$\text{Meánluach} = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x).dx = \frac{1}{184-0}\int_0^{184} 12\cdot25 + 4\cdot75\sin\left(\frac{2\pi}{365}t\right).dt$$

$$= \frac{1}{184}\left[12\cdot25t + \frac{4\cdot75\left(-\cos\left(\frac{2\pi}{365}t\right)\right)}{\left(\frac{2\pi}{365}\right)}\right]_0^{184}$$

$$= \frac{1}{184}\left[12\cdot25(184) - \frac{4\cdot75\cos\left(\frac{2\pi(184)}{365}\right)}{\left(\frac{2\pi}{365}\right)} - 12\cdot25(0) + \frac{4\cdot75\cos\left(\frac{2\pi(0)}{365}\right)}{\left(\frac{2\pi}{365}\right)}\right]$$

$$= \frac{2529\cdot84 + 275\cdot93}{184} = 15\cdot24875 \text{ uair an cloig}$$

$$= 15 \text{ uair an cloig agus } 15 \text{ nóiméid}$$

10

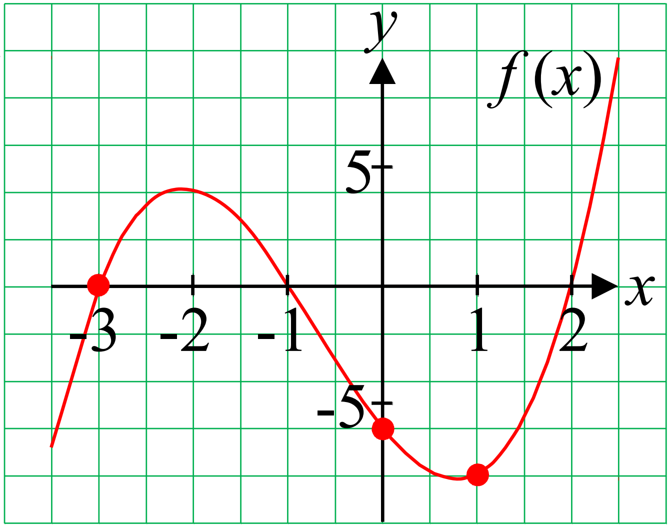
Páipéar 1 Ceist 1
2014

25 marc

$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

(a) Gearrann an graf d'fheidhm chiúbach $f(x)$ an x-ais ag $x = -3$, $x = -1$ agus $x = 2$, agus an y-ais ag $(0, -6)$, mar a thaispeántar.



Fíoraigh gur féidir $f(x)$ a scríobh mar $f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$.

$$f(x) = (x + 3)(x + 1)(x - 2)$$

$$= x^3 + 2x^2 - 5x - 6$$

15

(b) **(i)** Trasnaíonn graf na feidhme $g(x) = -2x - 6$ graf na feidhme $f(x)$ thuas. Bíodh $f(x) = g(x)$ agus réitigh an chothromóid sin chun comhordanáidí na bpointí ina dtrasnaíonn graf $f(x)$ agus graf $g(x)$ a chéile.

$$x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = -2x - 6$$

$$x^3 + 2x^2 - 3x = 0$$

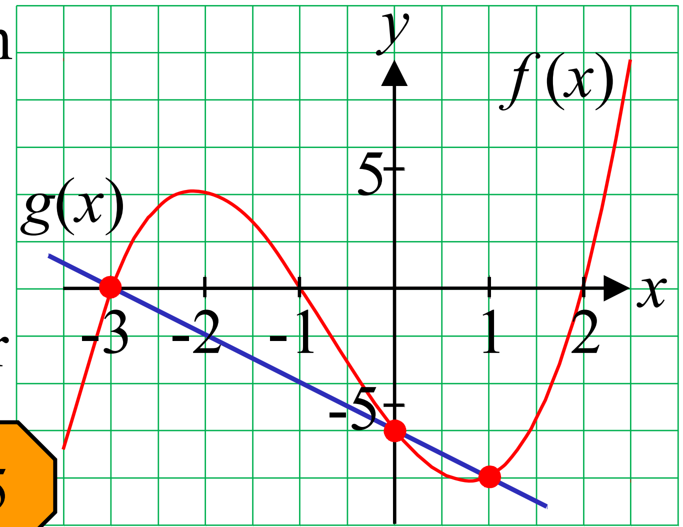
$x = -3$ $x = 0$ $x = 1$

5

$$x(x^2 + 2x - 3) = 0$$

$$x(x + 3)(x - 1) = 0$$

(a) Gearrann an graf d'fheidhm chiúbach $f(x)$ an x-ais ag $x = -3$, $x = -1$ agus $x = 2$, agus an y-ais ag $(0, -6)$, mar a thaispeántar.
Fíoraigh gur féidir $f(x)$ a scríobh mar $f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$.



5

(b) **(ii)** Tarraing graf na feidhme $g(x) = -2x - 6$ ar an léaráid thuas.

$$x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = -2x - 6$$

$$x^3 + 2x^2 - 3x = 0 \qquad x = -3 \quad x = 0 \quad x = 1$$

$$x(x^2 + 2x - 3) = 0$$

$$x(x+3)(x-1) = 0$$

Páipéar 1 Ceist 4
2014

25 marc

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

(a) Difreáil an fheidhm $2x^2 - 3x - 6$ i leith x ó bhunphrionsabail.

$$f(x) = 2x^2 - 3x - 6$$

$$f(x+h) = 2(x+h)^2 - 3(x+h) - 6$$

$$= 2(x^2 + 2xh + h^2) - 3x - 3h - 6$$

$$f(x+h) - f(x) = \cancel{2x^2} + 4xh + 2h^2 - \cancel{3x} - 3h - \cancel{6} - \cancel{2x^2} + \cancel{3x} + \cancel{6}$$

$$\underset{h \to 0}{\text{tr}} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \underset{h \to 0}{\text{tr}} \frac{4x\cancel{h} + 2h^{\cancel{2}} - 3\cancel{h}}{\cancel{h}}$$

$$= \underset{h \to 0}{\text{tr}}\, 4x + 2h - 3$$

$$= 4x - 3$$

15

(b) Bíodh $f(x) = \dfrac{2x}{x+2}$, $x \neq -2$, $x \in \mathbb{R}$. Faigh comhordanáidí na bpointí arb é fána an tadhlaí leis an gcuar $y = f(x)$ ná $\dfrac{1}{4}$.

Bíodh $y = \dfrac{2x}{x+2}$ $\begin{matrix} u \\ v \end{matrix}$

Riail an Lín

$u = 2x$ $\qquad$ $v = x + 2$

$\dfrac{du}{dx} = 2$ $\qquad$ $\dfrac{dv}{dx} = 1$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v\dfrac{du}{dx} - u\dfrac{dv}{dx}}{v^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(x+2)(2) - (2x)(1)}{(x+2)^2} = \frac{\cancel{2x} + 4 - \cancel{2x}}{(x+2)^2} = \frac{4}{(x+2)^2} = \frac{1}{4}$$

$$(x+2)^2 = 16 \qquad x + 2 = \pm\sqrt{16} = \pm 4$$

$$x + 2 = 4 \qquad\qquad x + 2 = -4$$

$$x = 2 \qquad\qquad x = -6$$

$y = \dfrac{2(2)}{2+2} = 1$ $\;(2, 1)$ $\qquad$ $y = \dfrac{2(-6)}{-6+2} = 3$ $\;(-6, 3)$

10

Páipéar 1 Ceist 5
2014

25 marc

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

(a) Faigh $\int 5\cos 3x \, dx$.

$$\int 5\cos 3x \, dx = \frac{5}{3}\sin 3x + c$$

5

(b) Is é fána an tadhlaí le cuar $y = f(x)$ ag gach pointe (x, y) ná $2x - 2$. Trasnaíonn an cuar an x-ais ag $(-2, 0)$.

(i) Faigh cothromóid $f(x)$.

$$\int (2x - 2)\,dx = x^2 - 2x + c$$

Ag $x = -2,\ y = 0 \Rightarrow (-2)^2 - 2(-2) + c = 0$

$$4 + 4 + c = 0$$

$$c = -8$$

$f(x) = x^2 - 2x - 8$ 10

(ii) Faigh an meánluach ar f sa raon $0 \le x \le 3,\ x \in \mathbb{R}$.

Meánluach: $= \dfrac{1}{b-a}\displaystyle\int_a^b f(x).dx = \dfrac{1}{3-0}\int_0^3 (x^2 - 2x - 8)\,dx$

$$= \frac{1}{3}\left[\frac{x^3}{3} - x^2 - 8x\right]_0^3$$

$$= \frac{1}{3}\left(\frac{27}{3} - 9 - 24\right) = -8$$ 10

Páipéar 1 Ceist 7
2014

40 marc

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

(a) Triarach Píotagarásach a thugtar ar na trí uimhir aiceanta a, b agus c san áit a bhfuil $a^2 + b^2 = c^2$.

(i) Bíodh $a = 2n + 1$, $b = 2n^2 + 2n$ agus $c = 2n^2 + 2n + 1$. Roghnaigh uimhir aiceanta amháin n agus fíoraigh gur triarach Píotagarásach iad na luachanna comhfhreagracha ar a, b agus c.

10

Bíodh $n = 1$:

$a = 2(1) + 1 = 3$

$b = 2(1)^2 + 2(1) = 4$

$c = 2(1)^2 + 2(1) + 1 = 5$

$3^2 + 4^2 = 5^2 \Rightarrow a^2 + b^2 = c^2$

(a) Triarach Píotagarásach a thugtar ar ná trí uimhir aiceanta a, b agus c san áit a bhfuil $a^2 + b^2 = c^2$.

(ii) Cruthaigh gur triarach Píotagarásach i gcónaí iad $a = 2n + 1$, $b = 2n^2 + 2n$ agus $c = 2n^2 + 2n + 1$, áit a bhfuil $n \in \mathbb{N}$.

$$a^2 = (2n + 1)^2 = 4n^2 + 4n + 1$$

$$b^2 = (2n + 1)^2 = (2n^2 + 2n)^2 = 4n^4 + 8n^3 + 4n^2$$

$$a^2 + b^2 = 4n^2 + 4n + 1 + 4n^4 + 8n^3 + 4n^2$$

$$= 4n^4 + 8n^3 + 8n^2 + 4n + 1$$

$$c^2 = (2n^2 + 2n + 1)^2$$

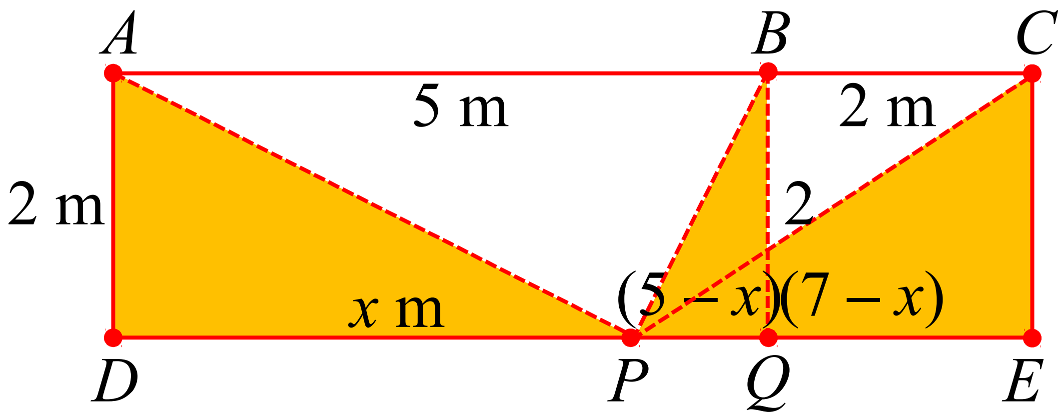
$$= (2n^2 + 2n + 1)(2n^2 + 2n + 1)$$

$$= 4n^4 + 8n^3 + 8n^2 + 4n + 1$$

$$= a^2 + b^2$$

10

(b) Is dronuilleog í $ADEC$ ina bhfuil $|AC| = 7$ m agus $|AD| = 2$ m, mar a thaispeántar.
Tá an pointe B ar $[AC]$ áit a bhfuil $|AB| = 5$ m.
Tá an pointe P ar $[DE]$ áit a bhfuil $|DP| = x$ m.



$|PQ| = (5 - x)$

$|PE| = (7 - x)$

(i) Bíodh $f(x) = |PA|^2 + |PB|^2 + |PC|^2$. Taispeáin go bhfuil $f(x) = 3x^2 - 24x + 86$, áit a bhfuil $0 \leq x \leq 7$, $x \in \mathbb{R}$.

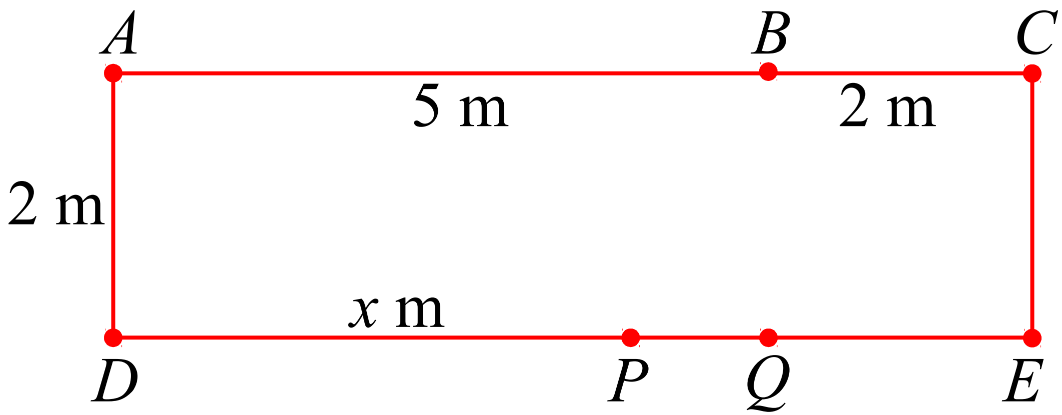
$|PA|^2 = x^2 + 2^2$ $\quad |PB|^2 = (5 - x)^2 + 2^2 = 25 - 10x + x^2 + 4$

$|PC|^2 = (7 - x)^2 + 2^2 = 49 - 14x + x^2 + 4$

$f(x) = x^2 + 4 + 29 - 10x + x^2 + 53 - 14x + x^2$

$= 3x^2 - 24x + 86$ 5

(b) Is dronuilleog í $ADEC$ ina bhfuil $|AC| = 7$ m agus $|AD| = 2$ m, mar a thaispeántar.
Tá an pointe B ar $[AC]$ áit a bhfuil $|AB| = 5$ m.
Tá an pointe P ar $[DE]$ áit a bhfuil $|DP| = x$ m.



(ii) Tá íosluach ar $f(x)$ ag $x = k$.
Faigh an luach ar k agus an t-íosluach ar $f(x)$.

$f(x) = 3x^2 - 24x + 86$ cuid **(b) (i)**

$f'(x) = 6x - 24$ $f''(x) = 6 > 0$ íosluach

$6x = 24$

$x = 4 = k$ $f(4) = 3(4)^2 - 24(4) + 86 = 38$

15

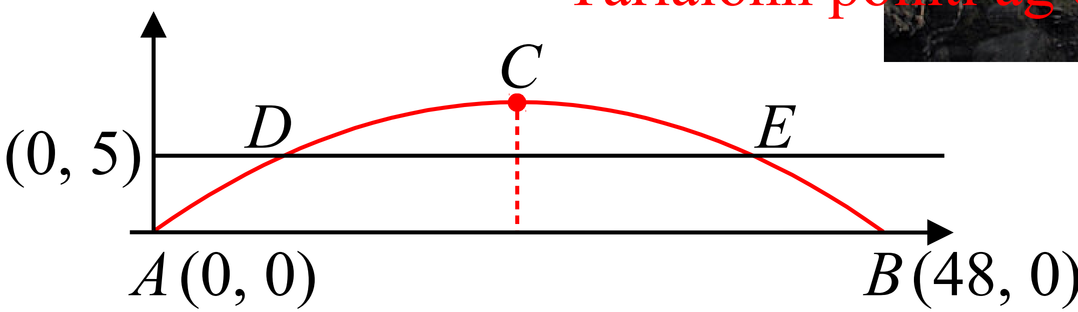
Páipéar 1 Ceist 8
2014

50 marc

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

In 2011, osclaíodh droichead coise nua ag Carn Uí Néid, an pointe is faide siar ó dheas in Éirinn. Tá cruth parabóile ar áirse an droichid, mar a thaispeántar. Is é an fad atá i réise na háirse [AB] ná 48 méadar.

Tarlaíonn pointí ag casadh nuair $\frac{dy}{dx} = 0$



$C = (24, 7{\cdot}488)$

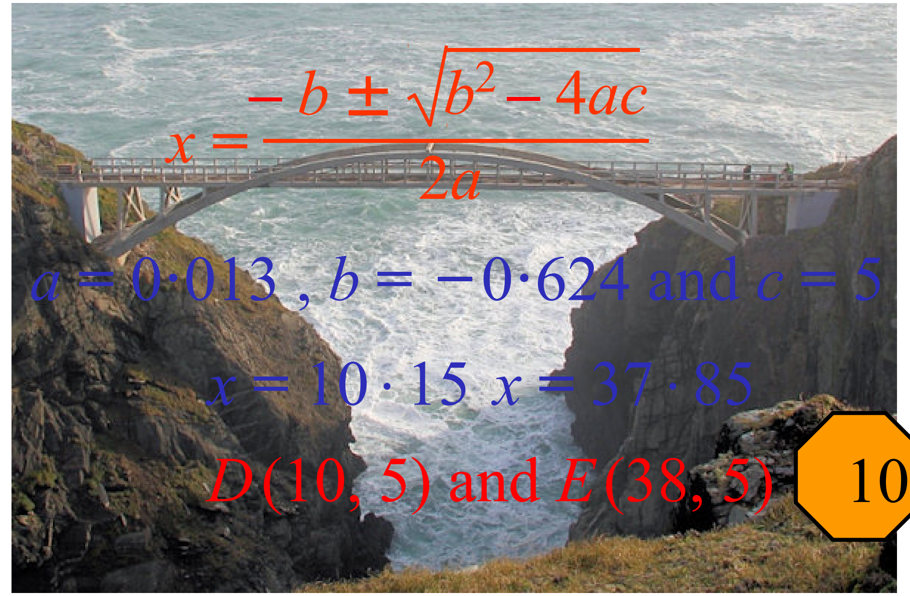
(a) Agus an plána comhordanáideach á úsáid, le $A(0, 0)$ agus $B(48, 0)$, is é cothromóid na parabóile ná $y = -0{\cdot}013x^2 + 0{\cdot}624x$. Faigh comhordanáidí C, an pointe is airde san áirse.

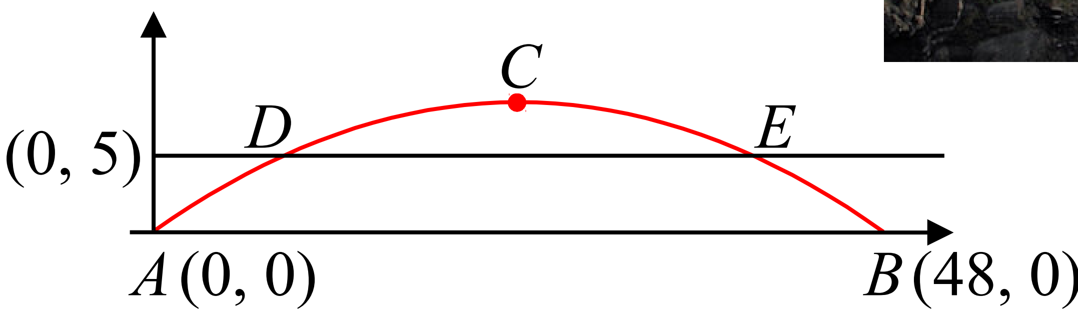
$$\frac{dy}{dx} = -2(0{\cdot}013)x + 0{\cdot}624 = 0 \qquad y = -0{\cdot}013(24)^2 + 0{\cdot}624(24)$$

$$0{\cdot}026x = 0{\cdot}624 \Rightarrow x = 24 \qquad = 7{\cdot}488$$

15

In 2011, osclaíodh droichead coise nua ag Carn Uí Néid, an pointe is faide siar ó dheas in Éirinn. Tá cruth parabóile ar áirse an droichid, mar a thaispeántar. Is é an fad atá i réise na háirse $[AB]$ ná 48 méadar.





(b) Is é an fad ingearach idir an deic siúil, $[DE]$, agus $[AB]$ ná 5 mhéadar. Faigh comhordanáidí D agus E.
Bíodh do fhreagraí ceart go dtí an tslánuimhir is gaire.

$$x = \frac{-(-0{\cdot}624) \pm \sqrt{(-0{\cdot}624)^2 - 4(0{\cdot}013)(5)}}{2(0{\cdot}013)} = \frac{0{\cdot}624 \pm 0{\cdot}360}{0{\cdot}026}$$

In 2011, osclaíodh droichead coise nua ag Carn Uí Néid, an pointe is faide siar ó dheas in Éirinn. Tá cruth parabóile ar áirse an droichid, mar a thaispeántar. Is é an fad atá i réise na háirse [AB] ná 48 méadar.

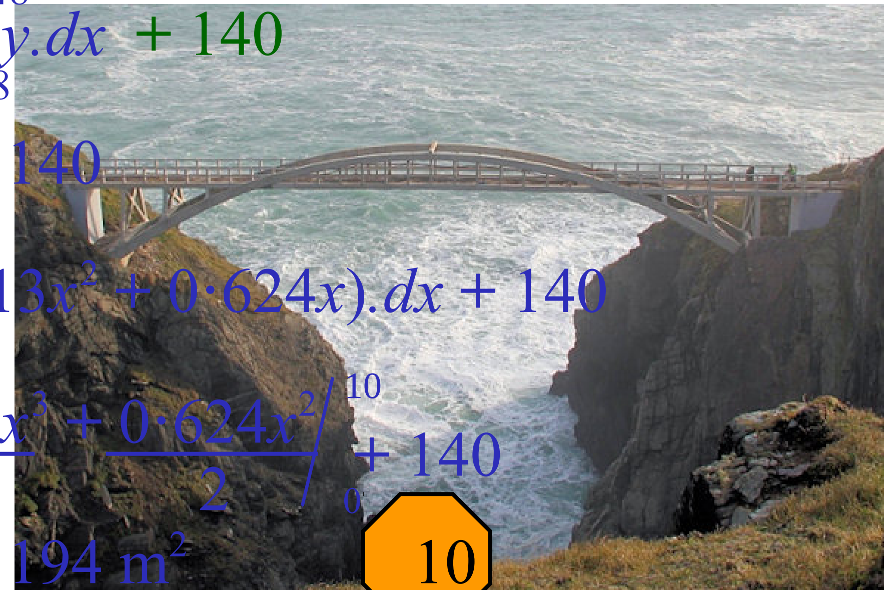
$$\text{Achar } ADEB = \int_0^{10} y.dx + \int_{38}^{48} y.dx + 140$$

$$= 2\int_0^{10} y.dx + 140$$

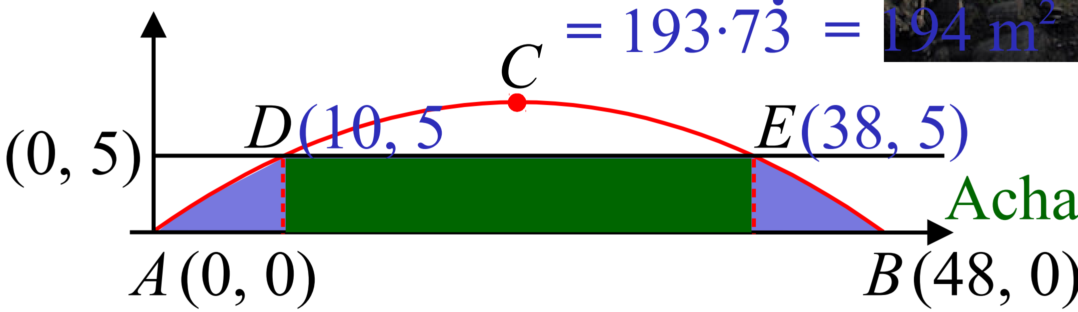
$$= 2\int_0^{10} (-0{\cdot}013x^2 + 0{\cdot}624x).dx + 140$$

$$= 2\left[\frac{-0{\cdot}013x^3}{3} + \frac{0{\cdot}624x^2}{2}\right]_0^{10} + 140$$

$$= 193{\cdot}7\dot{3} = 194 \text{ m}^2$$



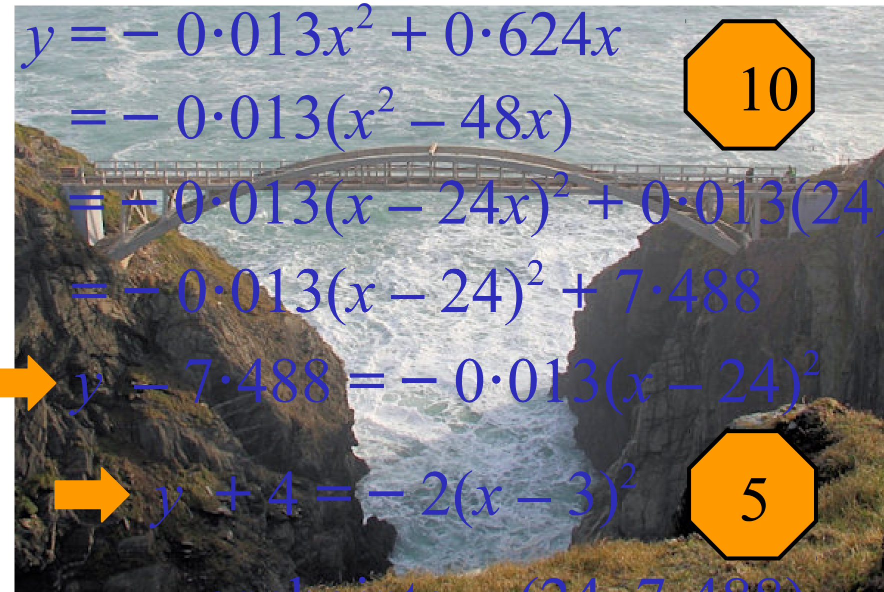
10



Achar = 28 × 5 = 140

(c) Agus suimeáil á húsáid agat, ríomh achar an réigiúin scáthaithe $ABED$, a thaispeántar sa léaráid thíos. Bíodh do freagra ceart go dtí an tslánuimhir is gaire.

In In 2011, osclaíodh droichead coise nua ag Carn Uí Néid, an pointe is faide siar ó dheas in Éirinn. Tá cruth parabóile ar áirse an droichid, mar a thaispeántar. Is é an fad atá i réise na háirse $[AB]$ ná 48 méadar.



$y = -0{\cdot}013x^2 + 0{\cdot}624x$

10

$= -0{\cdot}013(x^2 - 48x)$

$= -0{\cdot}013(x - 24x)^2 + 0{\cdot}013(24)^2$

$= -0{\cdot}013(x - 24)^2 + 7{\cdot}488$

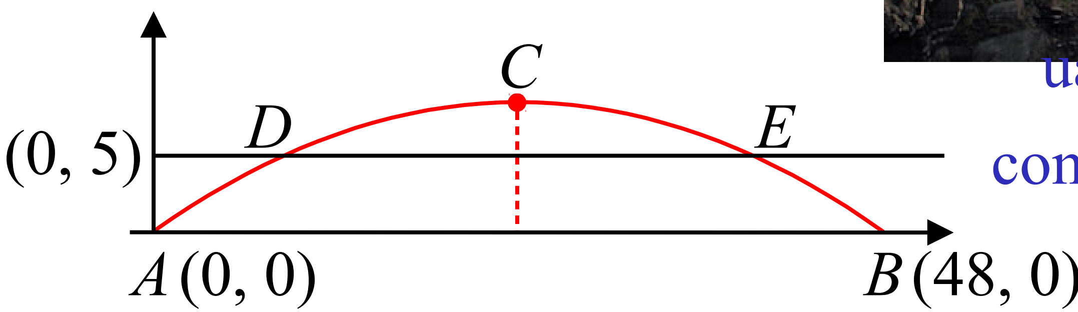
$y - 7{\cdot}488 = -0{\cdot}013(x - 24)^2$

$y + 4 = -2(x - 3)^2$

5

uasphointe $= (24, 7{\cdot}488)$

comhéifeacht de $x^2 = -0{\cdot}013$



(d) Scríobh cothromóid na parabóile i gcuid **(a)** san fhoirm $y - k = p(x - h)^2$, áit a bhfuil k, p, agus h ina tairisigh.

(e) Agus an méid atá foghlamtha agat i gcuid **(d)** thuas a úsáid agat, nó ar shlí eile, scríobh sios cothromóid parabóile inarb é comhéifeacht x^2 ná -2 agus inarb iad comhordanáidí an uasphointe ná $(3, -4)$.

Páipéar 1 Ceist 5
2014 Sampla SEC

25 marc

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

www.mathsplus.ie

Is é A an t-eatramh dúnta [0, 5]. Is é sin, tá, $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 5,\, x \in \mathbb{R}\}$.

Sainítear an fheidhm f ar A mar: $f : A \to \mathbb{R} : x \mapsto x^3 - 5x^2 + 3x + 5$.

(a) Faigh uasluach f agus íosluach f.

Tarlaíonn pointí ag casadh nuair $f'(x) = 0$.

$$f(x) = x^3 - 5x^2 + 3x + 5$$

$$f'(x) = 3x^2 - 10x + 3 = 0$$

$$(3x - 1)(x - 3) = 0$$

$$x = \frac{1}{3} \qquad x = 3$$

$$f''(x) = 6x - 10$$

$$f''\left(\frac{1}{3}\right) = 6\left(\frac{1}{3}\right) - 10 = -8 < 0 \qquad f''(x) = 6(3) - 10 = 8 > 0$$

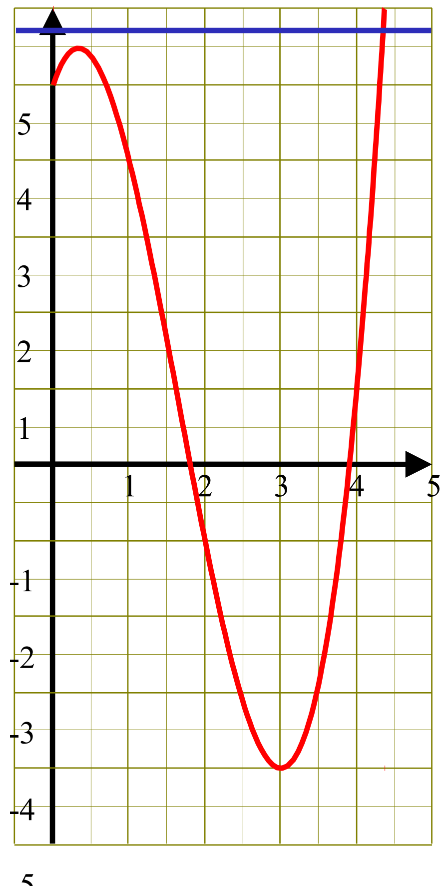
$$f\left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 - 5\left(\frac{1}{3}\right)^2 + 3\left(\frac{1}{3}\right) + 5 = 5 \cdot 48 \qquad f(3) = (3)^3 - 5(3)^2 + 3x + 5$$

uasluach f é $5 \cdot 48$ íosluach f é -4

Is é A an t-eatramh dúnta [0, 5]. Is é sin, tá, $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 5, x \in \mathbb{R}\}$.

Sainítear an fheidhm f ar A mar: $f : A \to \mathbb{R} : x \mapsto x^3 - 5x^2 + 3x + 5$.

(b) Luaigh cé acu atá f inteilgeach nó nach bhfuil. Tabhair cúis le do fhreagra.



Níl f inteilgeach mar go dtrasnóidh aon líne chothrománach sa raon tugtha an cuar ag níos mó ná aon phointe amháin.

Páipéar 1 Ceist 6
2014 Sampla SEC

25 marc

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

(a) (i) Scríobh síos trí fhrithdhíorthach dhifriúla den fheidhm

$$g : x \mapsto x^3 - 3x^2 + 3,\ x \in \mathbb{R}.$$

$$\frac{x^4}{4} - x^3 + 3x + 5$$

$$\frac{x^4}{4} - x^3 + 3x - 3$$

$$\frac{x^4}{4} - x^3 + 3x + 15$$

(ii) Mínigh cad is brí leis an suimeálaí éiginnte d'fheidhm f.

An fhrithdhifreáil a thugtar ar an bpróiseas a bhaineann le feidhm a fháil óna díorthach.
Is ionann an fhrithdhifreáil agus an difreáil droim ar ais. Suimeálaí éiginnte: tacar do fhrithdhíorthaigh féideartha feidhme.

(b) **(i)** Bíodh $h(x) = \overset{u}{x} \ln \overset{v}{x}$, le haghaidh $x \in \mathbb{R}, \ x > 0$.
Faigh $h'(x)$.

$$u = x \qquad\qquad v = \ln x$$

$$\frac{du}{dx} = 1 \qquad\qquad \frac{dv}{dx} = \frac{1}{x}$$

Riail an toraidh

$$\frac{dy}{dx} = u\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx}$$

$$= x\frac{1}{x} + 1\ln x$$

$$= 1 + \ln x$$

(ii) Uaidh sin, faigh $\int \ln x \, dx$.

$$\int \ln x \, dx = x \ln x - \int 1 dx$$

$$= x \ln x - x + c$$

Páipéar 1 Ceist 7
2014 Sampla SEC

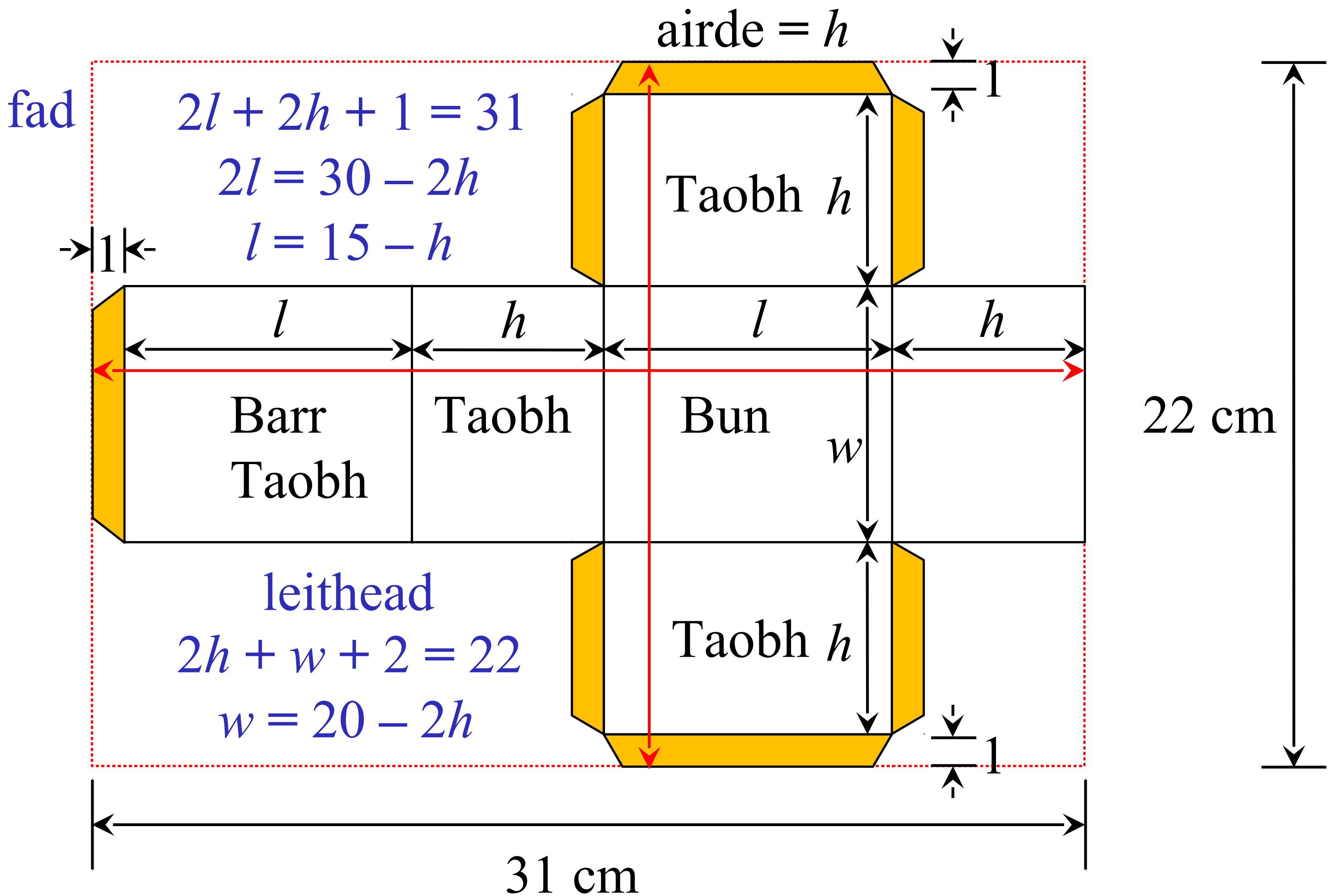
50 marc

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

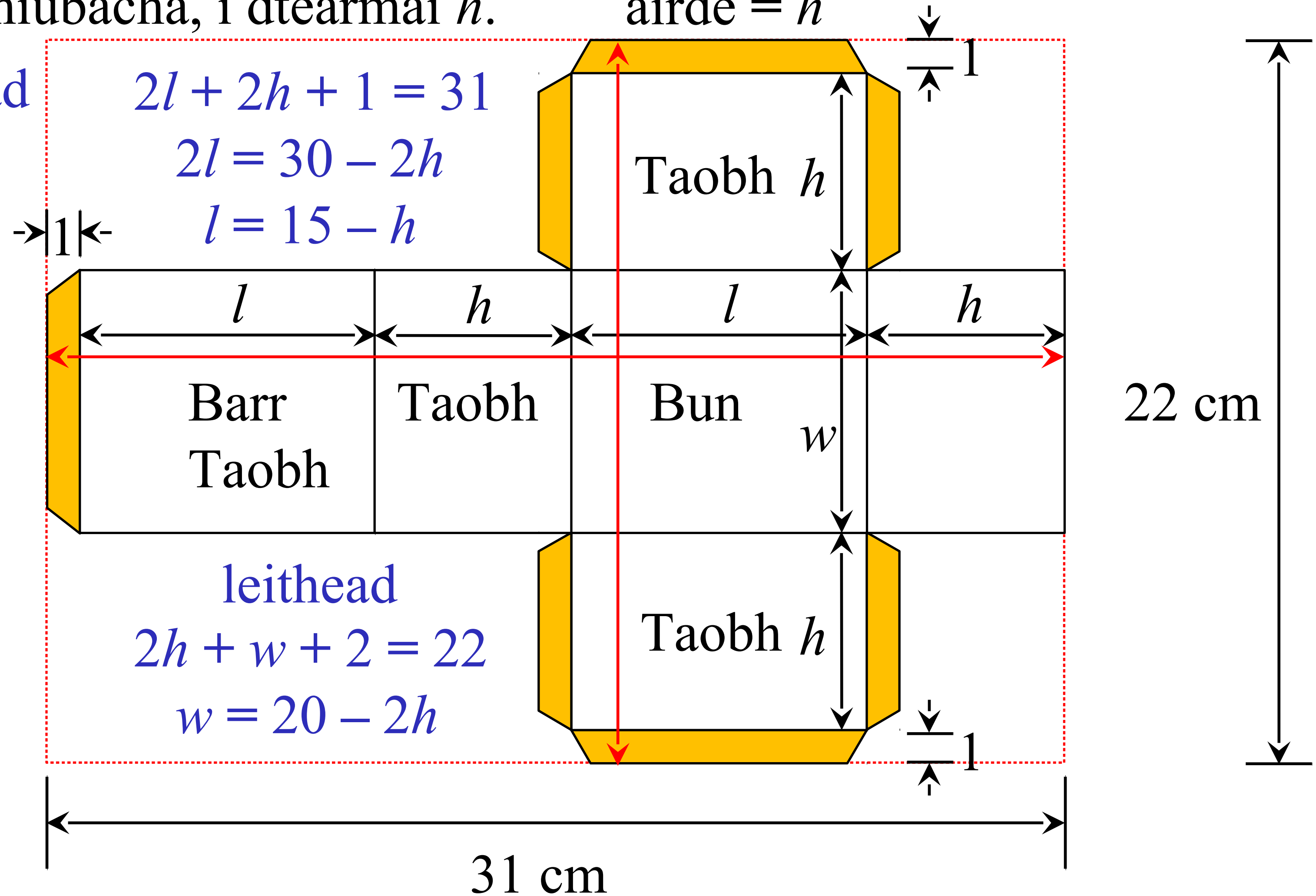
Caithfidh comhlacht bosca dronuilleogach a dhearadh le haghaidh raon nua de mhilseáin ghlóthaí.Déanfar an bosca a chóimeáil as píosa amháin cairtchláir, a ghearrfar as bileog dhronuilleogach 31 cm faoi 22 cm. Tá toilleadh (toirt) 500 cm3 le bheith sa bhosca.

Taispeántar thíos eangach an bhosca. Tá an comhlacht chun an fad iomlán agus an leithead iomlán den phíosa dronuilleogach cairtchlár a úsáid. Is éard atá sna codanna scáthaithe ná flapaí atá 1 cm ar leithead agus atá riachtanach don chóimeáil. Tá an bosca *h* cm ar airde, mar a thaispeántar sa léaráid.

(a) Scríobh toisí an bhosca ina gceintiméadair, i dtéarmaí h.



(b) Scríobh slonn do thoilleadh an bhosca ina cheintiméadair chiúbacha, i dtéarmaí h.



fad

$$2l + 2h + 1 = 31$$
$$2l = 30 - 2h$$
$$l = 15 - h$$

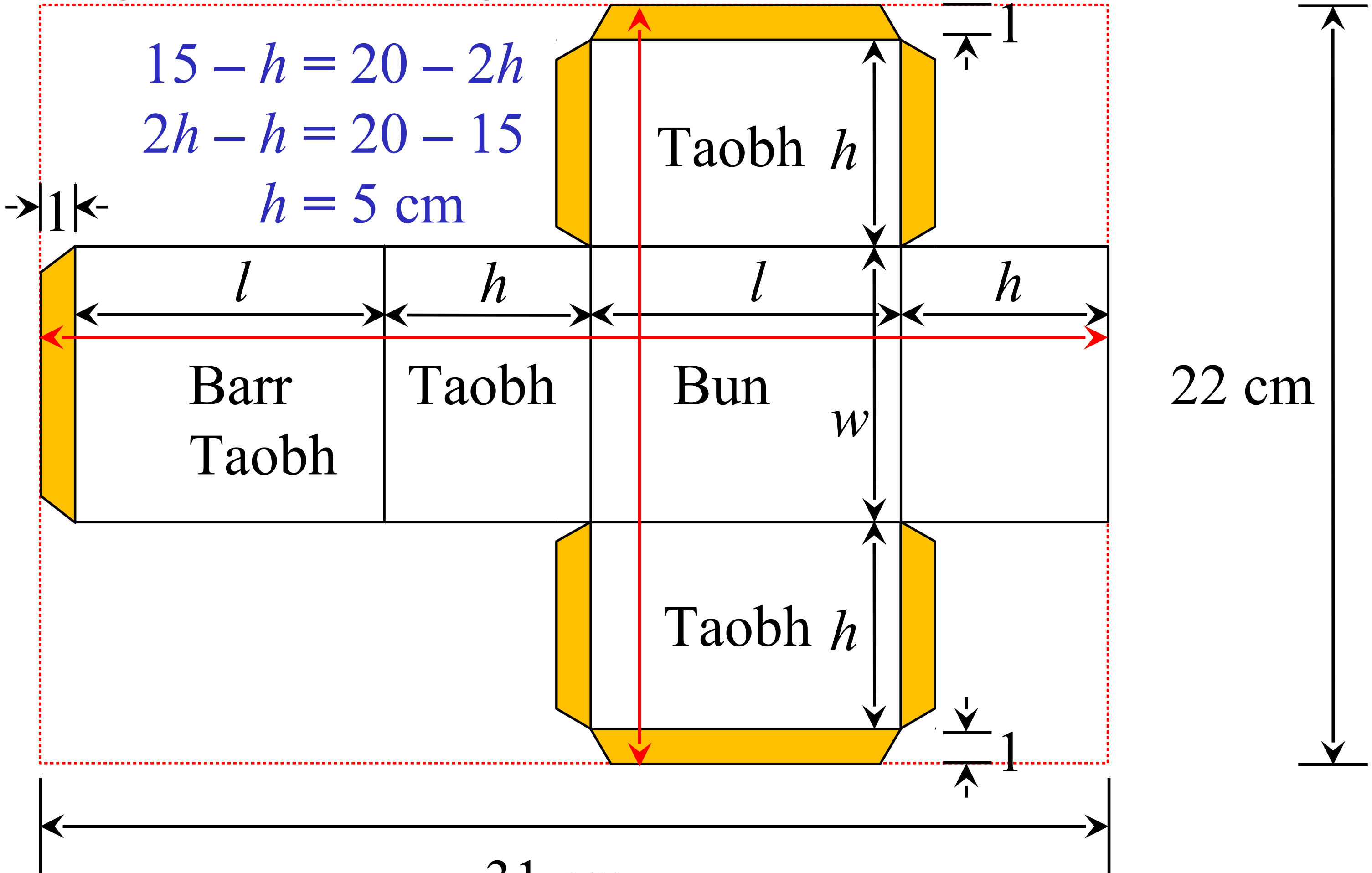
leithead

$$2h + w + 2 = 22$$
$$w = 20 - 2h$$

Toilleadh $= l \times b \times h = (15 - h)(20 - 2h)h$

(c) Taispeáin i gcás an luacha ar h a thugann bosca a bhfuil bun cearnógach air, go dtugann sé an toilleadh ceart. $\Rightarrow l = w$

$$15 - h = 20 - 2h$$
$$2h - h = 20 - 15$$
$$h = 5 \text{ cm}$$



Thoilleadh $= l \times b \times h = (15 - h)(20 - 2h)h$

$= (15 - 5)(20 - 2(5))5 = 500 \text{ cm}^3$

(d) Faigh, ceart go dtí ionad deachúlach amháin, an luach eile ar h a thugann bosca den toilleadh ceart.

$$\text{Toilleadh} = (15 - h)(20 - 2h)h = 500 \text{ cm}^3$$

$$(300 - 30h - 20h + 2h^2)h = 500$$

$$(300 - 50h + 2h^2)h = 500$$

$$300h - 50h^2 + 2h^3 = 500$$

$$2h^3 - 50h^2 + 300h - 500 = 0$$

Roinn ar 2

$$h^3 - 25h^2 + 150h - 250 = 0$$

(h – 5) is fachtóir é seo

$$(h - 5)(h^2 - 20h + 50) = 0$$

$$\begin{array}{r|l} & h^2 - 20h + 50 \\ \hline (h-5) & \cancel{h^3} - 25h^2 + 150h - 250 \\ - & \cancel{h^3} - 5h^2 \\ \hline & -\cancel{20h^2} + 150h \\ - & -\cancel{20h^2} + 100h \\ \hline & 50h - 250 \\ - & 50h - 250 \\ \hline & 0 \end{array}$$

$$h = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

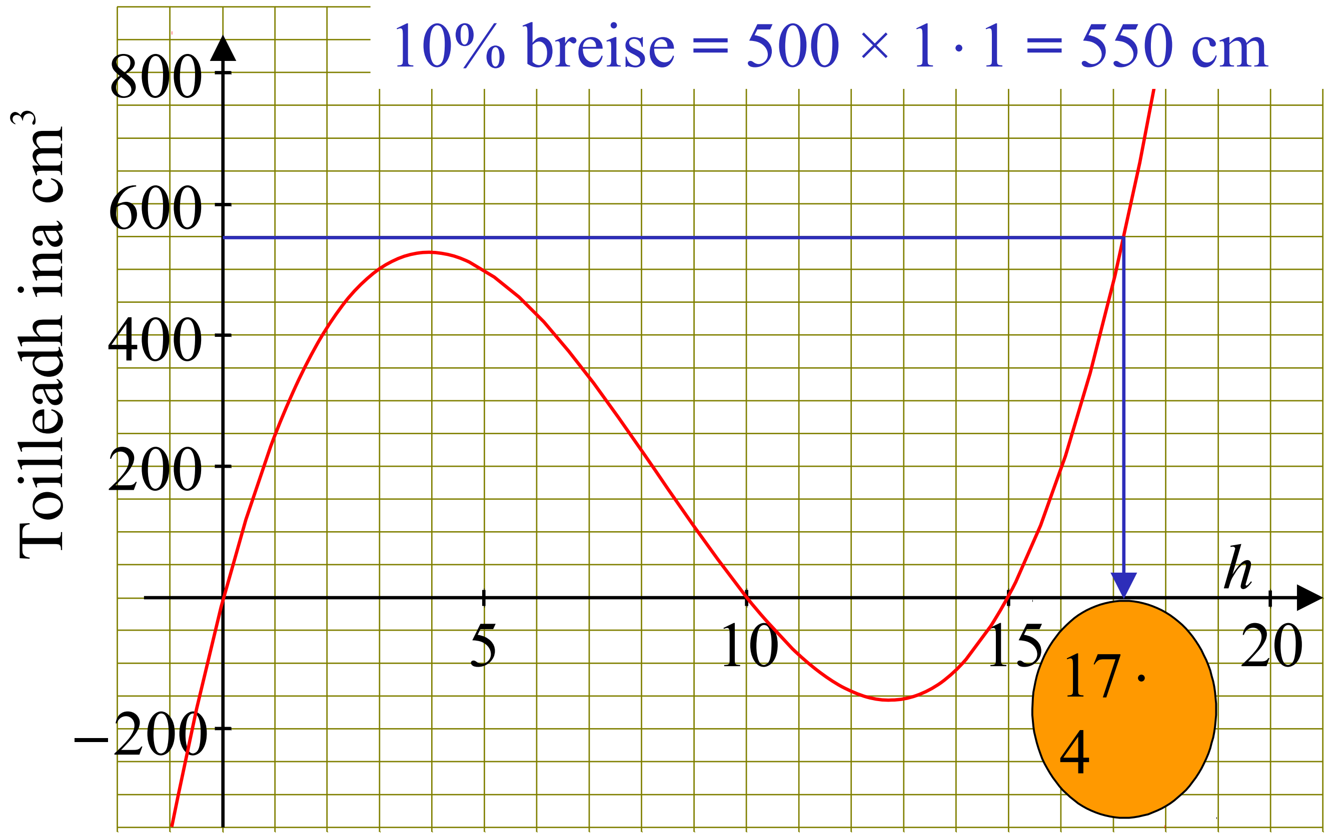
$a = 1$, $b = -20$ agus $c = 50$

$$h = \frac{-(-20) \pm \sqrt{(-20)^2 - 4(1)(50)}}{2(1)} = \frac{20 \pm \sqrt{200}}{2}$$

$h = 17 \cdot 07$ $h = 2 \cdot 928$ cm...

(e) Tá tionscnamh díolacháin speisialta “10% breise saor in aisce” á phleanáil ag an gcustaiméir agus teastaíonn uaidh toilleadh an bhosca a mhéadú de 10%. Tá an comhlacht ag seiceáil cé acu is féidir leo nó nach féidir an bosca nua seo a dhéanamh as píosa cairtchláir den mhéid chéanna agus a bhí sa phíosa bunaidh (31 cm × 22 cm). Tarraingíonn siad an graf thíos chun toilleadh an bhosca a léiriú mar fheidhm de *h*. Bain úsáid as an ngraf chun a mhíniú cén fáth *nach* féidir an bosca mór a dhéanamh as píosa cairtchláir dá leithéid.

(e) Tá tionscnamh díolacháin speisialta "10% breise saor in aisce" á phleanáil ag an gcustaiméir agus teastaíonn uaidh toilleadh an bhosca a mhéadú de 10%.



Tá airde de 17 · 4 cm rófhada a dhéanamh bosca as an píosa cairtchláir mar go bhfuil an fad *l* an bhosca ionann agus (15 – *h*).

Páipéar 1 Ceist 9
2014 Sampla SEC

50 marc

$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

(a) Bíodh $f(x) = -0{\cdot}5x^2 + 5x - 0{\cdot}98$, áit a bhfuil $x \in \mathbb{R}$.

(i) Faigh luach $f(0{\cdot}2)$.

$$f(0{\cdot}2) = -0{\cdot}5(0{\cdot}2)^2 + 5(0{\cdot}2) - 0{\cdot}98 \quad = 0$$

(ii) Taispeáin go bhfuil uasphointe logánta ag f ag an bpointe $(5,\ 11{\cdot}52)$.

$$f'(x) = -x + 5$$

Tarlaíonn pointí ag casadh nuair $f'(x) = 0$

$$-x + 5 = 0$$

$$x = 5$$

$$f(5) = -0{\cdot}5(5)^2 + 5(5) - 0{\cdot}98 = 11 \cdot 52$$

$$f''(x) = -1 < 0$$

is uasphointe casaidh é $(5,\ 11{\cdot}52)$

(b) Faightear garluach ar threoluas rábálaí i rith rás 100 méadar áirithe leis an tsamhail thíos, áit arb é v an treoluas ina mhéadair sa soicind agus t an t-am ina shoicindí ón gcomhartha tosaithe:

$$v(t) = \begin{cases} 0, \text{ le haghaidh } 0 \leq t < 0 \cdot 2 \\ -0{\cdot}5t^2 + 5t - 0{\cdot}98, \text{ le haghaidh } 0 \cdot 2 \leq t < 5 \\ 11{\cdot}52, \text{ le haghaidh } t \geq 5 \end{cases}$$

Tabhair faoi deara go bhfuil baint ag an bhfeidhm i bpáirt **(a)** le $v(t)$ thuas.

Photo: *William Warby*. Wikimedia Commons. CC BY 2.0

(i) Déan sceitse de v mar fheidhm de t le haghaidh na chéad 7 soicind den rás.

$$f(0\cdot2) = -0\cdot5(0\cdot2)^2 + 5(0\cdot2) - 0\cdot98 = 0$$
$$f(1) = -0\cdot5(1)^2 + 5(1) - 0\cdot98 = 3\cdot52$$
$$f(2) = -0\cdot5(2)^2 + 5(2) - 0\cdot98 = 7\cdot02$$
$$f(3) = -0\cdot5(3)^2 + 5(3) - 0\cdot98 = 9\cdot52$$
$$f(4) = -0\cdot5(4)^2 + 5(4) - 0\cdot98 = 11\cdot02$$
$$f(5) = -0\cdot5(5)^2 + 5(5) - 0\cdot98 = 11\cdot52$$

Photo: *William Warby*. Wikimedia Commons. CC BY 2.0

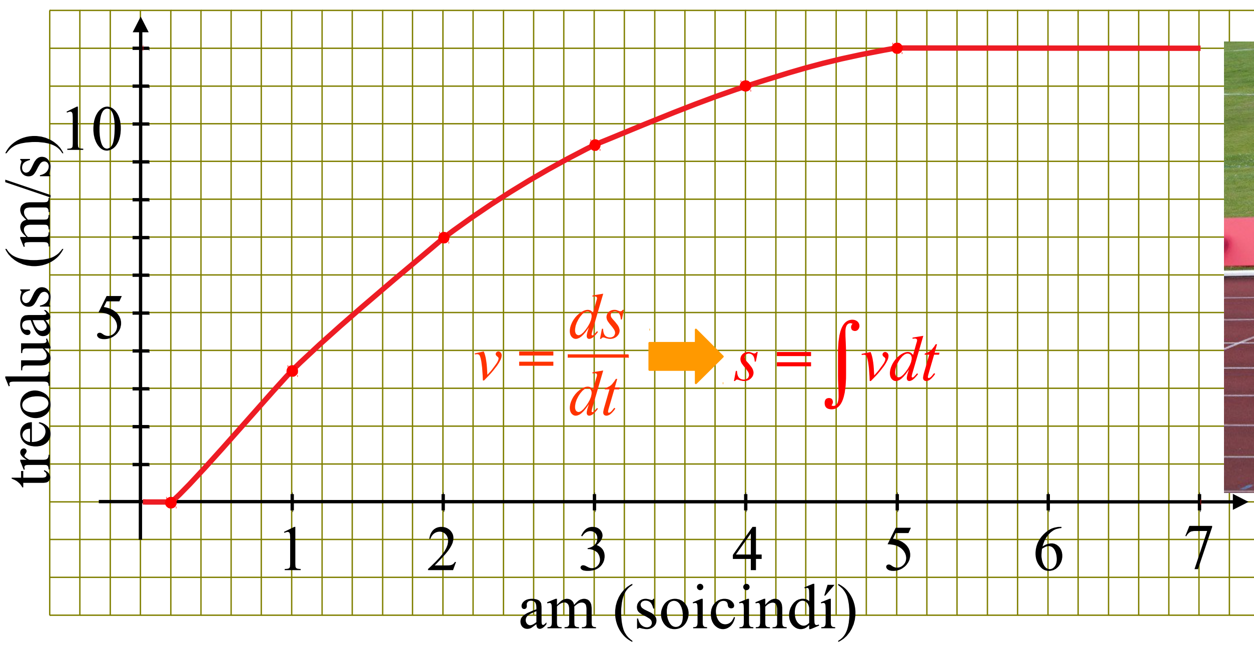
(ii) Faigh an fad slí a thaistil an rábálaí sna chéad 5 shoicind den rás.

$$s = \int_{0\cdot 2}^{5} v\,dt = \int_{0\cdot 2}^{5}(-0\cdot 5t^2 + 5t - 0\cdot 98)\,dt = \left[-\frac{0\cdot 5}{3}t^3 + \frac{5}{2}t^2 - 0\cdot 98t\right]_{0\cdot 2}^{5}$$

$$s = -\frac{0\cdot 5}{3}(5)^3 + \frac{5}{2}(5)^2 - 0\cdot 98(5) - \left[-\frac{0\cdot 5}{3}(0\cdot 2)^3 + \frac{5}{2}(0\cdot 2)^2 - 0\cdot 98(0\cdot 2)\right]$$

$$s = 36\cdot 767 + 0\cdot 097$$

$$= 36\cdot 864\text{ m}$$

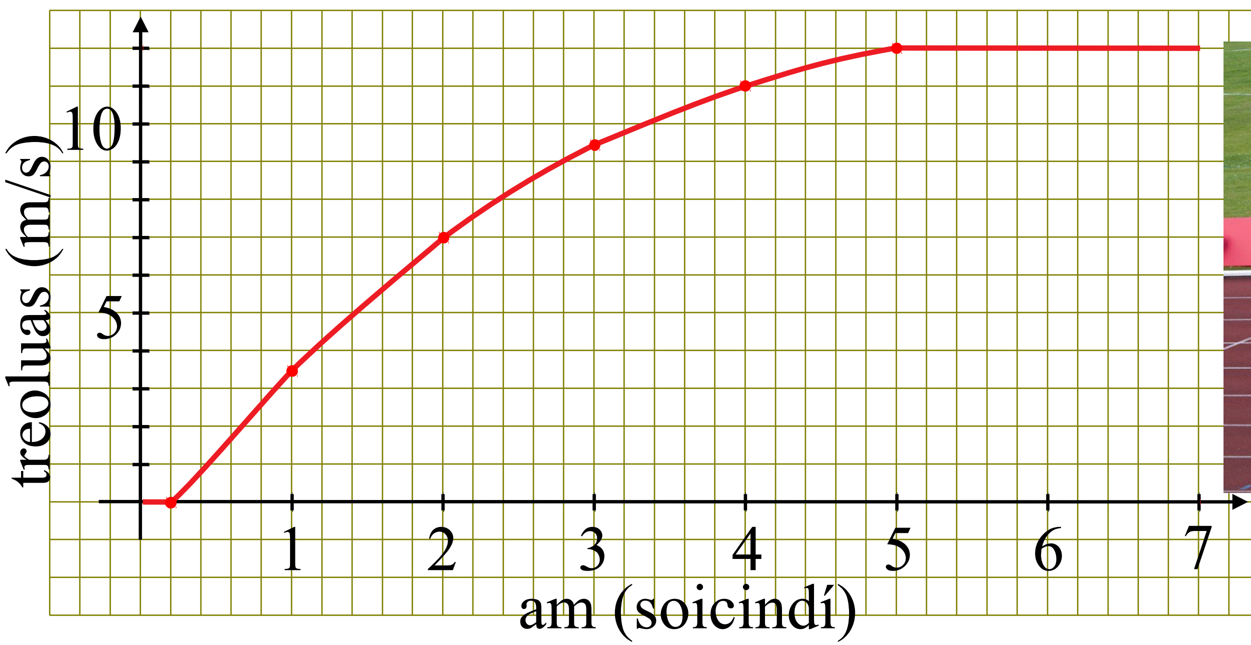


(iii) Faigh an t-am inar chríochnaigh an rábálaí an rás.
Tabhair do fhreagra ceart go dtí dhá ionad dheachúlacha.

Ritheann an rábálaí 36 · 86 m sa chéad 5 soicind
Ritheann sé an chuid eile den rás, achar = 63 · 14 m ag 11 · 52 m/s

$$\text{am} = \frac{\text{achar}}{\text{treoluas}} = \frac{63 \cdot 1}{4} = 5{\cdot}48 \text{ sec}$$

$$\text{am iomlán} = 5 + 5{\cdot}48 \;\; \frac{11 \cdot 5}{2} = 10{\cdot}48 \text{ sec}$$



(c) Tá liathróid sneachta sféarúil ag leá ar ráta atá i gcomhréir le hachar a dromchla. Is é sin, tá an ráta ar a bhfuil a toirt ag laghdú, ag am ar bith, i gcomhréir le hachar a dromchla ag an am sin.

(i) Cruthaigh go bhfuil ga na liathróide sneachta ag laghdú ar ráta tairiseach.

Toirt sféir

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Achar dromchla an sféir

$$A = 4\pi r^2$$

$$\frac{dV}{dr} = 4\pi r^2 \Rightarrow \frac{dr}{dV} = \frac{1}{A}$$

$$\frac{dV}{dt} = -kA$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{dr}{dV} \times \frac{dV}{dt}$$

$$= \frac{1}{\cancel{A}} \times -k\cancel{A}$$

$$= -k$$

Go bhfuil ga na liathróide sneachta ag laghdú ar ráta tairiseach

(c) Tá liathróid sneachta sféarúil ag leá ar ráta atá i gcomhréir le hachar a dromchla. Is é sin, tá an ráta ar a bhfuil a toirt ag laghdú, ag am ar bith, i gcomhréir le hachar a dromchla ag an am sin.

$$\frac{dr}{dt} = -k \;\Rightarrow\; r = \int -k\,dt \;\Rightarrow\; r = -kt + c \;\Rightarrow\; r = -kt + r_0$$

(ii) Má chailleann an liathróid sneachta leath a toirte in imeacht uair an chloig, cén fad ama sa bhreis a ghlacfaidh sé uirthi leá go hiomlán?
Bíodh do fhreagra ceart go dtí an nóiméad is gaire.

Cathain $t = 0$, lig don gha $= r_0 \;\Rightarrow\; c = r_0$

Cathain $t = 1$, lig don gha $= r_1$

$$V = \frac{4}{3}\pi r_1^{\,3} = \frac{2}{3}\pi r_0^{\,3} \;\Rightarrow\; 2r_1^{\,3} = r_0^{\,3} \;\Rightarrow\; r_1 = \frac{r_0}{\sqrt[3]{2}} = -k(1) + r_0$$

$$\frac{r_0}{\sqrt[3]{2}} = -k + r_0$$

$$k = r_0 - \frac{r_0}{\sqrt[3]{2}}$$

Cathain $r = 0$ $\quad 0 = -\left(r_0 - \frac{r_0}{\sqrt[3]{2}}\right)t + r_0$

$$t = \frac{1\,\cancel{r_0}}{\cancel{r_0}\left(1 - \frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right)} = 4.847 \text{ uair an chloig} = 291 \text{ nóiméad}$$

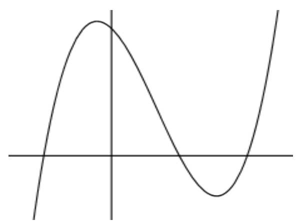
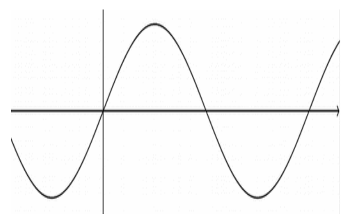
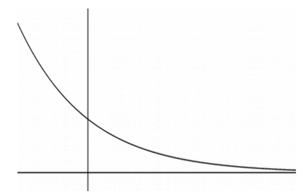
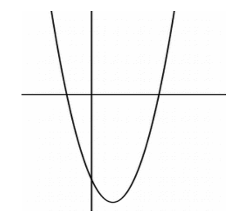
Ama sa bhreis $= 291 - 60 = 231$ nóiméad

Páipéar 1 Ceist 5
2013

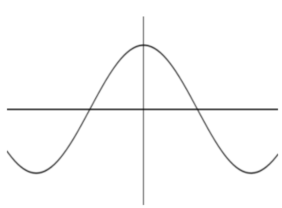
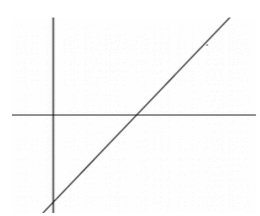
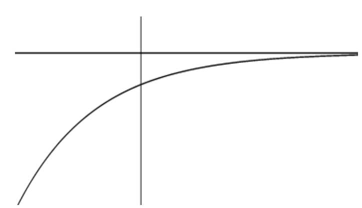
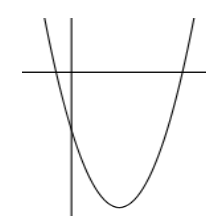
25 marc

An Chomhairle um Oideachas
Gaeltachta & Gaelscolaíochta

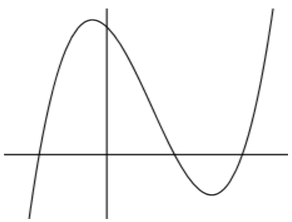
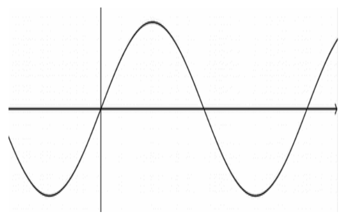
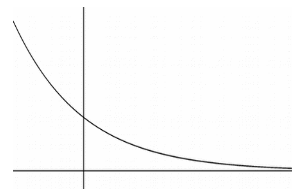
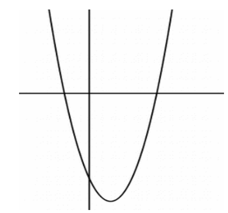
I ngach léaráid thíos taispeántar cuid de ghraf feidhme. Tá gach feidhm díobh seo cearnach nó ciúbach nó triantánúil nó easpónantúil (ní gá gur san ord sin atá siad).

f	g	h	k
			

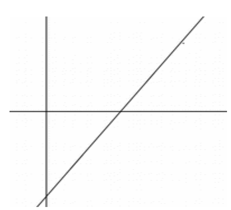
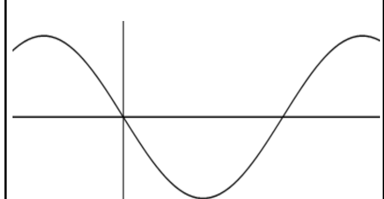
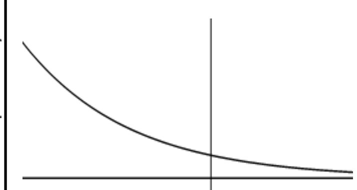
I ngach léaráid thíos taispeántar cuid de ghraf an chéad díorthaigh de cheann amháin de na feidhmeanna thuas (ní gá gur san ord céanna atá siad)

A	B	C	D
			

I ngach léaráid thíos taispeántar cuid de ghraf feidhme. Tá gach feidhm díobh seo cearnach nó ciúbach nó triantánúil nó easpónantúil (ní gá gur san ord sin atá siad).

f	g	h	k
			

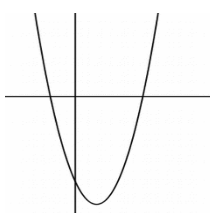
I ngach léaráid thíos taispeántar cuid de ghraf an dara díorthach de cheann amháin de na feidhmeanna tosaigh (ní gá gur san ord céanna atá siad).

I	II	III	IV
			

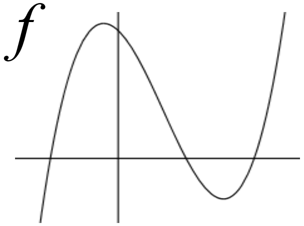
(a) Comhlánaigh an tábla thíos agus déan an fheidhm a mheaitseáil lena céad díorthach agus lena dara díorthach.

Cineál Feidhme	Feidhm	An chéad díorthach	An dara díorthach
Cearnach	*k*	B	
Ciúbach	*f*	D	
Triantánúil	*g*	A	
Easpónantúil	*h*	C	

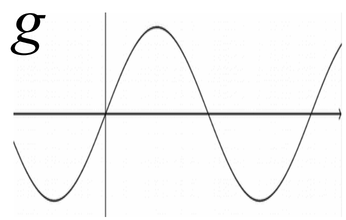
k



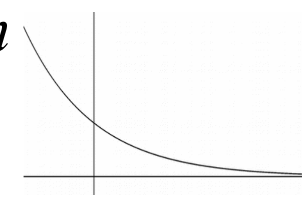
f



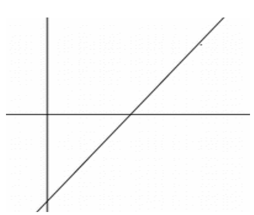
g



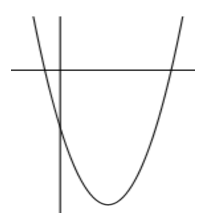
h



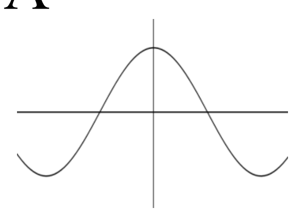
B



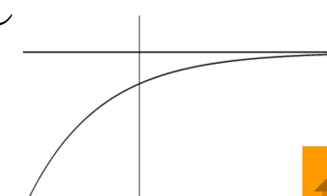
D



A



C

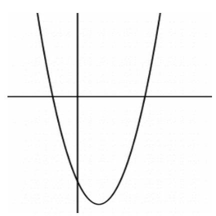


(a) Comhlánaigh an tábla thíos agus déan an fheidhm a mheaitseáil lena céad díorthach agus lena dara díorthach.

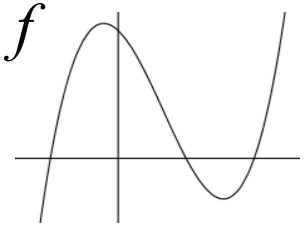
Cineál Feidhme	Feidhm	An chéad díorthach	An dara díorthach
Cearnach	k	B	I
Ciúbach	f	D	II
Triantánúil			
Easpónantúil	g	A	III
	h	C	IV

15

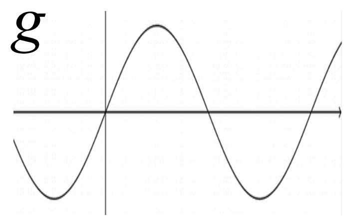
k



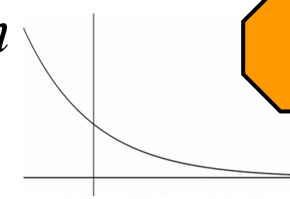
f



g

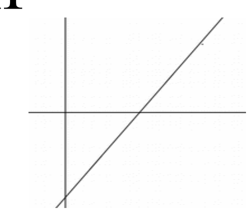


h

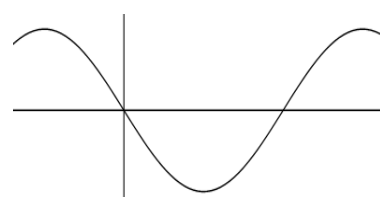


I

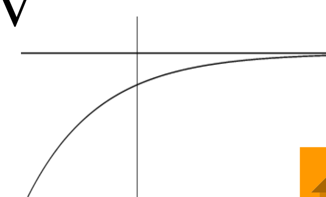
II



III



IV

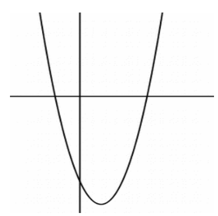


(b) I gcás líne **amháin** sa tábla, mínigh do rogha don chéad díorthach agus don dara díorthach.

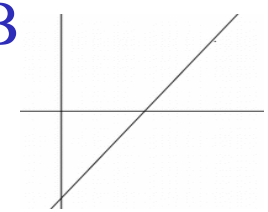
Cineál Feidhme	Feidhm	An chéad díorthach	An dara díorthach
Cearnach	k	B	I
Ciúbach	f	D	II
Triantánúil			
Easpónantúil	g	A	III
	h	C	IV

10

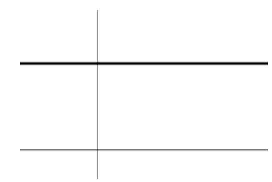
k



B



I



Déantar líne d'fheidhm chearnach nuair a dhifreáiltear í agus déantar tairiseach de líne nuair a dhifreáiltear í.

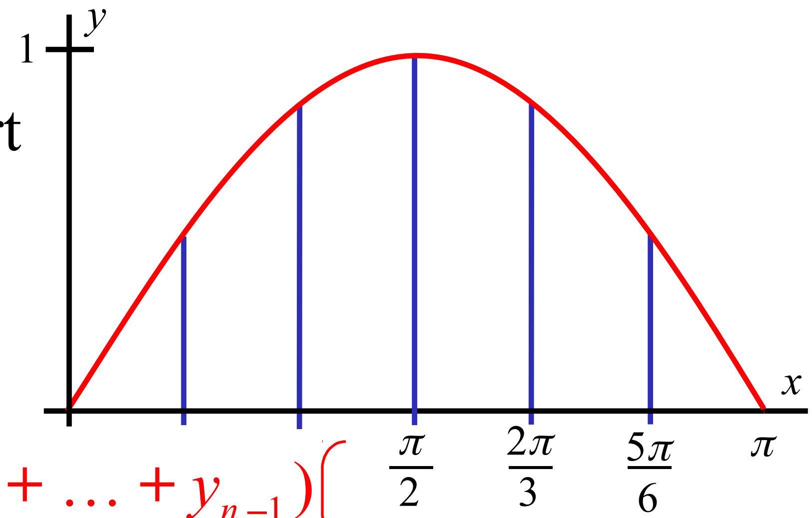
Páipéar 1 Ceist 6
2013

25 marc

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

www.mathsplus.ie

Sa léaráid taispeántar graf na feidhme $y = \sin x$ san fhearann $0 \leq x \leq \pi, x \in \mathbb{R}$.



(a) Comhlánaigh an tábla thíos, ceart go dtí trí ionad dheachúlacha.

$$h = \frac{\pi}{6}$$

$$\text{Achar} \approx \frac{h}{2}\left(y_1 + y_n + 2(y_2 + y_3 + \ldots + y_{n-1})\right)$$

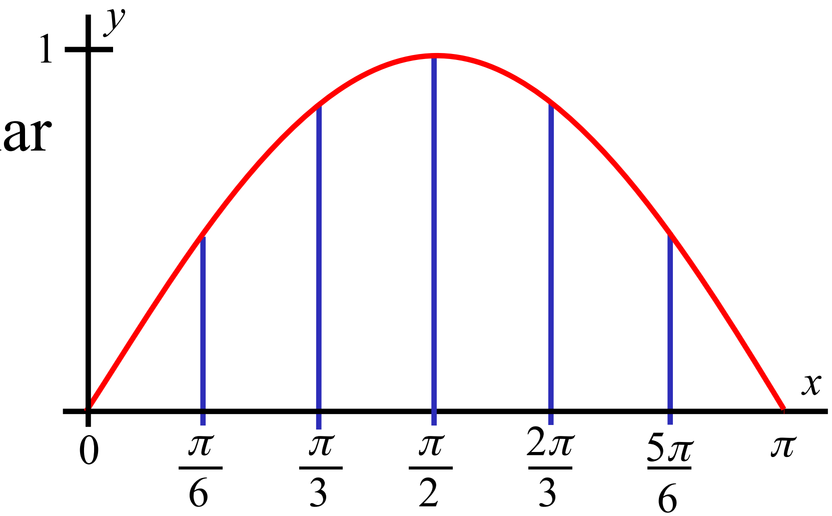
5

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
y	0	$0 \cdot 500$	$0 \cdot 866$	1	$0 \cdot 866$	$0 \cdot 500$	0

(b) Bain úsáid as an riail thraipéasóideach agus faigh garbh-achar an réigiúin atá iniata idir an cuar agus an x-ais san fhearann tugtha.

Achar $\approx \frac{1}{2}\frac{\pi}{6}$ $1 \cdot 95400$ to 3 ionad $(0 + 0 + 2(0$ 10 $\cdot 866 + 1 + 0 \cdot 866 +$ $0 \cdot 5))$

Sa léaráid taispeántar graf na feidhme $y = \sin x$ san fhearann $0 \le x \le \pi,\ x \in \mathbb{R}$.



(c) Bain úsáid as suimeáil chun achar iarbhír an réigiúin thuas a fháil.

$$\int_0^{\pi} \sin x\,dx = \left[-\cos x\right]_0^{\pi}$$

$$= -\cos\pi - (-\cos 0)$$

$$= -1 - 1$$

$$= -2$$

5

(d) Faigh an earráid chéatadánach i do fhreagra ar **(b)** thuas.

$$\text{An earráid chéatadánach} = \frac{2 - 1\cdot 95407}{2} \times 100$$

$$= 2 \cdot 2965$$

5

Páipéar 1 Ceist 7
2013

50 marc

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

Tá áit i staid do 25 000 duine. Ní mór do dhaoine a bhíonn ag freastal ar ócáid rialta sa staid ticéad a cheannach roimh ré. Nuair is é €20 an praghas ar thicéad, is é meánlíon an tslua a mbíonn súil leis ag ócáid ná 12 000 duine. Rinne na húinéirí suirbhé agus tugann na torthaí le fios go mbeadh méadú de 1000 duine ar an meánslua a mbeifí ag súil leis in aghaidh gach laghdú de €1, ó €20, ar phraghas an ticéid.

(a) Dá mbeadh €18 ar thicéad, cé mhéad duine a mbeifí ag súil leo sa slua?

$$12000 + (20 - 18)1000 = 14000$$

10

(b) Bíodh x mar phraghas an ticéid, áit a bhfuil $x \leq 20$. Scríobh síos, i dtéarmaí x, líon an tslua a mbeifí ag súil leis ar ócáid mar sin.

$$12000 + (20 - x)1000 = 32000 - 1000x$$

5

(c) Scríobh síos feidhm f a thugann an t-ioncam a mbeifí ag súil leis as díolachán na dticéad d'ócáid mar sin.

$$f(x) = (32000 - 1000x)x$$

5

Tá áit i staid do 25 000 duine. Ní mór do dhaoine a bhíonn ag freastal ar ócáid rialta sa staid ticéad a cheannach roimh ré. Nuair is é €20 an praghas ar thicéad, is é meánlíon an tslua a mbíonn súil leis ag ócáid ná 12 000 duine. Rinne na húinéirí suirbhé agus tugann na torthaí le fios go mbeadh méadú de 1000 duine ar an meánslua a mbeifí ag súil leis in aghaidh gach laghdú de €1, ó €20, ar phraghas an ticéid.

(d) Faigh an praghas ar chóir na ticéid a dhíol air chun an t-uasioncam a mbeifí ag súil leis a fháil.

$$f(x) = (32000 - 1000x)x$$

$$= 32000x - 1000x^2$$

$$f'(x) = 32000 - 2000x$$

Tarlaíonn pointí ag casadh nuair $f'(x) = 0$

10

$2000x = 32000$ $\qquad f''(x) = -2000 < 0$

$x = 16$ an t-ioncam uasta nuair a bhíonn an praghas €16

Tá áit i staid do 25 000 duine. Ní mór do dhaoine a bhíonn ag freastal ar ócáid rialta sa staid ticéad a cheannach roimh ré. Nuair is é €20 an praghas ar thicéad, is é meánlíon an tslua a mbíonn súil leis ag ócáid ná 12 000 duine. Rinne na húinéirí suirbhé agus tugann na torthaí le fios go mbeadh méadú de 1000 duine ar an meánslua a mbeifí ag súil leis in aghaidh gach laghdú de €1, ó €20, ar phraghas an ticéid.

(e) Ríomh an t-uasioncam a mbeifí ag súil leis.

Ag $x = 16$

$$f(x) = (32000 - 1000x)x$$
$$= 32000x - 1000x^2$$
$$f(16) = 32000(16) - 2000(16)^2$$
$$= €256\,000$$

5

Tá áit i staid do 25 000 duine. Ní mór do dhaoine a bhíonn ag freastal ar ócáid rialta sa staid ticéad a cheannach roimh ré. Nuair is é €20 an praghas ar thicéad, is é meánlíon an tslua a mbíonn súil leis ag ócáid ná 12 000 duine. Rinne na húinéirí suirbhé agus tugann na torthaí le fios go mbeadh méadú de 1000 duine ar an meánslua a mbeifí ag súil leis in aghaidh gach laghdú de €1, ó €20, ar phraghas an ticéid.

(f) Cuir i gcás go bhfuil praghas na dticéad socraithe ar luach ar a mbeifí ag súil le slua lán sa staid.
Faigh an difríocht idir an t-ioncam as díolachán na dticéad ar an bpraghas seo agus an t-uasioncam a ríomhadh ag **(e)** thuas.

10

$$32000 - 1000x = 25000$$

$$1000x = 32000 - 25000$$

$$1000x = 7000$$

$$x = 7$$

an t-ioncam nuair atá $x = 7$

$$f(7) = 32000(7) - 2000(7)^2 = €175\,000$$

$$\begin{array}{r} €256\,000 \\ -\ €175\,000 \\ \hline €81\,000 \end{array}$$

Tá áit i staid do 25 000 duine. Ní mór do dhaoine a bhíonn ag freastal ar ócáid rialta sa staid ticéad a cheannach roimh ré. Nuair is é €20 an praghas ar thicéad, is é meánlíon an tslua a mbíonn súil leis ag ócáid ná 12 000 duine. Rinne na húinéirí suirbhé agus tugann na torthaí le fios go mbeadh méadú de 1000 duine ar an meánslua a mbeifí ag súil leis in aghaidh gach laghdú de €1, ó €20, ar phraghas an ticéid.

(g) Bhí an staid lán ar ócáid speisialta le déanaí. Díoladh dhá shórt ticéid: ticéad singil ar €16 agus ticéad teaghlaigh (beirt fhásta agus beirt leanaí) ar praghas áirithe. Ba é €365 000 an t-ioncam ar an ócáid seo. Dá ndíolfaí 1000 ticéad teaghlaigh breise, bheadh laghdú €14 000 ar an ioncam ón ócáid.
Ce mhéad ticéad teaghlaigh a díoladh?

Ticéad singil: €16 Ticéad teaghlaigh: €y

Líon na dticéad singil: s Líon na dticéad teaghlaigh: f

$$s + 4f = 25000 \qquad 16s + fy = 365000$$

$$16(s - 4000) + (f + 1000)y = 351000$$

$$s + 4f = 25000 \qquad\qquad 16s + fy = 365000$$

$$16(s - 4000) + (f + 1000)y = 351000$$

$$16s - 64000 + fy + 1000y = 351000$$

$$16s + fy + 1000y = 351000 + 64000$$

$$16s + fy + 1000y = 415000 \quad -$$

$$16s + fy = 365000$$

$$1000y = 50000$$

$$y = 50$$ Ticéad teaghlaigh €50

$$16s + fy = 365000 \qquad\qquad s + 4f = 25000 \times 16$$

$$16s + f(50) = 365000 \qquad\qquad 16s + 64f = 400000 \quad -$$

$$16s + 50f = 365000$$

$$14f = 35000$$

5

2500 ticéad teaghlaigh a díoladh $\quad f = 2500$

Páipéar 1 Ceist 8

2013

50 marc

Méadaíonn luas braon báistí agus é ag titim go dtí go sroicheann sé a uasluas, ar a dtugtar *críoch-threoluas*. Ansin leanann an braon báistí ag titim ar an gcríoch-threoluas seo. Tugtar an fad a thiteann sé, s méadar, mar seo a leanas:

$$s(t) = \begin{cases} 6t + 0 \cdot 3t^2 - 0 \cdot 01t^3, & 0 \le t \le 10 \\ k(t - 10), & t > 10 \end{cases}$$

áit arb é t an t-am ina shoicindí ón uair a thosaíonn an braon báistí ag titim agus áit a bhfuil k tairiseach.

(a) Cá fhad atá an braon báistí seo tar éis titim tar éis 10 soicind?

10 $s(10) = 6(10) + 0 \cdot 3(10)^2 - 0 \cdot 01(10)^3 = 80$ m

Méadaíonn luas braon báistí agus é ag titim go dtí go sroicheann sé a uasluas, ar a dtugtar *críoch-threoluas*. Ansin leanann an braon báistí ag titim ar an gcríoch-threoluas seo. Tugtar an fad a thiteann sé, s méadar, mar seo a leanas:

$$s(t) = \begin{cases} 6t + 0\cdot 3t^2 - 0\cdot 01t^3, & 0 \le t \le 10 \\ k(t-10), & t > 10 \end{cases}$$

áit arb é t an t-am ina shoicindí ón uair a thosaíonn an braon báistí ag titim agus áit a bhfuil k tairiseach.

(b) Cé mhéad soicind a bheidh caite nuair a bheidh an braon báistí ag titim ar luas 8·25 méadar sa soicind?

$$\text{Luas} = \frac{ds}{dt}$$

$$\frac{ds}{dt} = 6 + 0\cdot 6t - 0\cdot 03t^2 = 8\cdot 25$$

$$0\cdot 03t^2 - 0\cdot 6t + 2\cdot 25 = 0$$

$$3t^2 - 60t + 225 = 0$$

$$t^2 - 20t + 75 = 0$$

$$(t-5)(t-15) = 0$$

$t = 5$ soicind $t \neq 15$

10

Méadaíonn luas braon báistí agus é ag titim go dtí go sroicheann sé a uasluas, ar a dtugtar *críoch-threoluas*. Ansin leanann an braon báistí ag titim ar an gcríoch-threoluas seo. Tugtar an fad a thiteann sé, s méadar, mar seo a leanas:

$$s(t) = \begin{cases} 6t + 0\cdot 3t^2 - 0\cdot 01t^3, & 0 \le t \le 10 \\ k(t-10), & t > 10 \end{cases}$$

áit arb é t an t-am ina shoicindí ón uair a thosaíonn an braon báistí ag titim agus áit a bhfuil k tairiseach.

(c) Tá luasghéarú an bhraoin bháistí ag laghdú ar feadh an chéad 10 soicind a bhíonn sé ag titim. Faigh an luach ar t a fhágann an luasghéarú cothrom le 6ms^{-2}.

$$\frac{ds}{dt} = 6 + 0\cdot 6t - 0\cdot 03t^2$$

$$\text{Luasghéarú} = \frac{d^2s}{dt^2}$$

$$\frac{d^2s}{dt^2} = 0\cdot 6 - 0\cdot 06t = 0\cdot 006$$

$$0\cdot 06t = 0\cdot 6 - 0\cdot 006$$

$$t = \frac{0\cdot 594}{0\cdot 06} = 9\cdot 9 \text{ soicind}$$

10

Méadaíonn luas braon báistí agus é ag titim go dtí go sroicheann sé a uasluas, ar a dtugtar *críoch-threoluas*. Ansin leanann an braon báistí ag titim ar an gcríoch-threoluas seo. Tugtar an fad a thiteann sé, s méadar, mar seo a leanas:

$$s(t) = \begin{cases} 6t + 0\cdot 3t^2 - 0\cdot 01t^3, & 0 \leq t \leq \\ 10 & \\ k(t-10), & t > 10 \end{cases}$$

áit arb é t an t-am ina shoicindí ón uair a thosaíonn an braon báistí ag titim agus áit a bhfuil k tairiseach.

(d) Titeann an braon báistí go ceartingearach ó airde 620 méadar. Cá fhad a thógfaidh sé ar an mbraon báistí titim go dtí leibhéal na talún?

Ag 10 sec = 80 m cuid **(a)**

Achar fágtha = 620 – 80 = 540 m

Críoch-threoluas: $\dfrac{ds}{dt} = 6 + 0\cdot 6(10) - 0\cdot 03(10)^2 = 9 \text{ ms}^{-1}$

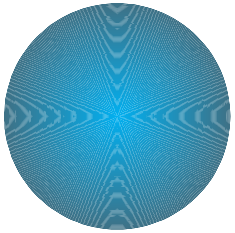
Am a thógann sé chun taisteal 540 m $= \dfrac{540}{9} = 60$ soicind

Am iomlán = 60 + 10 = 70 soicind

10

Méadaíonn luas braon báistí agus é ag titim go dtí go sroicheann sé a uasluas, ar a dtugtar *críoch-threoluas*. Ansin leanann an braon báistí ag titim ar an gcríoch-threoluas seo. Tugtar an fad a thiteann sé, s méadar, mar seo a leanas:

$$s(t) = \begin{cases} 6t + 0\cdot 3t^2 - 0\cdot 01t^3, & 0 \le t \le 10 \\ k(t-10), & t > 10 \end{cases}$$



áit arb é t an t-am ina shoicindí ón uair a thosaíonn an braon báistí ag titim agus áit a bhfuil k tairiseach.

(e) Éiríonn braon báistí níos mó agus é ag titim. Méadaíonn an toirt i mbraon báistí sféarúil ar ráta 6 mhilliméadar chiúbacha sa soicind. Faigh an ráta ar a bhfuil ga an bhraoin bháistí ag méadú nuair is é an ga ná 1·5 mm.

Toirt sféir

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\frac{dV}{dr} = 4\pi r^2$$

Ag $r = 1\cdot 5$ mm

10

$$\frac{dV}{dt} = 6 \qquad \frac{dr}{dt} = \frac{6}{4\pi 1\cdot 5^2} = 0\cdot 2122 \text{ mms}^{-1}$$

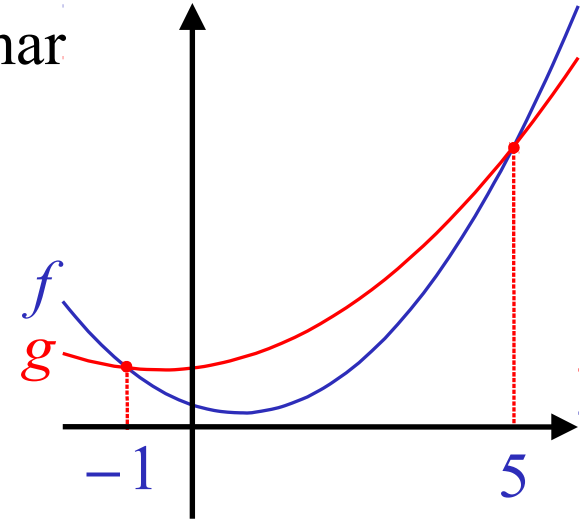
Páipéar 1 Ceist 5
2012

25 marc

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

Sainítear na feidhmeanna f agus g ar $x \in \mathbb{R}$ mar

$$f: \ x \mapsto 2x^2 - 3x + 2 \text{ agus}$$
$$g: \ x \mapsto x^2 + x + 7$$



(a) Faigh comhordanáidí an dá phointe ina dtrasnaíonn na cuair $y = f(x)$ agus $y = g(x)$ a chéile.

$$f(x) = g(x)$$
$$2x^2 - 3x + 2 = x^2 + x + 7$$
$$x^2 - 4x - 5 = 0$$
$$(x + 1)(x - 5) = 0$$
$$x = -1 \quad x = 5$$

$$f(-1) = (-1)^2 + (-1) + 7 = 7$$
$$f(5) = (5)^2 + (5) + 7 = 37$$

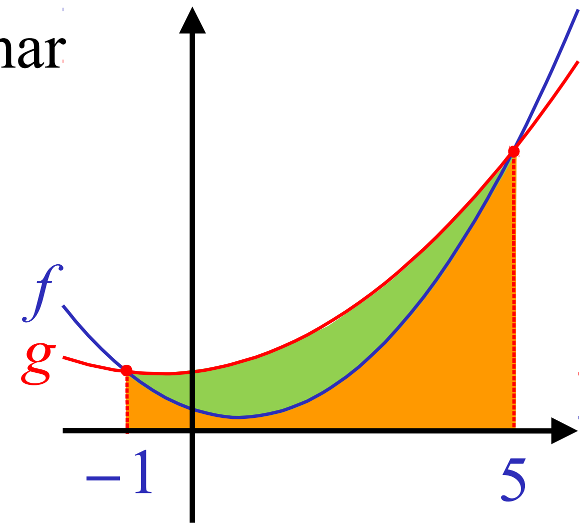
$(-1, 7)$ $\quad$ $(5, 37)$

10

Sainítear na feidhmeanna f agus g ar $x \in \mathbb{R}$ mar

$$f:\ x \mapsto 2x^2 - 3x + 2 \text{ agus}$$
$$g:\ x \mapsto x^2 + x + 7$$

(b) Faigh achar an réigiúin atá iniata idir an dá chuar.



$$\text{Achar} = \int_{-1}^{5} g(x)dx - \int_{-1}^{5} f(x)dx$$
$$= \int_{-1}^{5} \big(g(x) - f(x)\big)dx$$
$$= \int_{-1}^{5} (-x^2 + 4x + 5)dx$$
$$= \left[\frac{-x^3}{3} + 2x^2 + 5x\right]_{-1}^{5}$$
$$= \frac{-(5)^3}{3} + 2(5)^2 + 5(5) - \left[\frac{-(-1)^3}{3} + 2(-1)^2 + 5(-1)\right]$$
$$= 36 \text{ aonad}^2$$

15

Páipéar 1 Ceist 6
2012

25 marc

$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

(a) Bíodh $f(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2}$.

Taispeáin gurb é dara díorthach $f(x)$ i leith x ná

$f''(x) = \left(x^2 - 1\right)e^{-\frac{1}{2}x^2}$.

$$f'(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2} . -\frac{1}{2}2x$$

$$f'(x) = -\underset{u}{x}\underset{v}{e^{-\frac{1}{2}x^2}}$$

10

$$u = -x \qquad v = e^{-\frac{1}{2}x^2}$$

$$\frac{du}{dx} = -1 \qquad \frac{dv}{dx} = -xe^{-\frac{1}{2}x^2}$$

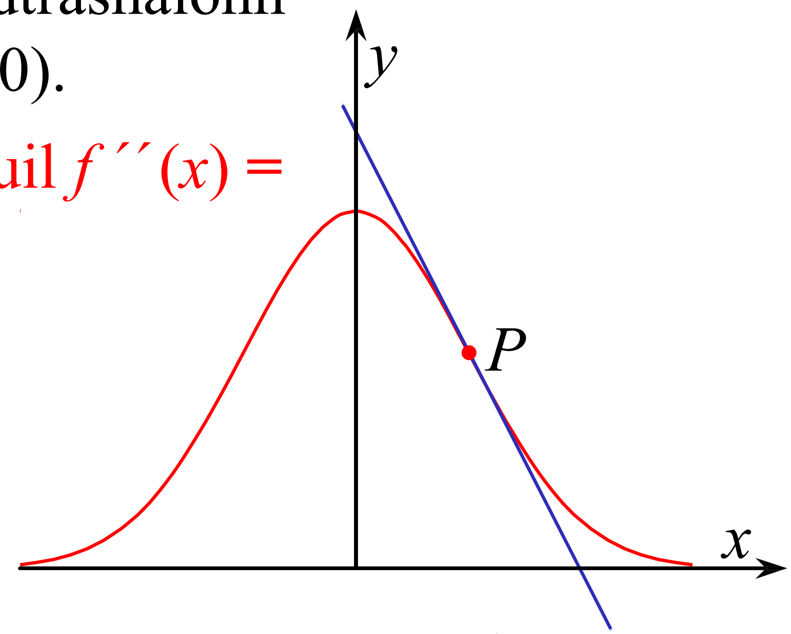
$$\frac{dy}{dx} = u\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx}$$

$$= -x . -xe^{-\frac{1}{2}x^2} + -1 . e^{-\frac{1}{2}x^2}$$

$$f''(x) = \left(x^2 - 1\right)e^{-\frac{1}{2}x^2}$$

10

(b) Is pointe athchasta ar an gcuar $y = e^{-\frac{1}{2}x^2}$ é an pointe P sa chéad cheathrú. Taispeáin go dtrasnaíonn an tadhlaí ag P an x-ais ag (2, 0).



Pointe athchasta i gcás go bhfuil $f''(x) = 0$

$$f''(x) = \left(x^2 - 1\right)e^{-\frac{1}{2}x^2} = 0$$

$$x^2 - 1 = 0$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm 1$$

An chéad cheathrú $\Rightarrow f(1) = e^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow P = (1, e^{-\frac{1}{2}})$

Fána an tadhlaí $= f'(x) \Rightarrow f'(1) = -1e^{-\frac{1}{2}}$

5

Cothromóid an tadhlaí $y - y_1 = m\,(x - x_1)$

$y - e^{-\frac{1}{2}} = -e^{-\frac{1}{2}}\,(x - 1)$ Trasnaíonn sé an x-ais nuair atá $y = 0$

$1 = x - 1 \Rightarrow x = 2$ Trasnaíonn sé an x-ais nuair atá (2, 0)

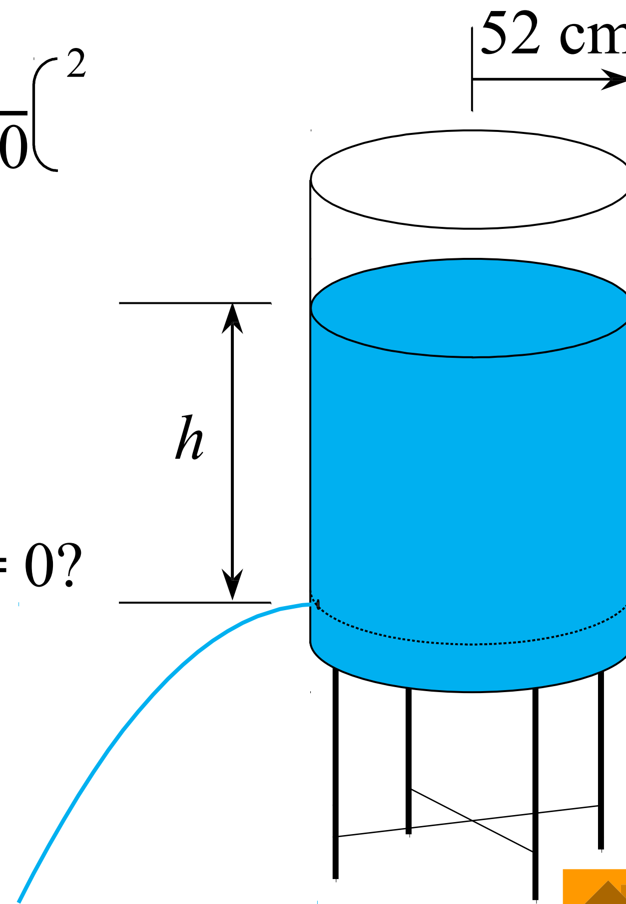
Páipéar 1 Ceist 7
2012

50 marc

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

Tá poll in aice leis an mbun in umar sorcóireach oscailte d'uisce. Is é ga an umair ná 52 cm. Is ciorcal ar ga dó 1 cm é an poll. Titeann leibhéal an uisce de réir mar a éalaíonn an t-uisce tríd an bpoll. Ar feadh tréimhse 20 nóiméad áirithe, tugtar airde dhromchla an uisce leis an bhfoirmle

$$h = \left(10 - \frac{t}{200}\right)^2$$



áit arb é h airde dhromchla an uisce, ina cm, agus é tomhaiste ó lár an phoill, agus arb é t an t-am ina shoicindí ó phointe ama áirithe $t = 0$.

(a) Cad é airde an dromchla ag an am $t = 0$?

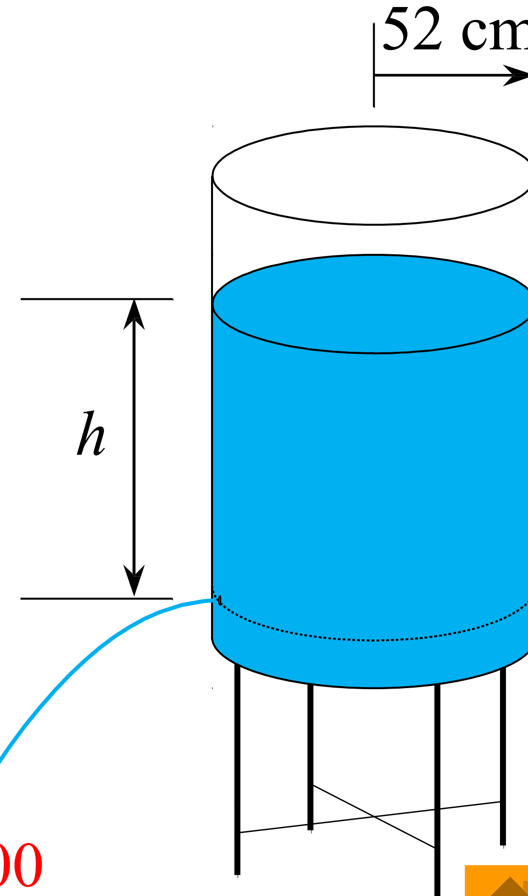
$$h = \left(10 - \frac{0}{200}\right)^2 = 100 \text{ cm}$$

15

Tá poll in aice leis an mbun in umar sorcóireach oscailte d'uisce. Is é ga an umair ná 52 cm. Is ciorcal ar ga dó 1 cm é an poll. Titeann leibhéal an uisce de réir mar a éalaíonn an t-uisce tríd an bpoll. Ar feadh tréimhse 20 nóiméad áirithe, tugtar airde dhromchla an uisce leis an bhfoirmle

$$h = \left(10 - \frac{t}{200}\right)^2$$

áit arb é h airde dhromchla an uisce, ina cm, agus é tomhaiste ó lár an phoill, agus arb é t an t-am ina shoicindí ó phointe ama áirithe $t = 0$.



(b) Cé mhéad soicind a bheidh caite nuair a bheidh airde 64 cm ag an dromchla?

$$h = \left(10 - \frac{t}{200}\right)^2 = 64 \text{ cm}$$

15

$$10 - \frac{t}{200} = \pm 8$$

$$2000 - t = 1600$$

$t \geq 0$ méadaigh ag 200

$$t = 400 \text{ soicind}$$

(c) Faigh an ráta ar a bhfuil **toirt** an uisce san umar ag laghdú ag an bpointe ama áirithe nuair is é 64 cm a airde. Tabhair do fhreagra ceart go dtí an cm^3 is gaire in aghaidh an tsoicind.

Toirt sorcóir

$$V = \pi r^2 h$$
$$= \pi (52)^2 h$$
$$= 2704\pi h$$

$$\frac{dV}{dh} = 2704\pi$$

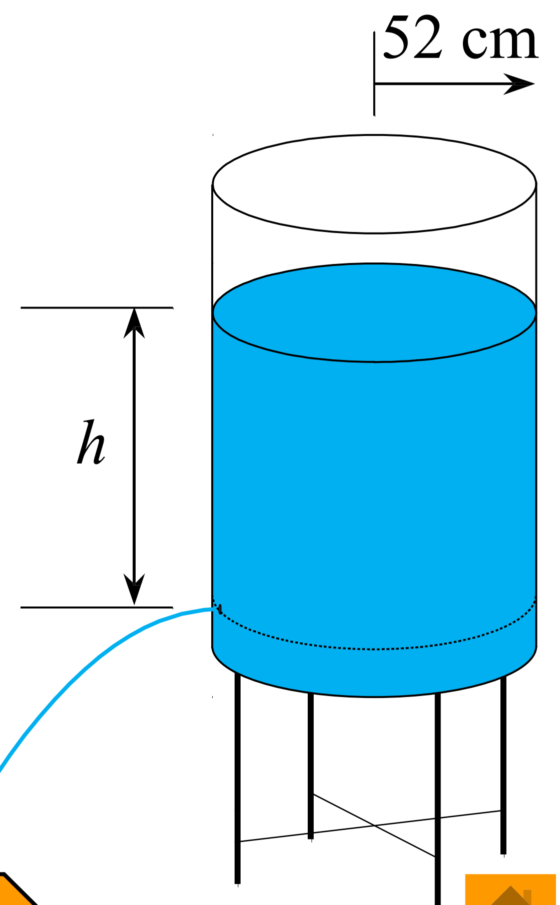
$$h = \left(10 - \frac{t}{200}\right)^2$$

$$\frac{dh}{dt} = 2\left(10 - \frac{400}{200}\right)\frac{-1}{200} = \frac{-2}{25}$$

Ag $h = 64$ cm, $t = 400$ soicind

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dh} \times \frac{dh}{dt} = 2704\pi \times \frac{-2}{25}$$
$$= -216 \cdot 32\pi$$
$$= -680 \text{ cm}^3/\text{soicind}$$

5



(d) Is ionann an ráta ar a bhfuil toirt an uisce san umar ag laghdú agus an luas ar a bhfuil an t-uisce ag teacht amach as an bpoll,
iolraithe faoi achar an phoill. Faigh an luas ar a bhfuil an t-uisce ag teacht amach as an bpoll ag an bpointe ama nuair is é 64 cm a airde.

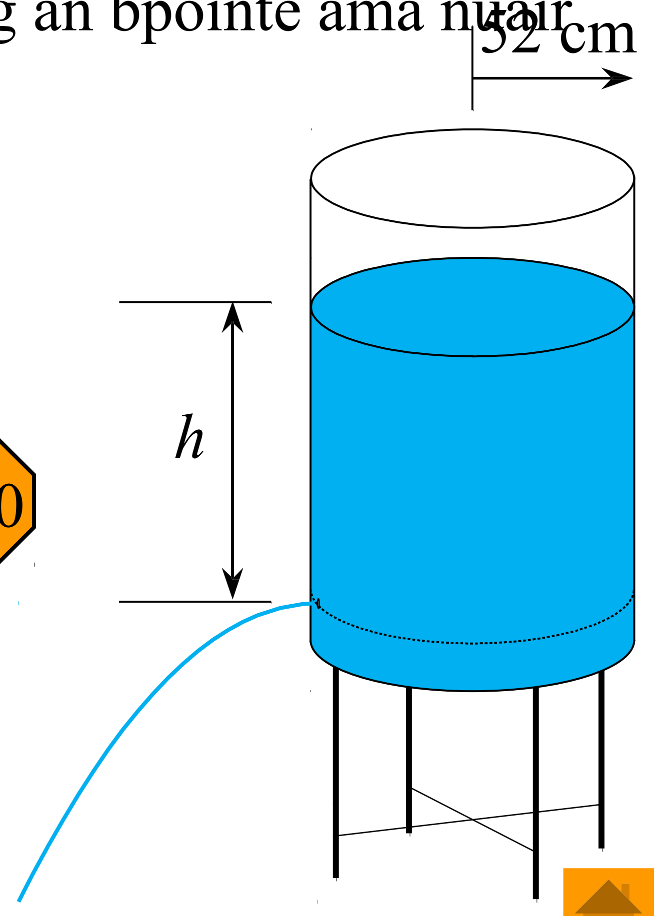
$$\frac{dV}{dt} = Av$$

Is ciorcal dar ga 1cm é an pol

$$216 \cdot 32\pi = 1^2 \pi v$$

$$v = 216{\cdot}32 \text{ cm/soicind}$$

10



(e) Taispeáin, de réir mar a athraíonn t, gur iolraí tairiseach de $\sqrt{h}$ é luas an uisce ag teacht amach as an bpoll.

$$h = \left(10 - \frac{t}{200}\right)^2 \Rightarrow \sqrt{h} = \left(10 - \frac{t}{200}\right)$$

$$\frac{dh}{dt} = 2\left(10 - \frac{t}{200}\right)\left(-\frac{1}{200}\right) = 2\sqrt{h}\left(-\frac{1}{200}\right) = -\frac{\sqrt{h}}{100}$$

$$\frac{dV}{dt} = Av = 1^2\pi v \Rightarrow v = \frac{1}{\pi} \times \frac{dV}{dt}$$

Is ciorcal dar ga 1cm é an pol

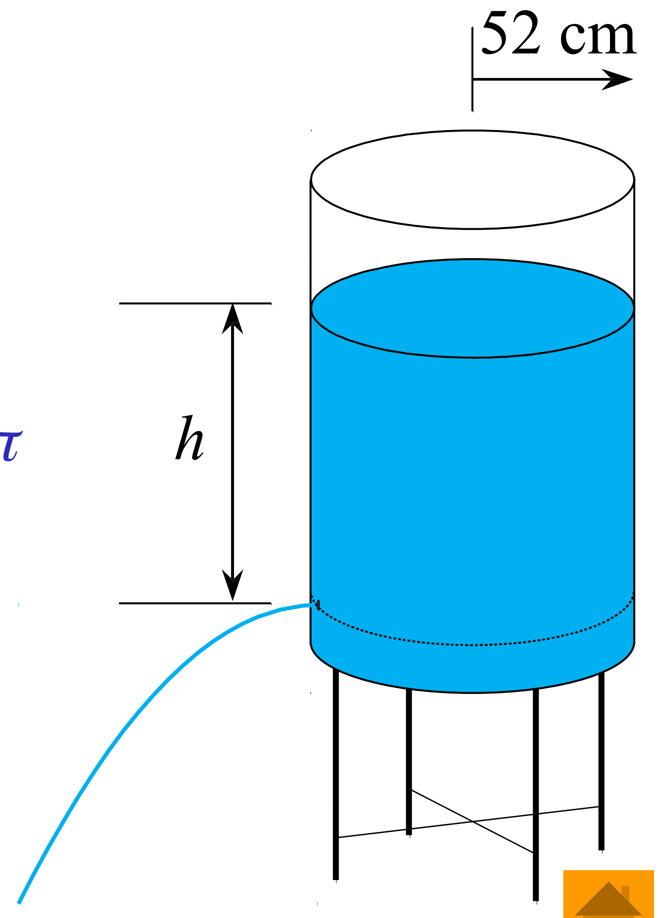
$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dh} \times \frac{dh}{dt} \qquad \frac{dV}{dh} = 2704\pi$$

$$= 2704\pi \times \frac{-\sqrt{h}}{100}$$

$$v = -27 \cdot 04\cancel{\pi}\sqrt{h} \times \frac{1}{\cancel{\pi}}$$

$$v = 27 \cdot 04\sqrt{h}\ \text{cm/soicind}$$

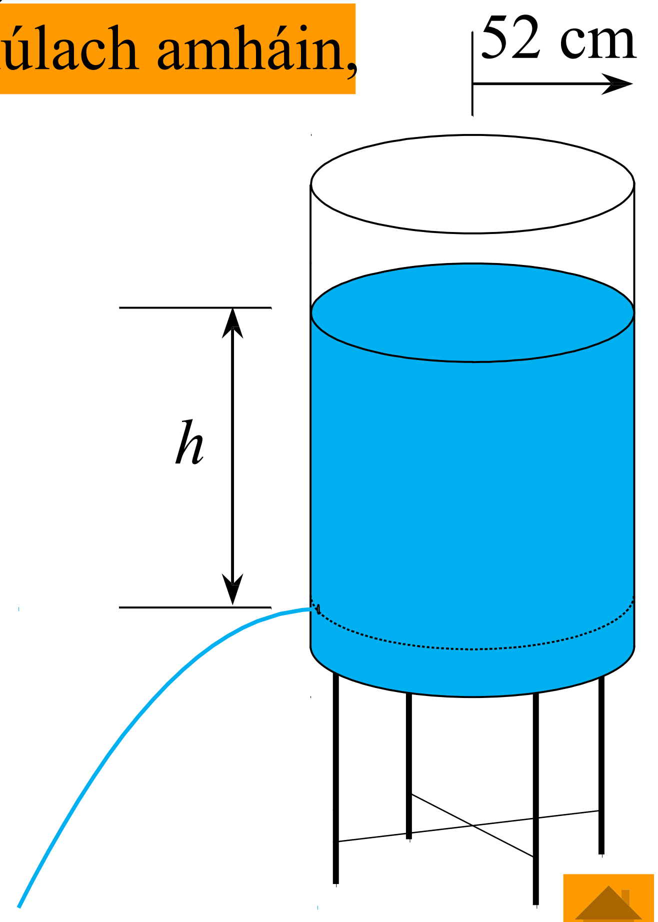
Atá ina iolraí tairiseach de $\sqrt{h}$



(f) Tá sé ar eolas againn go dtugtar luas uisce atá ag teacht amach as poll mar seo, ina cheintiméadair in aghaidh an tsoicind, leis an bhfoirmle

$$v = c\sqrt{1962h}$$

áit ar tairiseach é c a bhraitheann ar ghnéithe áirithe den pholl. Faigh, ceart go dtí ionad deachúlach amháin, luach c i gcás an phoill seo.



$$v = c\sqrt{1962h} \qquad v = 27 \cdot 04\sqrt{h}$$

$$c = \frac{27 \cdot 04\cancel{\sqrt{h}}}{\sqrt{1962}\cancel{\sqrt{h}}}$$

$$c = 0 \cdot 6104\ldots$$

cuid **(e)** agus **(f)** 5

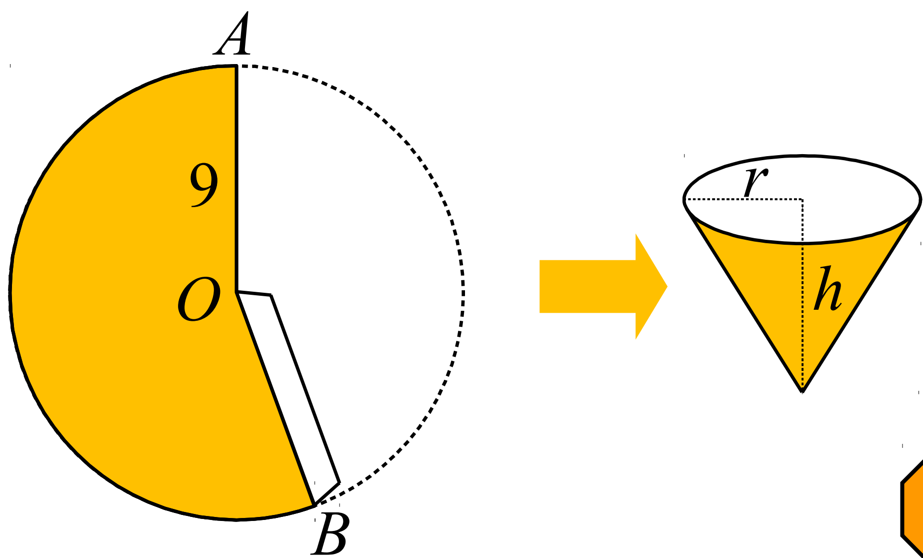
Páipéar 1 Ceist 8
2012

50 marc

$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

An Chomhairle um Oideachas Gaeltachta & Gaelscolaíochta

Baineann comhlacht úsáid as páipéar uiscedhíonach chun cupáin sho-chaite chónúla ólacháin a dhéanamh. Chun gach cupán a dhéanamh, gearrtar teascóg *AOB* as píosa ciorclach páipéir de gha 9 cm. Ansin ceanglaítear na himill *AO* agus *OB* chun an cupán a dhéanamh, mar a thaispeántar. Is é ga imeall an chupáin ná *r*, agus is é airde an chupáin ná *h*.



Teoirim Phíotagaráis

$$h^2 + r^2 = 9^2$$

$$r^2 = 81 - h^2$$

Toirt cóin

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

10 $$V = \frac{\pi}{3}h\left(81 - h^2\right)$$

(a) Agus r^2 á shloinneadh i dtéarmaí h agat, taispeáin go dtugtar toilleadh an chupáin, ina cm^3, leis an bhfoirmle

$$V = \frac{\pi}{3}h\left(81 - h^2\right).$$

(b) Tá dhá luach dheimhneacha ar h a fhágann gurb é $\dfrac{154\pi}{3}$ toilleadh an chupáin. Is slánuimhir é ceann amháin de na luachanna sin. Faigh an dá luach. Bíodh an réiteach neamh-shlánuimhreach ceart go dtí dhá ionad dheachúlacha.

$$V = \frac{\cancel{\pi}}{\cancel{3}}h\left(81 - h^2\right) = \frac{154\cancel{\pi}}{\cancel{3}}$$

$$h\left(81 - h^2\right) = 154$$

$$81h - h^3 = 154$$

$$h^3 - 81h + 154 = 0$$

$h = 1 \Rightarrow \quad (1)^3 - 81(1) + 154 = 74 \neq 0$

$h = 2 \Rightarrow \quad (2)^3 - 81(2) + 154 = 0$ $(h - 2)$ is fachtóir é seo

(b) Tá dhá luach dheimhneacha ar h a fhágann gurb é $\dfrac{154\pi}{3}$ toilleadh an chupáin. Is slánuimhir é ceann amháin de na luachanna sin. Faigh an dá luach. Bíodh an réiteach neamh-shlánuimhreach ceart go dtí dhá ionad dheachúlacha.

$$
\begin{array}{r|l}
 & h^2 + 2h - 77 \\
\hline
(h-2) & \cancel{h^3} + 0h^2 - 81h + 154 \\
 & \cancel{h^3} - 2h^2 \\
 & \cancel{2h^2} - 81h \\
 & \cancel{2h^2} - 4h \\
 & -77h + 154 \\
 & -77h + 154 \\
 & 0
\end{array}
$$

$$(h-2)(h^2+2h-77)$$

$$h = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$a = 1$, $b = 2$ agus $c = -77$

$$h = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4(1)(-77)}}{2(1)}$$

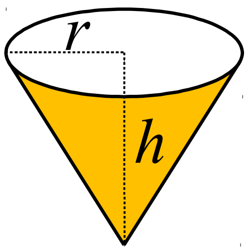
$$h = \frac{-2 \pm \sqrt{312}}{2}$$

20 $h = 2$ cm $\quad h = 7\cdot 83176\ldots$ cm $\quad h = -9\cdot 83$

(c) Faigh an toirt is mó is féidir a bheith sa chupán, ceart go dtí an cm³ is gaire.

$$V=\frac{\pi}{3}h\left(81-h^2\right)=27\pi h-\frac{\pi}{3}h^3$$

$$\frac{dV}{dh}=27\pi-\pi h^2$$



Tarlaíonn pointí ag casadh nuair $\frac{dV}{dh}=0$

$$27\pi-\pi h^2=0$$

$$\cancel{\pi}h^2=27\cancel{\pi}$$

$$h^2=27$$

$$h=\sqrt{27}$$

$$h=5\cdot 2 \text{ cm}$$

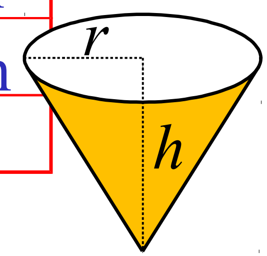
Toirt uasmhéid $=27\pi(5\cdot 2)-\frac{\pi}{3}(5\cdot 2)^3=293\cdot 8\ldots = 294 \text{ cm}^3$

5

(d) Comhlánaigh an tábla thíos chun ga, airde agus toilleadh gach ceann de na cupáin a bhí i gceist sna codanna **(b)** agus **(c)** thuas, a thaispeáint. I ngach cás, bíodh an ga agus an airde ceart go dtí dhá ionad dheachúlacha.

5

$r^2 = 81 - h^2$	na cupáin i gcuid **(b)**		an cupán i gcuid **(c)**
ga (r)	$8 \cdot 77$ cm	$4 \cdot 43$ cm	$7 \cdot 35$ cm
airde (h)	2 cm	$7 \cdot 83$ cm	$5 \cdot 20$ cm
toilleadh (V)	$\frac{154\pi}{3} \approx 161 \text{ cm}^3$	$\frac{154\pi}{3} \approx 161 \text{ cm}^3$	294 cm^3



$r^2 = 81 - 2^2$ $\quad r^2 = 81 - 7 \cdot 83^2$ $\quad r^2 = 81 - 5 \cdot 2^2$

$r = \sqrt{77}$ $\quad r = \sqrt{19 \cdot 69}$ $\quad r = \sqrt{53 \cdot 96}$

(e) Go praiticiúil, cé acu ceann de na cupáin thuas ar a bhfuil an cruth is réasúnta mar chupán cónúil?

Tabhair cúis le do fhreagra. An ceann sa lár

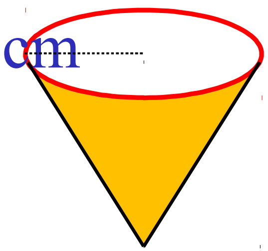
5

Tá na cupáin eile i bhfad róleathan agus ró-éadomhain le greim a fháil orthu.

(f) I gcás an chupáin a roghnaigh tú i gcuid **(e)**, faigh tomhas na huillinne *AOB* a chaithfear a ghearradh as an diosca ciorclach chun an cupán a dhéanamh. Tabhair do fhreagra ina chéimeanna, ceart go dtí an chéim is gaire.

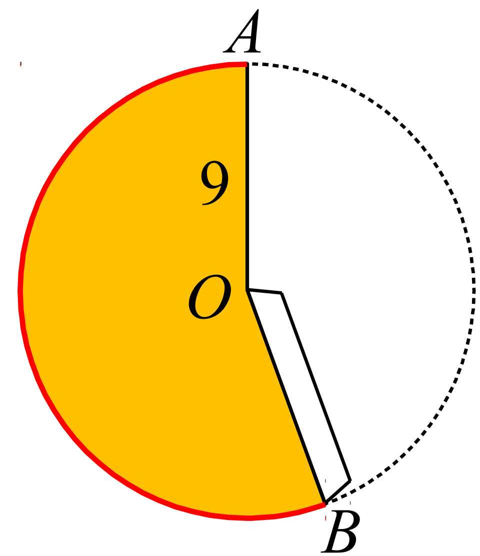
Imlíne an imill $= 2\pi r$

$r = 4 \cdot 43$ cm



$= 2\pi(4 \cdot 43)$

$= 27 \cdot 83$ cm



Fad stua ciorcail $= \dfrac{\theta}{360^\circ} 2\pi r$

$$27{\cdot}83 = \frac{\theta}{360^\circ} 2\pi(9)$$

$$\theta = \frac{27{\cdot}83 \times 360^\circ}{18\pi}$$

5

$$= 177^\circ{\cdot}171\ldots$$